UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA
FACULTAD DE INGENIERÍA
INGENIERÍA ELECTRÓNICA Y TELECOMUNICACIONES
TRATAMIENTO DE SEÑALES I
LABORATORIO 3
CONVOLUCIÓN

Justificación

La convolución es una operación matemática que se usa en ingeniería para determinar la respuesta de un sistema ante una función de entrada. Esta operación consiste en una integral de la multiplicación de dos funciones y con una de ellas desplazada una cantidad τ. La gran ventaja de la convolución radica en la predicción de la respuesta de un sistema ante cualquier entrada, conociendo la respuesta natural del sistema, es decir, ante una entrada tipo impulso o delta de Dirac.

Objetivos

- Comprobar los efectos de la convolución sobre un circuito resonante RLC.
- Comprobar la propiedad de la convolución de Fourier.

Teoría

La convolución es una operación matemática que se usa en ingeniería para determinar la respuesta de un sistema ante una función de entrada. Esta operación consiste en una integral de la multiplicación de dos funciones y con una de ellas desplazada una cantidad τ. La gran ventaja de la convolución radica en la predicción de la respuesta de un sistema ante cualquier entrada, conociendo la respuesta natural del sistema, es decir, ante una entrada tipo impulso o delta de Dirac.

Un circuito resonante es un sistema que responde a una banda limitada de frecuencias y está caracterizado por un factor de calidad, un factor de amortiguamiento y una frecuencia de resonancia. Cuando el factor de amortiguamiento tiene un valor entre 0 y 1, la respuesta que se obtiene es subamortiguada y presenta oscilaciones transitorias cuando responde a una entrada tipo escalón unitario.

Conociendo la función de transferencia de este sistema se puede predecir la respuesta ante cualquier entrada mediante la operación de la convolución. Esto permite evadir la solución de la ecuación diferencial que describe al sistema con una nueva excitación.

La expresión que describe la convolución es la siguiente:

$$x(t) * h(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau)h(t-\tau)d\tau$$

Donde $x(t)$ es la señal de entrada y $h(t)$ es la respuesta al impulso. La transformada de Fourier de la convolución es una multiplicación de las funciones expresadas en el dominio de la frecuencia y la expresión resulta de la siguiente forma:

$$F\{x(t) * h(t)\} = X(w).H(w)$$

Esta expresión es muy utilizada cuando las funciones tratadas resultan muy complejas de operar mediante una integral.

Procedimiento

Parte 1: Parámetros del Circuito RLC

1. Encuentre la función de transferencia para el siguiente circuito:

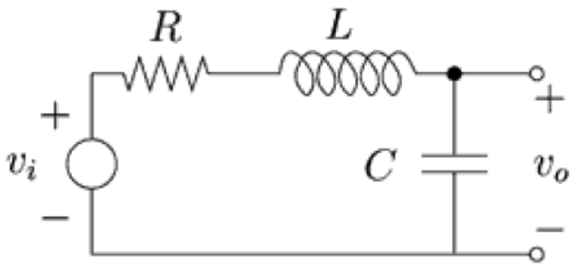

Figura 1. Esquema de circuito RLC.

2. Realice una función en Python, que permita realizar el cálculo de la frecuencia de resonancia ω_n , el factor de calidad Q y el factor de amortiguamiento ζ, a partir de los argumentos de entrada como son: resistencia (R), capacitancia (C) e inductancia (L) del circuito.

3. Con la función implementada en el numeral 2, ingrese los siguientes valores de $R = 50\ (ohms)$, $L = 1\ (mH)$, $C = 0.1\ (uf)$ y encuentre ω_n, Q y ζ.

Parte 2: Convolución señal escalón, sinusoidal y tren de pulsos

4. Halle la respuesta al impulso $h(t)$ para el circuito mostrado en la Figura 1.Grafique.

5. ¿Cuál es la respuesta del circuito mostrado en la Figura 1 cuando se excita con un escalón unitario? Grafique.

6. ¿Cuál es la respuesta del circuito mostrado en la Figura 1 cuando se excita una función sinusoidal de frecuencia igual a la frecuencia de resonancia del sistema ω_0?

7. Haciendo uso de Python, realice el diagrama de Bode y analice la fase de la señal de salida. Describa la relación existente entre el diagrama de fase y la gráfica

obtenida a la salida del sistema. Use la función *bode* de la librería *scipy.signal* para tal propósito.

8. Obtenga un tren de pulsos y ejecute la convolución de este con el sistema. Describa a partir de la gráfica la razón por la cual la señal resultante tiene tal forma.

Parte 3: Propiedad de Fourier de la convolución

9. Realice la transformada de Fourier de la señal sinusoidal del punto 6. Multiplíquela por la función de transferencia del circuito RLC. Realice la transformada inversa de Fourier del resultado y grafíquelo. ¿El resultado obtenido es igual al del numeral 6? Explique.

Parte 4: Conclusiones.

10. Realice las conclusiones del Laboratorio.

Entregables

- Informe en el Jupyter Notebook (archivo .ipynb) que contiene el código (solución a lo pedido), respuesta a las preguntas y las conclusiones del laboratorio.