

- (3)  $\{2, 3, 4, 5\}$ ;  
 (4)  $\{2, 3, 4, 5\}$ ;  
 (5)  $\{\emptyset, \{4\}\}$ ;  
 (6)  $\{\{1\}, \{1, 4\}\}$ 。

### 1.9

- (1)  $\{-7, -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 12, 15, 16, 18, 21, 24, 27, 30, 32, 64\}$ ;  
 (2)  $\emptyset$ ;  
 (3)  $\{-7, -6, -5, -4, -3, -2, -1, 4, 5\}$ ;  
 (4)  $\{-7, -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 3, 4, 5, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30\}$ 。

**1.10** 因为  $\mathcal{P}(A) = \{\emptyset, \{a\}\}$ ,  $\mathcal{PP}(A) = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{a\}\}, \{\emptyset, \{a\}\}\}$ , 故 (1), (2), (4), (5) 成立, 其余不成立。

### 1.11

证明: 必要性:

若  $A - B = A$ , 则有:

$$\begin{aligned}
 A \cap B &= (A - B) \cap B && (A - B = A) \\
 &= (A \cap \sim B) \cap B && (\text{补交转换律}) \\
 &= A \cap (\sim B \cap B) && (\text{结合律}) \\
 &= A \cap \emptyset && (\text{矛盾律}) \\
 &= \emptyset && (\text{零律})
 \end{aligned}$$

充分性:

若  $A \cap B = \emptyset$ , 则有:

$$\begin{aligned}
 A &= A \cap E && (\text{同一律}) \\
 &= A \cap (B \cup \sim B) && (\text{排中律}) \\
 &= (A \cap B) \cup (A \cap \sim B) && (\text{分配律}) \\
 &= \emptyset \cup (A \cap \sim B) && (A \cap B = \emptyset) \\
 &= A \cap \sim B && (\text{同一律}) \\
 &= A - B && (\text{补交转换律})
 \end{aligned}$$

综合得:  $A - B = A \Leftrightarrow A \cap B = \emptyset$ 。 □

### 1.12 先证一个引理:

**引理 1.1** 对任意集合  $A$  和  $B$ , 有  $A - B = \emptyset \Leftrightarrow A \subseteq B$ 。

证明:

$$\begin{aligned}
 A - B = \emptyset &\Leftrightarrow \neg \exists x(x \in (A - B)) && (\emptyset \text{ 定义}) \\
 &\Leftrightarrow \forall x \neg(x \in (A - B)) && (\text{量词否定等值式}) \\
 &\Leftrightarrow \forall x \neg(x \in A \wedge x \notin B) && (\text{相对补定义}) \\
 &\Leftrightarrow \forall x \neg(x \in A \wedge \neg x \in B) && (\notin \text{ 定义}) \\
 &\Leftrightarrow \forall x(\neg x \in A \vee x \in B) && (\text{命题逻辑德·摩根律}) \\
 &\Leftrightarrow \forall x(x \in A \rightarrow x \in B) && (\text{蕴涵等值式}) \\
 &\Leftrightarrow A \subseteq B && (\text{子集关系定义})
 \end{aligned}$$