



# 第19章 格

中国海洋大学 计算机系

# Exercise 1

解:

- (2)不是格, $\{a,b\}$ 没有最大下界,也没有最上界;
- (3)不是格, $\{a,b\}$ 没有最大下界,也没有最小上界;
- (6)不是格, $\{a,c\}$ 没有最大下界;
- (7)不是格, $\{e,f\}$ 没有最大下界。

## Exercise 10

$L_1$ 是模格,不是分配格,因为子格 $\{d,e,f,g,h\}$ 与钻石格同构,

$L_2$ 不是模格,也不是分配格,因为子格 $\{a,b,d,c,g\}$ 与五角格同构,

$L_3$ 不是模格,也不是分配格,因为子格 $\{a,b,e,c,h\}$ 与五角格同构,

$L_4$ 不是模格,也不是分配格,因为 $\{a,b,d,e,f\}$ 与五角格同构,

$L_5$ 不是模格,也不是分配格,因为 $\{a,b,c,d,f\}$ 与五角格同构。

## Exercise 27

证  $\forall a, b \in B, a \oplus b \in B, \oplus$  运算在  $B$  上封闭,  
显然满足交换律.

$\forall a, b, c \in B,$

$$\begin{aligned}(a \oplus b) \oplus c &= (((a \wedge \bar{b}) \vee (\bar{a} \wedge b)) \wedge \bar{c}) \vee \overline{((a \wedge \bar{b}) \vee (\bar{a} \wedge b)) \wedge c} \\&= (a \wedge \bar{b} \wedge \bar{c}) \vee (\bar{a} \wedge b \wedge \bar{c}) \vee ((\bar{a} \vee b) \wedge (a \vee \bar{b}) \wedge c) \\&= (a \wedge \bar{b} \wedge \bar{c}) \vee (\bar{a} \wedge b \wedge \bar{c}) \vee (\bar{a} \wedge \bar{b} \wedge c) \vee (a \wedge b \wedge c)\end{aligned}$$

同理

$$a \oplus (b \oplus c) = (a \wedge \bar{b} \wedge \bar{c}) \vee (\bar{a} \wedge b \wedge \bar{c}) \vee (\bar{a} \wedge \bar{b} \wedge c) \vee (a \wedge b \wedge c)$$

因此  $(a \oplus b) \oplus c = a \oplus (b \oplus c)$ , 结合律成立.

## Exercise 27

$$a \oplus 0 = (a \wedge 1) \vee (\bar{a} \wedge 0) = a, 0 \oplus a = a \oplus 0$$

因此单位元为0.

$$a \oplus a = (a \wedge \bar{a}) \vee (\bar{a} \wedge a) = 0 \vee 0 = 0,$$

所以 $a$ 的逆元就是 $a$ ,

综上所述 $\langle B, \oplus \rangle$ 构成Abel群。