

欧拉图和哈密顿图

欧拉图



哈密顿通路(Hamilton path): 经过图中所有顶点的初级通路 (路径)

★ 初级通路里面的点不能重复经过

哈密顿回路(Hamilton circuit/cycle): 经过图中所有顶点的初级回路 (圈)

哈密顿图(Hamiltonian): 有哈密顿回路的图

半哈密顿图(semi-Hamiltonian): 有哈密顿通路的图

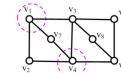
定理8.6: 设G= $\langle V, E \rangle$ 是无向哈密顿图, 则对V的任意非空真子集 V_1 有

$$p(G - V_1) \leq |V_1|$$

★ 相当于一个圈, 你删除n个节点, 至多产生n个连通分支

★ 无向哈密顿图的必要条件

该定理可以用来证明不是哈密顿图, 只要你可以找到n个顶点删除后产生n+1个连通分支即可



推论 设G= $\langle V, E \rangle$ 是无向半哈密顿图, 则对V的任意非空真子集 V_1 有

$$p(G - V_1) \leq |V_1| + 1$$

★ 相当于在哈密顿回路的基础上破坏一个点

★ 无向半哈密顿图的必要条件

记忆: 2) Petersen图不是哈密顿图: 穷举
3) Petersen图是半哈密顿图

推论1 (Ore定理): 设G是 $n(n \geq 3)$ 阶无向简单图, 若对G中任意不相邻顶点u与v有

$$d(u) + d(v) \geq n$$

则G是哈密顿图.

n阶 $n/2$ 正则图是无向哈密顿图

注意, 是不相邻的 u, v

★ 无向哈密顿图的充分条件

定理8.11: 完全图 $K_{2k+1}(k \geq 1)$ 中同时有k条边不重的哈密顿回路, 且这k条边不重的哈密顿回路含 K_{2k+1} 中所有边.

定理8.7: 设G是 $n(n \geq 2)$ 阶无向简单图, 若对G中任意不相邻顶点u与v有

$$d(u) + d(v) \geq n - 1$$

则G是半哈密顿图.

在哈密顿图的基础上-1,

★ 无向半哈密顿图的充分条件

强连通的竞赛图