第二章　二元关系

2.1　$\langle a,b,c\rangle=\langle\langle a,b\rangle,c\rangle=\{\{\{\{a\},\{a,b\}\}\},\{\{\{a\},\{a,b\}\},c\}\}$。

2.2

(1) $\langle a,b\rangle\cup\langle c,d\rangle=\{\{a\},\{a,b\}\}\cup\{\{c\},\{c,d\}\}=\{\{a\},\{a,b\},\{c\},\{c,d\}\}$；

(2) $\langle a,b\rangle\cap\langle c,d\rangle=\{\{a\},\{a,b\}\}\cap\{\{c\},\{c,d\}\}=\varnothing$；

(3) $\langle a,b\rangle\oplus\langle c,d\rangle=\{\{a\},\{a,b\}\}\oplus\{\{c\},\{c,d\}\}=\{\{a\},\{a,b\},\{c\},\{c,d\}\}$；

(4) $\cap\,\langle a,b\rangle=\cap\{\{a\},\{a,b\}\}=\{a\}\cap\{a,b\}=\{a\}$；

(5) $\cap\,\{\langle a,b\rangle\}=\langle a,b\rangle=\{\{a\},\{a,b\}\}$；

(6) $\cap\,\langle a,b,c\rangle=\cap\langle\langle a,b\rangle,c\rangle=\{\langle a,b\rangle\}=\{\{\{a\},\{a,b\}\}\}$；

(7) $\cap\cap\{\langle a,b\rangle\}=\cap\langle a,b\rangle=\{a\}$；

(8) $\cap\cap\cap\,\{\langle a,b\rangle\}^{-1}=\cap\cap\cap\{\langle b,a\rangle\}=\cap\cap\,\langle b,a\rangle=\cap\{b\}=b$。

2.3　不成立。

$\langle a,\langle b,c\rangle\rangle=\{\{a\},\{a,\{\{b\},\{b,c\}\}\}\}\neq\langle a,b,c\rangle=\{\{\{\{a\},\{a,b\}\}\},\{\{\{a\},\{a,b\}\},c\}\}$。

2.4　因为 $\langle\varnothing,\varnothing\rangle=\{\{\varnothing\},\{\varnothing,\varnothing\}\}=\{\{\varnothing\}\}$，$\langle a,\{a\}\rangle=\{\{a\},\{a,\{a\}\}\}$，故 (3), (5), (7) 成立，其余不成立。

2.5

(1) $A=\varnothing\vee B=\varnothing$；

(2) $A=B\vee A=\varnothing\vee B=\varnothing$；

(3) $A=\varnothing\vee B=\varnothing\vee C=\varnothing$。

2.6

(1)

证明:

$$
\begin{aligned}
&\forall x,y\\
&\langle x,y\rangle\in(A\times C)\cup(B\times D)\\
\Longleftrightarrow\ &(x\in A\wedge y\in C)\vee(x\in B\wedge y\in D) && \text{(卡氏积定义、集合并定义)}\\
\Longleftrightarrow\ &(x\in A\vee x\in B)\wedge(x\in A\vee y\in D)\wedge\\
&(y\in C\vee x\in B)\wedge(y\in C\vee y\in D) && \text{(命题逻辑分配律)}\\
\Longrightarrow\ &(x\in A\vee x\in B)\wedge(y\in C\vee y\in D) && \text{(命题逻辑化简律)}\\
\Longleftrightarrow\ &x\in(A\cup B)\times(C\cup D) && \text{(集合并定义、卡氏积定义)}
\end{aligned}
$$

故有：$(A\times C)\cup(B\times D)\subseteq(A\cup B)\times(C\cup D)$。 □