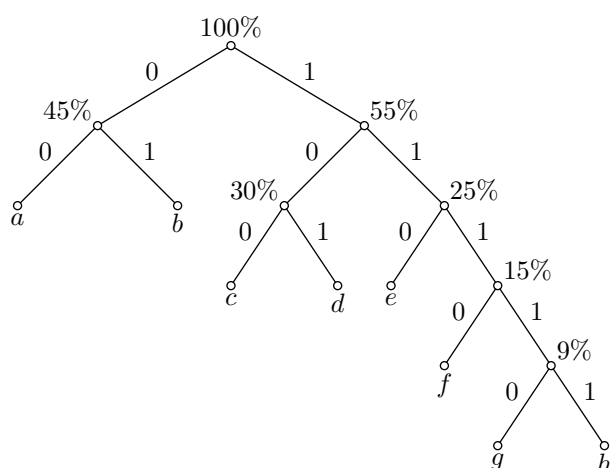


# 1999 年计算机数学基础

三、

3. 作最优树如下：



得最佳前缀码：

$a-00;$

$b-01;$

$c-100;$

$d-101;$

$e-110;$

$f-1110;$

$g-11110;$

$h-11111;$

每传输 100 个字母，需要传输  $25 \cdot 2 + 20 \cdot 2 + 15 \cdot 3 + 15 \cdot 3 + 10 \cdot 3 + 6 \cdot 4 + 5 \cdot 5 + 4 \cdot 5 = 279$  个二进制位。所以传输  $100^n$  个按此概率分布的字母需用  $279 \cdot 100^{n-1}$  个二进制位。

4.

证明：由于  $\delta^+(D) \geq 1$ ，所以  $D$  中有边。在  $D$  中构造一极大路径  $\Gamma$ ，不妨记  $\Gamma = v_1 v_2 \cdots v_k$ 。由于  $\Gamma$  是极大路径，所以所有邻接于  $v_k$  的顶点都在  $\Gamma$  上。令  $s = \min\{i \mid \langle v_k, v_i \rangle \in E(D)\}$ 。考虑初级回路  $C = v_k v_s v_{s+1} \cdots v_k$ ，注意到，由于所有邻接于  $v_k$  的顶点都在  $\Gamma$  上，且  $v_s$  是所有邻接于  $v_k$  的顶点中编号最小的一个，所以其它邻接于  $v_k$  的顶点  $v_i$  都满足  $s < i < k$ ，从而都在  $C$  上。由于  $G$  中至少有  $\delta^+(D)$  个顶点邻接于  $v_k$ ，而这些顶点，连同  $v_k$  本身，都在  $C$  上，所以  $C$  中至少有  $\delta^+(D) + 1$  个顶点。  $\square$