$=(A \times C) \oplus (B \times C)$ (对称差性质)

注：证明中所述"性质"均出现在课本中相关的"定义"之后。形式化证明略。 □

2.8 当 $A = \varnothing \vee B = \varnothing$ 时，有 $A \times B \subseteq A$。当 $A = \varnothing$ 时，等号成立。

2.9 由于 A 到 B 的一个二元关系就是 $A \times B$ 的一个子集。故，从 A 到 B 上不同二元关系的数量就是 $A \times B$ 上不同的子集的数量。即为 $2^{|A \times B|} = 2^{mn}$ 个。

从 A 到 B 的关系有：

$R_1 = \varnothing$；

$R_2 = \{\langle a, 1\rangle\}$；

$R_3 = \{\langle b, 1\rangle\}$；

$R_4 = \{\langle c, 1\rangle\}$；

$R_5 = \{\langle a, 1\rangle, \langle b, 1\rangle\}$；

$R_6 = \{\langle a, 1\rangle, \langle c, 1\rangle\}$；

$R_7 = \{\langle b, 1\rangle, \langle c, 1\rangle\}$；

$R_8 = \{\langle a, 1\rangle, \langle b, 1\rangle, \langle c, 1\rangle\}$；

从 B 到 A 的关系有：

$R_1^{-1} = \varnothing$；

$R_2^{-1} = \{\langle 1, a\rangle\}$；

$R_3^{-1} = \{\langle 1, b\rangle\}$；

$R_4^{-1} = \{\langle 1, c\rangle\}$；

$R_5^{-1} = \{\langle 1, a\rangle, \langle 1, b\rangle\}$；

$R_6^{-1} = \{\langle 1, a\rangle, \langle 1, c\rangle\}$；

$R_7^{-1} = \{\langle 1, b\rangle, \langle 1, c\rangle\}$；

$R_8^{-1} = \{\langle 1, a\rangle, \langle 1, b\rangle, \langle 1, c\rangle\}$。

2.10[1]

证明:

$$
\begin{aligned}
& \forall a \in \cup \cup R \\
\iff & \exists S(S \in \cup R \wedge a \in S) && \text{(广义并定义)} \\
\iff & \exists S' \exists S(S' \in R \wedge S \in S' \wedge a \in S) && \text{(广义并定义)} \\
\iff & \exists\{\{x\},\{x,y\}\}\exists S(\{\{x\},\{x,y\}\} \in R \wedge S \in \{\{x\},\{x,y\}\} \wedge a \in S) && \text{(R 是二元关系)} \\
\iff & \exists\{\{x\},\{x,y\}\}\exists S(\{\{x\},\{x,y\}\} \in R \wedge (S = \{x\} \vee S = \{x,y\}) \\
& \qquad \wedge a \in S) && \text{($\in$ 性质)} \\
\iff & \exists\{\{x\},\{x,y\}\}(\{\{x\},\{x,y\}\} \in R \wedge \\
& \qquad (S = \{x\} \wedge a \in S) \vee (S = \{x,y\} \wedge a \in S)) && \text{(命题逻辑德·摩根律)} \\
\iff & \exists\{\{x\},\{x,y\}\}(\{\{x\},\{x,y\}\} \in R \wedge (a = x \vee (a = x \vee a = y))) && \text{($\in$ 性质)} \\
\iff & \exists\{\{x\},\{x,y\}\}(\{\{x\},\{x,y\}\} \in R \wedge (a = x \vee a = y)) && \text{(命题逻辑结合律、幂等律)} \\
\iff & a \in \operatorname{dom} R \vee a \in \operatorname{ran} R && \text{(定义域、值域定义)} \\
\iff & a \in \operatorname{fld} R && \text{(域定义)}
\end{aligned}
$$

故有 $\operatorname{fld} R = \cup \cup R$。 □

[1]感谢南京大学计算机系胡海星(starfish@lilybbs.us)大侠给出此题的形式化证明。