第一章　质点运动学

1.1 质点运动的描述

一、参考系 质点

1、运动的绝对性和相对性

1、运动是绝对的：

任何物体任何时刻都在不停地运动着

2、运动又是相对的：

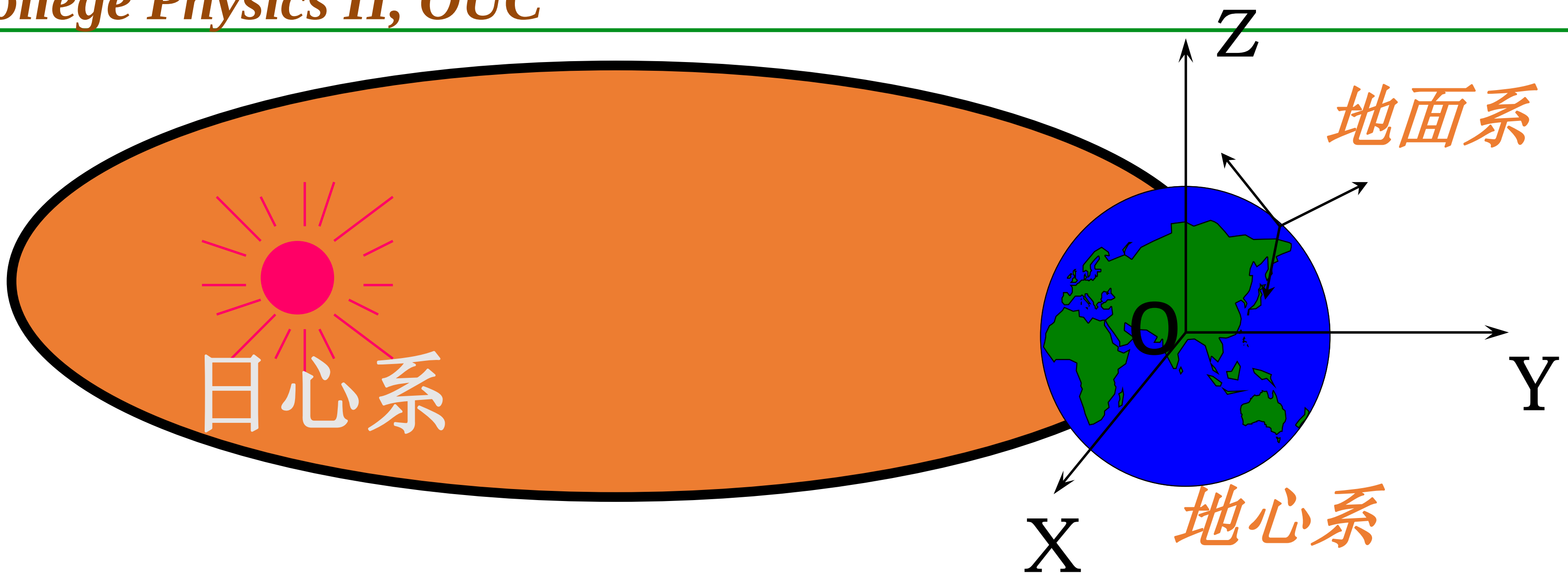
运动的描述是相对其他物体而言的

2、参考系

为了描述一个物体的运动，必须选择另一个物体作为参考，被选作参考的物体称为参考系。

注意

参考系不一定是静止的。



3、坐标系

为了定量地确定物体的运动，须在参照系上选用一个坐标系。

常用的坐标系有直角坐标系 (x,y,z)，极坐标系 (ρ,θ)，球坐标系 (R,θ,φ)，柱坐标系 (R,φ,z)。

4、 物理模型——质点

质点 → 没有大小和形状，只具有全部质量的一点。

可以将物体简化为质点的两种情况：

- 物体不变形，不作转动(此时物体上各点的速度及加速度都相同，物体上任一点可以代表所有点的运动)。
- 物体本身线度和它活动范围相比小得很多(此时物体的变形及转动显得并不重要)。

- 选择合适的参考系，

  以方便确定物体的运动性质；

- 建立恰当的坐标系，

  以定量描述物体的运动；

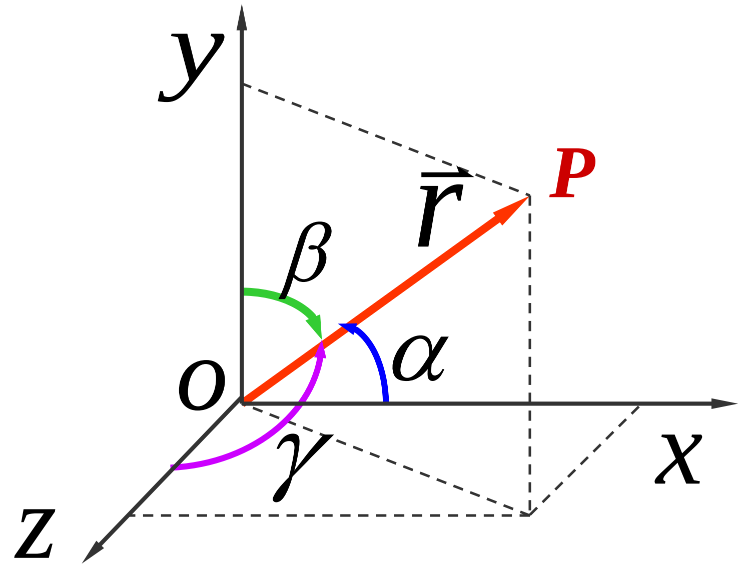
- 提出准确的物理模型，

  以突出问题中最基本的运动规律。

二. 描述质点运动的四个物理量

1.位置矢量

在坐标系中，用来确定质点所在位置的矢量，叫做**位置矢量**，简称**位矢**。位置矢量是从坐标原点指向质点所在位置的有向线段。



$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$$

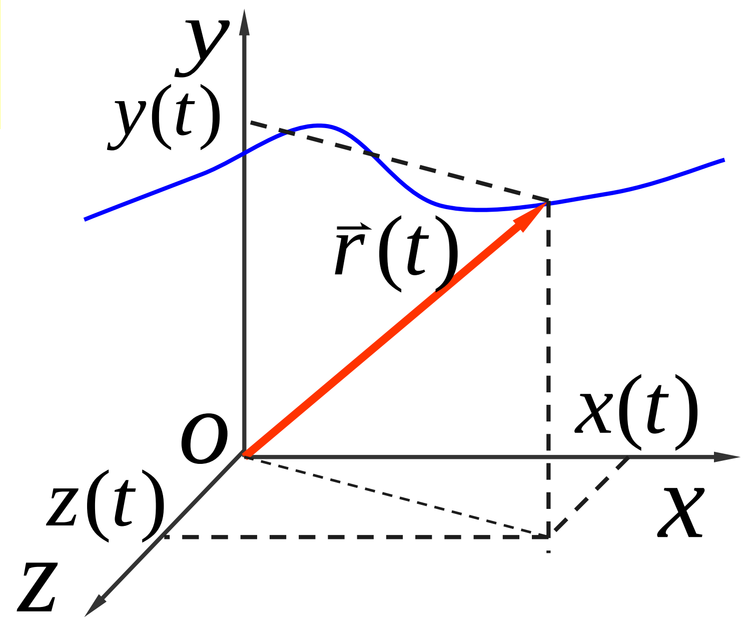
$$\cos\alpha = x/r \qquad \cos\beta = y/r$$

