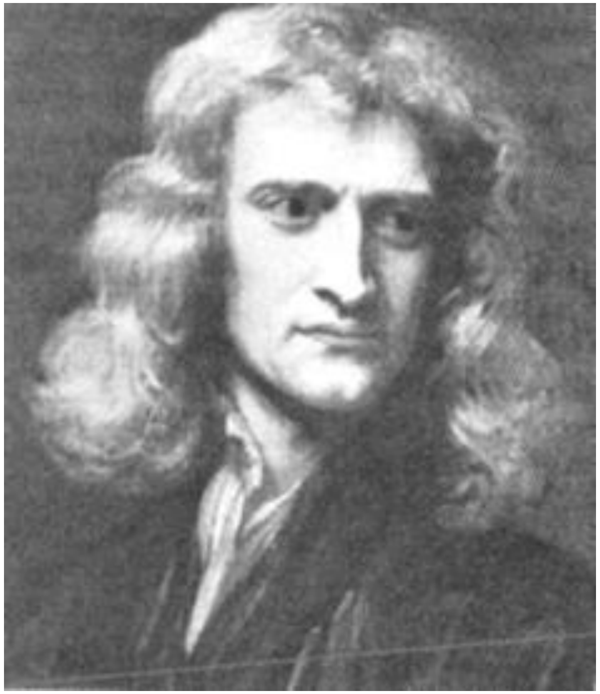
第二章 牛顿定律



牛顿 Issac Newton

（1643－1727）

英国物理学家，经典物理学的奠基人．他对力学、光学、热学、天文学和数学等学科都有重大发现，其代表作《自然哲学的数学原理》是力学的经典著作．牛顿是近代自然科学奠基时期具有集前人之大成的贡献的伟大科学家．

物体间的相互作用称为力，force

对外表现 $\begin{cases} \text{改变物体运动状态} \\ \text{改变物体形状} \end{cases}$

物体在力的作用下运动的规律称为动力学。

2.1 牛顿定律

一、惯性定律 惯性参考系

1、惯性定律（*Newton first law*）

一孤立质点将永远保持其原来静止或匀速直线运动状态。

(1). 包含两个重要概念：惯性和力

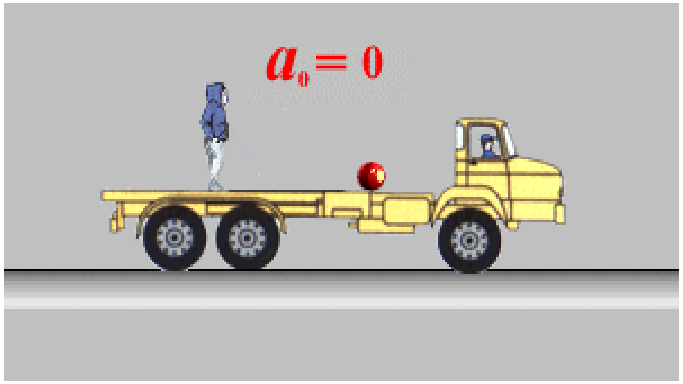
固有特性

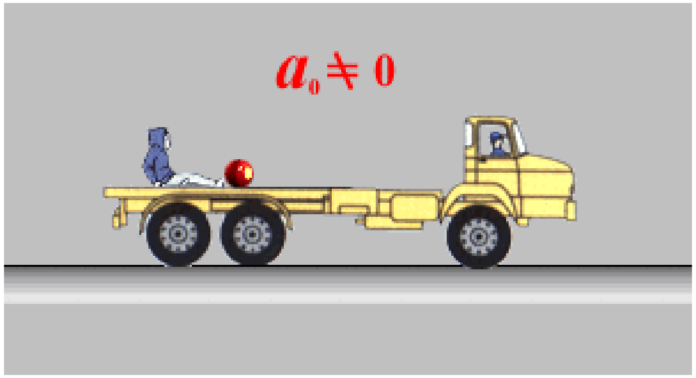
(2). 定义了惯性参考系

孤立质点相对于它静止或做匀速直线运动的参考系称为惯性参考系

2、惯性系与非惯性系

问题





a=0时人和小球的状态符合牛顿定律

$a\neq$0时人和小球的状态不符合牛顿定律

结论：牛顿定律成立的参照系称为惯性系。相对惯性系作加速运动的参照系是非惯性系。而相对惯性系作匀速直线运动的参照系也是惯性系。

根据天文观察，以太阳系作为参照系研究行星运动时发现行星运动遵守牛顿定律，所以太阳系是一个惯性系。

二、牛顿第二定律（Newton second law）

在受到外力作用时，物体所获得的加速度的大小与外力成正比，与物体的质量成反比；加速度的方向与外力的矢量和的方向相同。

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

The alteration of motion is ever proportional to the motive force impressed; and is made in the direction of the right line in which that force is impressed.

运动的变化与所加的动力成正比，并且发生在这力所沿直线的方向上。

特点：瞬时性；迭加性；矢量性；定量的量度了惯性

1、瞬时性：$\vec{F}$、$\vec{a}$ 之间一一对应

2、迭加性：$$\vec{F}=\vec{F}_1+\vec{F}_2+\cdots+\vec{F}_N=\sum_{i=1}^{N}\vec{F}_i$$

3、矢量性：具体运算时应写成分量式

直角坐标系中：
$$\begin{cases}\sum F_x = m a_x = m\dfrac{dv_x}{dt}\\ \sum F_y = m a_y = m\dfrac{dv_y}{dt}\\ \sum F_z = m a_z = m\dfrac{dv_z}{dt}\end{cases}$$

自然坐标系中：
$$\sum F_t = m\frac{dv}{dt} \quad \sum F_n = m\frac{v^2}{\rho}$$

4、定量的量度了惯性

$$\frac{m_A}{m_B}=\frac{a_B}{a_A}$$

惯性质量：牛顿第二定律中的质量常被称为惯性质量

引力质量：
$$\vec{F}=-G\frac{m_1 m_2}{r^2}\vec{r}_0$$

式中 m_1、m_2 被称为引力质量

- 经典力学中不区分引力质量和惯性质量

三、第三定律（*Newton third law*）

两个物体之间对各自对方的相互作用总是相等的，而且指向相反的方向。

$$\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$$

作用力与反作用力:

1、它们总是成对出现，它们之间一一对应。

2、它们分别作用在两个物体上，绝不是平衡力。

3、它们一定是属于同一性质的力。

思考题

1.物体的运动方向与合外力方向是否一定相同?

