$R_1, R_2, R_3, R_4, R_5, R_6, R_7, R_8, R_{10}, R_{11}, R_{13}, R_{14}, R_{16}$ 是传递的。

R_1 是空关系，R_8 是恒等关系，R_{16} 是全域关系，R_{13} 是小于等于关系，R_4 是小于关系，R_{14} 是大于等于关系，R_5 是大于关系，R_{13} 是整除关系。

2.25

先证：$I_{\mathrm{dom}\,R} \subseteq R^{-1} \circ R$。

证明:

$$
\begin{aligned}
& \forall x, y \\
& \langle x, y\rangle \in I_{\mathrm{dom}\,R} \\
\iff & x = y \land x \in \mathrm{dom}\,R && \text{(恒等关系定义)} \\
\iff & x = y \land \exists z(\langle x, z\rangle \in R) && \text{(定义域定义)} \\
\iff & x = y \land \exists z(\langle x, z\rangle \in R \land \langle z, x\rangle \in R^{-1}) && \text{(逆关系定义)} \\
\iff & x = y \land \langle x, x\rangle \in R^{-1} \circ R && \text{(合成运算定义)} \\
\iff & \langle x, y\rangle = \langle x, x\rangle \land \langle x, x\rangle \in R^{-1} \circ R && \text{(教材定理 2.1)} \\
\implies & \langle x, y\rangle \in R^{-1} \circ R && \text{(等号性质)}
\end{aligned}
$$

□

再证：$I_{\mathrm{ran}\,R} \subseteq R \circ R^{-1}$。

证明:

$$
\begin{aligned}
& \forall x, y \\
& \langle x, y\rangle \in I_{\mathrm{ran}\,R} \\
\iff & x = y \land x \in \mathrm{ran}\,R && \text{(恒等关系定义)} \\
\iff & x = y \land \exists z(\langle z, x\rangle \in R) && \text{(值域定义)} \\
\iff & x = y \land \exists z(\langle z, x\rangle \in R \land \langle x, z\rangle \in R^{-1}) && \text{(逆关系定义)} \\
\iff & x = y \land \exists z(\langle x, z\rangle \in R^{-1} \land \langle z, x\rangle \in R) && \text{(命题逻辑交换律)} \\
\iff & x = y \land \langle x, x\rangle \in R \circ R^{-1} && \text{(合成运算定义)} \\
\iff & \langle x, y\rangle = \langle x, x\rangle \land \langle x, x\rangle \in R \circ R^{-1} && \text{(教材定理 2.1)} \\
\implies & \langle x, y\rangle \in R \circ R^{-1} && \text{(等号性质)}
\end{aligned}
$$

□

2.26

(1)

$$
M(R) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad M(R^2) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad M(R^3) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}
$$

得：$R^2 = \{\langle a, a\rangle, \langle a, c\rangle, \langle b, b\rangle, \langle b, d\rangle\}$，$R^3 = \{\langle a, b\rangle, \langle a, d\rangle, \langle b, a\rangle, \langle b, c\rangle\}$。

(2) $m = 2, n = 4$；

(3) 注意到：$R^2 = R^4$ 并不意味着 $R^1 = R^3$ 或 $R^2 = I_A$。这一结论可以表述成：在半群(和独异点)上，消去律不一定成立。另外，当 A 为无穷集时，未必存在满足第 (2) 小题的 m 和 n。例