$$r \equiv |\vec{r}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

$$\cos\gamma = z/r$$

位矢随时间 t 变化的函数表达式叫运动方程

$$\vec{r}(t)=x(t)\vec{i}+y(t)\vec{j}+z(t)\vec{k}$$



或

$$\begin{cases} x=x(t) \\ y=y(t) \\ z=z(t) \end{cases}$$

消去变量 t，得到质点运动的轨道方程

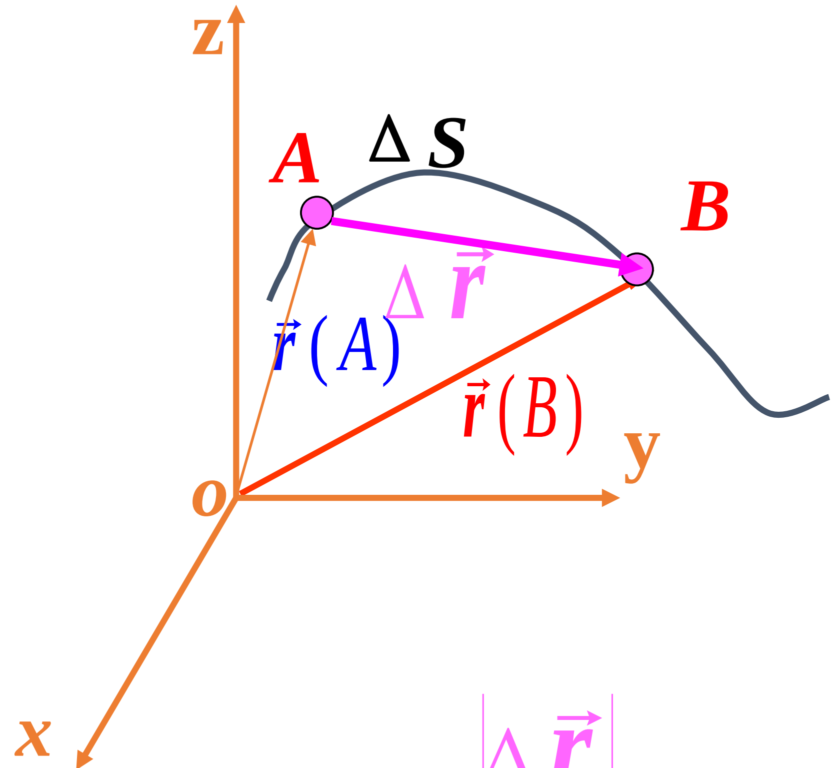
$$f(x,y,z)=0$$

$$\begin{cases} x=-t^2 \\ y=t^4+2t^2 \end{cases} \Longrightarrow y=x^2-2x$$

2. 位移

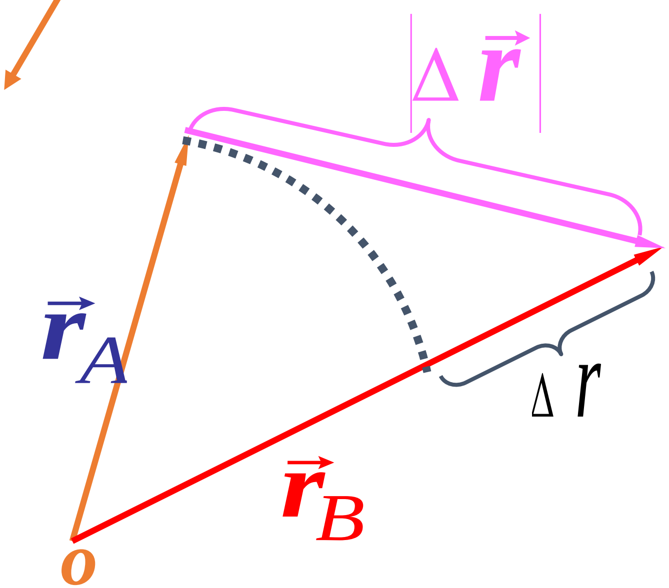
位移反映质点位置变化的物理量，从初始位置指向末位置的有向线段。

$$\Delta\vec{r}=\vec{r}_B-\vec{r}_A$$



路程是质点经过实际路径的长度。路程是标量，ΔS

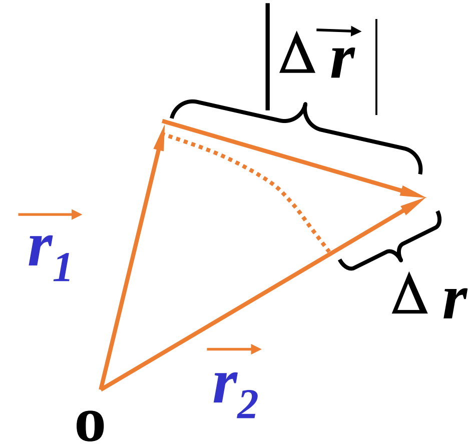
注意区分$|\Delta\vec{r}|$、Δr　Δs



注意

★位移是矢量，有大小和方向

★ Δr 与 $\Delta\vec{r}$ 的区别



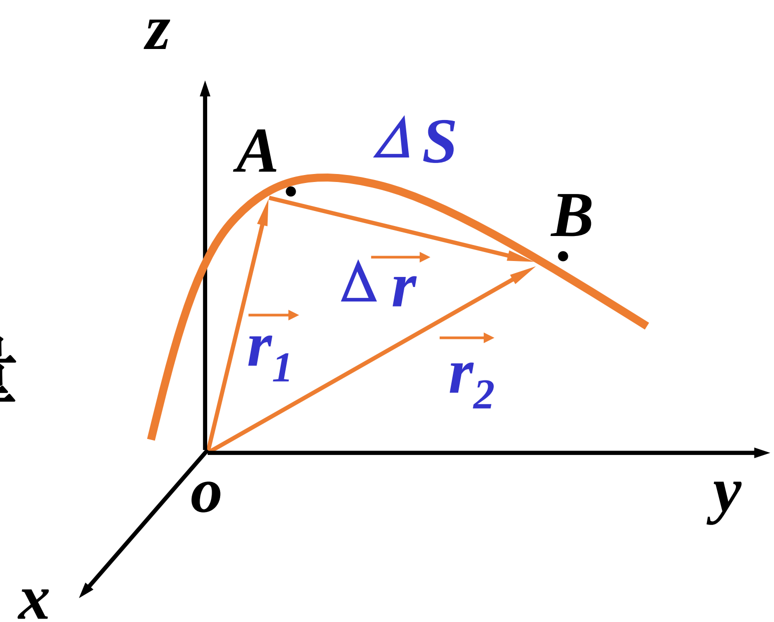
a）Δr 为标量，$\Delta\vec{r}$ 为矢量

b）$\Delta r = |\vec{r}_2| - |\vec{r}_1| \quad \Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$

$$|\Delta\vec{r}| \geq \Delta r$$

★ Δs 与 $\Delta\vec{r}$ 的区别

Δs 为路程(轨道长度)，是标量



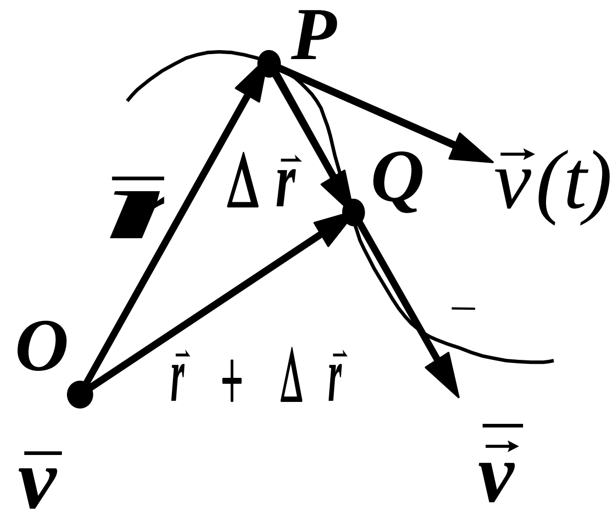
★ $\Delta t \to 0 \qquad |d\vec{r}| = ds$

元位移的大小

路程

$$\Delta s \geq |\Delta\vec{r}|$$

3.速度



平均速度 $\bar{\vec{v}} = \dfrac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$

平均速率 $\bar{v} = \dfrac{\Delta S}{\Delta t}$

a 矢量和标量　　b 大小关系 $\left|\bar{\vec{v}}\right| \le \bar{v}$

瞬时速度

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\vec{r}(t+\Delta t)-\vec{r}(t)}{\Delta t} = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$

速度是位矢对时间的一阶导数

<u>速度方向</u>　$\Delta t \to 0$ 时,$\Delta\vec{r}$ 的极限方向

在P点的切线并指向质点运动方向

直角坐标系中

瞬时速度

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{dx}{dt}\vec{i} + \frac{dy}{dt}\vec{j} + \frac{dz}{dt}\vec{k}$$

$$= v_x\vec{i} + v_y\vec{j} + v_z\vec{k}$$

速度大小

$$v = |\vec{v}| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$$

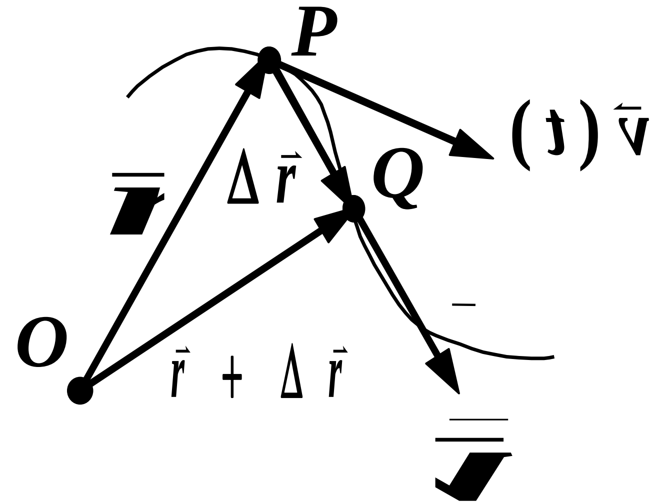
平均速度

$$\bar{\vec{v}} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{\Delta x}{\Delta t}\vec{i} + \frac{\Delta y}{\Delta t}\vec{j} + \frac{\Delta z}{\Delta t}\vec{k}$$

$$= \bar{v}_x\vec{i} + \bar{v}_y\vec{j} + \bar{v}_z\vec{k}$$

速率

平均速率 $\bar{v} = \dfrac{\Delta s}{\Delta t}$



瞬时速率 $v = \lim\limits_{\Delta t \to 0} \dfrac{\Delta s}{\Delta t} = \dfrac{ds}{dt} = \left|\dfrac{d\vec{r}}{dt}\right| = |\vec{v}|$

注意 速度是矢量，速率是标量。

★ 一般情况 $\bar{v} > \left|\bar{\vec{v}}\right|$ $(\Delta s > |\Delta \vec{r}|)$

★ 单向直线运动情况 $\bar{v} = \left|\bar{\vec{v}}\right|$ $(\Delta s = |\Delta \vec{r}|)$

★ 瞬时速率等于瞬时速度的大小

$|d\vec{r}| = ds \longrightarrow v = ds/dt = |d\vec{r}|/dt = |\vec{v}|$

例1.1.1设质点做二维运动： $\vec{r} = 2t\vec{i} + (2-t^2)\vec{j}$

求t=0秒及t=2秒时质点的速度，并求后者的大小和方向。

解：$\vec{v} = \dfrac{d\vec{r}}{dt} = 2\vec{i} - 2t\vec{j}$

$t = 0 \quad \vec{v}_0 = 2\vec{i} \qquad t = 2 \quad \vec{v}_2 = 2\vec{i} - 4\vec{j}$

大小：$v_2 = \sqrt{2^2 + 4^2} = 4.47\,m/s$

方向：$\theta = \arctan\dfrac{-4}{2} = -63^\circ 26'$

θ为$\overrightarrow{v_2}$与x轴的夹角

练1.1.1一质点沿x轴作直线运动，其位置坐标与时间的关系为

$x=10+8t-4t^2$,

求：（1）质点在第一秒第二秒内的平均速度。

（2）质点在t=0、1、2秒时的速度。

解：（1）$t=0 \quad x_0=10$

$t=1 \quad x_1=10+8\times1-4\times1^2=14$

$t=2 \quad x_2=10+8\times2-4\times2^2=10$

$$\therefore \bar{v}_{t_1t_2}=\frac{\Delta x}{\Delta t}$$

$\bar{v}_{0-1}=4(m/s)$ 方向与x轴正向相同

$\bar{v}_{1-2}=-4(m/s)$ 方向与x轴正向相反

（2）$v_t = \frac{dx}{dt} = 8 - 8t$

代入 t = 0 , 1 , 2 得:

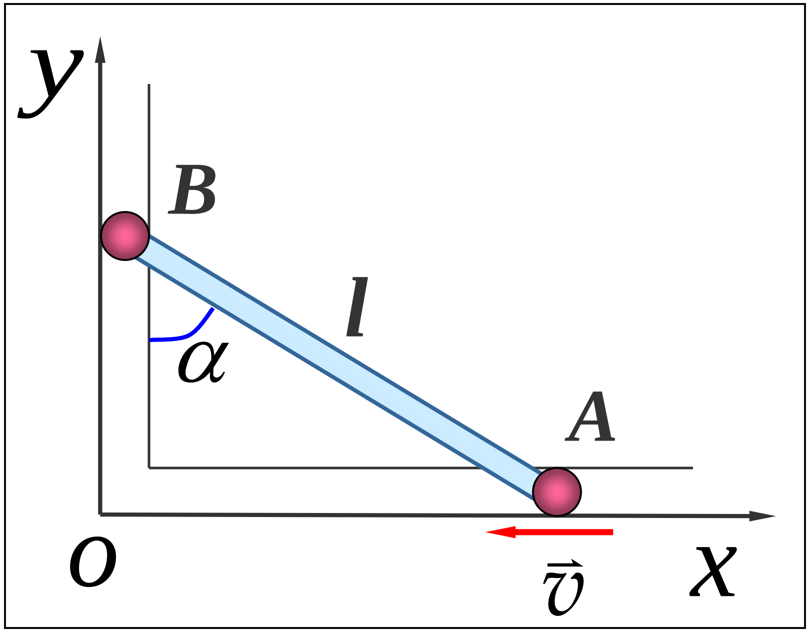
$v_0 = 8\ m/s$ 与 x 轴 正 向 相 同

$v_1 = 0$ 此 时 转 向

$v_2 = -8\ m/s$ 与 x 轴 正 向 相 反

练习1.1.2 如图所示，A、B 两物体由一长为l的刚性细杆相连，A、B 两物体可在光滑轨道上滑行.如物体A以恒定的速率v向左滑行，当α=60º时，物体B的速率为多少?

