$\iff \forall z((\neg(z \in \mathscr{A}) \vee \neg(z \in \mathscr{B})) \vee (x \in z) \vee (x \in z))$ (命题逻辑结合律、交换律)

$\iff \forall z((\neg(z \in \mathscr{A}) \vee \neg(z \in \mathscr{B})) \vee (x \in z))$ (命题逻辑幂等律)

$\iff \forall z(\neg(z \in \mathscr{A} \wedge z \in \mathscr{B}) \vee x \in z)$ (命题逻辑德·摩根律)

$\iff \forall z(z \in \mathscr{A} \wedge z \in \mathscr{B} \to x \in z)$ (蕴涵等值式)

$\iff \forall z(z \in \mathscr{A} \cap \mathscr{B} \to x \in z)$ (集合交定义)

$\iff x \in \cap(\mathscr{A} \cap \mathscr{B})$ (广义交定义)

□

1.30

(1)

证明： $\forall x$，

$x \in \mathcal{P}(A) \cap \mathcal{P}(B)$

$\iff x \in \mathcal{P}(A) \wedge x \in \mathcal{P}(B)$ (集合交定义)

$\iff x \subseteq A \wedge x \subseteq B$ (幂集定义)

$\iff x \subseteq A \cap B$ (习题 1.26(2) 结论)

$\iff x \in \mathcal{P}(A \cap B)$ (幂集定义)

□

(2)

证明： $\forall x$，

$x \in \mathcal{P}(A) \cup \mathcal{P}(B)$

$\iff x \in \mathcal{P}(A) \vee x \in \mathcal{P}(B)$ (集合并定义)

$\iff x \subseteq A \vee x \subseteq B$ (幂集定义)

$\iff \forall y(y \in x \to y \in A) \vee \forall y(y \in x \to y \in B)$ (子集关系定义)

$\implies \forall y((y \in x \to y \in A) \vee (y \in x \to y \in B))$ (一阶谓词推理定律)

$\iff \forall y((\neg y \in x \vee y \in A) \vee (\neg y \in x \vee y \in B))$ (蕴涵等值式)

$\iff \forall y(\neg y \in x \vee (y \in A \vee y \in B))$ (命题逻辑交换律、结合律、幂等律)

$\iff \forall y(y \in x \to (y \in A \cup B))$ (蕴涵等值式、集合并定义)

$\iff x \subseteq A \cup B$ (子集关系定义)

$\iff x \in \mathcal{P}(A \cup B)$ (幂集定义)

□

1.31 193。

1.32 10。

1.33 收敛。$\varlimsup\limits_{k\to\infty} A_k = \varliminf\limits_{k\to\infty} A_k = [0,1]$。

1.34 $\varlimsup\limits_{k\to\infty} B_k = [0,1]$, $\varliminf\limits_{k\to\infty} B_k = \varnothing$。

1.35 $\varlimsup\limits_{k\to\infty} A_k = [0,\infty]$, $\varliminf\limits_{k\to\infty} A_k = \{0\}$。

1.36 先证一个引理。