一．填空题

1．已知X的分布列$\begin{pmatrix} -1 & 1 & 2 \\ 0.2 & 0.2 & 0.6 \end{pmatrix}$　则$P\left(X<2 \middle| X\geq 0\right)=$(　　　)。

2． X 服从$[0,\ 3]$上的均匀分布，则对 X 独立观察 3 次恰有 1 次大于 2 的概率为（　　）。

3．设 X 服从$N(\mu,3^2)$，； $X_1,X_2,\ldots,X_n$是取自总体 X 的简单随机样本，

则检验问题H_0 ：$\mu\leq 1$;　　　H_1 ：$\mu>1$通常所用的统计量（　　　　）。

4．随机变量 X 、Y 的方差分别为 4 和 9，相关系数为-0.5，则随机变量 $X-Y$ 的方差为（　　　）。

5. 设 $X_1,X_2,\cdots,X_n(n>1)$为来自总体 X 的简单随机样本，且$D(X)=\sigma^2$

则$Cov(2X_1\ ,\overline{X})=$（　　　）。

6.设（X，Y）服从正态分布$N(2,0;1,1;0)$，则$P\{XY-2Y<0\}=$(　　　　).

二． 单项选择题

1．设 $f_1(x)$为[1，3]上均匀分布的概率密度， $f_2(x)$为$N(2,\ \sigma^2)$的概率密度

若$f(x)=\begin{cases} af_1(x), & x\leq 2 \\ bf_2(x), & x>2 \end{cases}$为概率密度，则$a,b$应取（　　　）。

（A）$a=-1,b=3$；（B）$a=1,b=1$；（C）$a=1,b=2$；（D）$a=2,b=1$

2．设X_1,X_2的分布列都为:$\begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{2} & \frac{1}{4} \end{pmatrix}$，且$P\{|X_1X_2|=0\}=1$

则$P\{X_1^2+X_2^2=1\}=$（　　　　）。

(A)0；　(B)0.5；　(C)1；　(D)0.25。

3．随机变量 X 服从标准正态分布。则$E[(X^2e^X]=$（　　）。

(A) $\sqrt{e}$ ；　(B) $2\sqrt{e}$ ；　(C) 1 ；　(D) 2 。

4．设总体X服从参数为2的泊松分布，$X_1,X_2,\ldots,X_n$是来自总体X的简单随机样本，则当$n\to\infty$时，$Y_n=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i^2$依概率收敛于（　　　　）。

（A）常数12；（B）常数3；（C）常数 9；（D）常数6。

5．设$X_1,X_2,\cdots,X_n$是来自标准正态总体的简单随机样本，$\overline{X}$和S^2为样本均值和样本方差，则（　　　）

（A）$\overline{X}$服从标准正态分布；（B）$D(\sum_{i=1}^{n}X_i^2)=n$

（C）$n(\overline{X})^2$服从χ^2分布；（D）$D(S^2)=2(n-1)$

6. X和Y的相关系数为0.2，$U=-4X+1, V=1-Y$
则U和V的相关系数为（　　　）
(A)　0.2　；　(B)　－0.8　；　(C)　－0.2　；　(D)　－0.4。

三．计算题

（一）（12分）设X的分布列为$P\{X=1\}=P\{X=0\}=0.5$，Y服从标准正态分布，

X、Y相互独立；试求$Z=X^3+Y$的分布密度函数$f_z(z)$。

（二）（16分）设二维随机变量(X,Y)的密度函数为

$$f(x,y)=\begin{cases}c, & 0<x<1,\quad 2x<y<2.\\ 0, & \text{其它。}\end{cases}$$

1.求常数c　　2. 求出X、Y的边际分布密度

3. 说明X、Y是否独立，为什么？　4.求$P\{X+Y<1\}$

（三）（10分）总体X服从$[\lambda,2]$上的均匀分布（参数$\lambda<2$））

$X_1,X_2,\cdots,X_n$为来自总体X的简单随机样本。

1.　求参数λ的矩估计。　2. 求参数λ的极大似然估计。

（四）（8 分）随机变量 X 的密度函数为 $f(x) = \begin{cases} 2e^{-2x} & x > 0 \\ 0, & x \le 0 \end{cases}$，

$F(x)$ 为 X 的分布函数 试求 $Y = F(X)$ 的概率密度函数和数学期望。

四.（6 分）总体 X 服从 $N(0,2^2)$ ，$X_1, X_2, \cdots, X_{15}$ 为来自总体 X 的简单随机样本

记 $Y = \dfrac{2(X_1 + X_2 + \cdots + X_5)^2}{(X_6^2 + X_7^2 + \cdots + X_{15}^2)}$。证明：$Y$ 服从 $F(1, 10)$

讲习题答案

一．填空题

1． $\frac{1}{4}$；2． $\frac{4}{9}$；3． $\frac{(\overline{X}-1)}{3}\sqrt{n}$； 4． 19；5. $\frac{2}{n}\sigma^2$；6. $\frac{1}{2}$

二．单选题

1-----6 $BCBDCA$

三.

（一）（12 分）解：记 Z 得分布函数为 $F_Z(z)$

$$则\ F_Z(z)=P\{X^3+Y\le z\}=\sum_{i=0}^{1}P\{X=i, X^3+Y\le z\}$$

$$=\sum_{i=0}^{1}P\{X=i\}P\{Y\le -i^3+z\}=\frac{1}{2}P\{Y\le z\}+\frac{1}{2}P\{Y\le z-1\}$$

$$=\frac{1}{2}\Phi(z)+\frac{1}{2}\Phi(z-1)$$

$$f_z(z)=\frac{1}{2}[\phi(x)+\phi(z-1)]$$

（二）解

（1） $\because \int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}p(x,y)dxdy=1$

$\therefore c=1$

（2） X 的边际分布密度 $p_1(x)=\int_{-\infty}^{+\infty}p(x,y)dy=\begin{cases}2-2x & 1>x>0\\ 0 & \text{其它}\end{cases}$

Y 的边际分布密度

$$p_2(y)=\int_{-\infty}^{+\infty}p(x,y)dx=\begin{cases}\frac{y}{2} & 2>y>0\\ 0 & \text{其它}\end{cases}$$

（3）$\because$ $p(x,y)\ne p_1(x)p_2(y)$ 所以 X 、Y 不独立，

（4） $P\{X+Y<1\}=\iint\limits_{x+y<1}dxdy=\frac{1}{6}$

（三）

解： 1. X 服从$[\lambda,2]$上的均匀分布

计算得$E(X)=\frac{\lambda+2}{2}$，令$\frac{\lambda+2}{2}=\overline{X}$

所以λ的 矩估计 $\hat{\lambda}_1=2\overline{X}-2$

.似然函数$L(\lambda)=\prod_{i=1}^{n}f(x_i,\theta)=\begin{cases}(\frac{1}{2-\lambda})^n & \lambda\le\min\{x_1,x_2\cdots,x_n\}\\ 0 & 其它\end{cases}$

$\hat{\lambda}=\min\{x_1,x_2,\cdots,x_n\}$ 时$L(\lambda)$达到最大值

所以$\hat{\lambda}_2=\min\{X_1,X_2,\cdots,X_n\}$为$\lambda$的最大似然估计

它们都是λ的相合估计。

（四）解：（过程略）X的分布函数$F(x)=\begin{cases}1-e^{-2x} & x>0\\ 0 & x\le 0\end{cases}$

$Y=F(X)$的概率密度函数$p(x)=\begin{cases}1 & 0<x<1\\ 0 & 其它\end{cases}$

$EY=\frac{1}{2}$

四．证明： 略