解 建立坐标系如图,



物体A 的速度

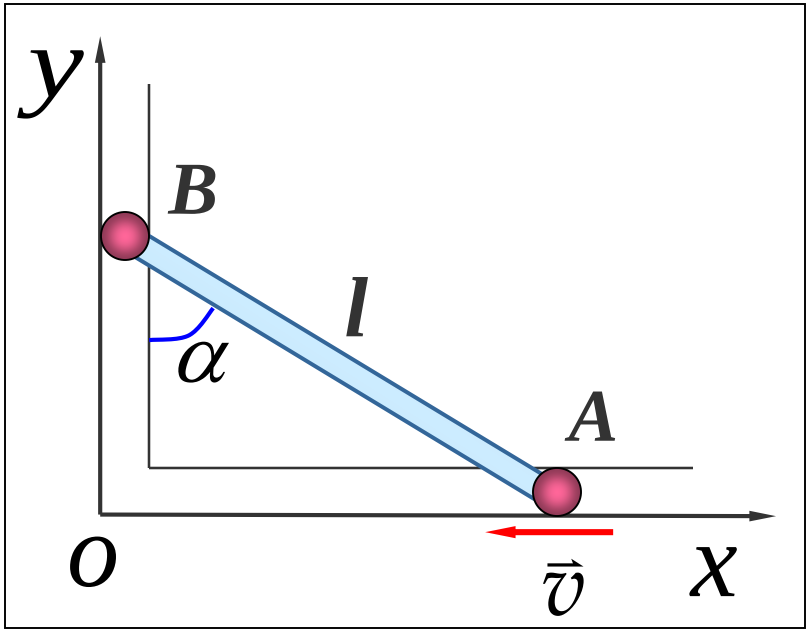
$$\vec{v}_A = v_x \vec{i} = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\vec{i} = -v\vec{i}$$

物体B 的速度

$$\vec{v}_B = v_y \vec{j} = \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\vec{j}$$

OAB为一直角三角形，刚性细杆的长度 l 为一常量

$$x^2 + y^2 = l^2$$



两边求导得

$$2x\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} + 2y\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} = 0$$

即 $$\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} = -\frac{x}{y}\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$$

$$\vec{v}_B = -\frac{x}{y}\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\vec{j}$$

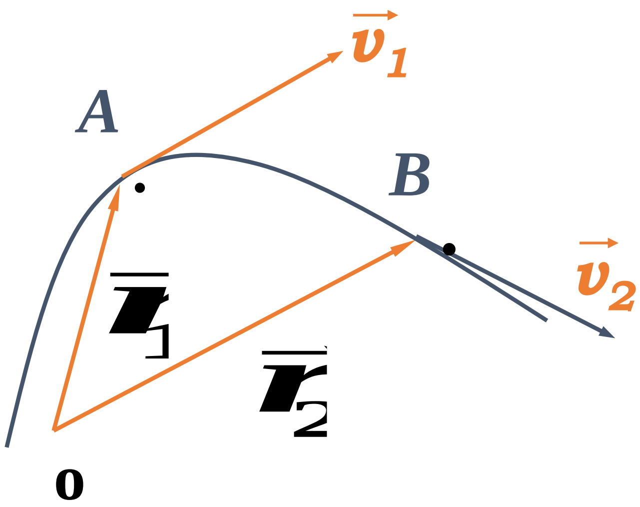
$$\because \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = -v, \quad \tan\alpha = \frac{x}{y} \qquad \therefore \vec{v}_B = v\tan\alpha\,\vec{j}$$

$\vec{v}_B$ 沿 y 轴正向，当 $\alpha = 60^\circ$ 时 $v_B = 1.73v$

4.加速度（单位：米/秒²）

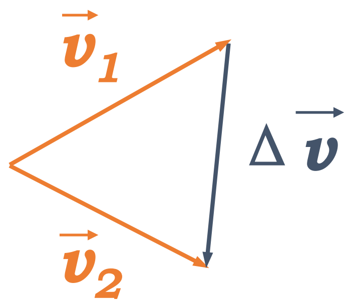
平均加速度

$$\bar{\vec{a}} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v}(t_2) - \vec{v}(t_1)}{t_2 - t_1}$$



瞬时加速度

$$\vec{a}(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$$



加速度是速度对时间的一阶导数

或位矢对时间的二阶导数

$\vec{r}$、$\vec{v}$ ⟶ 描述质点运动状态的物理量

⟶ 描述质点运动状态变化的物理量

直角坐标系中

加速度

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{dv_x}{dt}\vec{i} + \frac{dv_y}{dt}\vec{j} + \frac{dv_z}{dt}\vec{k}$$

$$= a_x\vec{i} + a_y\vec{j} + a_z\vec{k}$$

加速度大小 $a = |\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$

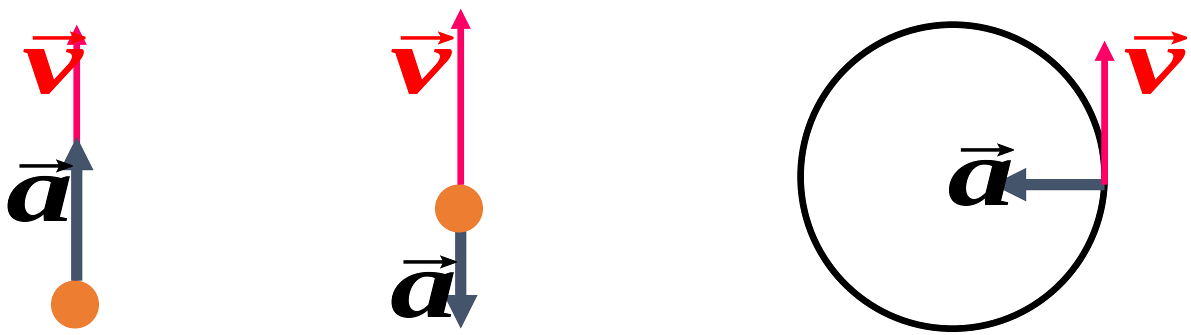
任意曲线运动都可以视为沿x,y,z轴的三个各自独立的直线运动的叠加（矢量加法）。