2.物体受到几个力的作用，是否一定产生加速度?

3.速率不变，所受合外力是否一定为零?

4.物体速度很大，所受合外力是否也很大?

5.物体所受摩擦力方向是否一定和它的运动方向相反?

2.2 物理量的单位和量纲

一 单位制

1984年2月27日，我国国务院颁布实行以国际单位制（SI）为基础的法定单位制.

国际单位制规定了七个基本单位.

力学的基本单位

物理量	长度	质量	时间
单位名称	米	千克	秒
符号	m	kg	s

- 1 m是光在真空中(1/299 792 458)s时间间隔内所经路径的长度.
- 1s是铯的一种同位素133 Cs原子发出的一个特征频率光波周期的9 192 631 770倍.
- "千克标准原器" 是用铂铱合金制造的一个金属圆柱体，保存在巴黎度量衡局中.

其它力学物理量都是导出量.

力学还有辅助量：弧度 rad.

导出量

速率 $v = \mathrm{d}s/\mathrm{d}t$ $\mathrm{m \cdot s^{-1}}$

力 $\vec{F} = m\vec{a}$ $1\mathrm{N} = 1\mathrm{kg \cdot m \cdot s^{-2}}$

功 $\mathrm{d}W = \vec{F} \cdot \mathrm{d}\vec{r}$ $1\mathrm{J} = 1\mathrm{N \cdot m}$

实际过程的时间

宇宙年龄 $\Longrightarrow$ 约 $4.2 \times 10^{17}\,\mathrm{s}$（**140亿年**）

地球公转周期 $\Longrightarrow$ $3.2 \times 10^{7}\,\mathrm{s}$

人脉搏周期 $\Longrightarrow$ 约 $0.9\,\mathrm{s}$

最短粒子寿命 $\Longrightarrow$ $10^{-25}\,\mathrm{s}$

实际长度		实际质量	
可观察宇宙半径	10^{26} m	宇宙	10^{53} kg
地球半径	6.4×10^{6} m	太阳	2.0×10^{30} kg
说话声波波长	4×10^{-1} m	地球	6.0×10^{24} kg
可见光波波长	6×10^{-7} m	宇宙飞船	10^{4} kg
原子半径	1×10^{-10} m	最小病毒	9×10^{-14} kg
质子半径	1×10^{-15} m	电子	9.1×10^{-31} kg
夸克半径	1×10^{-20} m	光子	0（静）

二　量纲

表示一个物理量如何由基本量的组合所形成的式子

某一物理量 Q 的量纲　$\boxed{\dim Q = \mathrm{L}^p \mathrm{M}^q \mathrm{T}^s}$

如：速度的量纲是　LT^{-1}

角速度的量纲是　T^{-1}

力的量纲是　MLT^{-2}

1. 可定出同一物理量不同单位间的换算关系.

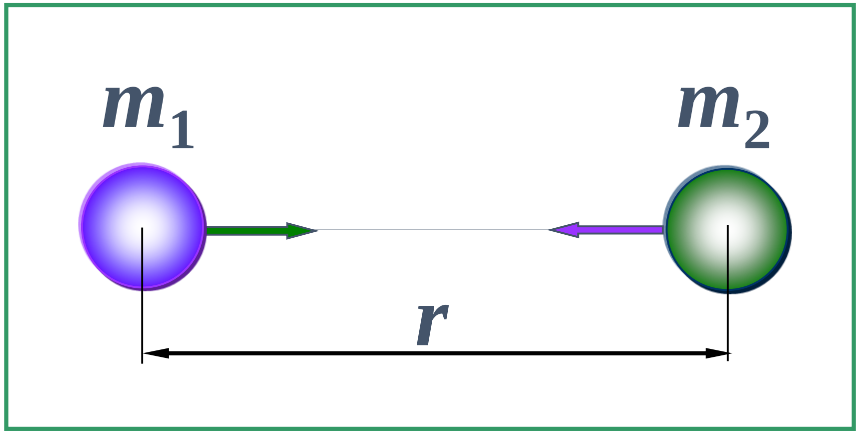
2. 量纲可检验文字描述的正误.

3. 从量纲分析中定出方程中比例系数的量纲和单位.

2.3 几种常见的力

一 万有引力

$$F = G\frac{m_1 m_2}{r^2}$$



引力常数 $G = 6.67\times 10^{-11}\ \mathrm{N}\cdot\mathrm{m}^2\cdot\mathrm{kg}^{-2}$

四种相互作用的力程和强度的比较

种　类	相互作用粒子	力程/m	强度
引力作用	所有粒子、质点	∞	10^{-39}
电磁作用	带电粒子	∞	10^{-3}
弱相互作用	强子等大多数粒子	10^{-18}	10^{-12}
强相互作用	核子、介子等强子	10^{-15}	10^{-1}

