

# 数字逻辑补充知识



信息科学与工程学院计算机系

杨永全

[yangyq@ouc.edu.cn](mailto:yangyq@ouc.edu.cn)

# 基本概念

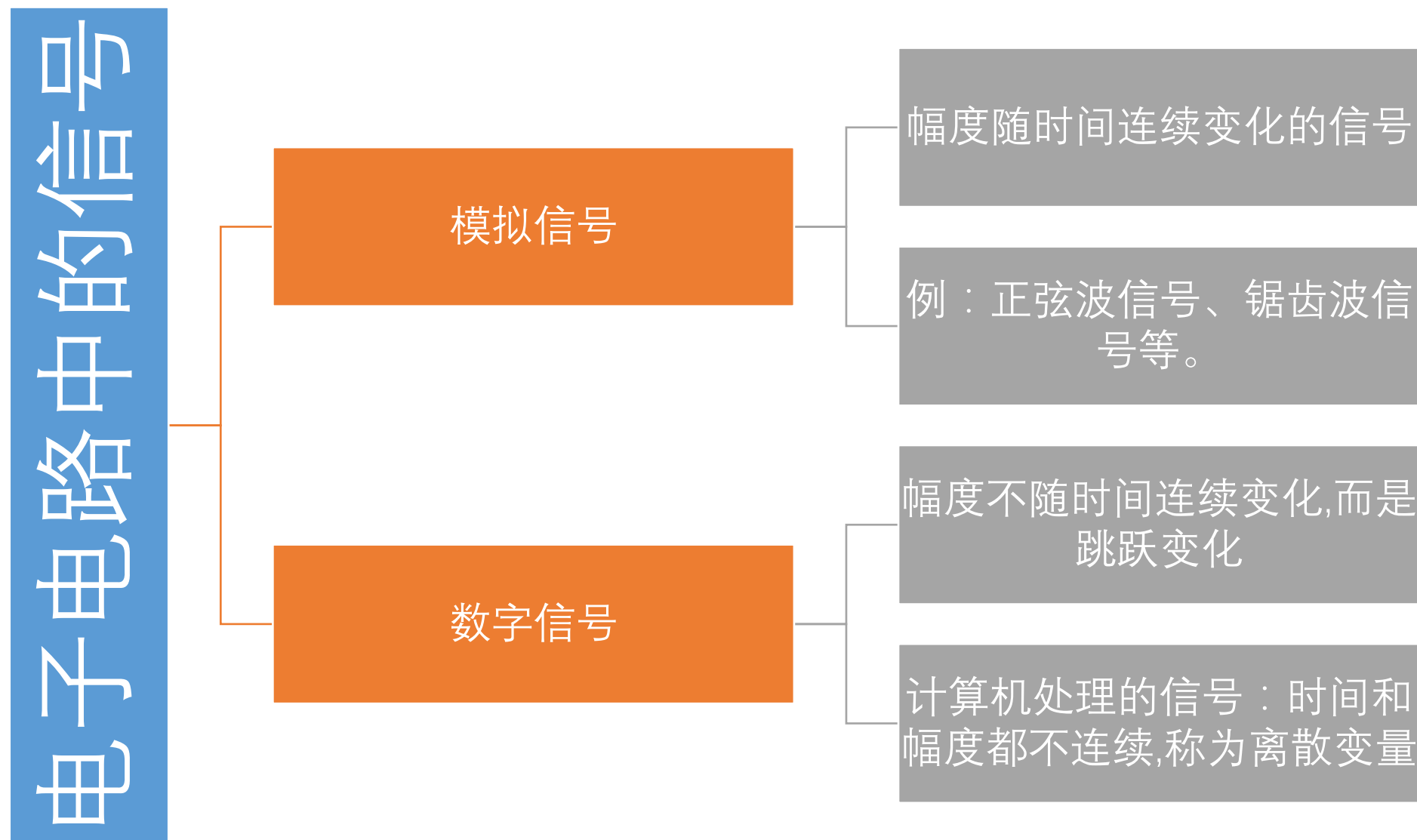
逻辑：研究思维的规律性；关于思维形式及其规律的科学；研究概念、判断和推理以及相互联系的规律、规则，以帮助人们正确地思维和认识客观真理。

