

2001 年计算机数学基础

三、

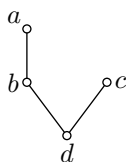
1.

- (1) $\cap A = \{\emptyset\} \cap \{\{\emptyset\}\} = \emptyset$ 。
- (2) $\cup A = \{\emptyset\} \cup \{\{\emptyset\}\} = \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$ 。
- (3) $\cup \cup A = \cup \{\emptyset, \{\emptyset\}\} = \emptyset \cup \{\emptyset\} = \{\emptyset\}$ 。
- (4) $\cup \mathcal{P}(A) = A = \{\{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}\}$ 。
- (5) $\mathcal{P}(\cup A) = \mathcal{P}(\{\emptyset, \{\emptyset\}\}) = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\}$ 。

2. 由图论基本定理, $\sum_{v \in V(G)} d(v) = 2m = 42$ 。12 个 3 度顶点的度数和为 36, 因此共有 3 个 2 度顶点。从而 $n = 15$ 。

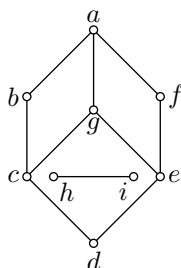
3.

(1) 哈斯图如下:



(2) $C = \emptyset$, 无上确界。 $D = \{d\}$, 下确界为 d 。

4. 为顶点作标记如下:



(1) $\kappa = 0$ 。

(2) $\chi = 2$ 。事实上, 取 $V_1 = \{a, c, e, h\}$, $V_2 = \{b, d, f, g, i\}$, 则 $\langle V_1, V_2, E \rangle$ 为二部图。

(3) $\beta_0 = 5$ 。 $V_2 = \{b, d, f, g, i\}$ 为点独立集, 所以 $\beta_0 \geq 5$ 。而任何点独立集, 至多只能从 $\{a, b, c, d, e, f\}$ 中取三个顶点, 从 $\{h, i\}$ 中取一个顶点, 加上 g , 至多有 5 个顶点。所以 $\beta_0 = 5$ 。

(4) $\beta_1 = 4$ 。取图中所有水平和竖直的边即得一个 4 阶匹配, 而显然有 $\beta_1 \leq 4 = \lfloor \frac{n}{2} \rfloor$ 。

(5) $\alpha_0 = 4$ 。 $V_1 = \{a, c, e, h\}$ 即是一个 4 阶点覆盖。而 $\alpha_0 \geq \beta_1 = 4$ 。