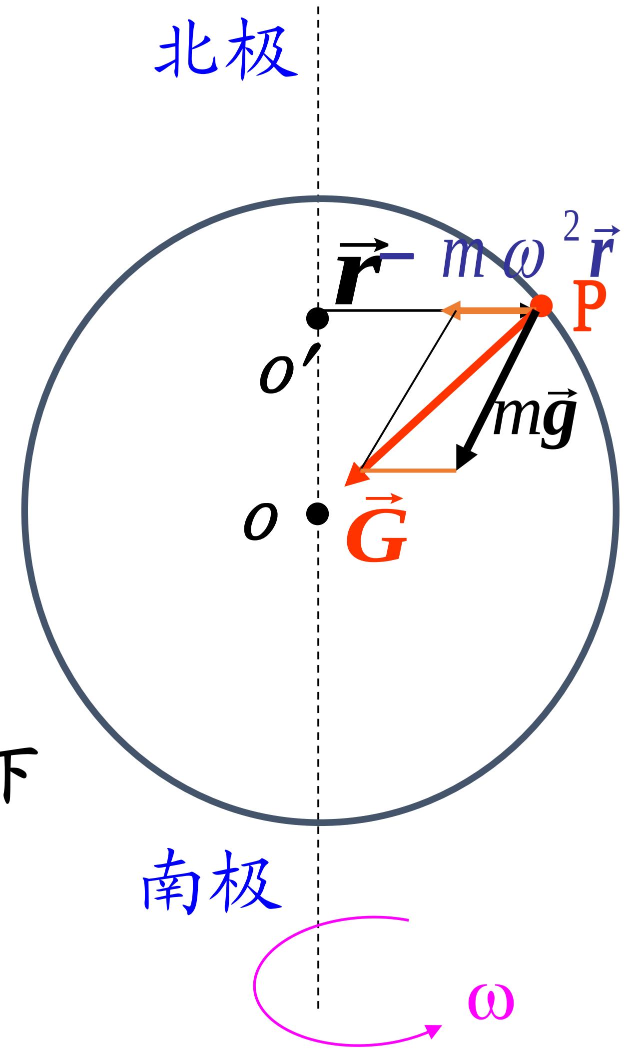
* 表中强度是以两质子间相距为 10^{-15}m 时的相互作用强度为1给出的.

重力：地球对地面附近物体的万有引力叫做重力。

注意，由于地球自转，重力并不是地球的引力，而是引力沿竖直方向的一个分力，地球引力的另一个分力提供向心力。

重力与重力加速度的方向都是竖直向下

忽略地球自转： $g=\dfrac{G_0M}{R^2}$



二 弹性力

弹性力：两个相互接触并产生形变的物体企图恢复原状而彼此互施作用力。

条　件：物体间接触，物体的形变。

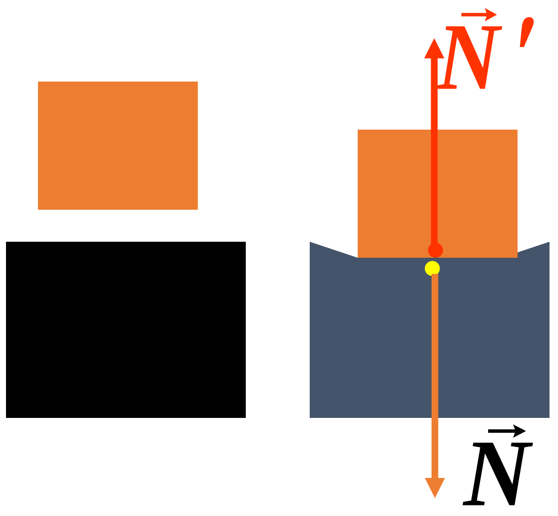
方　向：始终与使物体发生形变的外力方向相反。

三种表现形式：

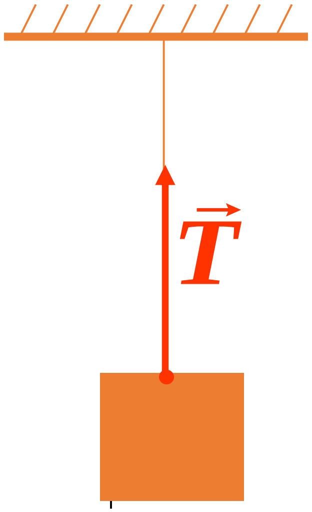
(1) 两个物体通过一定面积相互挤压；

大小：取决于挤压程度

方向：垂直于接触面指向对方



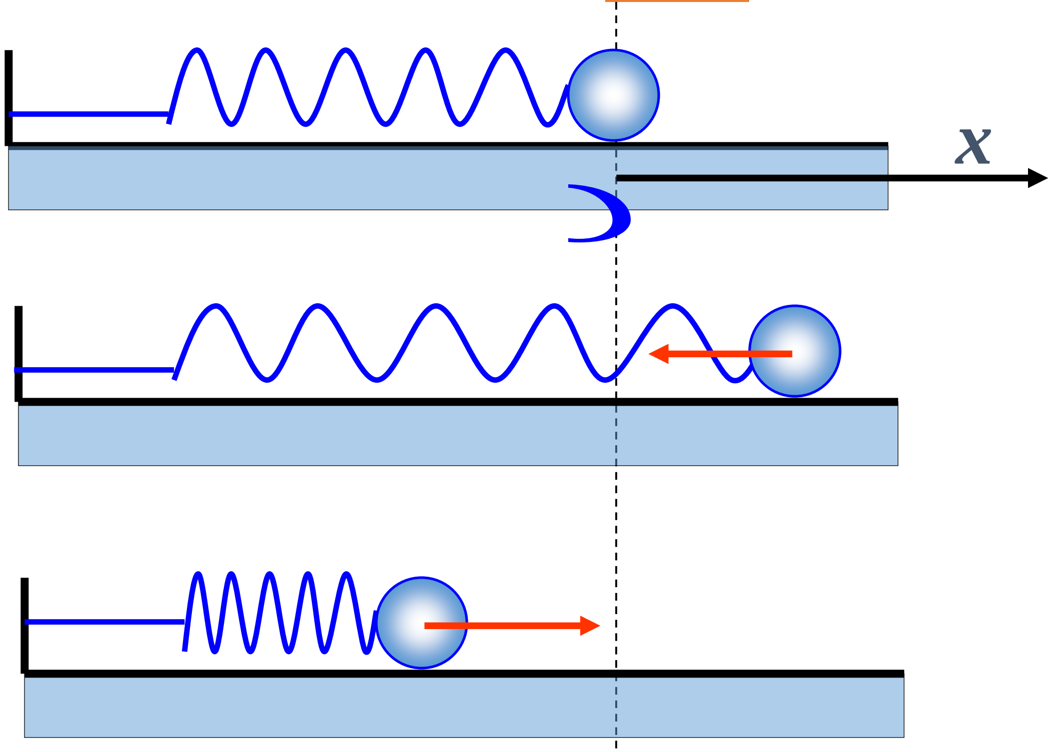
(2) 绳对物体的拉力;



