$$
\begin{aligned}
&= A \oplus (A \oplus B) && \text{(教材例 1.7(2))}\\
&= A \oplus A && (A \oplus B = A)\\
&= \varnothing && \text{(教材例 1.7(5))}
\end{aligned}
$$

□

(4) 答：$A \cap B = A \cup B$ 当且仅当 $A = B$。

证明: 充分性。若 $A = B$，则：

$$
\begin{aligned}
A \cap B &= A \cap A && (A = B)\\
&= A && \text{(幂等律)}\\
&= A \cup A && \text{(幂等律)}\\
&= A \cup B && (A = B)
\end{aligned}
$$

必要性。若 $A \cap B = A \cup B$，则：

$$
\begin{aligned}
A &= A \cup (A \cap B) && \text{(吸收律)}\\
&= A \cup (A \cup B) && (A \cap B = A \cup B)\\
&= (A \cup A) \cup B && \text{(结合律)}\\
&= A \cup B && \text{(幂等律)}\\
&= A \cup (B \cup B) && \text{(幂等律)}\\
&= (A \cup B) \cup B && \text{(结合律)}\\
&= (A \cap B) \cup B && (A \cap B = A \cup B)\\
&= B && \text{(吸收律)}
\end{aligned}
$$

□

1.22

(1) 即为引理 1.4 和引理 1.5。

(2) 答：不一定。令 $A = \{a\}, C = \{b\}, B = D = \{a, b\}$，则有 $A \subset B \wedge C \subset D$，但 $A \cup B \not\subset C \cup D$。又令 $A = C = \{a, b\}, B = \{a, b, c\}, D = \{a, b, d\}$，则有 $A \subset B \wedge C \subset D$，但 $A \cap B \not\subset C \cap D$

1.23

证明: 若不然，则存在 $x \in B \wedge x \notin C$ 或 $x \notin B \wedge x \in C$。不妨设 $x \in B \wedge x \notin C$，此时，若 $x \in A$ 则有 $x \notin A \oplus B$ 和 $x \in A \oplus C$，这与前提：$A \oplus B = A \oplus C$ 矛盾。若 $x \notin A$ 则有 $x \in A \oplus B$ 和 $x \notin A \oplus C$，这同样与前提：$A \oplus B = A \oplus C$ 矛盾。

对 $x \notin B \wedge x \in C$ 的情况亦有类似讨论。 □

1.24 先证：$(A - B) - C = (A - C) - B$。

证明:

$$
\begin{aligned}
(A - B) - C &= (A \cap \sim B) \cap \sim C && \text{(补交转换律)}\\
&= A \cap (\sim B \cap \sim C) && \text{(结合律)}\\
&= A \cap (\sim C \cap \sim B) && \text{(交换律)}\\
&= ((A \cap \sim C) \cap \sim B) && \text{(结合律)}\\
&= (A - C) - B && \text{(补交转换律)}
\end{aligned}
$$

□