(3) $\langle \operatorname{seg} a, \prec_A^0 \rangle \cong \langle B, \prec_B \rangle, a \in A$.
其中，$\prec_A^0$，$\prec_B^0$ 分别为 $\prec_A$ 在 $\operatorname{seg} a$ 上的限制和 $\prec_B$ 在 $\operatorname{seg} b$ 上的限制.

定理 6.8 设 $\prec$ 为集合 A 上的良序，则惟一存在一个以 A 为定义域的函数 E，使得对于任意的 $t \in A$，$E(t) = \operatorname{ran}(E \upharpoonright \operatorname{seg} t) = \{E(x) \mid x \prec t\}$.

定理 6.9 设 $\langle A, \prec \rangle$ 为良序集，E 为前段值域函数，α 是 $\langle A, \prec \rangle$ 的 $\in$-象，则
(1) $\forall t \in A, E(t) \notin E(t)$;

(2) E 为 A 与 α 之间的双射函数;

(3) $\forall s, t \in A, s \prec t \Leftrightarrow E(s) \in E(t)$;

(4) $\alpha = \operatorname{ran} E$ 是传递集.

定理 6.10 两个良序集是同构的当且仅当它们具有相同的 $\in$-象.

定理 6.11 同构的良序集具有相同的序数.

定理 6.12 设 α 按属于关系是良序的，并且 α 是传递集，则 α 是一个序数(即，α 是 $\langle \alpha, \in_\alpha \rangle$ 的 $\in$-象).

定理 6.13 设 α, β, γ 为三个序数，则
(1) α 的元素为序数(即任何序数的元素还是序数);

(2) $\alpha \notin \alpha$ (反自反性);

(3) $\alpha \in \beta \wedge \beta \in \gamma$，则 $\alpha \in \gamma$ (传递性);

(4) $\alpha \in \beta, \alpha = \beta, \beta \in \alpha$ 有且仅有一式成立(序数之间具有三歧性);

(5) 由序数构成的非空集，按属于关系有最小元.

定理 6.14 设 α, β 为任意两个序数，$\alpha < \beta, \alpha = \beta, \alpha > \beta$，三式有且仅有一式成立.

定理 6.15
(1) 任何以序数为元素的传递集合是序数;

(2) 0 是序数;

(3) 若 α 是序数，则 $\alpha^+ = \alpha \cup \{\alpha\}$ 为序数;

(4) 若集合 A 是以序数为元素的集合，则 $\cup A$ 为序数.

定理 6.16
(1) 一切自然数都序数.

(2) 自然数集合 $\mathbb{N}$ 是序数(当 $\mathbb{N}$ 作为序数时，将它记为 ω)，$\omega, \omega^+, \omega^{++}, \omega^{+++}, \cdots$ 是序数.

(3) 设 A 是以序数为元素的集合，则 $\cup A$ 为 A 的关于属于等于关系的最小上界.

(4) 设 α 为一序数，则 α^+ 是大于 α 的最小序数.

(5) 设 α 为一序数，则 $\alpha = \{x \mid x \text{ 是序数 } \wedge x < \alpha\}$.

定理 6.17 (Hartogs 定理) 对于任何集合 A，都存在序数 α，使得 $A \preccurlyeq\cdot\, \alpha$.

定理 6.18 (良序定理) 对于任意的集合 A，都存在 A 上的良序.

定理 6.19 (命数定理) 对于任何集合 A，都存在序数 α，使得 $A \approx \alpha$.

定理 6.20
(1) 对于任意的集合 A 和 B，$\operatorname{card} A = \operatorname{card} B \Leftrightarrow A \approx B$;

(2) 对于任意的有穷集合 A，$\operatorname{card} A$ 是与 A 等势的惟一的自然数.