大小：取决于绳的收紧程度。

方向：沿着绳指向绳收紧的方向。

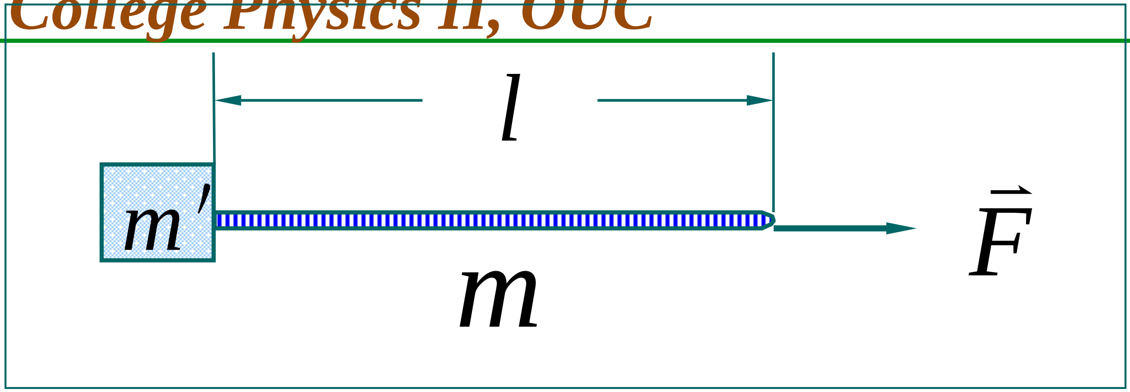
(3) 弹簧的弹力;

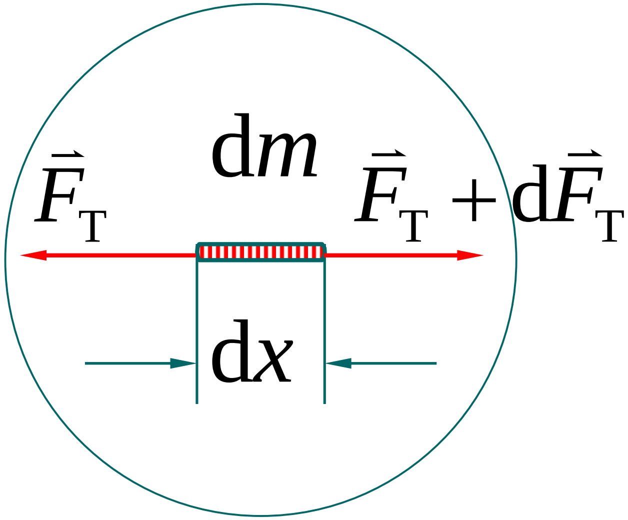


弹性限度内，弹性力满足胡克定律:

$$F = -kx$$

方向：指向要恢复弹簧原长的方向。





$$F_{\mathrm{T}}=(m'+m\frac{x}{l})\frac{F}{m'+m}$$

绳中各点的张力是随位置变化的

当绳的质量可以忽略不计时，绳中各点的张力近似相等

三 摩擦力

摩擦力：两个相互接触的物体在沿接触面相对运动时，或者有相对运动趋势时，在它们的接触面间所产生的一对阻碍相对运动或相对运动趋势的力。

条件：表面接触挤压；相对运动或相对运动趋势。

方向：与物体相对运动或相对运动趋势的方向相反。

最大静摩擦力 $f_s = \mu_s N$

滑动静摩擦力 $f_k = \mu_k N$

其中μ_s为静摩擦系数，μ_k为滑动摩擦系数。它们与接触面的材料和表面粗糙程度有关。

$$\mu_k < \mu_s < 1$$

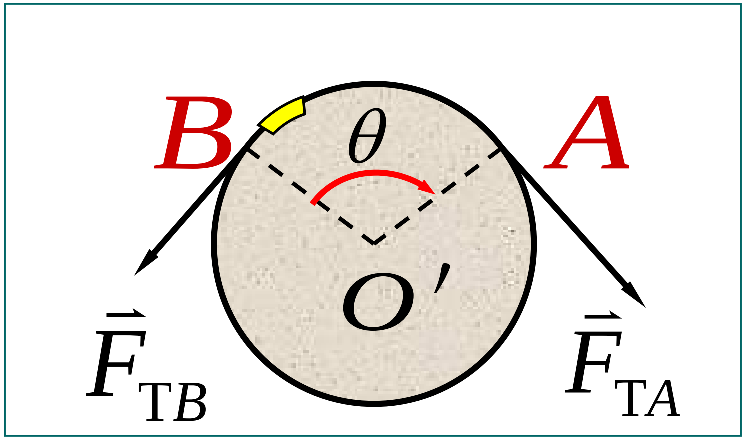
$$\int_{F_{TB}}^{F_{TA}} \frac{\mathrm{d}F_{\mathrm{T}}}{F_{\mathrm{T}}} = \mu \int_0^{\theta} \mathrm{d}\theta$$

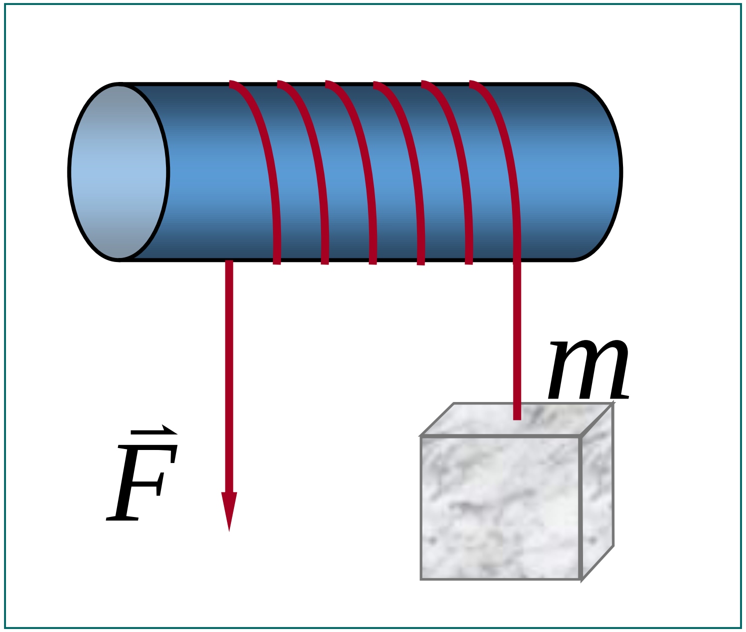
$$F_{\mathrm{T}B} = F_{\mathrm{T}A} \mathrm{e}^{-\mu\theta}$$