——运动的独立性原理或运动叠加原理

加速度的**方向**就是时间Δt趋近于零时，速度增量的极限方向。加速度与速度的方向一般不同。

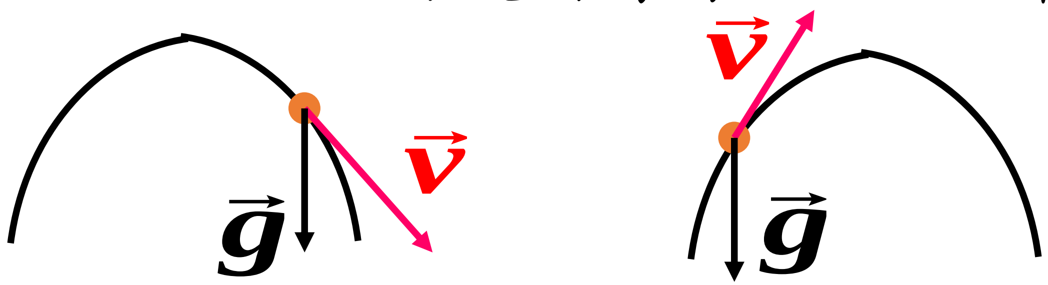
加速度与速度的夹角为0°或180°，质点做直线运动。

加速度与速度的夹角等于90°，质点做圆周运动。

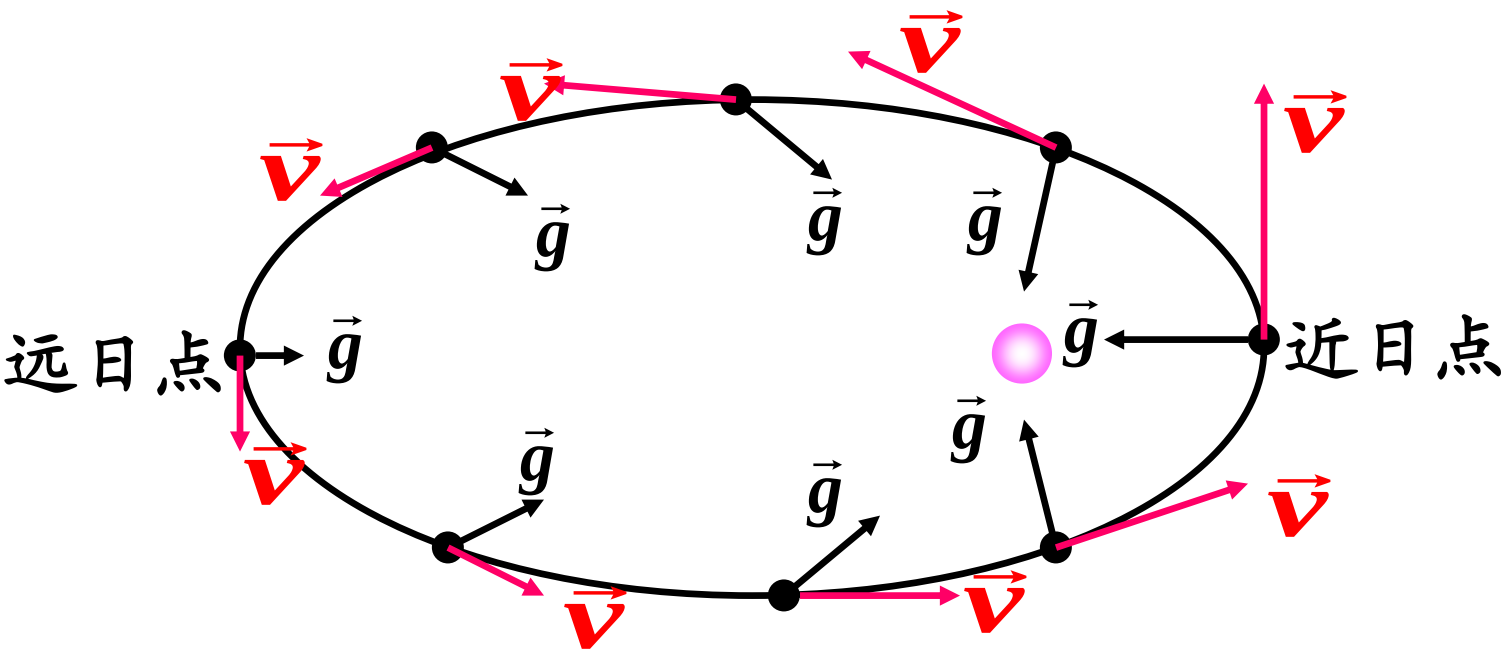


加速度与速度的夹角大于90°，速率减小。

加速度与速度的夹角等于90°，速率不变。



加速度方向与速度方向没有必然联系



位矢　　位移$\Delta \vec{r}$　　速度　　加速度

注意

★矢量性：　四个量都是矢量，有大小和方向

加减运算遵循平行四边形法则

★瞬时性：　$\vec{r}$　$\vec{v}$　$\vec{a}$ $\longrightarrow$ 某一时刻的瞬时量

不同时刻不同

$\Delta \vec{r}$ $\longrightarrow$ 过程量

★相对性：不同参照系中，同一质点运动描述不同

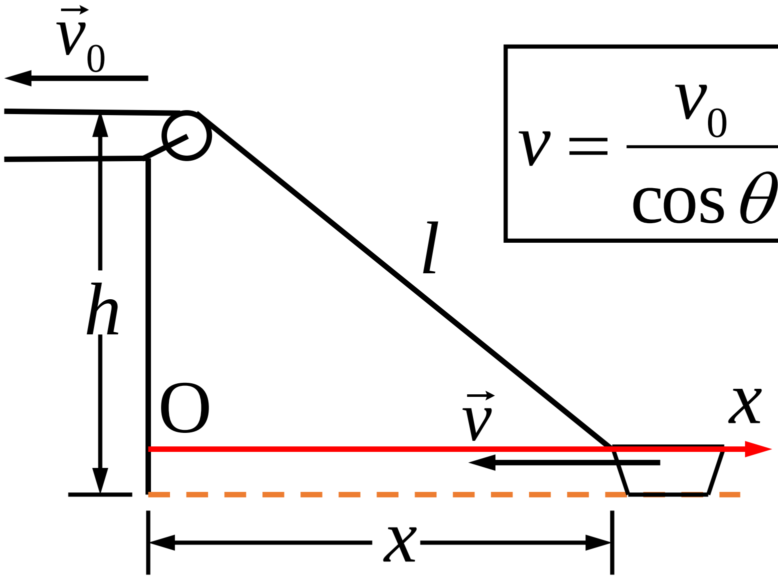
不同坐标系中，具体表达形式不同

例1.1.2 如图，在离水面高度为 h 的岸边，用绳子拉船靠岸，收绳速率恒为 v_0，求船在离岸边距离为 x 时的速度和加速度。

解：以 l 表示从船到定滑轮的绳长，则 $v_0 = -\dfrac{dl}{dt}$

建立一维坐标系，船的位矢

$$\vec{r} = x\vec{i}$$



$$v = \frac{v_0}{\cos\theta}$$

船速度

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{dx}{dt}\vec{i} = \frac{d}{dt}\sqrt{l^2 - h^2}\,\vec{i} = \frac{l}{\sqrt{l^2 - h^2}} \cdot \frac{dl}{dt}\vec{i} = -\frac{\sqrt{x^2 + h^2}}{x} v_0 \vec{i}$$

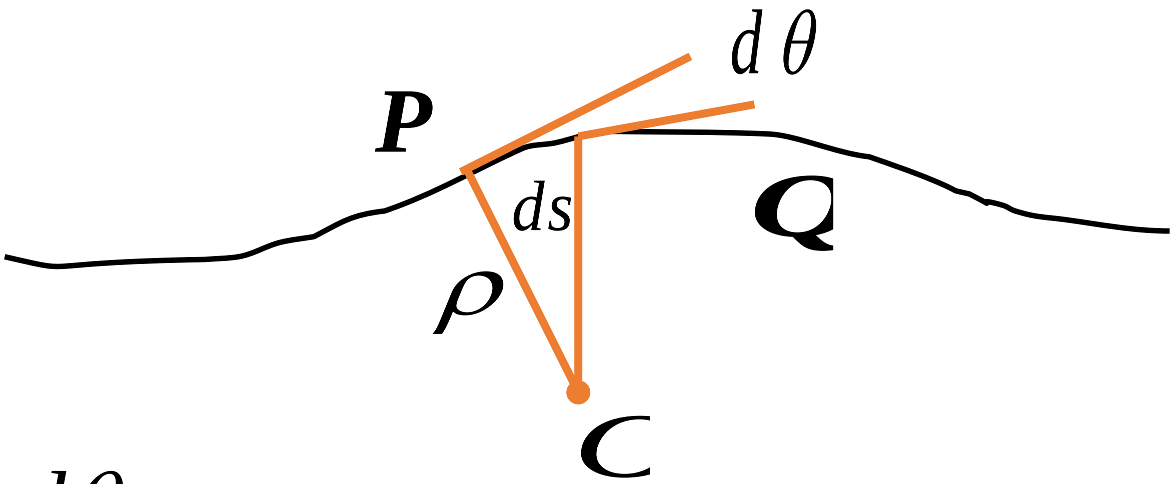
船加速度 $\vec{a} = \dfrac{d\vec{v}}{dt} = \dfrac{d\vec{v}}{dx} \cdot \dfrac{dx}{dt} = \dfrac{h^2 v_0}{x^2\sqrt{x^2 + h^2}}\vec{i} \cdot \dfrac{dx}{dt} = -\dfrac{h^2 v_0^2}{x^3}\vec{i}$

作业： 9 15 16

***作业： 9 13 15**

1.2 圆周运动

补充内容



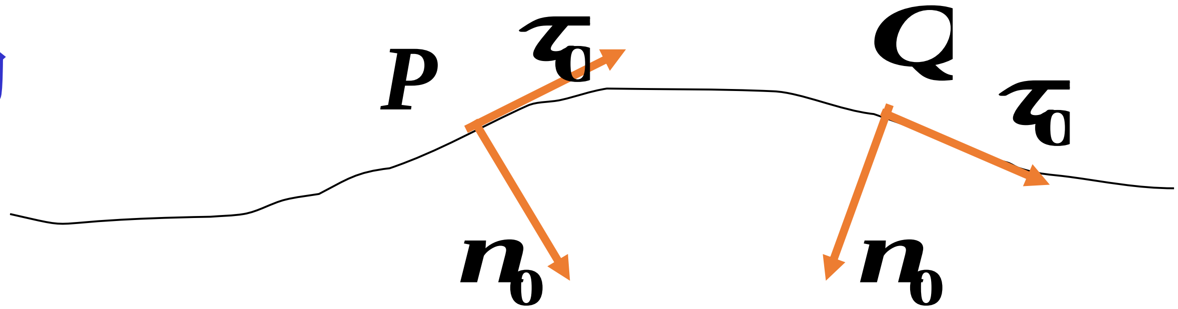
$$k = \lim_{\Delta s \to 0} \frac{\Delta \theta}{\Delta s} = \frac{d\theta}{ds}$$

曲率越大，曲线弯曲的越厉害

$$\rho = \frac{1}{k} = \frac{ds}{d\theta}$$

自然坐标系中

1、平面曲线运动



方向描述　　作相互垂直的单位矢量 $\vec{\tau}_0$　$\vec{n}_0$

$\vec{\tau}$ ⟶ 切向单位矢量　指向物体运动方向

$\vec{n}$ ⟶ 法向单位矢量　指向轨道的凹侧

轨迹上各点处，自然坐标轴的方位不断变化。

$$\vec{v} = v\vec{\tau}_0$$

$$\vec{a} = \vec{a}_t + \vec{a}_n = a_t\vec{\tau}_0 + a_n\vec{n}_0$$

$\boxed{\text{切向加速度}}$　　　$\boxed{\text{法向加速度}}$

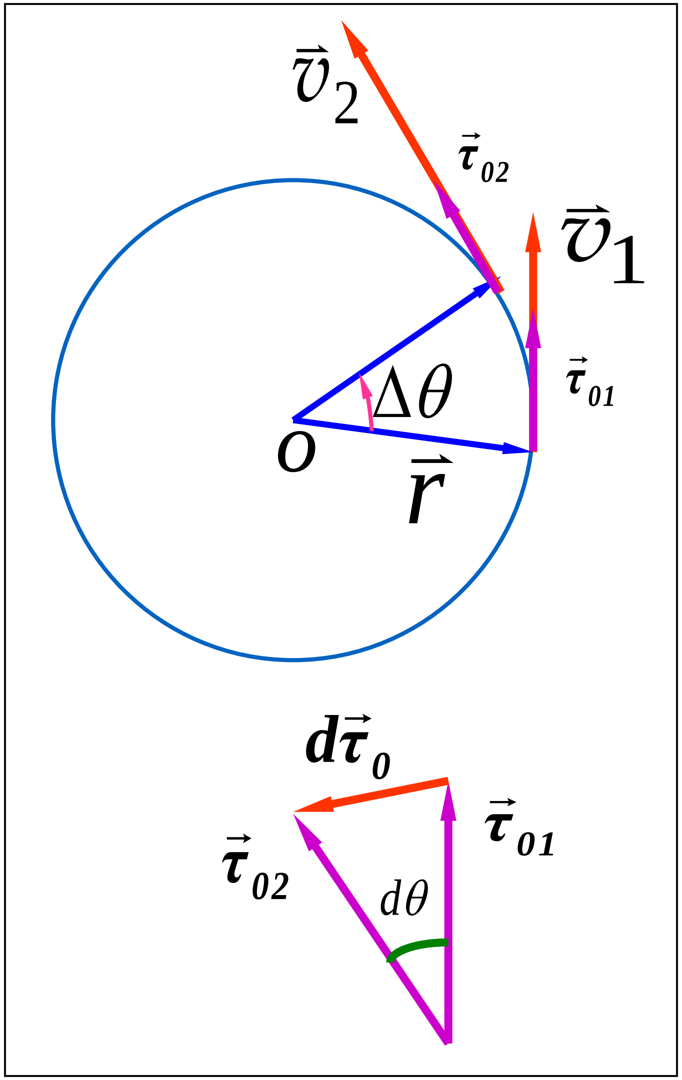
$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d}{dt}\left[v(t)\vec{\tau}_0\right]$$

$$= \left(\frac{dv}{dt}\right)\vec{\tau}_0 + v\frac{d\vec{\tau}_0}{dt}$$

$$d\vec{\tau}_0 = d\theta\,\vec{n}_0$$

$$\frac{d\vec{\tau}_0}{dt} = \frac{d\theta}{dt}\vec{n}_0 = \frac{d\theta}{ds}\frac{ds}{dt}\vec{n}_0 = \frac{v}{\rho}\vec{n}_0$$

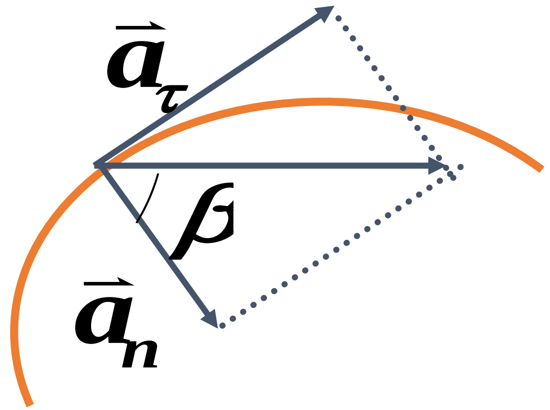
$$\vec{a} = \frac{dv}{dt}\vec{\tau}_0 + \frac{v^2}{\rho}\vec{n}_0$$



