考场教室号：________ 授课教师：________ 专业年级：________ 姓名：________ 学号：________

考试说明：本课程为闭卷考试，共 2 页，满分为 100 分，可携带考场规定的必需用品。

题号	一	二	三	四	总分
得分					

一、 填空题(共 8 题，每题 3 分，共 24 分)

1. 极限 $\lim\limits_{\substack{x\to\infty\\ y\to 2}}\left(1+\dfrac{1}{xy}\right)^{\frac{x^2}{x+y}}=$ $\sqrt{e}$.

2. 交换积分次序：$\int_{-1}^{0}dy\int_{1-y}^{2}f(x,y)dx=$ $\int_1^2 dx\int_{1-x}^{0} f(x,y)dy$.

3. 二重积分化为极坐标系下的二次积分 $\iint\limits_{x^2+y^2\le 2y}f(x,y)dxdy=$ $\int_0^{\pi}d\theta\int_0^{2\sin\theta} f(r\cos\theta, r\sin\theta)rdr$.

   或 $\int_0^{2\pi}d\theta\int_0^{1} f(r\cos\theta, r\sin\theta+1)rdr$

4. 函数 $f(x,y,z)=xe^{yz}$ 在点 $(1,2,0)$ 处的梯度 $gradf=$ $\{1,0,2\}$.

5. 设 $f(u)$ 可导，$z=xyf(\dfrac{y}{x})$，则 $x\dfrac{\partial z}{\partial x}+y\dfrac{\partial z}{\partial y}=$ $2z$.

6. 函数 $f(x,y)=\sqrt{x^2+y^2}$ 在点 $(0,0)$ 处沿方向 $\vec{l}=\{1,1\}$ 的方向导数为 1 .

7. 函数 $f(x,y)=x^2-6y+y^3$ 的极小值为 $-4\sqrt{2}$.

8. 曲面 $z=x^2+y^2$ 上与平面 $z=2x+4y$ 平行的切平面方程为 $2x+4y-z=5$.

   $2(x-1)+4(y-2)-(z-5)=0$

二、选择题(共 4 题，每题 3 分，共 12 分)

1. 已知 $f'_x(x_0,y_0)=1$，$f'_y(x_0,y_0)=2$，则 $f(x,y)$ 在点 (x_0,y_0) 处（ D ）.

   A. 连续；　　　　B. $df=dx+2dy$；

   C. 沿 $\vec{l}=\{1,1\}$ 的方向导数为 $\dfrac{3}{\sqrt{2}}$；　　　　D. 不取极值.

2. 曲线Γ：$x=t, y=t^2, z=t^3$上对应$t=-1$的点处的切线与平面$x+2y+z=4$的位置是（ A ）

A．平行但不重合；　B．垂直；　C．斜交；　D．切线在平面内．

3．下列函数在点$(0,0)$处可微的是（ B ）.

A．$f(x,y)=\sqrt{x^2+y^2}$；　B．$f(x,y)=|xy|$；

C．$f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{xy}{\sqrt{x^2+y^2}}, & x^2+y^2\neq 0\\ 0, & x^2+y^2=0\end{cases}$；　D．$f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{xy}{x^2+y^2}, & x^2+y^2\neq 0\\ 0, & x^2+y^2=0\end{cases}$.

4．已知$F(u,v)$有连续偏导数，且方程$F(cx-az, cy-bz)=0$确定隐函数$z=z(x,y)$，则

$$a\frac{\partial z}{\partial x}+b\frac{\partial z}{\partial y}=（ C ）.$$

A．a；　B．b；　C．c；　D．1.

三、计算题(共7题，第1～6题每题9分，第7题10分，共64分)

4' $\frac{\partial z}{\partial y}=f+y[f_2'\cdot x]=f+xyf_2'$

1．已知$f(u,v)$有二阶连续偏导数，$z=yf(x,xy)$，求$\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$.

$\frac{\partial z}{\partial x}=yf_1'+y^2f_2'$　5' $\frac{\partial z}{\partial x\partial y}=f_1'+2yf_2'+xyf_{12}''+xy^2f_{22}''$

2．已知$\begin{cases}x^2+y^2+z^2=1\\ x+y+z=0\end{cases}$，求$\dfrac{dy}{dx}$及$\dfrac{dz}{dx}$.　$\frac{dy}{dx}=\frac{z-x}{y-z}$，$\frac{dz}{dx}=\frac{x-y}{y-z}$

$\frac{dy}{dx}=-\frac{2x+y}{x+2y}$　$\frac{dz}{dx}=-\frac{2x+z}{x+2z}$

3．设D：$x^2+y^2\le 2x$，计算二重积分$I=\iint\limits_D(x^2y^3+y^2+1)dxdy$. $=\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}d\theta\int_0^{2\cos\theta}(r^3\sin^2\theta+r)dr$

$=\frac{5\pi}{4}$

4．设Ω：$\begin{cases}x^2+y^2\le 1\\ x^2+y^2\le z\le 2\end{cases}$，计算三重积分$I=\iiint\limits_\Omega(x^2+y^2)dxdydz$. $=\int_0^{2\pi}d\theta\int_0^1dr\int_{r^2}^2 r^3dz=\frac{2}{3}\pi$

$=\frac{2}{3}\pi$

5．设Ω：$x^2+y^2+z^2\le 2z$，计算三重积分$I=\iiint\limits_\Omega(x+y+z)^2dxdydz$. $=\int_0^{2\pi}d\theta\int_0^{\pi}d\varphi\int_0^1(r^2+2r\cos\varphi+1)$

$r^2\sin\varphi dr=\frac{32}{15}\pi$

6．已知$f(u)$有连续导数，$f(0)=0$，求$\lim\limits_{t\to 0}\dfrac{1}{t^5}\iiint\limits_{x^2+y^2+z^2\le t^2}f(x^2+y^2+z^2)dxdydz$.

$=\frac{4\pi}{5}f'(0)$

7．设封闭曲线Γ：$\begin{cases}x^2+y^2+z^2=a^2\\ x-y=0\end{cases}$，1）计算第一类曲线积分$\oint\limits_\Gamma\sqrt{2x^2+z^2}ds$；$=2\pi a^2$

7'

2）试写出Γ的参数方程　$\Gamma:\begin{cases}x=x\\ y=x\\ z=\sqrt{a^2-2x^2}\end{cases}$　& $\begin{cases}x=x\\ y=x\\ z=-\sqrt{a^2-2x^2}\end{cases}$　$-\frac{a}{\sqrt2}\le x\le\frac{a}{\sqrt2}$

3' $\begin{cases}x=\frac{a}{\sqrt2}\cos t\\ y=\frac{a}{\sqrt2}\cos t\\ z=a\sin t\end{cases}$　$0\le t\le 2\pi$