NO.

Date

例4. 理想气体状态方程 $pV=RT$（R为常数），证明 $\frac{\partial p}{\partial V}\cdot\frac{\partial V}{\partial T}\cdot\frac{\partial T}{\partial p}=-1$

证：$p=\frac{RT}{V}$ $\quad \frac{\partial p}{\partial V}=-\frac{RT}{V^2}$

$V=\frac{RT}{p}$ $\quad \frac{\partial V}{\partial T}=\frac{R}{p}$

$T=\frac{pV}{R}$ $\quad \frac{\partial T}{\partial p}=\frac{V}{R}$

说明：此题表明，偏导数是整体记号，不能看作分子分母之商！

$\therefore \frac{\partial p}{\partial V}\cdot\frac{\partial V}{\partial T}\cdot\frac{\partial T}{\partial p}=-\frac{RT}{V^2}\cdot\frac{R}{p}\cdot\frac{V}{R}=-\frac{RT}{pV}=-1$

(4) 偏导数存在与函数连续的关系

注意：各偏导数在某点都存在 $\not\rightarrow$ 函数在该点连续

反例：$z=f(x,y)=\begin{cases}\frac{xy}{x^2+y^2}, & x^2+y^2\neq 0\\ 0, & x^2+y^2=0\end{cases}$ 在 $(0,0)$ 偏导数存在，

但在 $(0,0)$ 处不连续.

$$\left.\frac{\partial z}{\partial x}\right|_{(0,0)}=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{f(0+\Delta x,0)-f(0,0)}{\Delta x}=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{0-0}{\Delta x}=0$$

$$\left.\frac{\partial z}{\partial y}\right|_{(0,0)}=\lim_{\Delta y\to 0}\frac{f(0,0+\Delta y)-f(0,0)}{\Delta y}=\lim_{\Delta y\to 0}\frac{0-0}{\Delta y}=0$$

$\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)}\frac{xy}{x^2+y^2}$ 不存在，$\because \lim\limits_{\substack{x\to 0\\ y=kx}}\frac{xy}{x^2+y^2}=\lim\limits_{x\to 0}\frac{x\cdot kx}{x^2+k^2x^2}=\frac{k}{1+k^2}$ 不存在.

随 k 值变化而变化，故 $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ y\to 0}}\frac{xy}{x^2+y^2}$ 不存在，从而 $f(x,y)$ 在 $(0,0)$ 不连续。

2. 全微分

(1) 定义：设 $z=f(x,y)$ 在点 $P_0(x_0,y_0)$ 某邻域 $U(P_0)$ 内有定义，