

2005 年计算机数学基础

1. 对任意集合 A, B 有: $A \cup (A \cap B) = A$ 和 $A \cap (A \cup B) = A$ 。

证明: $\forall x$,

$$x \in A$$

$$\implies x \in A \vee x \in A \cap B$$

(命题逻辑附加律)

$$\iff x \in A \cup (A \cap B)$$

(集合并定义)

从而有 $A \subseteq A \cup (A \cap B)$ 。

$\forall x$,

$$x \in A \cup (A \cap B)$$

$$\iff x \in A \vee x \in A \cap B$$

(集合交定义)

$$\iff x \in A \vee (x \in A \wedge x \in B)$$

(集合交定义)

$$\iff (x \in A \vee x \in A) \wedge (x \in A \vee x \in B)$$

(命题逻辑分配律)

$$\implies x \in A \vee x \in A$$

(命题逻辑化简律)

$$\implies x \in A$$

(命题逻辑同一律)

从而有 $A \cup (A \cap B) \subseteq A$ 。

综合得 $A \cup (A \cap B) = A$ 。

□

2. 二个元素集合上共有 4 个不同有序对, 从而有 $2^4 = 16$ 个不同的二元关系。不妨记这个集合为 $A = \{a, b\}$ 。A 上的等价关系只有两个, 一个是恒等关系 I_A , 一个是全域关系 E_A 。

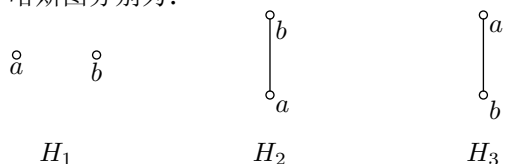
偏序关系有:

$$H_1 = I_A;$$

$$H_2 = I_A \cup \{\langle a, b \rangle\};$$

$$H_3 = I_A \cup \{\langle b, a \rangle\};$$

哈斯图分别为:



全函数共有 4 个:

$$f_1 = \{\langle a, a \rangle, \langle b, a \rangle\};$$

$$f_2 = \{\langle a, a \rangle, \langle b, b \rangle\};$$

$$f_3 = \{\langle a, b \rangle, \langle b, a \rangle\};$$

$$f_4 = \{\langle a, b \rangle, \langle b, b \rangle\}。$$