

由于 $f(ghg^{-1}) = f(h) \Leftrightarrow ghg^{-1} \ker f = h \ker f$ 。而 $h \ker f \subseteq hN = N$ ，且 $e_1 \in \ker f$ 。从而 $ghg^{-1} = ghg^{-1}e_1 \in ghg^{-1} \ker f \subseteq N$ 。这就证明了 $\forall g \in G, \forall h \in N, ghg^{-1} \in N$ ，从而证明了 N 是 G 的正规子群。 \square