$$F_{\mathrm{T}B} / F_{\mathrm{T}A} = \mathrm{e}^{-\mu\theta}$$

若 $\mu = 0.25$

θ	$F_{\mathrm{T}B} / F_{\mathrm{T}A}$
π	**0.46**
2π	**0.21**
10π	**0.000 39**





2.4 牛顿定律的应用举例

两类力学问题:

- 已知力求运动
- 已知运动求力

解题步骤:

(1) 确定研究对象

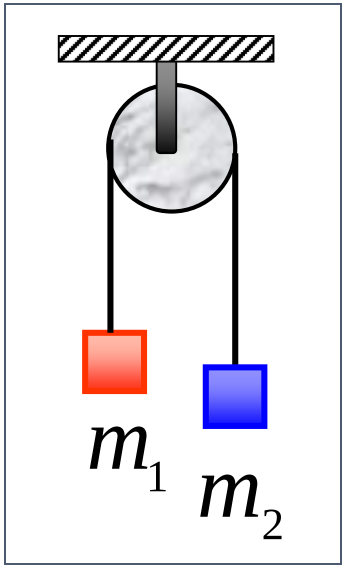
(2) 使用隔离法分析受力情况，作出受力图

(3) 分析运动情况，判断加速度

(4) 建立坐标系，根据牛顿第二运动定律列方程

(5) 求解，进行讨论

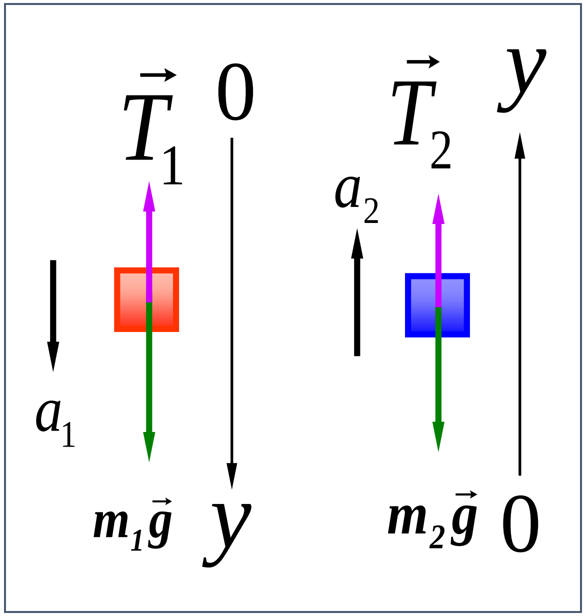
例2.4.1 如图所示滑轮和绳子的质量均不计，滑轮与绳间的摩擦力以及滑轮与轴间的摩擦力均不计.且 $m_1 > m_2$. 求重物释放后，物体的加速度和绳的张力.



解 以地面为参考系

画受力图、选取坐标如图

$$\begin{cases} m_1 g - T_1 = m_1 a_1 \\ -m_2 g + T_2 = m_2 a_2 \end{cases}$$



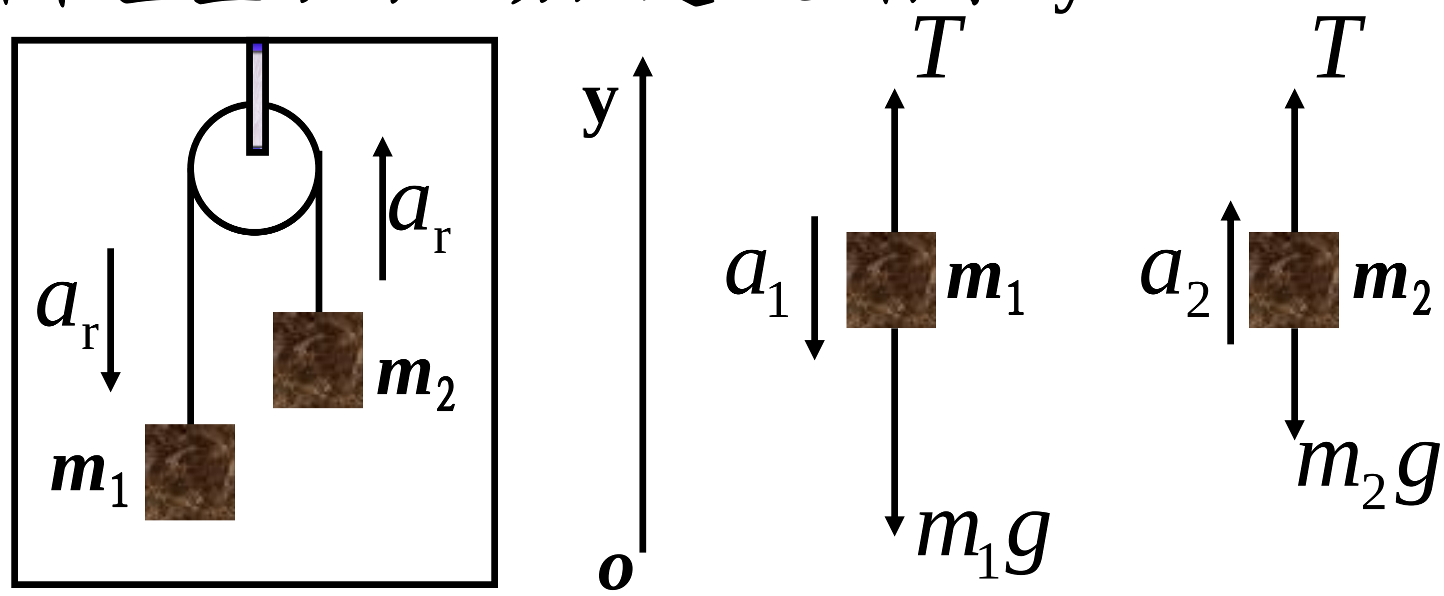
$$T_1 = T_2 = T \qquad a_1 = a_2 = a$$

$$a = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} g \qquad T = \frac{2m_1 m_2}{m_1 + m_2} g$$