学习工作时处处离不开“逻辑”：讲话要有逻辑性、写论文逻辑层次要清晰；逻辑推理能力、逻辑判断能力……

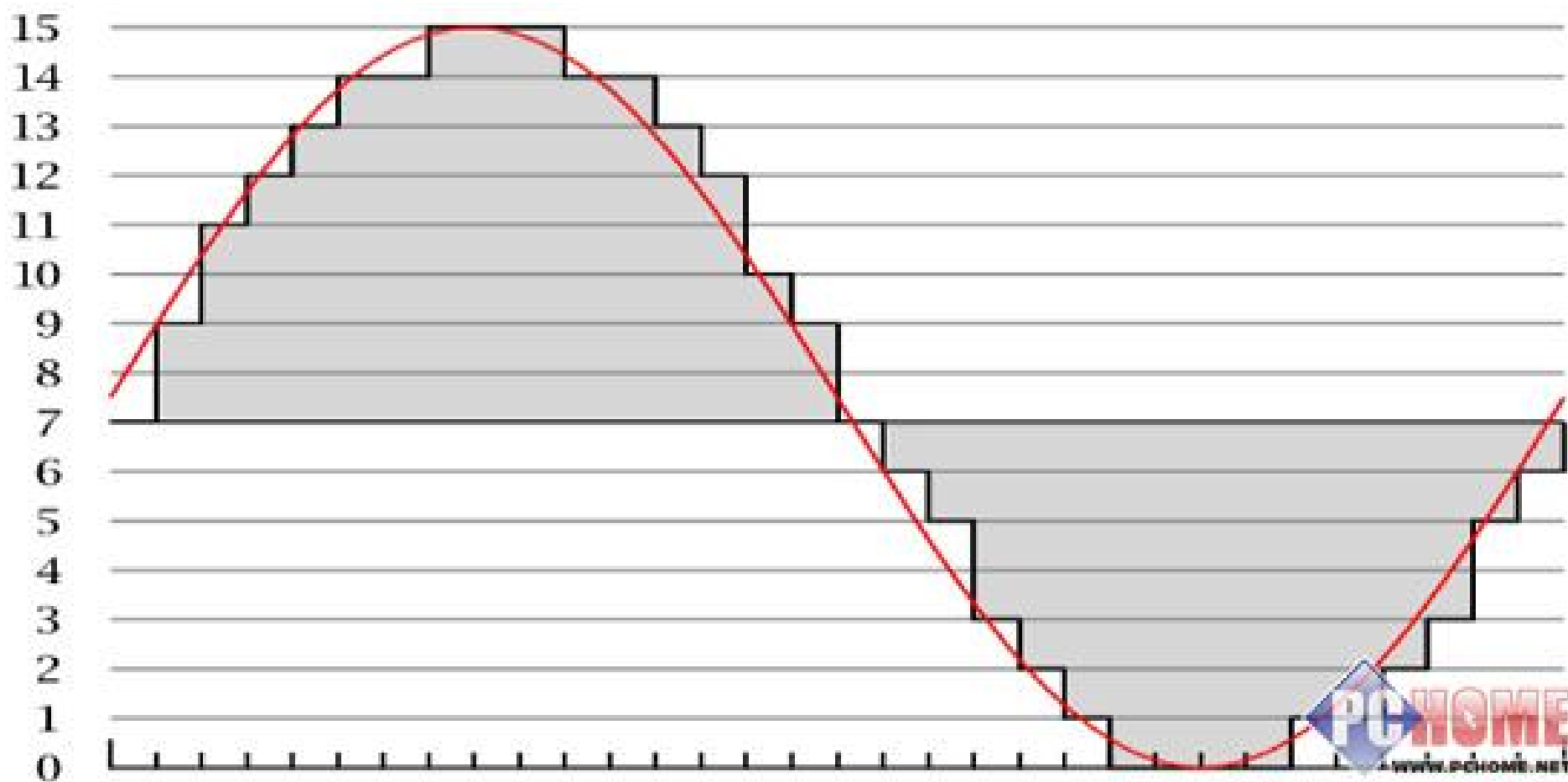
数理逻辑：研究推理、计算等逻辑问题，又称符号逻辑，是离散数学的重要内容，是计算机科学的基础。

