定理 19.7 设 φ 是格 $\langle L_1, \wedge, \vee \rangle$ 到 $\langle L_2, \wedge, \vee \rangle$ 的同态映射，则 $\forall a, b \in L_1$ 有

$$a \preccurlyeq b \Rightarrow \varphi(a) \preccurlyeq \varphi(b).$$

定理 19.8 设 L_1, L_2 是格，$\varphi : L_1 \to L_2$ 是双射，则 φ 为 L_1 到 L_2 的同构的充分必要条件是:

$$\forall a, b \in L_1, a \preccurlyeq b \Leftrightarrow \varphi(a) \preccurlyeq \varphi(b).$$

定理 19.9 设 L 是偏序集. 若对任意 $S \subseteq L$ 都有 $\wedge S$ (或 $\vee S$)存在，则 L 是完备格.

定理 19.10 设 L 是格，令

$$I(L) = \{x \mid x \text{ 是 } L \text{ 的理想}\},$$

则 $I(L)$ 关于集合的包含关系构成一个格，称为**格 L 的理想格**.

定理 19.11 对任意格 L, 设 $I(L)$ 是 L 的理想格. 令 $I_0(L) = I(L) \cup \{\varnothing\}$，则 $I_0(L)$ 是完备格.

定理 19.12 任意格 L 都可以嵌入到 $I_0(L)$ 中.

推论 任何格都可以嵌入一个完备格.

定理 19.13 一个格 L 是模格当且仅当 L 不含有和五角格同构的子格.

定理 19.14 格 L 是模格充要条件是对 L 中任意 a, b, c，$a \preccurlyeq b$ 有

$$a \vee c = b \vee c \text{ 且 } a \wedge c = b \wedge c \Rightarrow a = b.$$

定理 19.15 设 L 为分配格，则在 L 中成立广义分配律，即 $\forall a, b_i \in L, i = 1, 2, \cdots, n$ 有

(1) $a \vee \Big(\bigwedge\limits_{i=1}^{n} b_i\Big) = \bigwedge\limits_{i=1}^{n} (a \vee b_i)$;　　(2) $a \wedge \Big(\bigvee\limits_{i=1}^{n} b_i\Big) = \bigvee\limits_{i=1}^{n} (a \wedge b_i)$.

定理 19.16 设 L 为分配格，则 $\forall a, b, c \in L$ 有

$$a \wedge c = b \wedge c \text{ 且 } a \vee c = b \vee c \Rightarrow a = b.$$

定理 19.17 分配格一定是模格.

定理 19.18 一个模格 L 是分配格当且仅当 $\forall a, b, c \in L$ 有

$$(a \wedge b) \vee (b \wedge c) \vee (c \wedge a) = (a \vee b) \wedge (b \vee c) \wedge (c \vee a).$$

定理 19.19 一个模格是分配格当且仅当它不含有与钻石格同构的子格.

推论 1 格 L 是分配格当且仅当 L 既不含有与五角格同构的子格，也不含有与钻石格同构的子格.

推论 2 每一条链都是分配格.

推论 3 小于五元的格都是分配格.

定理 19.20 格 L 是分配格当且仅当 $\forall a, b, c \in L$ 有

$$a \wedge c = b \wedge c \text{ 且 } a \vee c = b \vee c \Rightarrow a = b.$$

定理 19.21 设 L 是有界分配格，$a \in L$. 若 a 存在补元，则 a 的补元是惟一的.

定理 19.22 设 $\langle B, *, \circ, \triangle, a, b \rangle$ 是代数系统，其中 $*$ 和 $\circ$ 是二元运算，$\triangle$ 为一元运算，$a, b \in B$ 是零元运算. 如果满足以下条件:

(1) $\forall x, y \in B$ 有 $x * y = y * x, x \circ y = y \circ x$;　　(交换律)

(2) $\forall x, y, z \in B$ 有 $x * (y \circ z) = (x * y) \circ (x * z),\quad x \circ (y * z) = (x \circ y) * (x \circ z)$;　　(分配律)

(3) $\forall x \in B$ 有 $x * b = x, x \circ a = x$;　　(同一律)

(4) $\forall x \in B$ 有 $x * \triangle x = a, x \circ \triangle x = b$;　　(补元律)

则 $\langle B, *, \circ, \triangle, a, b \rangle$ 是布尔格. 若规定 $*$ 为 B 中求最大下界运算，$\circ$ 为求最小上界运算，则 $\triangle$ 为这个布尔格的求补运算且 a 是全下界 0，b 为全上界 1.

定理 19.23 设 $\langle B, \wedge, \vee, {}^{-}, 0, 1 \rangle$ 是布尔代数，则

(1) $\forall a \in B, \bar{\bar{a}} = a$;