专业年级 ________ 学号 ________ 姓名 ________ 授课教师 ________

题号	一	二	三	四	总分
分数					
评阅人					

一、填空题（每小题 3 分共 18 分）

1. 已知 $z=\ln(\sqrt{x}+\sqrt{y})$，则 $x\dfrac{\partial z}{\partial x}+y\dfrac{\partial z}{\partial y}=$ ________.

2. 已知函数 $z=z(x,y)$ 由方程 $z=e^{2x-3z}+2y$ 确定，则 $3\dfrac{\partial z}{\partial x}+\dfrac{\partial z}{\partial y}=$ ________.

3. 函数 $u=\dfrac{1}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}$ 在点 $(1,1,1)$ 处的梯度 $gradu=$ ________.

4. 过直线 $L:\begin{cases}2x+y=4\\ y+2z=0\end{cases}$ 及点 $(2,-1,-1)$ 的平面方程为 ________.

5. 极限 $\lim\limits_{\substack{x\to\infty\\ y\to 2}}(1+\dfrac{1}{xy})^{\frac{x^2}{x+y^2}}=$ ________.

6. 曲面 $e^z-z^2+xy=3$ 在点 $(2,1,0)$ 处的切平面方程为 ________.

二、选择题（每小题 4 分共 16 分）

1. 函数 $f(x,y)=\begin{cases}xy\dfrac{x^2-y^2}{x^2+y^2}, & x^2+y^2\neq 0\\ 0, & x^2+y^2=0,\end{cases}$ 在点 $(0,0)$ 处（　　）.

(A) 不连续；　(B) 连续但偏导数不存在；

(C) 偏导数存在但不可微；　(D) 可微.

2. 函数 $u=\dfrac{1}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}$ 在点 $(1,1,1)$ 处最大方向导数为（　　）.

授课教师		命题教师或命题负责人签字	《高等微积分 A》课程组	院系负责人签字	年 月 日

装　订　线

(A) $\frac{1}{2}$； (B) $\frac{1}{\sqrt{3}}$； (C) 1； (D) $\frac{1}{3}$.

3. 设D由$x^2+y^2=2y$围成的圆域，则二重积分$I=\iint\limits_D x^2dxdy=$（　　　）.

(A) 2π； (B) $\frac{\pi}{4}$； (C) π； (D) $\frac{\pi}{2}$.

4. 圆弧$r=1$以外而圆弧$r=2\cos\theta$以内的图形的面积等于（　　　）.

(A) $\frac{\pi}{6}+\frac{1}{2}$； (B) $\frac{\pi}{3}-\frac{\sqrt{3}}{2}$； (C) $\frac{\pi}{6}-\frac{1}{2}$； (D) $\frac{\pi}{3}+\frac{\sqrt{3}}{2}$.

三、计算题（共66分）

1. (10分) 已知$f(u,v)$有二阶连续偏导数且$z=f(x,\frac{x}{y})$，求$\frac{\partial z}{\partial x},\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$.

2. (10分) 设$x+y+z=0$，$x^2+y^2+z^2=1$确定隐函数$x=x(z)$与$y=y(z)$，求$\frac{dx}{dz},\frac{dy}{dz}$.

3. (10分) 已知f可微且$f(0)=0,f'(0)=1$，求极限

$$I=\lim_{t\to0^+}\frac{1}{t^3}\iint\limits_{x^2+y^2\le t^2}f(\sqrt{x^2+y^2})dxdy.$$

4. (9分) 求抛物面$z=\frac{1}{2}(x^2+y^2)$在$0\le z\le2$之间部分的面积.

5. (9分) 设Ω是由曲面$x^2+y^2=z^2$与平面$z=1$所围区域，计算三重积分：

$$I=\iiint\limits_\Omega\sqrt{x^2+y^2}\,dv.$$

6. (9分) 设Ω：$\begin{cases}x^2+y^2+z^2\le R^2,\\ z\ge0.\end{cases}$，计算三重积分

$$I=\iiint\limits_\Omega(3x+4y+3z^2)dv.$$

7. (9分) 求曲线L：$\begin{cases}\frac{x}{3}+\frac{y}{4}+\frac{z}{5}=1\\ x^2+y^2=1\end{cases}$上与$xoy$坐标平面距离最近的点.

2011春季高数Ⅱ-2期中

一. 1. $\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2-y^2}}$ 2. $\dfrac{f_1'}{1+f_1'+f_2'}dx+\dfrac{f_2'}{1+f_1'+f_2'}dy$ 3. $\int_0^1 dy\int_{y^2}^{y} f(x,y)dx$

4. 2 5. e 6. $x+2y-4=0$

二. 1. C 2. B 3. D 4. A 5. B (选项B应为 $\int_{-\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{3}} d\theta\int_1^{2\cos\theta} r dr$)

三. 1. $\dfrac{\partial u}{\partial y}=xf_2'+xzf_3'$, $\dfrac{\partial u}{\partial z}=xyf_3'$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}=\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial u}{\partial z}\right)=\frac{\partial}{\partial z}(xyf_3')=xy\frac{\partial f_3'}{\partial z}=xyf_{33}''\cdot xy=x^2y^2f_{33}''.$$

2. 等式两边对z求导得

$$\begin{cases}\dfrac{dx}{dz}+\dfrac{dy}{dz}+1=0\\ 2x\dfrac{dx}{dz}+2y\dfrac{dy}{dz}+2z=0\end{cases} \quad 即 \quad \begin{cases}\dfrac{dx}{dz}+\dfrac{dy}{dz}=-1\\ x\dfrac{dx}{dz}+y\dfrac{dy}{dz}=-z\end{cases}$$

$$\frac{dx}{dz}=\frac{\begin{vmatrix}-1 & 1\\ -z & y\end{vmatrix}}{\begin{vmatrix}1 & 1\\ x & y\end{vmatrix}}=\frac{z-y}{y-x},\quad \frac{dy}{dz}=\frac{\begin{vmatrix}1 & -1\\ x & -z\end{vmatrix}}{\begin{vmatrix}1 & 1\\ x & y\end{vmatrix}}=\frac{x-z}{y-x}.$$

3. 在平面π: $3x+4y-z=26$上任取一点(x,y,z)，它到原点的距离为

$$d=\sqrt{x^2+y^2+z^2}$$

令 $L(x,y,z,\lambda)=x^2+y^2+z^2+\lambda(3x+4y-z-26)$

$$由\begin{cases}\dfrac{\partial L}{\partial x}=2x+3\lambda=0\\ \dfrac{\partial L}{\partial y}=2y+4\lambda=0\\ \dfrac{\partial L}{\partial z}=2z-\lambda=0\\ \dfrac{\partial L}{\partial \lambda}=3x+4y-z-26=0\end{cases}$$ 得 $x=3$, $y=4$, $z=-1$, $\lambda=-2$

$\therefore(3,4,-1)$就是所求点.