棋。易于验证，所构成的图 G 是无向简单图。

反设各顶点的度数皆不相同，记其度数列(按降序排列)为 $d_n, d_{n-1}, \cdots, d_2, d_1$。则由题设有 $1 \le d_1$，从而由 $1 \le d_1 < d_2 < \cdots < d_n$ 和 $d_i(i = 1, 2, \cdots, n)$ 是整数可知 $d_n \ge n$。这与 G 是无向简单图矛盾。 □

7.5 G 有 2 种非同构的情况。证明如下。

先证两个引理。

引理 7.2 对任意简单图 G_1, G_2，有 $G_1 \cong G_2$ 当且仅当 $\overline{G}_1 \cong \overline{G}_2$。

证明： 选用同一个同构映射函数 f，由同构和同构映射函数定义立即得证。 □

引理 7.3 给定 r 个整数 $n_1, n_2, \ldots, n_r (r \ge 1)$，则在同构意义下，完全 r 部图 $K_{n_1,n_2,\ldots,n_r}$ 是唯一的。

证明： 任意两个完全 r 部图 $G = \langle V_1, V_2, \ldots, V_r, E\rangle$ 和 $G' = \langle V_1', V_2', \ldots, V_r', E\rangle$，若满足 $|V_i| = |V_i'| = n_i(i = 1, 2, \ldots, r)$，则由集合等势的定义和性质知，存在双射 $f : V(G) \to V(G')$，满足 $f(x) \in V_i' \leftrightarrow x \in V_i(i = 1, 2, \ldots, r)$。易于验证，这样的 f 满足同构映射的定义，故有，$G \cong G'$。

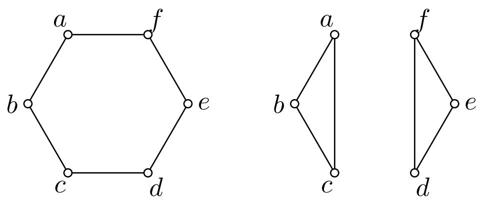
由 G 和 G' 选择的任意性知，当 $n_1, n_2, \ldots, n_r$ 确定时，所有完全 r 部图 $K_{n_1,n_2,\ldots,n_r}$ 皆同构。也即，在同构意义下，完全 r 部图 $K_{n_1,n_2,\ldots,n_r}$ 是唯一的。 □

再证原题。

由图论基本定理和 G 是 3-正则图知：$2m = 3n$。代入原式，解得 $n = 6$。

由引理 7.2 可知，要考虑 G 的同构情况，可以考虑 G 的补图的同构情况。

由于 G 是 6 阶 3-正则图，G 的补图必为 6 阶 2-正则图。下面证明任意 6 阶 2-正则图必与以下两个图之一同构，从而证明任意 6 阶 3-正则图必与以下两个图的补图(即 G_1 和 G_2)之一同构。



$\overline{G}_1$ $\overline{G}_2$

证明： 以上两图显然互不同构。

对任意 6 阶 2-正则图 G'：

情况一：若 G' 是连通的，则任取一个顶点 $v_1 \in V(G')$，令 $f(v_1) = a$，并从 v_1 的任意一条边出发，沿通路(由 G' 为 2 正则图知，这样的通路是唯一的)依次将通路上的顶点映射为 b, c, d, e, f。易于验证，$G' \cong \overline{G}_1$。

若 G' 不是连通的，则它至少有两个连通分支。又由于 G' 是简单图且每个顶点的度为 2 知，每个连通分支至少有 3 个顶点。结合 $|V(G)| = 6$，得，G' 有且仅有两个连通分支，且这两个连通分支都是 K_3。由引理 7.3 和这两个连通分支的对称性易知，$G' \cong \overline{G}_2$。

综上所述，我们有：任意 6 阶 3-正则图的补图必为 6 阶 2-正则图，任意 6 阶 2-正则图必与 $\overline{G}_1$ 和 $\overline{G}_2$ 之一同构。由引理 7.2 可知，任意 6 阶 3-正则图必与 G_1 或 G_2 同构。 □

7.6

(1) 度数和为偶数，可图化。

(2) 度数和为奇数，不可图化。