

2000 年计算机数学基础

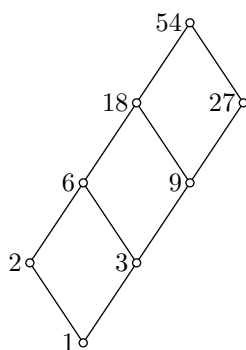
三、

1.

- (1) $3! \cdot \binom{4}{3} = 3! \cdot C_4^3 = 36$ 。
- (2) $\text{card}(A \rightarrow B) = \text{card}(\emptyset) = 0$ 。
- (3) $2n - 1$, (考虑有向的星图, 可知这个下界是 tight 的)。
- (4) $\min\{r, s\}$ 。
- (5) 4。

2.

(1) 哈斯图如下:



- (2) $\Pi = \{\{1\}, \{2, 3\}, \{6, 9\}, \{18, 27\}, \{54\}\}$ 。
- (3) B 中无最小元, 极大元集合为 $\{2, 9\}$, 最小上界为 18。

3.

证明: 构造一个“极大路径” $\Gamma = v_0, v_1, \dots, v_l$ 。

由 Γ 是极大路径知, v_0 的所有邻接点都在 Γ 上。

由 $\delta(G) \geq 3$ 可知, 除 v_1 外, 至少还有两个顶点 $v_i, v_j (2 \leq i < j \leq l)$ 与 v_0 相邻。

于是, $v_0, v_1, \dots, v_i, v_0$ 是一个长度为 $i+1$ 的圈, $v_0, v_1, \dots, v_j, v_0$ 是一个长度为 $j+1$ 的圈, $v_0, v_i, \dots, v_j, v_0$ 是一个长度为 $j-i+2$ 的圈。

倘若 $i+1$ 和 $j+1$ 中有偶数, 则命题已经成立。

否则, 就有 $i+1$ 和 $j+1$ 都是奇数, 从而 $(j+1) - (i+1) = j-i$ 是偶数, 所以 $j-i+2$ 是偶数。命题同样成立。 \square

四、

1.