练2.4.1 设电梯中有一质量可以忽略的滑轮，在滑轮两侧用轻绳悬挂着质量分别为m_1和m_2的重物A和B，已知$m_1>m_2$。当电梯(1)匀速上升 (2)匀加速上升时，求绳中的张力和物体A相对与电梯的加速度。

解：以地面为参考系，物体A和B为研究对象，分别进行受力分析。

物体在竖直方向运动，建立坐标系oy



(1) 电梯匀速上升，物体对电梯的加速度等于它们对地面的加速度。A的加速度为负，B的加速度为正，根据牛顿第二定律，对A和B分别得到:

$$T - m_1 g = -m_1 a_r$$

$$T - m_2 g = m_2 a_r$$

上两式消去T，得到:

$$a_r = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} g$$

将a_r代入上面任一式T，得到:

$$T = \frac{2m_1 m_2}{m_1 + m_2} g$$

(2) 电梯以加速度a上升时，A对地的加速度$a-a_r$，B的对地的加速度为$a+a_r$，根据牛顿第二定律，对A和B分别得到:

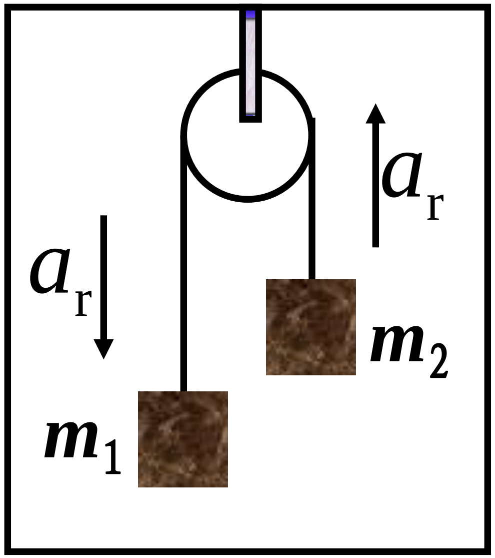
$$T - m_1 g = m_1(a - a_r)$$

$$T - m_2 g = m_2(a + a_r)$$

解此方程组得到:

$$a_r = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}(a + g)$$

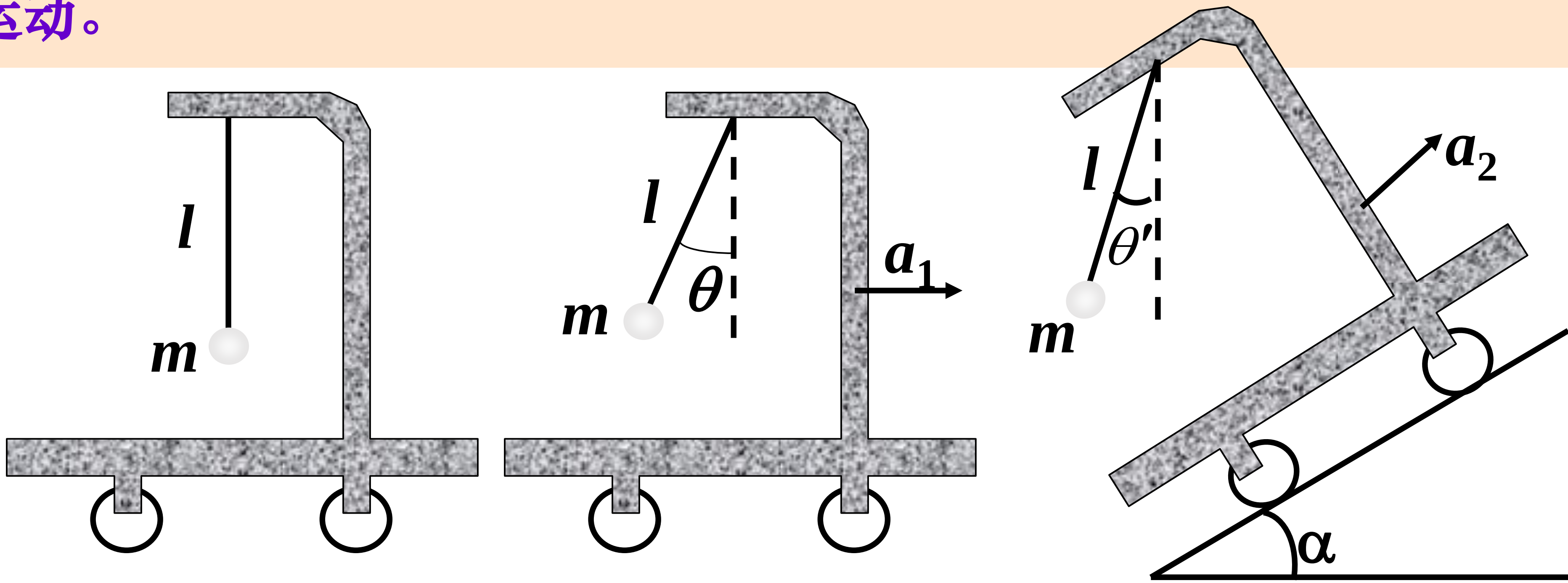
$$T = \frac{2m_1 m_2}{m_1 + m_2}(a + g)$$



例2.4.2 一个质量为m悬线长度为l的摆锤，挂在架子上，架子固定在小车上，如图所示。求在下列情况下悬线的方向(用摆的悬线与竖直方向所成的角θ表示)和线中的张力：

