- 半群和独异点
  - 半群
    - 定义 一个代数系统<*S*, *>，其中*S*是非空集合，*是*S* 上的一个二元运算，
    - 半群：运算*是可结合的
    - 独异点：(1)运算*是可结合的
    - (2) 存在单位元 说明：任何半群都可以扩张成独异点
    - 表示式中可以省略运算符
    - ■ **幂运算的定义**

半群	独异点
$a^1=a$	$a^0=e$
$a^{n+1}=a^n a$	

      ■ **性质：** 如，$<N,+>$，$m^3=m+m+m=3m$

      （1）**定理1 幂运算的等式**

      $a^n a^m=a^{n+m}$ $(a^n)^m=a^{nm}$

      （2）**结合律**

      （3）**有限半群必存在幂等元（证明见后）**

      （4）**独异点运算表中任何两行或两列都是不相同的。**
  - 举例
    - n $<Z^+,+>$是半群， +是普通加法；
    - n $<N,+>$，$<Z,+>$，$<Q,+>$，$<R,+>$是独异点；
    - n 设$n\in Z^+$, $<M_n(R),+>$和$<M_n(R),\cdot>$都是独异点；
    - n $<P(B),Å>$为独异点，其中Å为集合的对称差运算；
    - n $<Z_n, +_n>$为独异点，其中$Z_n=\{0,1,...,n-1\}$, $+_n$为模n加法； n $<A^A,\circ>$为独异点，其中°为函数的复合运算；
    - n $<R^*,\circ>$为半群,其中R^*为非零实数集合,
    - "$x,y\in R^*$, $x\circ y=y$