数字逻辑：用二进制为基础的数字化技术解决逻辑问题。

## 数字信号和模拟信号



一图胜千言



请看下面两个问题：

(1) 今天去逛街，花了1000000元！

(2)  $1+1=2$  还是  $1+1=10$ ？

突然感觉从小就被骗了一样。

# 数制与编码

- 数制的权和基数

数制是进位记数制的简称。记数符号的个数称为基数。

常用进制：2、8、10、16

不同位置上的数码有不同的权值：

例如：8921

$$(8921)_{10} = (8 \times 10^3 + 9 \times 10^2 + 2 \times 10^1 + 1 \times 10^0)_{10}$$

进制数

系数

权值

表示方法：

1. 位置计数法： $(N)_r = (abcd.efg)$

2. 多项式或按展开式  $(N)_r = \sum_{i=-n}^{m-1} a_i R^i$

## 十进制计数

1. 基数为十（计数的符号个数）：0~9
2. 位权为： $10^i$

如果有m位整数，n位小数。则：

$$\begin{aligned} (S_{10}) &= a_{m-1}10^{m-1} + a_{m-2}10^{m-2} + \cdots + a_010^0 + a_{-1}10^{-1} + \cdots \\ &+ a_{-n}10^{-n} = \sum_{i=-n}^{m-1} a_i 10^i \quad (a_i = 0 \sim 9) \end{aligned}$$



## 二进制计数

1. 基数为二(计数的符号个数):0 ~ 1
2. 位权为 :  $2^i$

如果有m位整数 , n位小数。则 :

$$\begin{aligned}(S_2) &= a_{m-1}2^{m-1} + a_{m-2}2^{m-2} + \cdots + a_02^0 + a_{-1}2^{-1} + \cdots + a_{-n}2^{-n} \\ &= \sum_{i=-n}^{m-1} a_i 2^i \quad (a_i = 0 \sim 1)\end{aligned}$$

## 二进制数的特点

1. 二进制数只有0和1两个数码，故可以用晶体管的通、断或脉冲的有无来表示一位二进制数。
2. 二进制数运算规则简单，其特点是逢二进一，借一当二。

加法： $0 + 0 = 0$ ； $0 + 1 = 1$ ； $1 + 0 = 1$ ； $1 + 1 = 10$

减法： $0 - 0 = 0$ ； $0 - 1 = 1$ ； $1 - 0 = 1$ ； $1 - 1 = 0$

乘法： $0 \times 0 = 0$ ； $0 \times 1 = 0$ ； $1 \times 0 = 0$ ； $1 \times 1 = 1$

除法： $0 \div 1 = 0$ ； $1 \div 1 = 1$

# 数制转换

十进制	二进制	八进制	十六进制
0	0000	0	0
1	0001	1	1
2	0010	2	2
3	0011	3	3
4	0100	4	4
5	0101	5	5
6	0110	6	6
7	0111	7	7
8	1000	10	8

十进制	二进制	八进制	十六进制
9	1001	11	9
10	1010	12	A
11	1011	13	B
12	1100	14	C
13	1101	15	D
14	1110	16	E
15	1111	17	F
16	10000	20	10

# 数制转换

二进制 位数	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
权	$2^{10}$	$2^9$	$2^8$	$2^7$	$2^6$	$2^5$	$2^4$	$2^3$	$2^2$	$2^1$	$2^0$
十进制 表示	1024	512	256	128	64	32	16	8	4	2	1

二进制位 数	-1	-2	-3	-4	-5	-6
权	$2^{-1}$	$2^{-2}$	$2^{-3}$	$2^{-4}$	$2^{-5}$	$2^{-6}$
十进制表 示	0.5	0.25	0.125	0.0625	0.03125	0.015625

# 数制转换

二进制数  $(10101.01)_2$  按权值展开：

$$\begin{aligned} & (10101.01)_2 \\ &= (1 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0 + 0 \times 2^{-1} \\ &+ 1 \times 2^{-2})_{10} \end{aligned}$$

