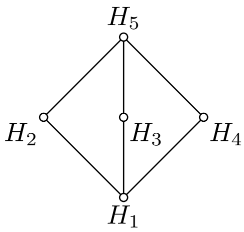


(2) 易于验证，以下 6 个是 G 的子群：

$H_1=\{\left(\begin{smallmatrix}1&0\\0&1\end{smallmatrix}\right)\}$;

$H_2=\{\left(\begin{smallmatrix}1&0\\0&1\end{smallmatrix}\right),\left(\begin{smallmatrix}0&1\\1&0\end{smallmatrix}\right)\}$;

$H_3=\{\left(\begin{smallmatrix}1&0\\0&1\end{smallmatrix}\right),\left(\begin{smallmatrix}0&w^2\\w&0\end{smallmatrix}\right)\}$;

$H_4=\{\left(\begin{smallmatrix}1&0\\0&1\end{smallmatrix}\right),\left(\begin{smallmatrix}0&w\\w^2&0\end{smallmatrix}\right)\}$;

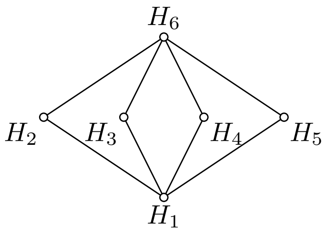
$H_5=\{\left(\begin{smallmatrix}1&0\\0&1\end{smallmatrix}\right),\left(\begin{smallmatrix}w&0\\0&w^2\end{smallmatrix}\right),\left(\begin{smallmatrix}w^2&0\\0&w\end{smallmatrix}\right)\}$;

$H_6=G$.

下面证明 G 只有以上 6 个子群。

由 Lagrange 定理可知，G 的非平凡子群只能是 2 阶或 3 阶的。再由 Lagrange 定理推论 1 知，除单位元外，2 阶群的元素只能是 2 阶或 3 阶群的元素只能是 3 阶元。而 G 中共有 3 个 2 阶元，它们分别与单位元构成 H_2 、H_3 和 H_4。两个 3 阶元由于互为逆元，故必须同时出现。因此，它们能组成的非平凡子群只有 H_5。这就证明了上述 6 个子群是 G 的所有子群。

子群格如下：



17.19

(1) 由教材定理 17.12(2) 知，G 的生成元有 $a,a^2,a^4,a^7,a^8,a^{11},a^{13},a^{14}$。

(2) 由教材定理 17.13(3) 和 Lagrange 定理知，G 除了两个平凡子群外，还有一个 3 阶子群和一个 5 阶子群。故，G 的子群包括：

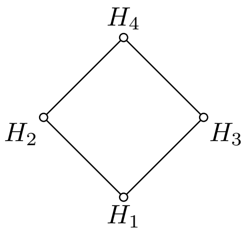
$H_1=\{e\}$;

$H_2=\langle a^5\rangle=\{e,a^5,a^{10}\}$;

$H_3=\langle a^3\rangle=\{e,a^3,a^6,a^9,a^{12}\}$;

$H_4=\langle a\rangle=G$.

子群格如下：



17.20