$\vec{a}_t = a_t \vec{\tau}_0$ 切向加速度、反映速度大小变化，

$\vec{a}_n = a_n \vec{n}_0$ 法向加速度、反映速度方向变化，

$$\vec{a} = \vec{a}_t + \vec{a}_n = \frac{dv}{dt}\vec{\tau}_0 + \frac{v^2}{\rho}\vec{n}_0$$

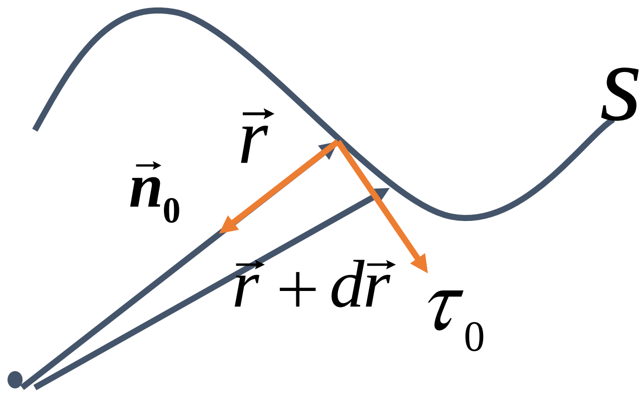


$$a = |\vec{a}| = \sqrt{(a_t)^2 + (a_n)^2} = \sqrt{(dv/dt)^2 + (v^2/\rho)^2}$$

$$tg\beta = \frac{a_t}{a_n}$$ 加速度总是指向曲线的凹侧

2、圆周运动

自然坐标系中



$$d\vec{r} = ds\,\vec{\tau}_0$$

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{ds}{dt}\vec{\tau}_0 = v\vec{\tau}_0$$

圆周运动中的切向加速度和法向加速度

$$\vec{a} = \frac{dv}{dt}\vec{\tau}_0 + \frac{v^2}{R}\vec{n}_0$$

曲率半径是恒量

$$\boxed{a_\tau = \frac{d^2 s}{dt^2}} \qquad \boxed{a_n = \frac{v^2}{R}}$$

匀速圆周运动：

$$\vec{a} = \frac{v^2}{R}\vec{n}_0$$

向心加速度

讨论下列情况时，质点各作什么运动:

a_τ 等于0, a_n等于0, 质点做什么运动?

a_τ等于0, a_n不等于0 , 质点做什么运动?

a_τ不等于0, a_n等于0 , 质点做什么运动?

a_τ不等于0, a_n不等于0 , 质点做什么运动?

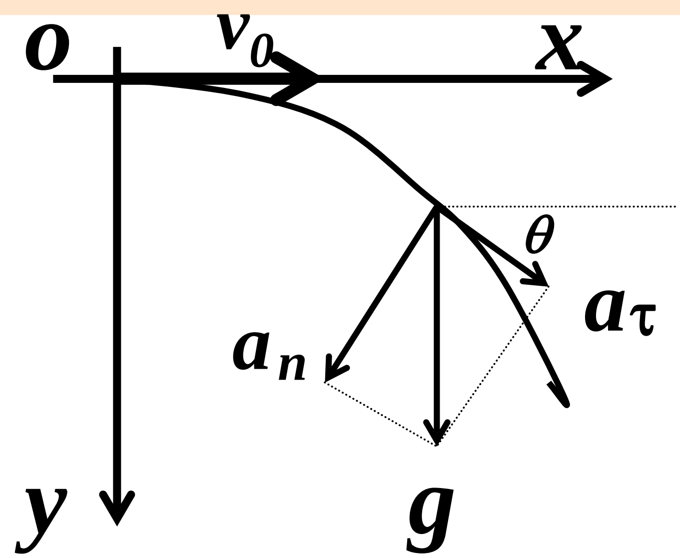
例1.2.1 由楼窗口以水平初速度v_0射出一发子弹，取枪口为原点，沿v_0为x轴，竖直向下为y轴，并取发射时t=0.试求：

(1)子弹在任一时刻t的位置坐标及轨道方程；

(2)子弹在t时刻的速度，切向加速度和法向加速度。

解：(1)

$$\begin{cases} x = v_0 t \\ y = \frac{1}{2} g t^2 \end{cases} \Rightarrow y = \frac{1}{2}\frac{x^2}{v_0^2} g$$



(2)

$$v_x = v_0, v_y = gt$$

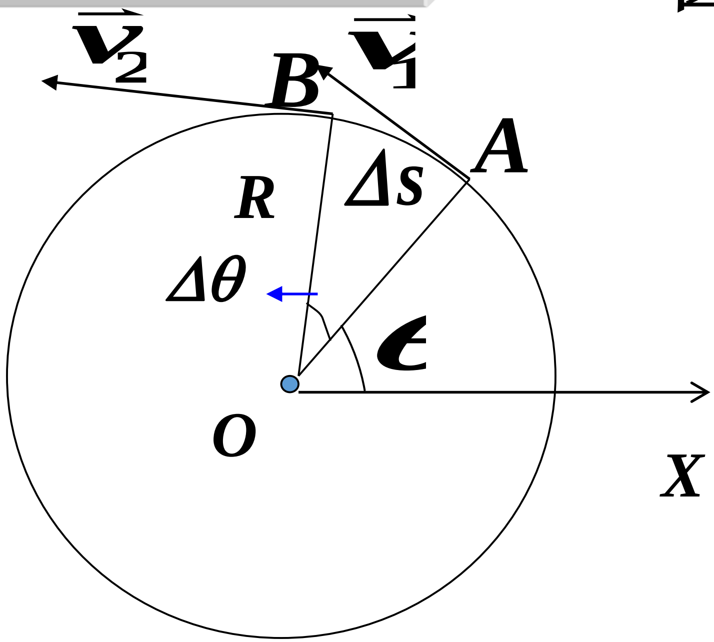
$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{v_0^2 + g^2 t^2}$$

$$\theta = arctg \frac{gt}{v_0}$$

$$a_t = g \sin\theta = \frac{g^2 t}{\sqrt{v_0^2 + g^2 t^2}} \qquad a_n = g\cos\theta = \frac{v_0 g}{\sqrt{v_0^2 + g^2 t^2}}$$

极坐标系中

圆周运动的角量描述



A θ → 角位置

$t+\Delta t$ B $\theta+\Delta\theta$ → 角位移

沿逆时针转动，角位移取正值

沿顺时针转动，角位移取负值

角速度 $$\omega = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{d\theta}{dt}$$ 单位：*rad/s*

角加速度 $$\alpha = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\theta}{dt^2}$$ 单位：*rad/s²*

匀速圆周运动　　ω 是恒量

$$d\theta = \omega dt \longrightarrow \int_{\theta_0}^{\theta} d\theta = \int_0^t \omega dt \longrightarrow \boxed{\theta = \theta_0 + \omega t}$$

匀角加速圆周运动　　α 是恒量

$$\boxed{\omega = \omega_0 + \alpha t}$$

$$\boxed{\theta = \theta_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2}$$

$$\boxed{\omega^2 - \omega_0^2 = 2\alpha(\theta - \theta_0)}$$

一般圆周运动

$$\int_{\theta_0}^{\theta} d\theta = \int_0^t \omega dt \longrightarrow \boxed{\theta = \theta_0 + \int_0^t \omega dt}$$

线量 ⟶ 速度、加速度

角量 ⟶ 角速度、角加速度

$$ds = R\,d\theta$$

$$v = \frac{ds}{dt} = \frac{Rd\theta}{dt} = R\omega$$

$$a_t = \frac{dv}{dt} = R\frac{d\omega}{dt} = R\alpha$$

$$a_n = \frac{v^2}{R} = R\omega^2$$

$$\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$$

$$\vec{\alpha} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}$$

加速转动 $\vec{\alpha}$ $\vec{\omega}$方向一致

减速转动 $\vec{\alpha}$ $\vec{\omega}$方向相反

思考题

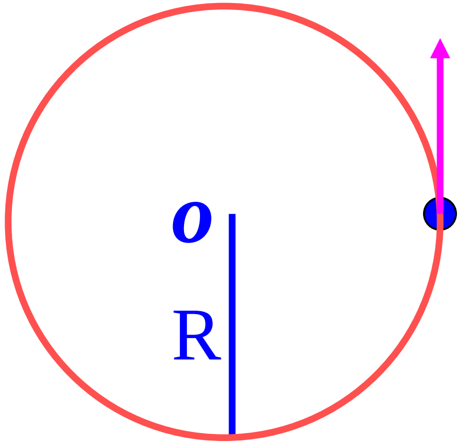
1. 质点作匀变速圆周运动，则

切向加速度的大小和方向都在变化

法向加速度的大小和方向都在变化

切向加速度的方向变化，大小不变

切向加速度的方向不变，大小变化



思考题

2. 判断下列说法的正、误:

a. 加速度恒定不变时，物体的运动方向必定不变。×

b. 平均速率等于平均速度的大小。

依据 平均速率 $\bar{v} = \Delta s / \Delta t$

平均速度的大小 $\left|\vec{\bar{v}}\right| = \left|\Delta \vec{r} / \Delta t\right|$ ×

c. 不论加速度如何，平均速率的表达式总可以写成

$\bar{v} = (v_1 + v_2) / 2$,其中 v_1是初速度，v_2是末速度。×

d. 运动物体的速率不变时，速度可以变化。√

例1.2.2 一飞轮以转速n=1500转每分转动，受制动后而均匀的减速，经t=50s后静止。

1.求角加速度β和从制动开始到静止分轮的转数N

2.求制动开始后t=25s时飞轮的角速度ω

3.设飞轮半径R=1m，求t=25s时飞轮边缘上任一点的速度和加速度

1 $\omega_0 = 2\pi n = 2\pi \times \frac{1500}{60} = 50\pi rad/s$

当t=50s时，ω=0 $\alpha = \frac{\omega - \omega_0}{t} = \frac{-50\pi}{50} = -\pi rad/s^2$

开始制动到静止 $\theta - \theta_0 = \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2 = 1250\pi$

$$N = \frac{1250\pi}{2\pi} = 625\text{转}$$

2. t=25s时角速度

$$\omega = \omega_0 + \alpha t = 50\pi - 25\pi = 25\pi rad/s$$

3. t=25s时

$$v = R\omega = 25\pi = 78.5m/s$$

$$a_t = R\alpha = -\pi = -3.14m/s^2$$

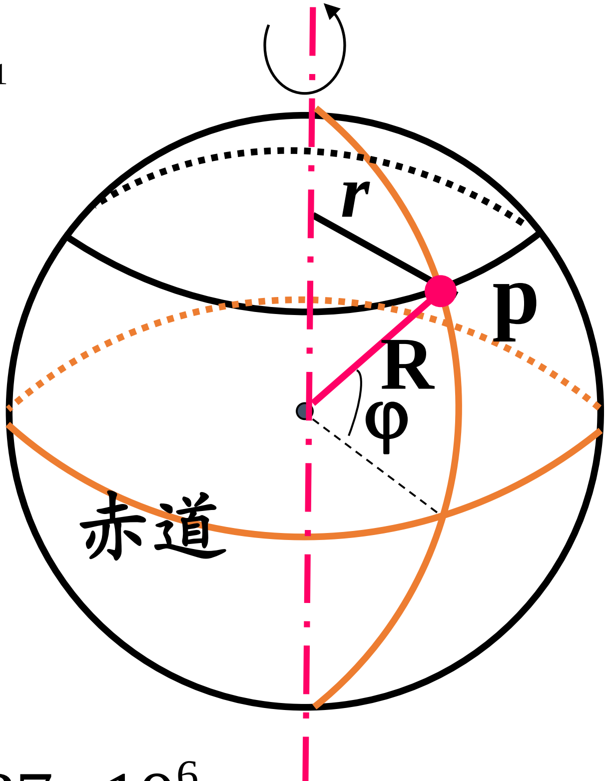
$$a_n = \frac{v^2}{R} = R\omega^2 = (25\pi)^2 = 6.16 \times 10^3 m/s^2$$

