年级、专业＿＿＿＿＿＿＿＿姓名＿＿＿＿＿＿学号＿＿＿＿＿＿＿ **名单序号**（勿换行）＿＿＿＿

选课时间（打√）：周一 56；周三 56 □＿＿＿＿ 周一 78；周三 78 □＿＿＿＿

实验时间 2019 年 3 月 日 使用软件版本 MATLAB

注：最后一部分是实验小结与收获，要求具体，详实，忌笼统

实验报告：实验 1 常微分方程

1. 分别用格式和 MATLAB 内部函数 ode45 求解下列常微分方程的数值解并作图与解析解比较：

(1) $y' = 2x + y, y(0) = \frac{1}{2}, < x < 2$

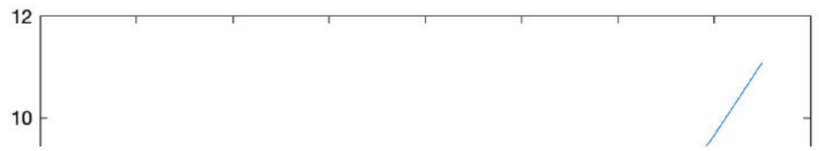
由 Xnip 截图

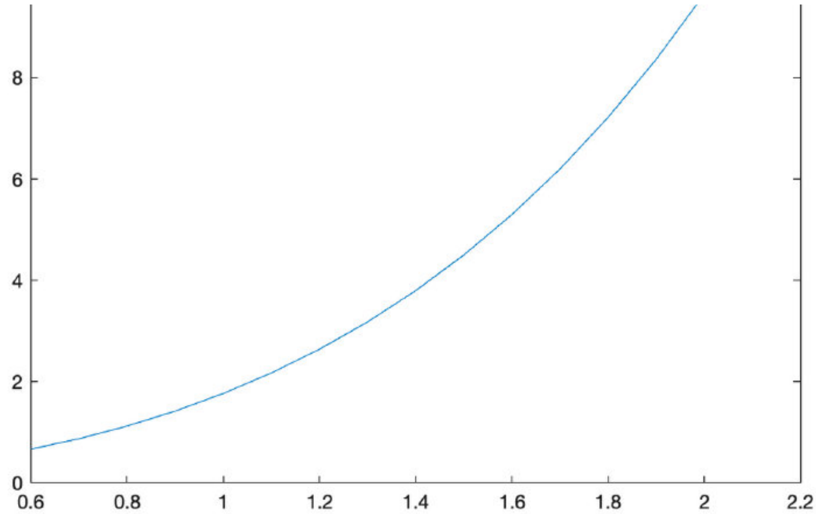
```
[x1,y1]=R_K(0.1,1/2,2,1/2)
```

```
改进的欧拉法: x=0.000000, y=1.000000
改进的欧拉法: x=0.600000, y=0.667500
改进的欧拉法: x=0.700000, y=0.873587
改进的欧拉法: x=0.800000, y=1.122314
改进的欧拉法: x=0.900000, y=1.418157
改进的欧拉法: x=1.000000, y=1.766064
改进的欧拉法: x=1.100000, y=2.171500
改进的欧拉法: x=1.200000, y=2.640508
改进的欧拉法: x=1.300000, y=3.179761
改进的欧拉法: x=1.400000, y=3.796636
改进的欧拉法: x=1.500000, y=4.499283
改进的欧拉法: x=1.600000, y=5.296708
改进的欧拉法: x=1.700000, y=6.198862
改进的欧拉法: x=1.800000, y=7.216742
改进的欧拉法: x=1.900000, y=8.362500
改进的欧拉法: x=2.000000, y=9.649563
改进的欧拉法: x=2.100000, y=11.092767
 x1 = 1×16
       0.6000    0.7000    0.8000    0.9000    1.0000  ...

 y1 = 1×16
       0.6675    0.8736    1.1223    1.4182    1.7661  ...
```

```
plot(x1,y1);
```





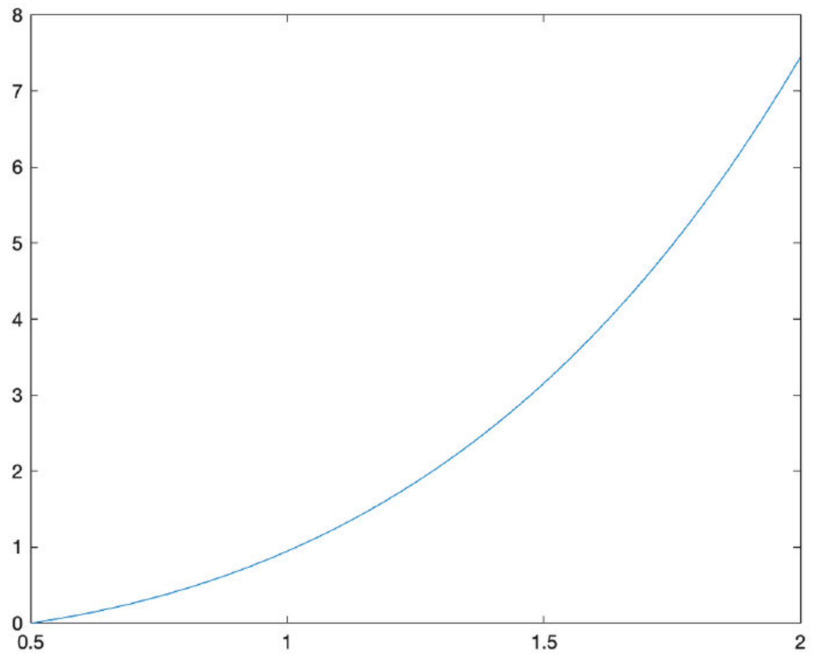

```
[x2,y2]=ode45('fun1_1',[1/2 ;2],[0 ;1],1/2);
x2'
```

```
ans = 1×57
    0.5000    0.5001    0.5001    0.5002    0.5002 ...
```

```
y2(:,1)'
```

```
ans = 1×57
         0    0.0001    0.0001    0.0002    0.0002 ...
```

```
plot(x2,y2(:,1))
```



