L 的若干个子格的集合，则对所有 $x, y \in \cap A$，由于 x, y 属于 A 中的每一个子格，所以 $x \wedge y$ 和 $x \vee y$ 也属于 A 中的每一个子格，从而 $x \wedge y, x \vee y \in \cap A$，这就是说，$\cap A$ 也是 L 的子格)，从而 L_3 是 L 的子格。 □

19.10 L_1 含有与钻石格同构的子格 $\{d, e, f, g, h\}$，因此不是分配格。但 L_1 不含与五角格同构的子格，因此是模格。

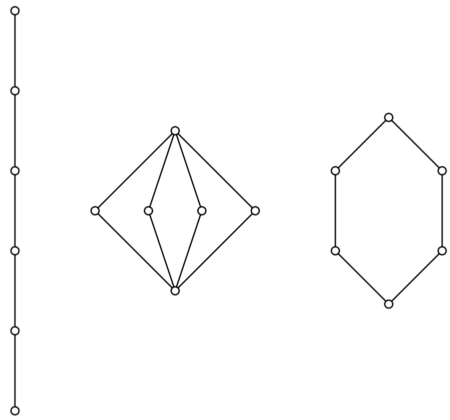
L_2 含有与五角格同构的子格 $\{a, b, c, f, g\}$，因此不是模格，也不是分配格。

L_3 含有与五角格同构的子格 $\{a, b, d, e, h\}$，因此不是模格，也不是分配格。

L_4 含有与五角格同构的子格 $\{a, b, d, d, e\}$ (书中似有印刷错误，出现了两个 d)，因此不是模格，也不是分配格。

L_5 含有与五角格同构的子格 $\{a, b, c, d, f\}$，因此不是模格，也不是分配格。

19.11 易见，下图中 L_1 是分配格，L_2 是模格但不是分配格，L_3 不是模格。



L_1 L_2 L_3

19.12

证明：必要性。

由教材定理 19.1(2) 知，$a \preccurlyeq a \vee c$。若 L 是模格，则由 $a \preccurlyeq a \vee c$ 和模格定义就有 $a \vee (b \wedge (a \vee c)) = (a \vee b) \wedge (a \vee c)$。

充分性。

若对任意 $a, b, c \in L$ 都有 $a \vee (b \wedge (a \vee c)) = (a \vee b) \wedge (a \vee c)$，则对任意 $x, y, z \in L$，若 $x \preccurlyeq y$，则由教材定理 19.2 就有 $x \vee y = x$，从而

$$\begin{aligned} x \vee (z \wedge y) &= x \vee (z \wedge (x \vee y)) && (x \vee y = x) \\ &= (x \vee z) \wedge (x \vee y) && (\text{前提}) \\ &= (x \vee z) \wedge y && (x \preccurlyeq y\text{、教材定理 19.2}) \end{aligned}$$

由定义知，L 是模格。 □

19.13

证明：必要性。

若 $a \wedge b \preccurlyeq c \preccurlyeq a \vee b$，则由教材定理 19.2 知，$(a \wedge b) \vee c = (a \vee b) \wedge c = c$，从而

$$\begin{aligned} (a \wedge c) \vee (b \wedge c) \vee (a \wedge b) &= ((a \vee b) \wedge c) \vee (a \wedge b) && (\text{分配律}) \\ &= c \vee (a \wedge b) && ((a \vee b) \wedge c = c) \\ &= c && ((a \wedge b) \vee = c) \end{aligned}$$