练习1.2.1 计算地球自转时地面上各点的速度和加速度

已知青岛，北京两地的纬度分别是北纬36°04′和 39°57′

解：地球自转周期T=24×60×60 s，角速度大小为：

$$\omega=\frac{2\pi}{T}=\frac{2\pi}{24\times60\times60}=7.27\times10^{-5}s^{-1}$$



如图，地面上纬度为φ的P点，在与赤道平行的平面内作圆周运动，

其轨道的半径为 $r=R\cos\varphi$

P点速度的大小为

$$v=\omega r=\omega R\cos\varphi=7.27\times10^{-5}\times6.37\times10^{6}\times\cos\varphi$$

$$=4.63\times10^{2}\cos\varphi\quad(m/s)$$

P点速度的方向与过P点运动平面上半径为*R*的圆相切

P点只有运动平面上的向心加速度，其大小为

$$a_n = \omega^2 r = \omega^2 R\cos\varphi = 3.37\times10^{-2}\cos\varphi \quad (m/s^2)$$

P点加速度的方向在运动平面上由P指向地轴。

已知青岛，北京两地的纬度分别是北纬36°04′和 39°57′，则两地的*v*和 *a*$_n$分别为：

青岛: $v = 376 \quad (m/s), \quad a_n = 2.72\times10^{-2} \quad (m/s^2)$

北京: $v = 356 \quad (m/s), a_n = 2.58\times10^{-2} \quad (m/s^2)$

四、运动学中的两类问题

1、已知运动方程，求速度、加速度

→ 求导数

2、已知加速度和初始条件，求速度和运动方程

→ 运用积分方法

特别指出

★ 讨论问题一定要选取坐标系

★ 注意矢量的书写

★ $d\vec{r}, ds, d\vec{v}, dt$ 与 $\Delta\vec{r}, \Delta s, \Delta\vec{v}, \Delta t$ 的物理含义

例1.2.3 一物体绕半径R=1m的圆周运动，运动方程为$s=t+2t^2$,求2s末时的速率，切向加速度，法向加速度

$$v=\frac{ds}{dt}=1+4t$$

t=2时，v=9m/s

$$a_n=\frac{v^2}{R}=81m/s^2$$

$$a_t=\frac{d^2s}{dt^2}=\frac{dv}{dt}=4m/s^2$$

例1.2.4 一质点由静止开始作直线运动，初始加速度为a_0，以后加速度均匀增加，每经过τ秒增加a_0，求经过 t 秒后质点的速度和运动的距离。

解：据题意知，加速度和时间的关系为：

$$a = a_0 + \frac{a_0}{\tau} t \qquad \because a = \frac{dv}{dt} \therefore dv = adt$$

（直线运动中可用标量代替矢量）

$$\int dv = \int adt \qquad \int_0^v dv = \int_0^t (a_0 + \frac{a_0}{\tau} t) dt$$

$$v - 0 = [a_0 t + \frac{a_0}{2\tau} t^2]\Big|_0^t \qquad v = a_0 t + \frac{a_0}{2\tau} t^2$$

$$v = \int a\,dt = \int (a_0 + \frac{a_0}{\tau} t)dt = a_0 t + \frac{a_0}{2\tau} t^2 + c_1$$

$\because t = 0$时 $v = 0 \therefore c_1 = 0$ $\qquad v = a_0 t + \frac{a_0}{2\tau} t^2$

$$v = \frac{dx}{dt} \qquad dx = v\,dt$$

$$\Delta x = \int v dt = \int_0^t (a_0 t + \frac{a_0}{2\tau} t^2) dt = \frac{a_0}{2} t^2 + \frac{a_0}{6\tau} t^3$$

练 1.2.2 一质点沿x轴运动，其加速度为a=4t(SI制),当t=0物体静止于x=10m处。试求质点的速度，位置与时间的关系式。

解: $$a = \frac{dv}{dt} = 4t \Rightarrow dv = 4t\,dt$$

$$\int_0^v dv = \int_0^t 4t\,dt \Rightarrow v = 2t^2$$

$$v = \frac{dx}{dt} = 2t^2 \Rightarrow dx = 2t^2 dt$$

$$\int_{10}^x dx = \int_0^t 2t^2 dt \Rightarrow x = \frac{2}{3}t^3 + 10$$

例1.2.5 一个宇航员在空间站以初速度v_0扔出一个纸团，在空气阻力的作用下，加速度为$a=-kv$，求速度随时间变化的表达式？纸团飞行的距离?

$$a=-kv \Rightarrow \frac{dv}{dt}=-kv$$

$$\frac{dv}{v}=-kdt \qquad \int_{v_0}^{v}\frac{dv}{v}=-\int_0^t kdt$$

$$\ln\frac{v}{v_0}=-kt \qquad v=v_0e^{-kt}$$

$$\Delta x=\int vdt=\int_0^{\infty}v_0e^{-kt}dt=\left[-\frac{v_0}{k}e^{-kt}\right]_0^{\infty}=\frac{v_0}{k}$$

练1.2.3 一质点从坐标原点出发沿x轴作直线运动，初速度为v_0，它受到一阻力$-av^2$作用,试求:$v = v(t)$, $x = x(t)$。

若阻力表达式相同，静止竖直下落?

解:

$$-\alpha v^2 = m\frac{dv}{dt} \qquad -\frac{\alpha}{m}\int_0^t dt = \int_{v_0}^{v}\frac{dv}{v^2}$$

$$\Rightarrow v = \frac{dx}{dt} = \frac{1}{1/v_0 + \alpha t/m}$$

得:

$$\int_0^x dx = \int_0^t \frac{dt}{1/v_0 + \alpha t/m}$$

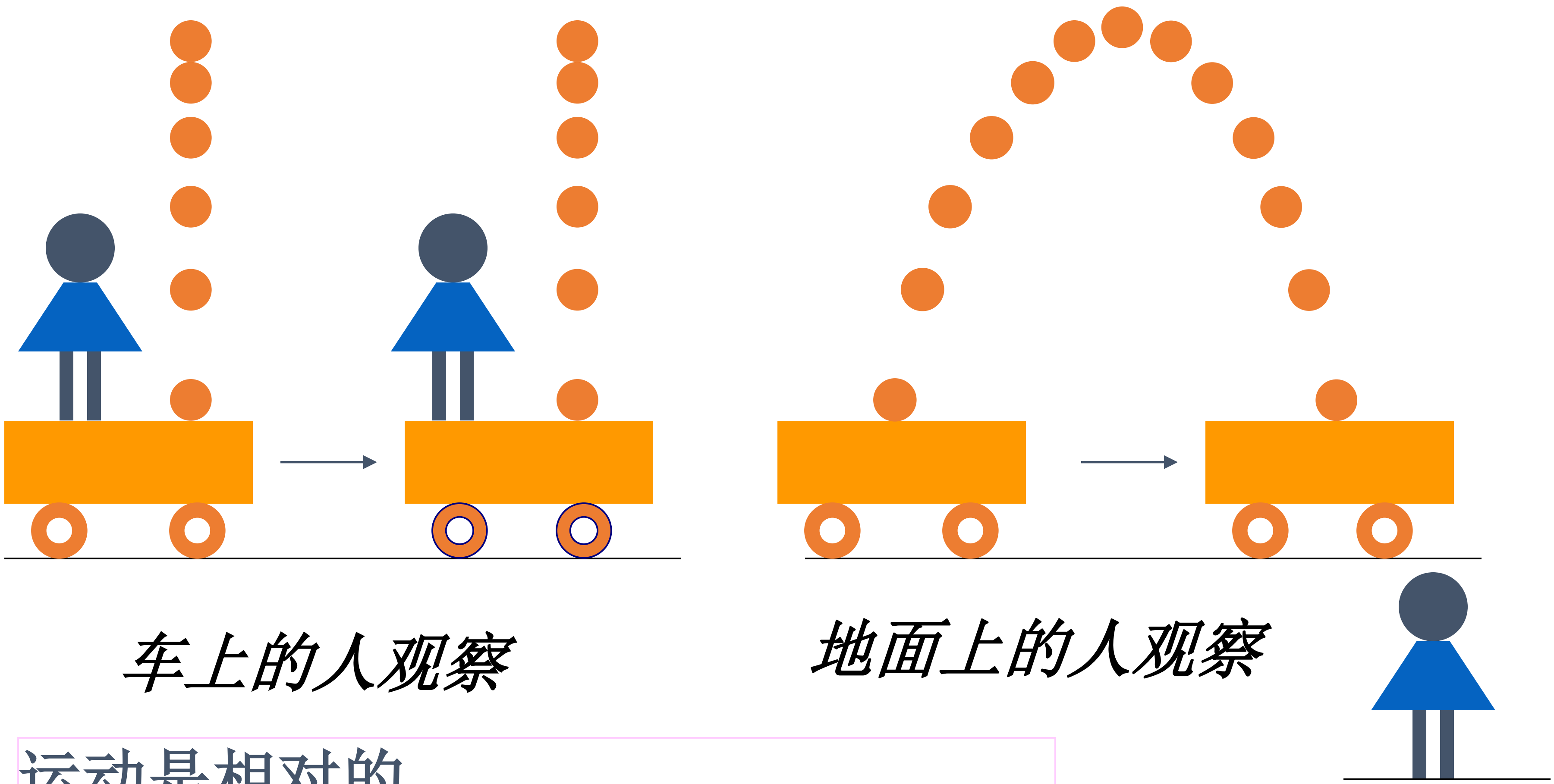
$$x = \frac{m}{\alpha}\ln\left(1 + \frac{\alpha v_0 t}{m}\right)$$

