

$$\begin{aligned}
(1) \quad & \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = 1 & (2) \quad & \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = 0 & (3) \quad & \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = 1 \\
(4) \quad & \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} = 1 & (5) \quad & \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = 1 & (6) \quad & \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} = -1 = 1 \pmod{2} \\
(7) \quad & \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} = 1 & (8) \quad & \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} = 0 & (9) \quad & \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = -1 = 1 \pmod{2} \\
(10) \quad & \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} = -1 = 1 \pmod{2}
\end{aligned}$$

在所有的 3 边组合中, 除 e_1, e_2, e_4 和 e_2, e_3, e_5 的导出子图不是 $G - e_6$ 的生成树外, 其它的导出子图均为 $G - e_6$ 的生成树。 $G - e_6$ 的生成树加上 e_6 后, 即为 G 的生成树。

10.3 完全图 K_4 的关联矩阵为 $M =$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

以 v_1 为参考点, 得基本关联矩阵为 $M_f =$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

求 M_f 的所有 3 阶子方阵的行列式, 要求计算结果属于 $F = \{0, 1\}$, 子方阵的个数为 $C_6^3 = 20$, 它们的行列式依次为:

$$\begin{aligned}
(1) \quad & \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = 1 & (2) \quad & \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = 1 & (3) \quad & \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = 0 \\
(4) \quad & \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = 1 & (5) \quad & \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} = 1 & (6) \quad & \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} = -1 = 1 \pmod{2} \\
(7) \quad & \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} = 1 & (8) \quad & \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} = 0 & (9) \quad & \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} = -1 = 1 \pmod{2}
\end{aligned}$$