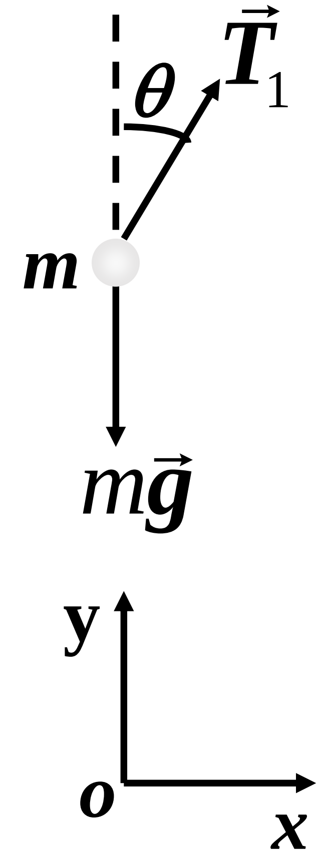
(1)小车沿水平方向以加速度a_1作匀加速直线运动。

(2)当小车以加速度a_2沿斜面(斜面与水平面成α角)向上作匀加速直线运动。



解：(1) 以小球为研究对象，当小车沿水平方向作匀加速运动时，分析受力：

在竖直方向小球加速度为零，水平方向的加速度为a。建立图示坐标系：



利用牛顿第二定律，列方程：

x方向：$$T_1 \sin\theta = m a_1$$

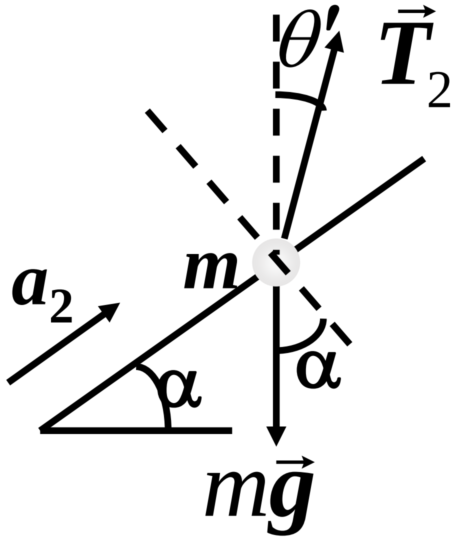
y方向：$$T_1 \cos\theta - mg = 0$$

解方程组，得到：

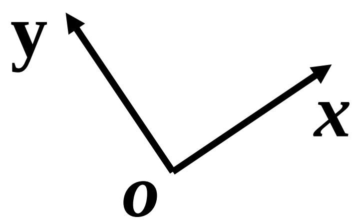
$$T_1 = m\sqrt{g^2 + a_1^2}$$

$$\mathrm{tg}\,\theta = \frac{a_1}{g} \qquad \theta = \mathrm{arctg}\,\frac{a_1}{g}$$

(2)以小球为研究对象，当小车沿斜面作匀加速运动时，分析受力：



小球的加速度沿斜面向上，垂直于斜面处于平衡状态，建立图示坐标系，重力与轴的夹角为α。



利用牛顿第二定律，列方程：

*x*方向：

$$T_2 \sin(\alpha + \theta') - mg \sin \alpha = ma_2$$

y方向：

$$T_2 \cos(\alpha + \theta') - mg \cos \alpha = 0$$

求解上面方程组，得到：

$$T_2 = m\sqrt{(g\sin\alpha + a_2)^2 + g^2\cos^2\alpha}$$

$$= m\sqrt{2ga_2\sin\alpha + a_2^2 + g^2}$$

$$\mathrm{tg}(\alpha + \theta') = \frac{g\sin\alpha + a_2}{g\cos\alpha}$$

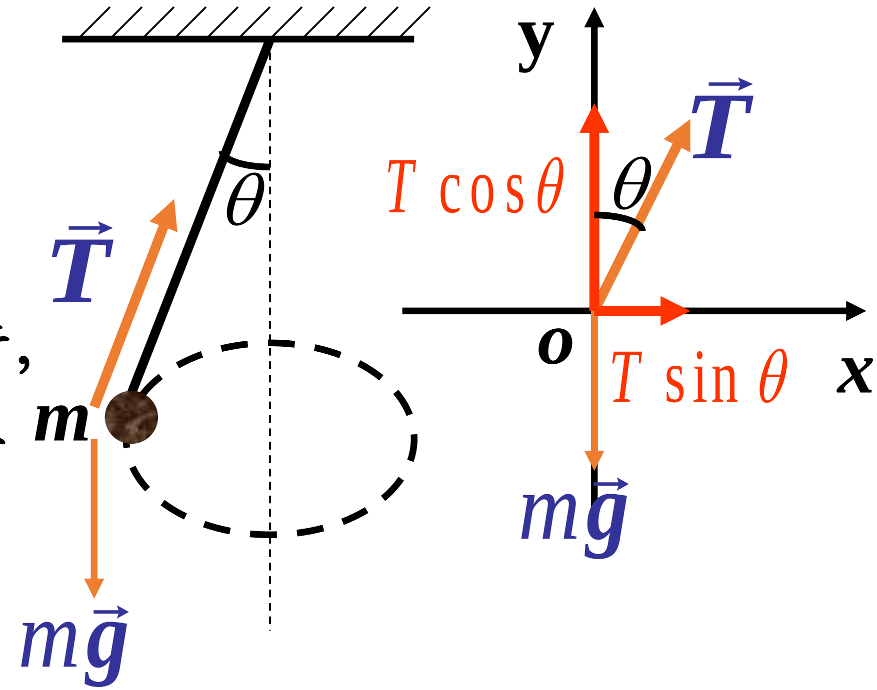
$$\theta' = \mathrm{arctg}\frac{g\sin\alpha + a_2}{g\cos\alpha} - \alpha$$

讨论：如果α=0，a_1=a_2，则实际上是小车在水平方向作匀加速直线运动；如果α=0，加速度为零，悬线保持在竖直方向。

练2.4.2 一重物m用绳悬起，绳的另一端系在天花板上，绳长$l=0.5m$，重物经推动后，在一水平面内作匀速率圆周运动，转速$n=1r/s$。这种装置叫做圆锥摆。求这时绳和竖直方向所成的角度。

解: 绳以小球为研究对象，对其进行受力分析:

小球的运动情况，竖直方向平衡，水平方向作匀速圆周运动，建立坐标系如图:



拉力的沿两轴进行分解，竖直方向的分量与重力平衡，水平方向的分力提供向心力。利用牛顿定律，列方程:

x方向 $T\sin\theta = m\omega^2 r = m\omega^2 l\sin\theta$

y方向 $T\cos\theta = mg$

由转速可求出角速度: $\omega = 2\pi n$

求出拉力: $T = m\omega^2 l = 4\pi^2 n^2 ml$

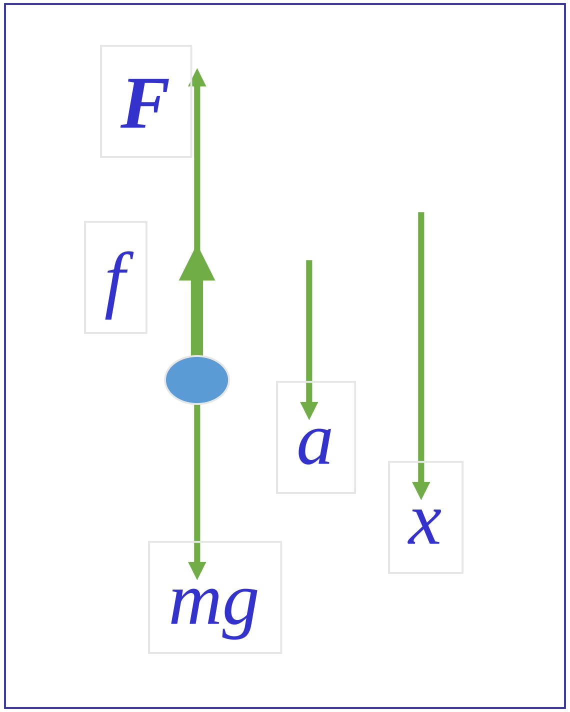
$$\cos\theta = \frac{g}{4\pi^2 n^2 l} = \frac{9.8}{4\pi^2 \times 0.5} = 0.497$$

$$\theta = 60^\circ 13'$$

可以看出，物体的转速**n**愈大，θ也愈大，而与重物的质量**m**无关。

例2.4.3 质量为m的小球，在水中受的浮力为常力F，当它从静止开始沉降时，受到水的粘滞阻力为$f=kv$(k为常数），求小球在水中竖直沉降的速度v与时间t的关系式

解：取坐标，作受力图。



根据牛顿第二定律，有

$$mg - kv - F = ma = m\frac{dv}{dt}$$

$$mg - kv - F = ma = m\frac{dv}{dt}$$

初始条件： $t=0$ 时 $v=0$

$$\int_0^v \frac{dv}{(mg - kv - F)/m} = \int_0^t dt$$

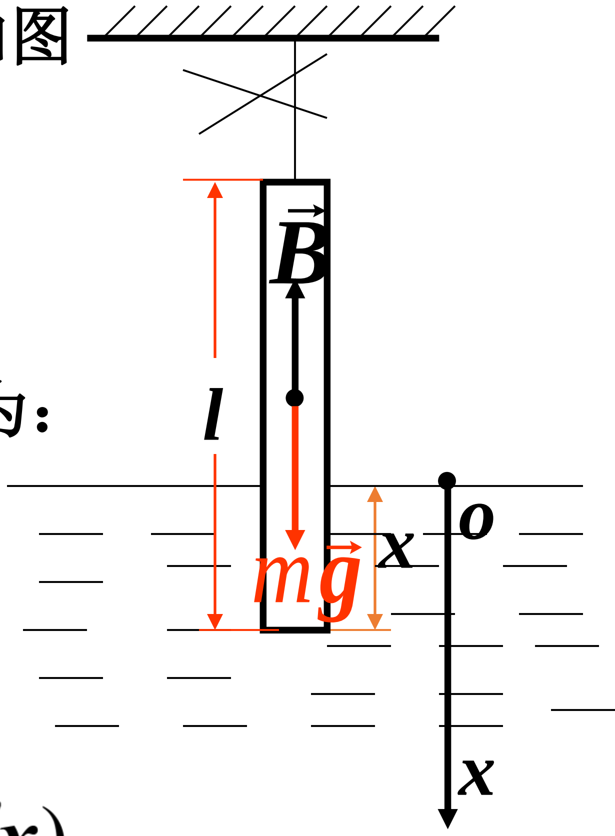
$$-\frac{m}{k}\int_0^v \frac{d(mg - kv - F)}{(mg - kv - F)} = \int_0^t dt$$

$$\ln(mg - kv - F)\Big|_0^v = -\frac{kt}{m}$$

$$v = \frac{mg - F}{k}\left(1 - e^{-kt/m}\right)$$

练2.4.3 有一密度为ρ的细棒，长度为l，横截面积A，其上端用细线悬着，下端紧贴着密度为ρ的液体表面。现悬线剪断，求细棒在恰好全部没入水中时的沉降速度。设液体没有粘性。

解：以棒为研究对象，在下落过程中，受力如图



棒运动在竖直向下的方向，取竖直向下建立坐标系。

当棒的最下端距水面距离为时x，浮力大小为：

$$B = \rho' x A g$$

此时棒受到的合外力为：

$$F = mg - \rho' x A g = gA(\rho l - \rho' x)$$

利用牛顿第二定律建立运动方程:

$$m\frac{dv}{dt} = gA(\rho l - \rho' x)$$

要求出速度与位置的关系式，利用速度定义式消去时间

$$m\frac{dv}{dt} = m\frac{dv}{dx}\frac{dx}{dt} = m\frac{dv}{dx}v = gA(\rho l - \rho' x)$$

$$\rho lAvdv = gA(\rho l - \rho' x)dx$$

$$\int_0^v \rho lvdv = \int_0^l g(\rho l - \rho' x)dx$$

$$\frac{1}{2}\rho lv^2 = g(\rho l^2 - \frac{1}{2}\rho' l^2) \qquad v = \sqrt{\frac{g(2\rho l - \rho' l)}{\rho}}$$

作业：8 16 18 20 21 24

作业(五)：8 14 16 18 19 21