# 数制转换

## 二进制数和八进制数之间的转换

八进制的基数是2的幂，因此二进制和八进制的互换非常容易。二进制要转换为八进制时，只需要将其以小数点为中心，向两边每三位分成一组，不足三位时补0即可。

再把每三位二进制数对应的八进制数码写出即可。

将 $(11\ 101.110\ 1)_2$ 转换成八进制

解： 二进制数 $= (011\ 101.110\ 100)_2$

八进制数 $= (3\ 5\ .\ 6\ 4)_8$

# 数制转换

若要将八进制转换成二进制数，只要写出每八进制数码对应的二进制数，依次排好即可。

将 $(234.567)_8$ 转换成二进制数：

解： 八进制数 =  $(2 \quad 3 \quad 4 \quad . \quad 5 \quad 6 \quad 7)_8$

二进制数 =  $(010 \ 011 \ 100 \ . \ 101 \ 110 \ 111)_2$

# 数制转换

## 二进制数和十六进制之间的转换

用四位二进制数可表示0 ~ 15十六个16进制数。只需要将其以小数点为中心，向两边每四位分成一组，不足四位时补0即可。

将 $(1\ 1101.1101)_2$ 转换成十六进制数

解： 二进制数 $= (0001\ 1101.1101)_2$

十六进制 $= (1\ D .\ D)_{16}$

将 $(A\ F .\ 2\ 6)_{16}$ 转换成二进制

解： 十六进制数 $= (A\ F .\ 2\ 6)_{16}$

二进制数 $= (1010\ 1111.0010\ 0110)_2$



# 数制转换

非十进制数转换为十进制数

任何一个数都可用其权展开式表示为

$$(N)_r = \sum_{i=-m}^{n-1} a_i r^i$$

只需将一非十进制数按权展开相加求和即可。

将 $(11010.011)_2$ 转换成十进制数

$$\begin{aligned} \text{解：} (11010.011)_2 &= 1 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^0 + 0 \times 2^{-1} + 1 \times 2^{-2} + 1 \times 2^{-3} \\ &= 16 + 8 + 0 + 2 + 0 + 0.0 + 0.25 + 0.125 = (26.375)_{10} \end{aligned}$$

