证明： 先证：$R \restriction B$ 是反自反的。

$$
\begin{aligned}
& \forall x \\
& x \in B \\
\Longrightarrow\ & x \in A && (B \subseteq A) \\
\Longrightarrow\ & \langle x,x\rangle \notin R && (\text{R是反自反的}) \\
\Longleftrightarrow\ & \neg\langle x,x\rangle \in R && (\notin \text{定义}) \\
\Longrightarrow\ & \neg\langle x,x\rangle \in R \vee \neg\langle x,x\rangle \in B \times B && (\text{命题逻辑附加律}) \\
\Longleftrightarrow\ & \neg(\langle x,x\rangle \in R \wedge \langle x,x\rangle \in B \times B) && (\text{命题逻辑德·摩根律}) \\
\Longleftrightarrow\ & \neg(\langle x,x\rangle \in R \cap B \times B) && (\text{集合交定义}) \\
\Longleftrightarrow\ & \neg(\langle x,x\rangle \in R \restriction B) && (R \restriction B \text{ 定义}) \\
\Longleftrightarrow\ & \langle x,x\rangle \notin R \restriction B && (\notin \text{定义})
\end{aligned}
$$

再证：$R \restriction B$ 是传递的。

$$
\begin{aligned}
& \forall x,y,z \\
& \langle x,y\rangle \in R \restriction B \wedge \langle y,z\rangle \in R \restriction B \\
\Longleftrightarrow\ & \langle x,y\rangle \in R \cap B \times B \wedge \langle y,z\rangle \in R \cap B \times B && (R \restriction B \text{ 定义}) \\
\Longleftrightarrow\ & \langle x,y\rangle \in R \wedge \langle x,y\rangle \in B \times B \wedge \\
& \langle y,z\rangle \in R \wedge \langle y,z\rangle \in B \times B && (\text{集合交定义}) \\
\Longleftrightarrow\ & \langle x,y\rangle \in R \wedge x \in B \wedge y \in B \wedge \\
& \langle y,z\rangle \in R \wedge y \in B \wedge z \in B && (\text{卡氏积定义}) \\
\Longleftrightarrow\ & \langle x,y\rangle \in R \wedge \langle y,z\rangle \in R \wedge x \in B \wedge y \in B \wedge z \in B && (\text{命题逻辑交换律、幂等律}) \\
\Longrightarrow\ & \langle x,z\rangle \in R \wedge x \in B \wedge y \in B \wedge z \in B && (R \text{ 是传递的}) \\
\Longrightarrow\ & \langle x,z\rangle \in R \wedge x \in B \wedge z \in B && (\text{命题逻辑化简律}) \\
\Longleftrightarrow\ & \langle x,z\rangle \in R \wedge \langle x,z\rangle \in B \times B && (\text{卡氏积定义}) \\
\Longleftrightarrow\ & \langle x,z\rangle \in R \restriction B && (R \restriction B \text{ 定义})
\end{aligned}
$$

综上所述，可知 $R \restriction B$ 是拟序关系。 □

(2)

证明： 先证：$R \restriction B$ 是自反的。

$$
\begin{aligned}
& \forall x \\
& x \in B \\
\Longleftrightarrow\ & x \in B \wedge x \in B && (\text{命题逻辑幂等律}) \\
\Longrightarrow\ & x \in A \wedge x \in B && (B \subseteq A) \\
\Longrightarrow\ & \langle x,x\rangle \in R && (\text{R是自反的}) \\
\Longleftrightarrow\ & \langle x,x\rangle \in R \wedge \langle x,x\rangle \in B \times B && (\text{卡氏积定义}) \\
\Longleftrightarrow\ & \langle x,x\rangle \in R \cap B \times B && (\text{集合交定义}) \\
\Longleftrightarrow\ & \langle x,x\rangle \in R \restriction B && (R \restriction B \text{ 定义})
\end{aligned}
$$

再证：$R \restriction B$ 是反对称的。

$\forall x,y$