作业： 22 24 26

***作业： 17 22 24**

1.3 相对运动

一、运动描述具有相对性



运动是相对的

静止参考系、运动参考系也是相对的

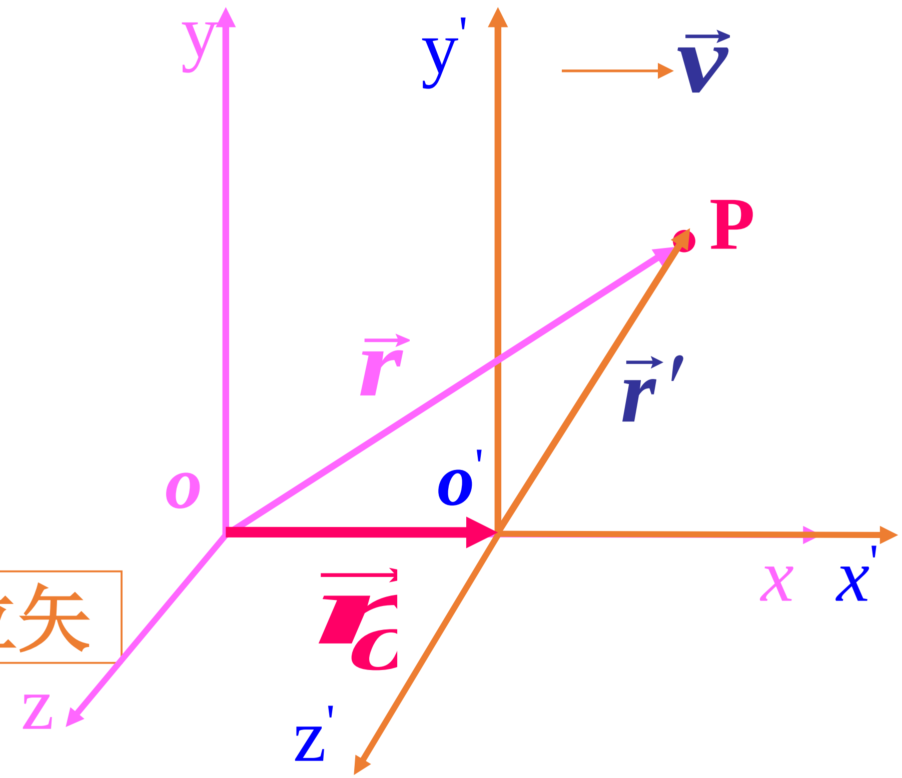
二、绝对运动、牵连运动、相对运动

1、参考系及坐标系

2、位矢变换关系

$$\vec{r} = \vec{r}\,' + \vec{r}_0$$

绝对位矢　相对位矢　牵连位矢



3、速度变换关系

$$\vec{r} = \vec{r}\,' + \vec{r}_0$$

$$\vec{v} = \frac{dt'}{dt}\vec{v}\,' + \vec{u}$$ 由牛顿的绝对时间的概念 $t = t'$

故 $\underbrace{\vec{v}}_{\boxed{\text{绝对速度}}} = \underbrace{\vec{v}\,'}_{\boxed{\text{相对速度}}} + \underbrace{\vec{u}}_{\boxed{\text{牵连速度}}}$

4、加速度的变换关系

$$\vec{a} = \vec{a}\,' + \vec{a}_0$$

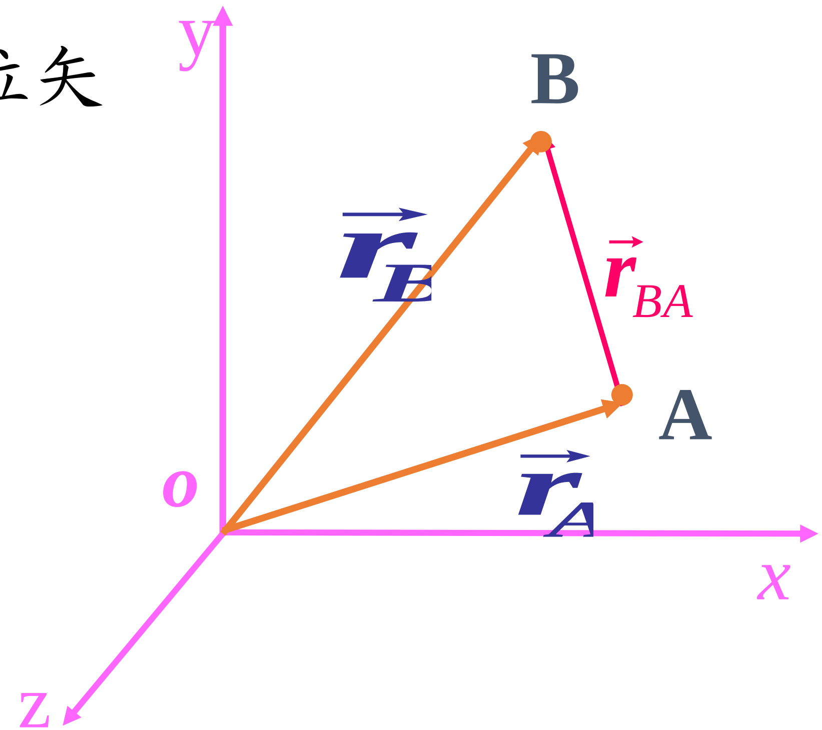
绝对加速度　　相对加速度　　牵连加速度

5、相对位矢和相对速度

$\vec{r}_{BA}$ B质点相对A质点的位矢

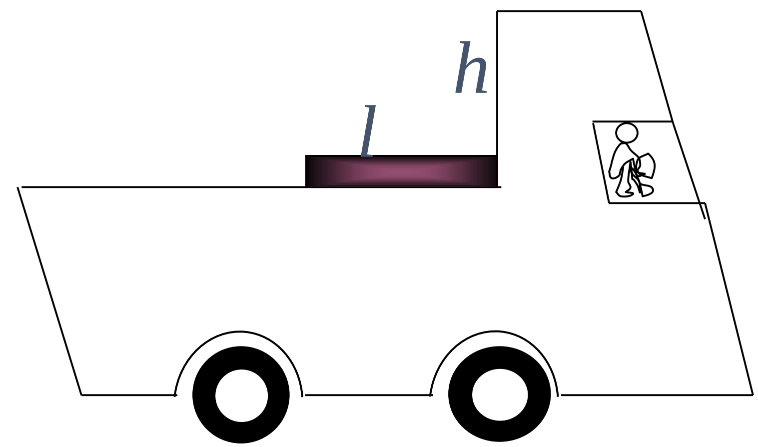
$$\vec{r}_{BA} = \vec{r}_B - \vec{r}_A$$

$$\vec{v}_{BA} = \vec{v}_B - \vec{v}_A$$



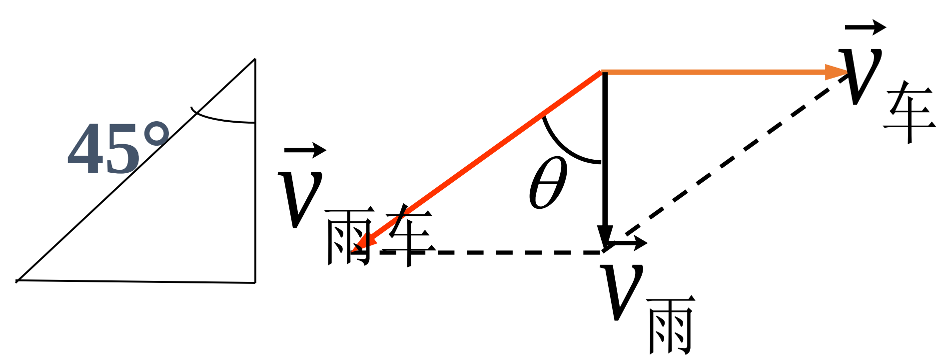
例1.3.1 一货车在行驶过程中，遇到5m/s竖直下落的大雨，车上仅靠挡板平放有长为l=1m的木板。如果木板上表面距挡板最高端的距离h=1m，问货车以多大的速度行驶，才能使木板不致淋雨?

解：车在前进的过程中，雨相对于车向后下方运动，使雨不落在木板上，挡板最上端处的雨应飘落在木板的最左端的左方。

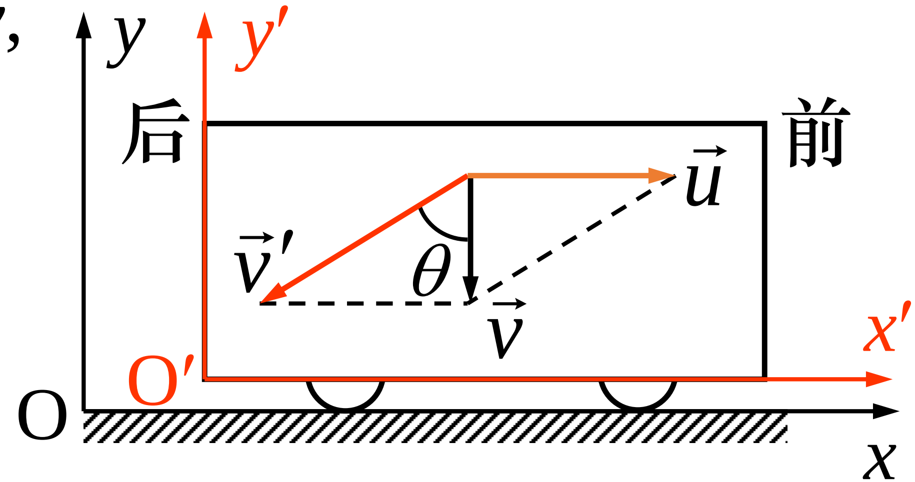


$$\alpha = 45^\circ$$

$$v_{车} = |v_{雨}| = 5(\mathrm{m/s})$$



练1.3.1 雨天一辆客车以 20m/s 的速度前进，雨滴在空中以10m/s 的速度竖直下落，求雨滴相对于车厢的速度的大小和方向。

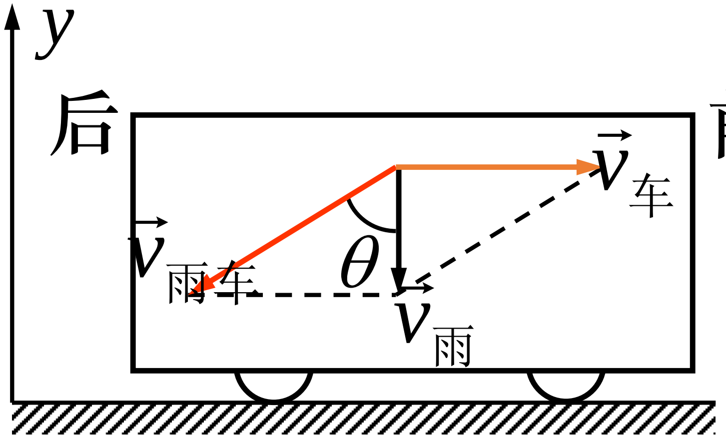


解：在地面建立参考系xOy，雨滴相对于 xOy 系 (地面) 的速度为 $\vec{v}$，在车上建立参考系 $x'O'y'$，$x'O'y'$系相对于 xOy 系的速度为 $\vec{u}$，雨滴相对于 $x'O'y'$系(车) 的速度为 $\vec{v}'$，因此 $\vec{v}=\vec{v}'+\vec{u}$。

