(3) $\{\{\varnothing\},\{\{\varnothing\}\}\}$。

1.18

(1) $\{\varnothing,1,2,3\}$；

(2) $\varnothing$；

(3) $\varnothing$；

(4) $\varnothing$。

1.19

(1) $A\cup B$；

(2) A；

(3) B。

1.20 先证两个引理。

引理 1.4 对任意集合 A,B,C,D，有 $A\subseteq B\wedge C\subseteq D\Rightarrow A\cup C\subseteq B\cup D$

证明: $\forall x$，

$$\begin{aligned}
x\in A\cup C &\iff x\in A\vee x\in C && \text{(集合并定义)}\\
&\iff (x\in A\vee x\in C)\wedge\\
&\qquad (x\in A\to x\in B\wedge x\in C\to x\in D) && \text{(前提、子集关系定义)}\\
&\implies x\in B\vee x\in D && \text{(构造性二难)}\\
&\iff x\in B\cup D && \text{(集合并定义)}
\end{aligned}$$

□

引理 1.5 对任意集合 A,B,C,D，有 $A\subseteq B\wedge C\subseteq D\Rightarrow A\cap C\subseteq B\cap D$

证明: $\forall x$，

$$\begin{aligned}
x\in A\cap C &\iff x\in A\wedge x\in C && \text{(集合交定义)}\\
&\implies x\in B\wedge x\in C && \text{(前提、子集关系定义)}\\
&\implies x\in B\wedge x\in D && \text{(前提、子集关系定义)}\\
&\iff x\in B\cap D && \text{(集合交定义)}
\end{aligned}$$

□

再证原题。

证明:

$$\begin{aligned}
A &= A\cap E && \text{(同一律)}\\
&= A\cap(C\cup\sim C) && \text{(排中律)}\\
&= (A\cap C)\cup(A\cap\sim C) && \text{(分配律)}\\
&\subseteq (B\cap C)\cup(B\cap\sim C) && \text{(题设、引理 1.4)}\\
&= B\cap(C\cup\sim C) && \text{(分配律)}\\
&= B\cap E && \text{(排中律)}\\
&= B && \text{(同一律)}
\end{aligned}$$

□

1.21

(1) 答：$A\cap B=A$ 当且仅当 $A\subseteq B$。