考试说明：本课程为闭卷考试，满分为：100 分。

题号	一	二	三	四	总分
得分					

一、填空题（每小题 3 分，共 27 分）

1. 极限 $\lim\limits_{\substack{x\to\infty \\ y\to 2}}\left(1+\dfrac{1}{x^2+y^2}\right)^{2x^2}=$____________.

2. 交换积分次序：$\int_1^e dx\int_0^{\ln x} f(x,y)dy=$__________________________.

3. 已知 $z=\dfrac{1}{\sqrt{x^2+y^2}}$，则 $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x^2}+\dfrac{\partial^2 z}{\partial y^2}=$____________.

4. 函数 $f(x,y,z)=x^2y^2z$ 点 $(1,2,1)$ 处的梯度 $gradf=$____________.

5. 函数 $r=\sqrt{x^2+y^2+z^2}$ 点 $P(1,1,1)$ 处沿 $\vec{l}=\{1,1,1\}$ 方向的方向导数

   $\dfrac{\partial r}{\partial l}=$____________.

6. $f(x,y)=\sqrt{x^2+y^2}$ 在点 $(0,0)$ 处沿任意方向的方向导数为_________.

7. 函数 $f(x,y)=x^3-4x^2+2xy-y^2$ 的极大值为_________.

8. 函数 $z=2x-y$ 在以 $A(1,0)$，$B(0,1)$，$C(-1,0)$ 为顶点的闭三角形区域 D 上的最大值为_________.

9. 设 D：$x^2+y^2\le 1$，则二重积分 $I=\iint\limits_D (x^2+\sin y^5)d\sigma=$______.

装 订 线

二、完成下列各题（每小题 9 分，共 63 分）

1．已知 $f(u,v)$ 有二阶连续偏导数且 $z=f(xy,e^y)$，求 $\dfrac{\partial^2 z}{\partial y \partial x}$.

2．求空间曲线 Γ：$\begin{cases} x^2+2y^2+z^2=10 \\ x+y+z=4 \end{cases}$ 在点 $(1,2,1)$ 处的切线方程.

3. 求马鞍面 $z=xy$ 被柱面 $x^2+y^2=1$ 所截部分的面积.

4. 计算三重积分：$I=\iiint\limits_{\Omega} x^2 dv$，其中 Ω：$\begin{cases} x^2+y^2 \le 1 \\ 0 \le z \le 1 \end{cases}$.

5. 求空间立体 Ω：$x^2+y^2+z^2 \le 1$ 的质量，已知 Ω 的密度为 $\rho(x,y,z)=x^2+y^2$.

6. 计算第一类曲线积分：$I=\oint\limits_C (x^2+2y^2)ds$，其中 C：$x^2+y^2=1$.

7. 计算第一类曲面积分：$I=\iint\limits_S xyzdS$，其中 S 为平面 $x+y+z=1$ 被三个坐标平面所截第一卦限部分.

三、 证明题（共 10 分）

设函数 $f(u,v)$ 可微，证明曲面 S：$f(x-z,y-2z)=0$ 上任一点处的切平面与某一定直线平行.