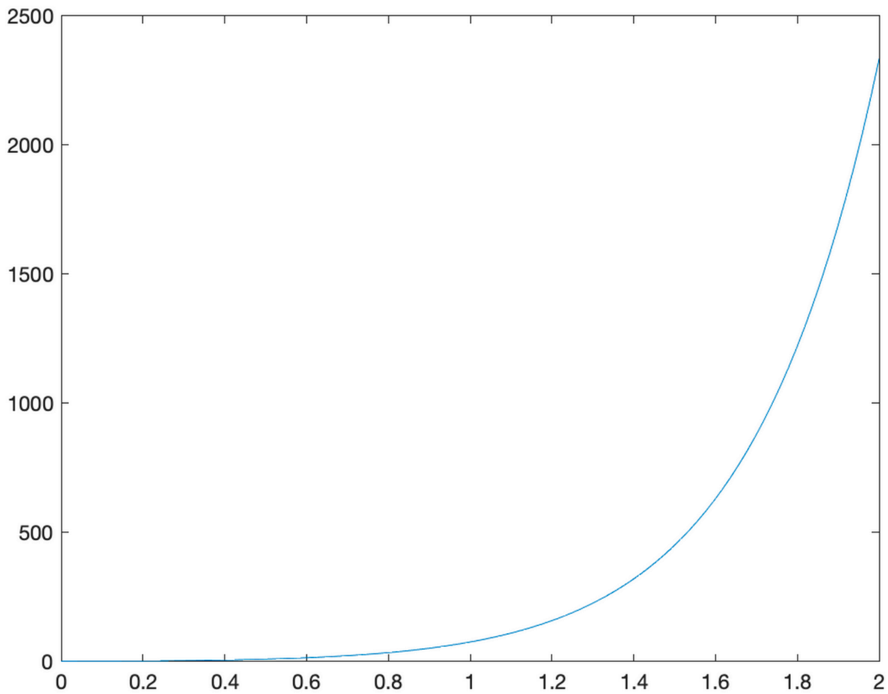
由 Xnip 截图

```
% function dx=fun1_2(t,x)
% dx=zeros(2,1);
% dx(1)=x(2);
% dx(2)=(5*x(2)+3*x(1)+45*exp(2*t))/2;
% end

sol=ode45(@fun1_2,[0 2],[2,1],[0 5]);
x=linspace(0,2)
```

```
x = 1×100
        0    0.0202    0.0404    0.0606    0.0808    0.1010 ...
```

```
y=deval(sol,x);
plot(x,y(1,:));
```




```
s=dsolve('2*D2x-5*Dx-3*x-45*exp(2*t)','x(0)=2','Dx(1)=1','t')
```

