$$f(x) = x^{i_1}(x^{i_2-i_1}+1) + x^{i_3}(x^{i_4-i_3}+1) + \cdots + x^{i_{k-1}}(x^{i_k-i_{k-1}}+1) \qquad (*)$$

注意到，$\forall m \in \mathbb{Z}^+$，有 $x^m + 1 = (x+1)(x^{m-1} + x^{m-2} + \cdots + x + 1)$。所以 $(*)$ 式中的每一项均可被 $(x+1)$ 整除。从而 $(x+1) \mid f(x)$。由于 $x+1$ 的次数为 1，而 $f(x)$ 的次数大于 1，所以 $f(x)$ 是可约的。

这就证明了 $F_2[x]$ 上任何次数大于 1 的不可约多项式都不可能有偶数个(从而必有奇数个)非零系数。 □

18.38 x，$x+1$，x^2+x+1，x^3+x+1，x^3+x^2+1，x^4+x+1，x^4+x^3+1，$x^4+x^3+x^2+x+1$。

18.39 由于 $F_2[x]$ 上次数小于 n 的多项式共有 2^n 个，所以只需取一个 3 次不可约多项式 $f(x)$，就可以使 $F_2[x]/f(x)$ 为 8 阶有限域。由上题结论知，可以令 $f(x) = x^3+x+1$ 或令 $f(x) = x^3+x^2+1$。

当 $f(x) = x^3+x+1$ 时，运算表如下：

$+$	0	1	x	$x+1$	x^2	x^2+1	x^2+x	x^2+x+1
0	0	1	x	$x+1$	x^2	x^2+1	x^2+x	x^2+x+1
1	1	0	$x+1$	x	x^2+1	x^2	x^2+x+1	x^2+x
x	x	$x+1$	0	1	x^2+x	x^2+x+1	x^2	x^2+1
$x+1$	$x+1$	x	1	0	x^2+x+1	x^2+x	x^2+1	x^2
x^2	x^2	x^2+1	x^2+x	x^2+x+1	0	1	x	$x+1$
x^2+1	x^2+1	x^2	x^2+x+1	x^2+x	1	0	$x+1$	x
x^2+x	x^2+x	x^2+x+1	x^2+1	x^2+1	x	$x+1$	0	1
x^2+x+1	x^2+x+1	x^2+x	x^2+1	x^2	$x+1$	x	1	0

$\cdot$	0	1	x	$x+1$	x^2	x^2+1	x^2+x	x^2+x+1
0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	x	$x+1$	x^2	x^2+1	x^2+x	x^2+x+1
x	0	x	x^2	x^2+x	$x+1$	1	x^2+x+1	x^2+1
$x+1$	0	$x+1$	x^2+x	x^2+1	x^2+x+1	x^2	1	x
x^2	0	x^2	$x+1$	x^2+x+1	x^2+x	x	x^2+1	1
x^2+1	0	x^2+1	1	x^2	x	$x+1$	$x+1$	x^2+x
x^2+x	0	x^2+x	x^2+x+1	1	x^2+1	x^2+x+1	x	x^2
x^2+x+1	0	x^2+x+1	x^2+1	x	1	x^2+x	x^2	$x+1$

当 $f(x) = x^3+x^2+1$ 时，加法表不变，乘法表如下：

$\cdot$	0	1	x	$x+1$	x^2	x^2+1	x^2+x	x^2+x+1
0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	x	$x+1$	x^2	x^2+1	x^2+x	x^2+x+1
x	0	x	x^2	x^2+x	x^2+1	x^2+x+1	1	$x+1$
$x+1$	0	$x+1$	x^2+x	x^2+1	1	x	x^2+x+1	x^2
x^2	0	x^2	x^2+1	1	x^2+x+1	$x+1$	x	x^2+x
x^2+1	0	x^2+1	x^2+x+1	x	$x+1$	x^2+x	x^2	1
x^2+x	0	x^2+x	1	x^2+x+1	x	x^2	$x+1$	x^2+1
x^2+x+1	0	x^2+x+1	$x+1$	x^2	x^2+x	1	x^2+1	x

18.40 $x^5-1 = (x-1)(x^4+x^3+x^2+x+1) = (x+1)(x^4+x^3+x^2+x+1)$，由习题 18.38 结论知，$x+1$ 和 $x^4+x^3+x^2+x+1$ 都是不可约多项式。