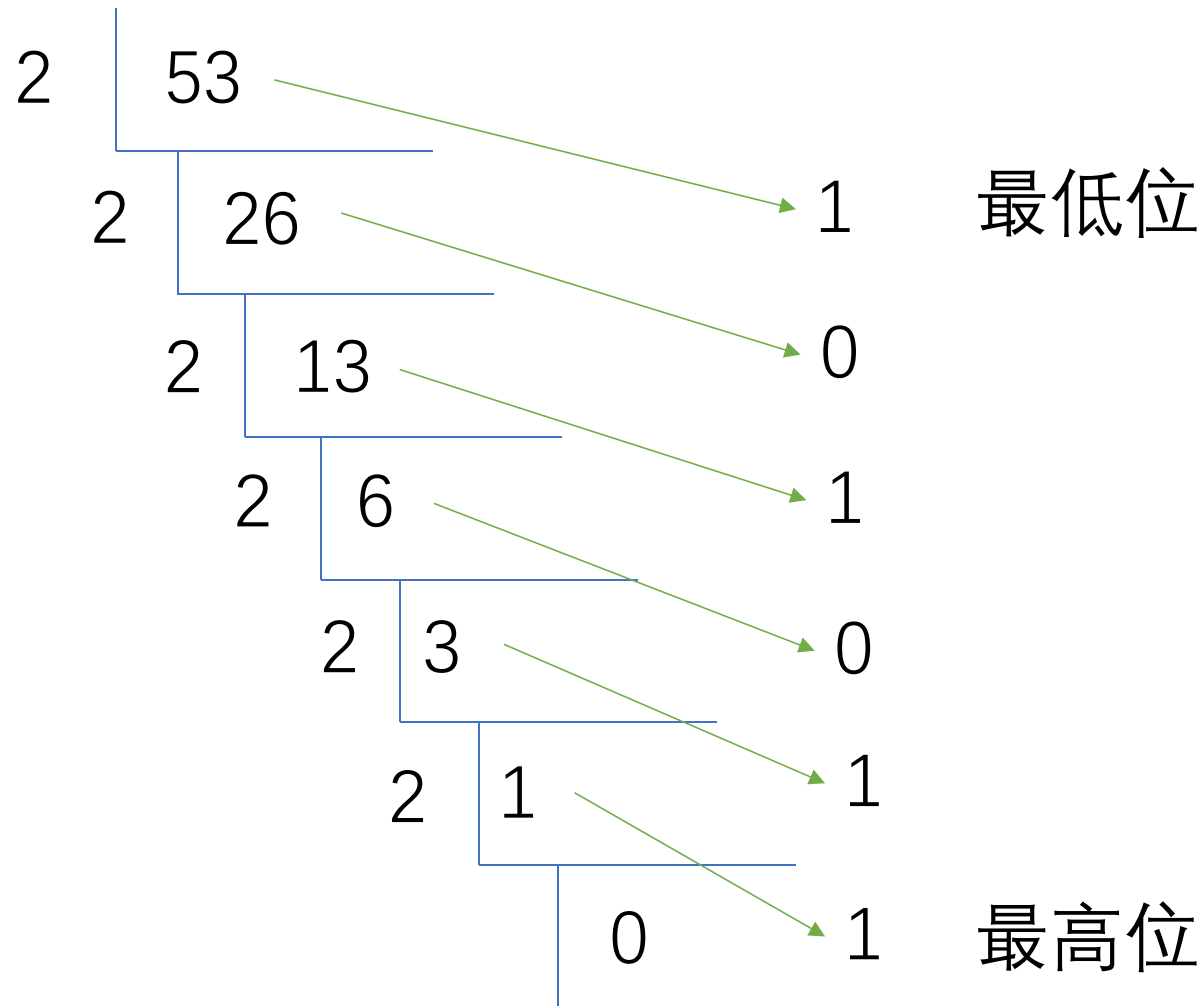
## 十进制数转换为非十进制数

### 1. 整数部分的转换——除权取余

转换采用**基数除法**。基数除法是用目的数制的基数去除十进制整数，第一次除所得的余数作为目的数的**最低位**，得到的商再除以该基数，所得的余数作为目的数的次低位，依次类推，直到商为0，所得的余数为目的数的**最高位**。

# 数制转换

将 $(53)_{10}$ 转换成二进制数



即： $(53)_{10} = (110101)_2$

# 数制转换

## 2. 小数部分的转换——乘权取整

小数部分的转换是采用**基数乘法**进行的。即：用该小数乘目的数制的基数，第一次乘的结果的整数部分为目的数小数的**最高位**，其小数部分再乘基数，所得结果的整数部分为目的数小数的**次高位**，依次类推，直到小数部分为0或达到要求精度为止

例：将 $(0.6875)_{10}$ 十进制小数转换成二进制数

解：

$$0.6875 \times 2 = 1.3750 \quad 1 \text{ 最高位}$$

$$0.3750 \times 2 = 0.75 \quad 0$$

$$0.750 \times 2 = 1.5 \quad 1$$

$$0.5 \times 2 = 1 \quad 1 \text{ 最低位}$$

$$\text{所以 } (0.6785)_{10} = (0.1011)_2$$

还有一种方法

当然，还有一种**野路子**.....

为什么要用编码？

计算机中所有的内容，都是二进制数。为了显示丰富的内容，就需要给除了二进制数的所有信息，进行编码。

例如：你输入一个字符A，其实电脑中并不存在A这个字符，那么如何表示A呢？最早的方式采用ASCII码。

# 编码方法

## ASCII表

( American Standard Code for Information Interchange 美国标准信息交换代码 )