由几何关系，雨滴相对于车厢的速度 $\vec{v}'=-u\vec{i}'-v\vec{j}'$ $=-20\vec{i}'-10\vec{j}'$(m/s)，大小 $\sqrt{10^2+20^2}=22.4\text{m/s}$，与竖直方向夹角 $\theta=\text{tg}^{-1}(u/v)=\text{tg}^{-1}2=63.4^\circ$ 并偏向车后。

$$\vec{v}_{BA} = \vec{v}_B - \vec{v}_A$$

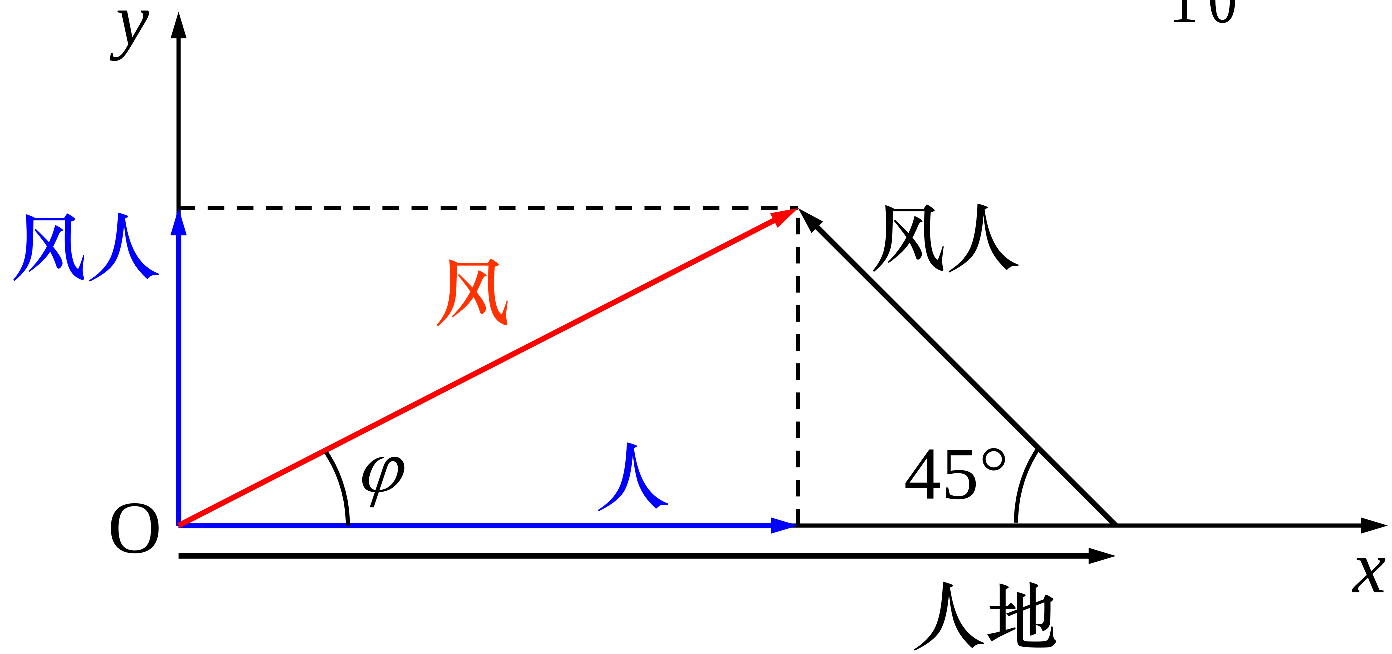
$$\vec{v}_{雨车} = \vec{v}_{雨} - \vec{v}_{车}$$



练1.3.2 一人骑车向东而行，当速度为 10m/s 时感到有南风，速度增加到 15m/s 时，感到有东南风，求风速。

$$\vec{v}_{风} = \vec{v}_{风人} + \vec{v}_{人地} = 10\vec{i} + 5\vec{j}\,(m/s)$$

$$v_{风} = \sqrt{10^2 + 5^2} = 11.2\,m/s \qquad \varphi = arctg\frac{5}{10} = 27°$$



作业：　29　31

***作业：　25　27**

讨论题

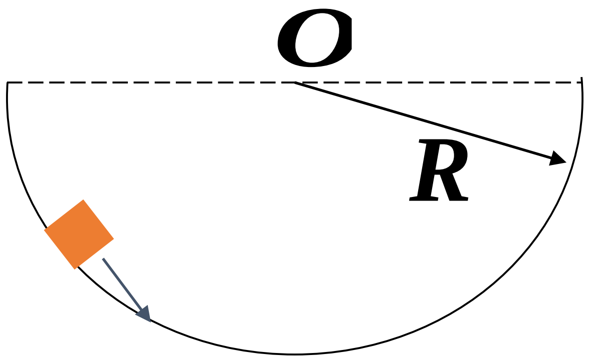
如图所示，设物体沿着光滑圆形轨道下滑，在下滑过程中，下面哪种说法是正确的?

（1）物体的加速度方向永远指向圆心。

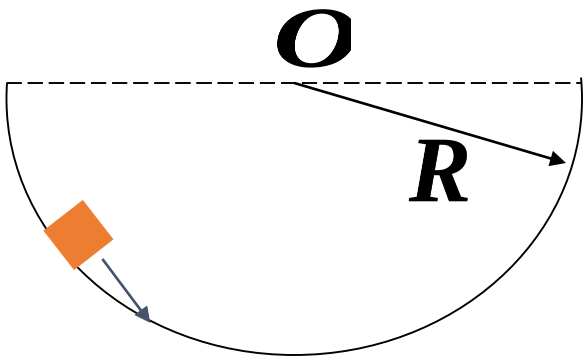
（2）物体的速率均匀增加。

（3）物体所受合外力大小变化，但方向永远指向圆心。

（4）轨道的支持力大小不断增加。



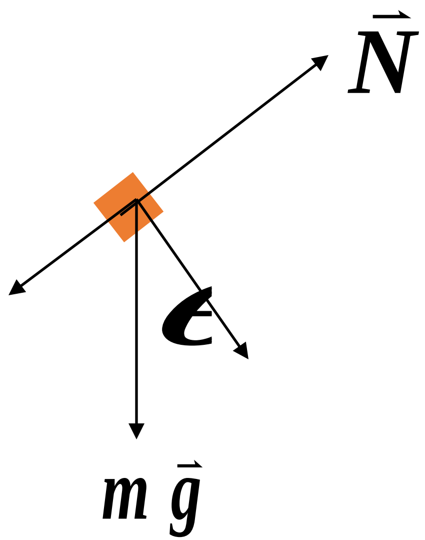
在下滑过程中，物体做圆周运动。



$$N - mg\sin\theta = m\frac{v^2}{R}$$

$$N = \underline{mg\sin\theta} + \underline{m\frac{v^2}{R}}$$

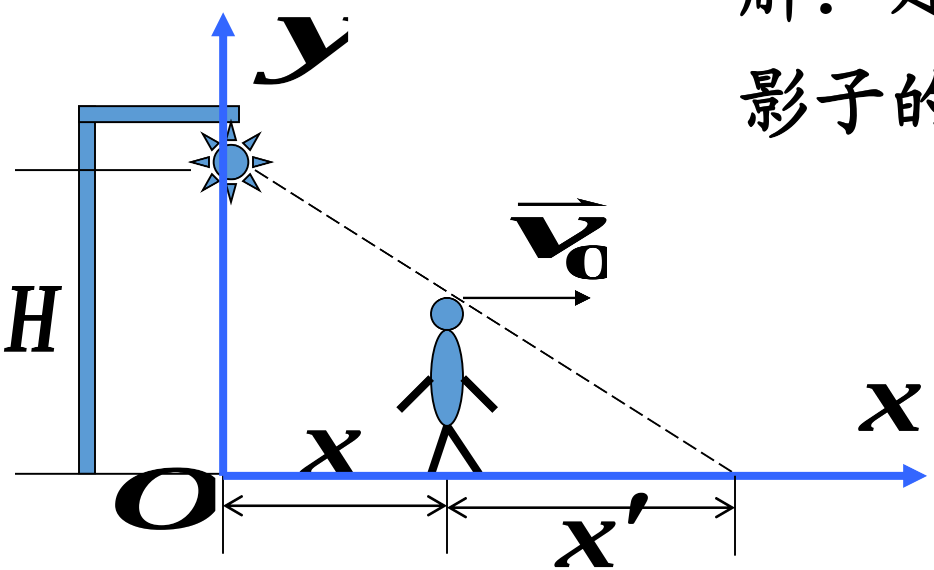
下滑过程中都在增大



外力有重力和支持力，后者大小方向均变化，所以合外力的大小与方向都变化。

典型例题

1、路灯离地面高度为H，一个身高为h的人，在灯下水平路面上以匀速率v_0步行。如图所示。求当人与灯的水平距离为x时，他的头顶在地面上的影子移动的速度的大小。



解：建立如图坐标，t时刻头顶影子的坐标为$x+x'$

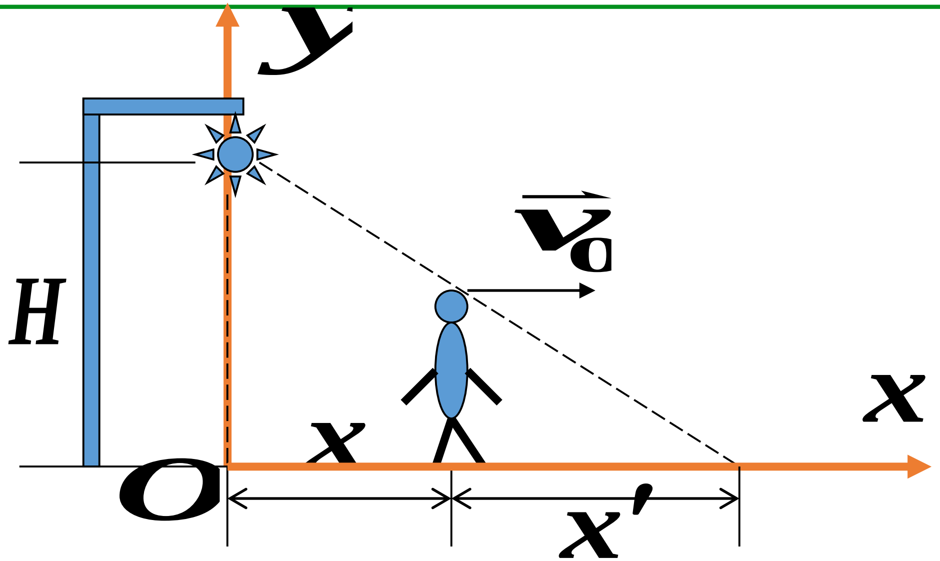
$$v = \frac{d(x+x')}{dt} = \frac{dx}{dt} + \frac{dx'}{dt}$$

$$= v_0 + \frac{dx'}{dt}$$

$$\frac{H}{x+x'}=\frac{h}{x'}$$

$$\Rightarrow\ x'=\frac{hx}{H-h}$$

$$\Rightarrow\ \frac{dx'}{dt}=\frac{hv_0}{H-h}$$



$$\therefore\ v=v_0+\frac{hv_0}{H-h}=\frac{H}{H-h}v_0$$