

第一章 集合

1.1

- (1) $\{2\}$;
- (2) $\{1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144, 169, 196\}$;
- (3) $\{1, 8, 27, 64\}$;
- (4) $\{0, 1, 2, \dots\}$;
- (5) $\{2, 3\}$;
- (6) $\{a, b, c, d, e, f, g, h, i, j, k, l, m, n, o, p, q, r, s, t, u, v, w, x, y, z, A, B, C, D, E, F, G, H, I, J, K, L, M, N, O, P, Q, R, S, T, U, V, W, X, Y, Z\}$ 。

1.2

- (1) $\{(x, y) \mid x, y \in \mathbb{R} \wedge x^2 + y^2 < 1\}$;
- (2) $\{\theta \mid \exists k(k \in \mathbb{Z} \wedge \theta = \frac{\pi}{4} + k\pi)\}$;
- (3) $\{x \mid x \in \mathbb{N} \wedge x < 8\}$;
- (4) $\{(x, y, z) \mid x, y, z \in \mathbb{N} \wedge x^2 + y^2 = z^2\}$;
- (5) $\{x \mid x \in \mathbb{R} \wedge x^2 + 5x + 6 = 0\}$ 。

1.3 (1), (4), (5), (6), (8), (9) 正确, 其余不正确。

1.4

(1) 成立。

证明:

$$A \in B \wedge B \subseteq C$$

$$\iff A \in B \wedge \forall x(x \in B \rightarrow x \in C) \quad (\text{子集关系定义})$$

$$\implies A \in B \wedge (A \in B \rightarrow A \in C) \quad (\text{x/A})$$

$$\implies A \in C \quad (\text{假言推理})$$

□

(2) 不成立。举反例如下: 令 $A = \{a\}, B = \{\{a\}\}, C = \{\{a\}, \{b\}\}$, 则有 $A \in B \wedge B \subseteq C$, 但 $A \notin C$ 。

(3) 不成立。举反例如下: 令 $A = \{a\}, B = \{a, b\}, C = \{\{a, b\}, \{b, c\}\}$, 则有 $A \subseteq B \wedge B \in C$, 但 $A \notin C$ 。

(4) 不成立。举反例如下: 令 $A = \{a\}, B = \{a, b\}, C = \{\{a, b\}, \{b, c\}\}$, 则有 $A \subseteq B \wedge B \in C$, 但