UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA
FACULTAD DE INGENIERÍA
INGENIERÍA ELECTRÓNICA Y TELECOMUNICACIONES
TRATAMIENTO DE SEÑALES I
LABORATORIO 4
FOURIER

Justificación

La transformada de Fourier es una herramienta que nos permite analizar el comportamiento en frecuencia de una determinada señal temporal $x(t)$. Tiene aplicaciones en muchas áreas de la ciencia, pero en el caso particular de las telecomunicaciones se usa para analizar características espectrales de una señal de información, como el rango de frecuencias que ocupa en el espectro (ancho de banda) o también cómo es la distribución de potencia de la señal en función de la frecuencia.

Objetivos

- Analizar el comportamiento espectral de diferentes señales a partir del uso de herramientas de simulación como Python.
- Obtener medidas características del espectro de señales periódicas: Armónico fundamental, número de armónicos relevantes (Teorema de Parseval y criterio del 90% de la potencia), ancho de banda de la señal, potencia de la señal, etc.
- Comprobar el resultado de las simulaciones con medidas experimentales tomadas en los equipos de laboratorio.

Teoría

La serie trigonométrica de Fourier permite representar cualquier función periódica $f(t)$ como una combinación lineal de funciones sinusoidales.

En su forma compleja, la serie para una señal $f(t)$ está definida de la siguiente forma:

$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{n=\infty} c_n e^{j2\pi n f_0 t}$$

Con

$$c_n = \frac{1}{T_0} \int_{T_o} f(t)\, e^{-j2\pi n f_0 t} dt$$

En general, c_n es un número complejo con una magnitud $|c_n|$ y una fase $arg(c_n)$. La magnitud $|c_n|$representa el espectro de amplitud de la señal periódica $f(t)$, y la fase $arg(c_n)$ representa el espectro de fase.

La representación trigonométrica de la serie de Fourier está dada por:

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n * cos(n\omega_o t) + \sum_{n=1}^{\infty} b_n * sin(n\omega_0 t)$$

Con

$$a_0 = \frac{2}{T_0}\int_{T_0} f(t)dt \ ; \ a_n = \frac{2}{T_0}\int_{T_0} f(t) * cos(n\omega_o t)dt \ ; \ b_n = \frac{2}{T_0}\int_{T_0} f(t) * sin(n\omega_o t)dt$$

Los coeficientes de la serie trigonométrica se relacionan con la serie compleja, así:

$$|C_n| = \frac{1}{2} * \sqrt{{a_n}^2 + {b_n}^2}$$

Teorema de Parseval

Es posible obtener la potencia media de una señal periódica a partir la serie de Fourier, así:

$$P = \frac{1}{T_0}\int_{T_0} f(t)f(t)^*\,dt = \sum_{n=-\infty}^{n=\infty} |c_n|^2$$

Recordando que $f(t)f(t)^* = |f(t)|^2$, la anterior ecuación queda de la forma:

$$P = \frac{1}{T_0}\int_{T_0} |f(t)|^2\,dt = \sum_{n=-\infty}^{n=\infty} |c_n|^2$$

Procedimiento

Parte I: Simulación en Python

Señales periódicas.

1. Mediante Python, calcule los 5 primeros coeficientes de la serie de Fourier para las siguientes señales periódicas:

    a. Tren de pulsos
    b. Dienten de sierra
    c. Triangular

2. Llene Tabla 1 y Tabla 2 que encontrará como anexo. Para el ancho de banda considere el 90 % de la potencia de la señal. **Ayuda:** Para encontrar los coeficientes se recomienda usar la integral simbólica que proporciona la función *integrate* de la librería *sympy*.

3. Grafique al menos 10 puntos del espectro de amplitud de las señales del numeral 1. **Ayuda:** El espectro de las señales periódicas se representa por impulsos ubicados en frecuencias que son múltiplos de la frecuencia fundamental f_0, por lo cual se recomienda usar la función *stem* de la librería *matplotlib.pyplot* para las gráficas.

Señales de voz.

4. Tome un audio en formato .wav trabajado en la práctica dos y usando la transformada de Fourier, identifique el rango de frecuencias donde se encuentra la mayor cantidad de información.

5. Tome un segmento de audio de 70ms (del mismo archivo) y realice el análisis espectral correspondiente. Compare los resultados obtenidos y concluya.

Parte 2: Medidas experimentales

Señales Periódicas

6. Use un generador de señales junto con el analizador de espectros para observar el comportamiento espectral de las señales propuestas en el numeral 1. Observe la forma del espectro, su ancho de banda en el 90% de la potencia, la frecuencia en la que se ubican los armónicos la potencia de cada uno. ¿Los resultados obtenidos están de acuerdo con la simulación?

7. Muestre de forma comparativa y **para solo una frecuencia de cada tipo de señal**, los espectros obtenidos en la simulación y los espectros obtenidos en las medidas experimentales. ¿Nota alguna diferencia?

8. Genere un tren de pulsos con una frecuencia de 1MHz. Sin cambiar la frecuencia, varié el ciclo de dureza de la señal. Observe los cambios en el espectro y llene la Tabla 3 que encontrará como anexo de la guía. ¿Qué puede concluir?

9. Incluya sus análisis u observaciones en cada numeral.

10. Realice las conclusiones del Laboratorio.

Entregables

- Informe en el Jupyter Notebook (archivo .ipynb) que contiene el código (solución a lo pedido), respuesta a las preguntas y las conclusiones del laboratorio.
- Tablas del anexo debidamente diligenciadas.

Bibliografía

- http://lpsa.swarthmore.edu/Fourier/Series/ExFS.html
- https://www.youtube.com/watch?v=dZrShAGqT44

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA
1803

Anexos

Tabla 1

Señal	Frecuencia de la señal	Armónico	0	1	2	3	4	5
Tren de pulsos	100 KHz	Frecuencia						
		Potencia						
	1MHz	Frecuencia						
		Potencia						
	100 MHz	Frecuencia						
		Potencia						
Diente de sierra	100 KHz	Frecuencia						
		Potencia						
	1MHz	Frecuencia						
		Potencia						
	100 MHz	Frecuencia						
		Potencia						
Triangular	100 KHz	Frecuencia						
		Potencia						
	1MHz	Frecuencia						
		Potencia						
	100 MHz	Frecuencia						
		Potencia						

Tabla 2

Señal	Frecuencia de la señal	Potencia total en dBm	Ancho de banda	# de armónicos
Tren de pulsos	1 KHz			
	1 MHz			
	100 MHz			
Diente de sierra	1 KHz			
	1 MHz			
	100 MHz			
Triangular	1 KHz			
	1 MHz			
	100 MHz			

Tabla 3

Dutty	Frecuencia de los nulos de los dos primeros lóbulos	Frecuencia de los armónicos contenidos en los dos primeros lóbulos
80%		
50%		
25%		