

学号: _____ 姓名: _____ 专业年级: _____ 授课教师: _____ 考场教室号: _____ 座号: _____

中国海洋大学全日制本科课程期中考试试卷

2017 年秋季学期 考试科目: 高等数学 I-1 学院: 数学科学学院

试卷类型: _____ 卷 命题人: 高等数学命题组 审核人: 赵璋

考试说明: 本课程为闭卷考试, 共 2 页, 满分为 100 分, 可携带考场规定的必需用品。

题号	一	二	三	四	总分
得分					

一、 填空题(每题 3 分, 共 21 分)

1. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3 \sin x + x^2 \sin \frac{1}{x^2}}{(1 + \cos x) \ln(1 + x)} = \underline{\hspace{2cm}}.$

2. $\lim_{n \rightarrow +\infty} [\arctan(1 + n^2)]^{\frac{1}{n}} = \underline{\hspace{2cm}}.$

3. 已知 $f(x) = |x^2 + 3x + 2| \sin(x + 1)$ 有 k 个不可导点, 则 $k = \underline{\hspace{2cm}}.$

4. 若 $f(x)$ 是周期为 5 的可导函数,

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(1 + \sin x) - f(1 - 3x)}{\sqrt{1 - 2x} - 1} = -8$, 则 $f'(6) = \underline{\hspace{2cm}}.$

5. 函数 $f(x) = x^{\frac{1}{x}}$ 在 $x > 0$ 上的最大值为 .

6. 设 $y = f(x)$ 有二阶导数, 且 $f'(x) < 0$,

$f(0) = f'(0) = f''(0) = -2$, $x = \varphi(y)$ 是其反函数,

则 $\varphi''(-2) = \underline{\hspace{2cm}}.$

7. 已知 $f(x) = xe^x$, 则高阶导数 $f^{(100)}(0) = \underline{\hspace{2cm}}.$

二、 选择题 (每题 3 分, 共 9 分)

1. 下列说法错误的是 ().

(A) 若 $f(x)$ 是 $(-\infty, +\infty)$ 上的连续函数, 且 $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = A$, 则函数 $f(x)$ 必有界;

(B) 若 $f(x)$ 是 $(-\infty, +\infty)$ 上可导, 且 $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = A$, 则必有

$$\xi \in (-\infty, +\infty) \text{ 使 } f'(\xi) = 0;$$

(C) $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上可导, 且 $f'_+(a) \cdot f'_-(b) < 0$, 则必有

$$\xi \in (a, b) \text{ 使 } f'(\xi) = 0;$$

(D) 若 $f(x)$ 有二阶导数且 $f(x_0)$ 是极小值, 则必有 $f''(x_0) > 0$.

2. 设 $f(x)$ 连续, 且 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{1 - \cos x} = -1$, 则 ().

(A) $f(0)$ 是 $f(x)$ 的极大值;

(B) $f(0)$ 是 $f(x)$ 的极小值;

(C) $f(x)$ 在点 $x = 0$ 处不一定可导; (D) $f(0)$ 不是 $f(x)$ 的极值.

3. 设 $y = f(x)$ 可导, 要使 $F(x) = f(x)(1 + |\sin x|)$ 在 $x = 0$ 处可导, 则 ().

(A) $f(0) = 0$;

(B) $f'(0) = 0$;

(C) $f(0) + f'(0) = 0$;

(D) $f(0) - f'(0) = 0$.

三、 完成下列各题 (每题 8 分, 共 56 分)

1. 已知 $f(x) = x^x$, 求 $f''(x)$.

2. 求 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{\cos x}}{x \sin(\sin x)}$.

3. $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 [\arctan(x+1) - \arctan x]$.

4. 求函数 $f(x) = (x-1)e^{\frac{\pi}{2} + \arctan x}$ 的极值.

5. 求函数 $f(x) = x \ln(x + \sqrt{1+x^2}) - \sqrt{1+x^2}$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上的最值.

6. $f(x) = \begin{cases} x \arctan \frac{1}{x^2}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$, 试讨论导函数 $f'(x)$ 在 $x = 0$

的连续性.

7. 求参数方程 $\begin{cases} x = t \ln t \\ y = \frac{\ln t}{t} \end{cases}$ 在 $t > 1$ 上所确定函数 $y = y(x)$ 的极值.

四、证明题 (每小题 7 分, 共 14 分)

1. 设 $f(x)$ 在 $[0,1]$ 上可导且 $f(1) = 1$, $f(0) = 0$, 证明: 存在 $\xi \in (0,1)$ 使

$$f'(\xi) + (f(\xi) - \xi) = 1.$$

2. 证明: 由方程 $x^3 - 3xy^2 + 2y^3 = 32$ 所确定函数 $y = y(x)$ 存在极值.