由于 $K_1 \cap K_2 = \varnothing$，所以 g 是函数。

g 显然是满射。

对任意 $x, y \in K_1 \cup K_2, x \neq y$，分三种情况讨论：

(1) 若 $x \in K_1, y \in K_2$ 或 $x \in K_2, y \in K_1$，则由 $K_1 \neq K_2$ 和教材定理 2.1 知，$g(x) \neq g(y)$。

(2) 若 $x, y \in K_1$，则由 f 是双射知，$f(x) \neq f(y)$，从而由教材定理 2.1 知，$g(x) \neq g(y)$。

(3) 若 $x, y \in K_2$，则教材定理 2.1 直接有，$g(x) \neq g(y)$。

因此，g 是单射，从而是双射。从而有 $K_1 \cup K_2 \approx \{K_1, K_2\} \times K_2$。

由此得证：$\kappa + \kappa = \operatorname{card}(K_1 \cup K_2) = \operatorname{card}(\{K_1, K_2\} \times K_2) = 2 \cdot \kappa$。 □

(7)

证明： 设 K 为一基数为 κ 的集合，作 $f : K \to (\{\varnothing\} \to K), \forall x \in K, f(x) = \{\langle \varnothing, x \rangle\}$。显然 f 是双射。

因此有 $K \approx (\{\varnothing\} \to K)$。从而有：$\kappa^1 = \operatorname{card}(\{\varnothing\} \to K) = \operatorname{card} K = \kappa$。 □

(8)

证明： 对任意自然数 $n \in \mathbb{N}$，显然有 $\operatorname{card}(\{n\}) = 1, n \cap \{n\} = \varnothing$。

故有 $n + 1 = \operatorname{card}(n \cup \{n\}) = \operatorname{card}(n^+) = n^+$。 □