

## 2004 年计算机专业基础

二、

1.

- (1)  $A$  上共有  $2^{n^2}$  个二元关系, 共有  $n^n$  个一元(全)函数。
- (2)  $A$  上共有 5 个等价关系, 19 个偏序关系。
- (3)  $\cup \cup \{1, 2\} = \cup(1 \cup 2) = \cup 2 = 1$ ,  $\cap \cap \{2, 3\} = \cap(2 \cap 3) = \cap 2 = \emptyset$ 。
- (4)  $\text{card}(\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}) = \aleph_0$ ,  $\text{card } A = \aleph = 2^{\aleph_0}$ 。

2. 命题 (1) 成立。

证明:  $\forall x$ ,

$$x \in \cap(A \cup B)$$

$$\iff \forall S(S \in A \cup B \rightarrow x \in S)$$

(广义交定义)

$$\iff \forall S((S \in A \vee x \in B) \rightarrow x \in S)$$

(集合并定义)

$$\iff \forall S(\neg(S \in A \vee x \in B) \vee x \in S)$$

(蕴涵等值式)

$$\iff \forall S((\neg S \in A \wedge \neg x \in B) \vee x \in S)$$

(命题逻辑德·摩根律)

$$\iff \forall S((\neg S \in A \vee x \in S) \wedge (\neg x \in B \vee x \in S))$$

(命题逻辑分配律)

$$\iff \forall S((S \in A \rightarrow x \in S) \wedge (x \in B \rightarrow x \in S))$$

(蕴涵等值式)

$$\iff \forall S(S \in A \rightarrow x \in S) \wedge \forall S(S \in B \rightarrow x \in S)$$

(量词分配等值式)

$$\iff x \in \cap A \wedge x \in \cap B$$

(广义交定义)

$$\iff x \in (\cap A) \cap (\cap B)$$

(集合交定义)

□

3.

- (1) 当  $r$  和  $s$  皆为偶数时,  $G$  为欧拉图。
- (2) 当  $r = s \geq 2$  时,  $G$  为哈密顿图。
- (3) 当  $r \leq 2$  或  $s \leq 2$  时,  $G$  为平面图。
- (4) 轮图是自对偶的, 所以  $\chi^* = \chi = 4$ 。

4. 考虑 3 度顶点所对应的 3 个分支中 2 度顶点的数量, 由于总计有且仅有 3 个 2 度顶点, 故, 这些 2 度顶点的分布只能有  $\{0, 0, 3\}$ ,  $\{0, 1, 2\}$ ,  $\{1, 1, 1\}$  这三种可能。显然, 两棵满足题目要求的无向树是同构的当且仅当它们 2 度顶点在分支中的分布方式相同。因此, 在同构意义上, 共有三棵满足要求的无向树: