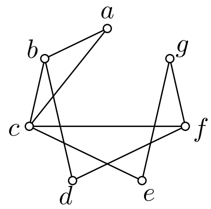
$\Gamma = v_{i_{j+1}} \cdots v_{i_k} v_{i_1} \cdots v_{i_j} v_s$ 是一条长度为 k 的路径，而从 C 中删除 $(v_{i_j}, v_{i_{j+1}})$ 后，得到的只是一条长度为 $k-1$ 的路径 $\Gamma' = v_{i_{j+1}} \cdots v_{i_k} v_{i_1} \cdots v_{i_j}$，不是 G 中的最长路径。矛盾。 □

8.11 构造以 $\{a,b,c,d,e,f,g\}$ 中顶点集的无向图，在能互相交谈的人所对应的顶点间添加边，得到下图：



易见，$C = abdfgec$ 是一个哈密顿回路，从而按此方式安排座位可以使每个人都能与他身边的人交谈。

8.12 建立一个有 $2k$ 个顶点的无向图 $G = \langle V, E\rangle$，其中 $V = \{v_1, v_2, \cdots, v_{2k}\}$ 中每个顶点对应一个人，在能组成小组的人之间加入边。由于 $k \geq 2$，所以 $|G| = 2k \geq 4$。由题设，对任意 $v_i \in V$，有 $d(v_i) = k$。由教材定理 8.7 推论 2 可知，G 中存在哈密顿回路 $C = v_{i_1} v_{i_2} \cdots v_{i_{2k}}$。对所有 $j = 1, 2, \cdots, k$，将 $v_{i_{2j-1}}$ 和 $v_{i_{2j}}$ 分在一组，则可以组成 k 个小组，每个小组都能完成一项该组成员共同熟悉的任务。

8.13

证明: 将 n 个人抽象为 n 阶无向图 G 中的 n 个顶点，在互相认识的人之间添加边。

首先证明，对任意 $v_i \in V(G)$，$d(v_i) \geq n-2$。这是因为，假设 $d(v_i) \leq n-3$，则除 v 自身外，G 中至少还存在两个顶点 $v_j, v_k \in V(G)$，使得 $(v_i, v_j), (v_i, v_k) \notin E(G)$，从而 v_j 和 v_k 合起来不能认识 v_i。这与题设矛盾。

当 $n \geq 3$ 时，任取 $v_i, v_j \in V(G)$，有 $d(v_i) + d(v_j) \geq 2n-4 \geq n-1$，由教材定理 8.7，$G$ 中存在哈密顿通路 Γ，按顶点在 Γ 中出现的顺序将这 n 个人排成一列，则中间任何人都认识两旁的人，而两头的人认识左边(或右边)的人。

当 $n \geq 4$ 时，对任意 $v_i \in V(G)$，有 $d(v_i) \geq n-2 \geq \dfrac{n}{2}$，由教材定理 8.7 推论 2，$G$ 中存在哈密顿回路 C，按顶点在 C 中出现的顺序将这 n 个人排成一圈，则每个人都认识两旁的人。 □

8.14 将棋盘上的格子抽象为无向图 G 的顶点，对任意顶点 $v_i, v_j \in V(G)$，令 $(v_i, v_j) \in E(G)$ 当且仅当马能从 v_i 所对应的格子直接跳到 v_j 所对应的格子。显然，“马能在棋盘上经过每个格一次且仅一次，最后回到出发点”当且仅当 G 是哈密顿图。

考虑下图中分别被标记为 a, b, c, d 的 4 个方格。注意到，如果从 G 中删除 c, d 所对应的顶点(不妨记为 v_c 和 v_d)，则 a, b 所对应的顶点将成为孤立点。从而 $G - \{v_c, v_d\}$ 中至少有 3 个连通分支。由教材定理 8.6 可知，G 不是哈密顿图。从而题目所述要求无法办到。

			b
	c		
		d	
a			