高四位    低四位		ASCII控制字符												ASCII打印字符												
		0000						0001						0010	0011		0100	0101		0110		0111				
		0						1						2	3		4	5		6		7				
		十进制	字符	Ctrl	代码	转义 字符	字符解释	十进制	字符	Ctrl	代码	转义 字符	字符解释	十进制	字符	十进制	字符	十进制	字符	十进制	字符	十进制	字符	十进制	字符	Ctrl
0000	0	0		^@	NUL	\0	空字符	16	►	^P	DLE		数据链路转义	32		48	0	64	@	80	P	96	`	112	p	
0001	1	1	☺	^A	SOH		标题开始	17	◄	^Q	DC1		设备控制 1	33	!	49	1	65	A	81	Q	97	a	113	q	
0010	2	2	☹	^B	STX		正文开始	18	↕	^R	DC2		设备控制 2	34	"	50	2	66	B	82	R	98	b	114	r	
0011	3	3	♥	^C	ETX		正文结束	19	!!	^S	DC3		设备控制 3	35	#	51	3	67	C	83	S	99	c	115	s	
0100	4	4	♦	^D	EOT		传输结束	20	¶	^T	DC4		设备控制 4	36	\$	52	4	68	D	84	T	100	d	116	t	
0101	5	5	♣	^E	ENQ		查询	21	§	^U	NAK		否定应答	37	%	53	5	69	E	85	U	101	e	117	u	
0110	6	6	♠	^F	ACK		肯定应答	22	—	^V	SYN		同步空闲	38	&	54	6	70	F	86	V	102	f	118	v	
0111	7	7	●	^G	BEL	\a	响铃	23	↕	^W	ETB		传输块结束	39	'	55	7	71	G	87	W	103	g	119	w	
1000	8	8	◼	^H	BS	\b	退格	24	↑	^X	CAN		取消	40	(	56	8	72	H	88	X	104	h	120	x	
1001	9	9	◯	^I	HT	\t	横向制表	25	↓	^Y	EM		介质结束	41	)	57	9	73	I	89	Y	105	i	121	y	
1010	A	10	◼	^J	LF	\n	换行	26	→	^Z	SUB		替代	42	*	58	:	74	J	90	Z	106	j	122	z	
1011	B	11	♂	^K	VT	\v	纵向制表	27	←	^[	ESC	\e	溢出	43	+	59	;	75	K	91	[	107	k	123	{	
1100	C	12	♀	^L	FF	\f	换页	28	└	^\	FS		文件分隔符	44	,	60	<	76	L	92	\	108	l	124		
1101	D	13	♪	^M	CR	\r	回车	29	↔	^]	GS		组分分隔符	45	-	61	=	77	M	93	]	109	m	125	}	
1110	E	14	🎵	^N	SO		移出	30	▲	^^	RS		记录分隔符	46	.	62	>	78	N	94	^	110	n	126	~	
1111	F	15	🎵	^O	SI		移入	31	▼	^-	US		单元分隔符	47	/	63	?	79	O	95		111	o	127	␣	^Backspace 代码: DEL

注：表中的ASCII字符可以用“Alt + 小键盘上的数字键”方法输入。

2013/08/08



# 编码方法

此外，编码还被用在信息安全领域。

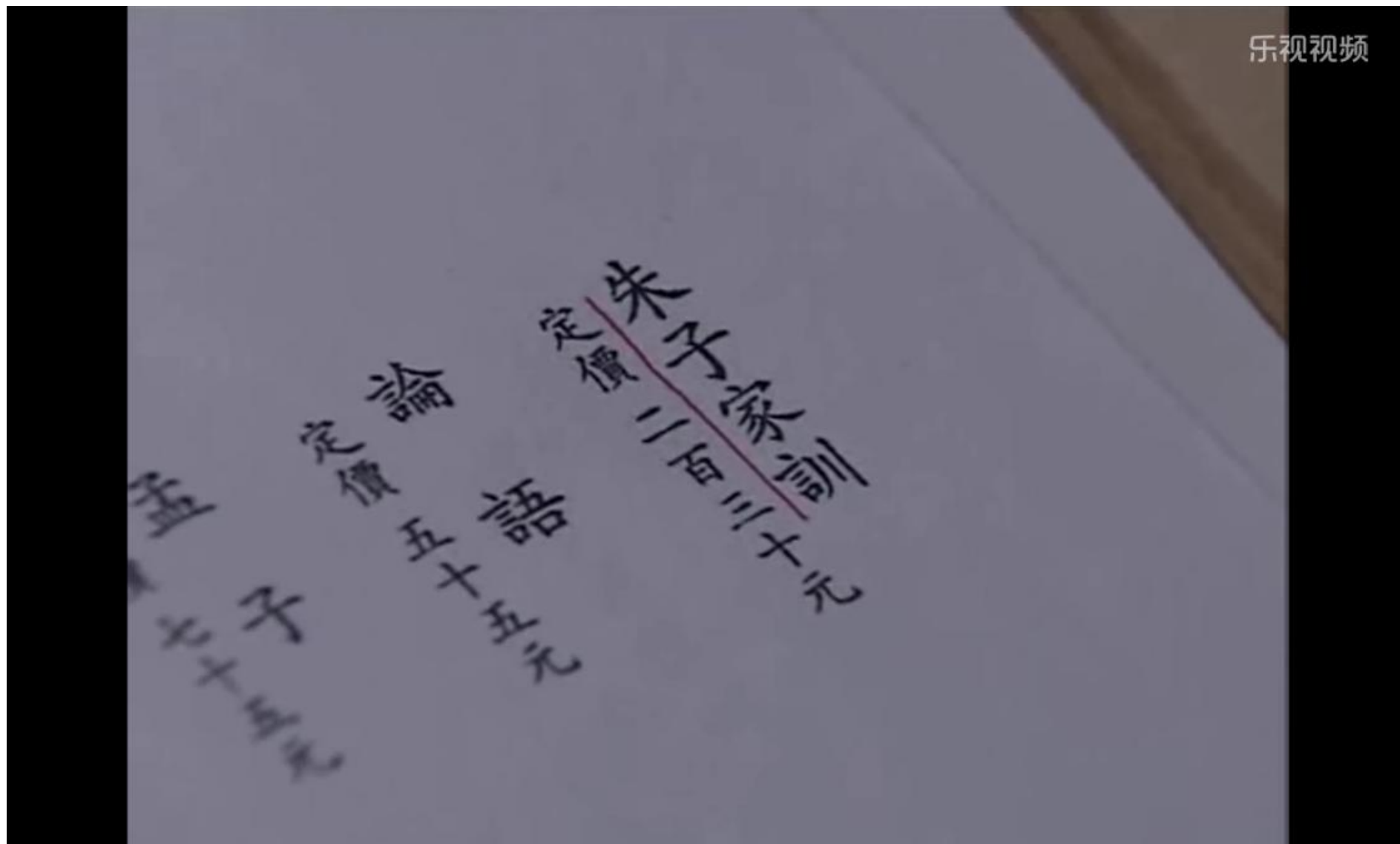


电视剧《潜伏》03集，12：14 资料来源：乐视视频



# 编码方法

此外，编码还被用在信息安全领域。



电视剧《潜伏》14集，02:10 资料来源：乐视视频

# 编码方法

此外，编码还被用在信息安全领域。



电视剧《潜伏》14集，02：16 资料来源：乐视视频

# 编码方法

此外，编码还被用在信息安全领域。



掌柜的 有汇文版的朱子家训吗

电视剧《潜伏》14集，18：22 资料来源：乐视视频

# 编码方法

此外，编码还被用在信息安全领域。



电视剧《潜伏》25集，16：35 资料来源：乐视视频



# 编码方法

此外，编码还被用在信息安全领域。



电视剧《潜伏》25集，16：41 资料来源：乐视视频

# 二进制编码方法

- 需要4位二进制数
  - 自然编码
  - 8421码
  - 2421码
  - 余三码
  - 格雷码
  - 奇偶校验码

# 二进制编码方法

编码种类 十进制数	有权码					无权码
	8421 码	2421 码	5421 码	5121 码	1215 码	余三码
0	0000	0000	0000	0000	0000	0011
1	0001	0001	0001	0001	0010	0100
2	0010	0010	0010	0010	0100	0101
3	0011	0011	0011	0110	0110	0110
4	0100	0100	0100	0111	1110	0111
5	0101	1011	1000	1000	0001	1000
6	0110	1100	1001	1100	0011	1001
7	0111	1101	1010	1010	1011	1010
8	1000	1110	1011	1011	1101	1011
9	1001	1111	1100	1111	1111	1100

# 二进制编码方法

$B_3$	$B_2$	$B_1$	$B_0$	$G_3$	$G_2$	$G_1$	$G_0$
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	0	0	1
0	0	1	0	0	0	1	1
0	0	1	1	0	0	1	0
0	1	0	0	0	1	1	0
0	1	0	1	0	1	1	1
0	1	1	0	0	1	0	1
0	1	1	1	0	1	0	0
1	0	0	0	1	1	0	0
1	0	0	1	1	1	0	1
1	0	1	0	1	1	1	1
1	0	1	1	1	1	1	0
1	1	0	0	1	0	1	0
1	1	0	1	1	0	1	1
1	1	1	0	1	0	0	1
1	1	1	1	1	0	0	0



## 二进制编码方法

十进制数	8421 奇 校 验 码		8421 偶 校 验 码	
	信 息 码	校 验 码	信 息 码	校 验 码
0	0 0 0 0	1	0 0 0 0	0
1	0 0 0 1	0	0 0 0 1	1
2	0 0 1 0	0	0 0 1 0	1
3	0 0 1 1	1	0 0 1 1	0
4	0 1 0 0	0	0 1 0 0	1
5	0 1 0 1	1	0 1 0 1	0
6	0 1 1 0	1	0 1 1 0	0
7	0 1 1 1	0	0 1 1 1	1
8	1 0 0 0	0	1 0 0 0	1
9	1 0 0 1	1	1 0 0 1	0