s =

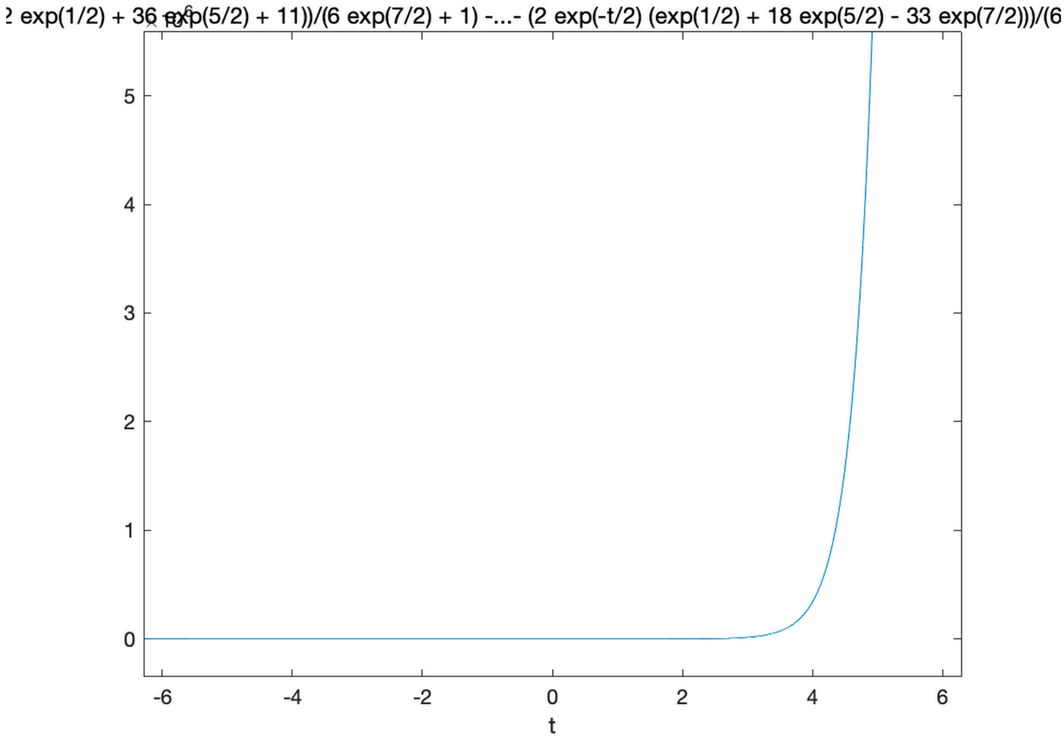
$$\frac{e^{3t}\left(2\sqrt{e}+36\,e^{5/2}+11\right)}{\sigma_1}-\frac{18\,e^{\frac{-t}{2}}\,e^{\frac{5t}{2}}}{7}-\frac{45\,e^{2t}}{7}-\frac{2\,e^{\frac{-t}{2}}\left(\sqrt{e}+18\,e^{5/2}-33\,e^{7/2}\right)}{\sigma_1}$$

where

$$\sigma_1 = 6\,e^{7/2}+1$$

```
ezplot(s)
```

```
ezplot(s)
```



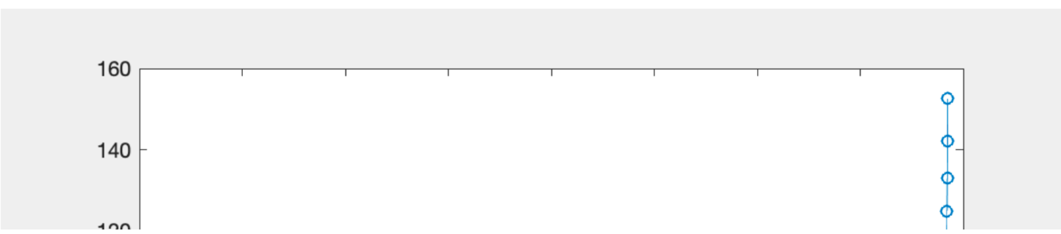
解：相当于用解微分方程 $y' = 2x + y^2, 0 < x < 1.57.\ y(0) = 0$

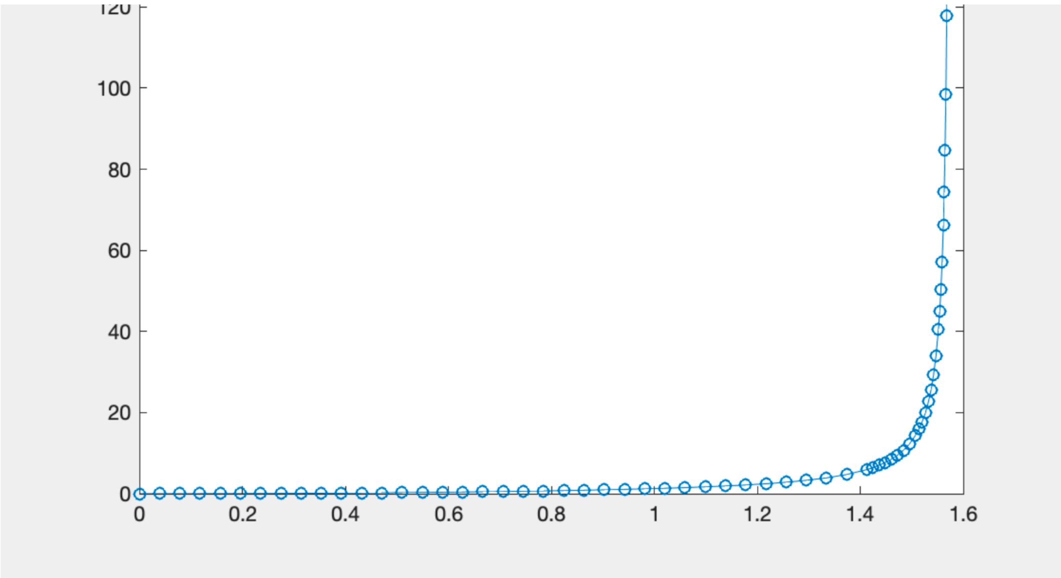
输入如下指令：

```
>> fun=inline('2*x+y^2','x','y');
>> ode45(fun,[0,1.57],0)
>> ode45(fun,[0,1.58],0)
>> ode45(fun,[0,1.60],0)
```

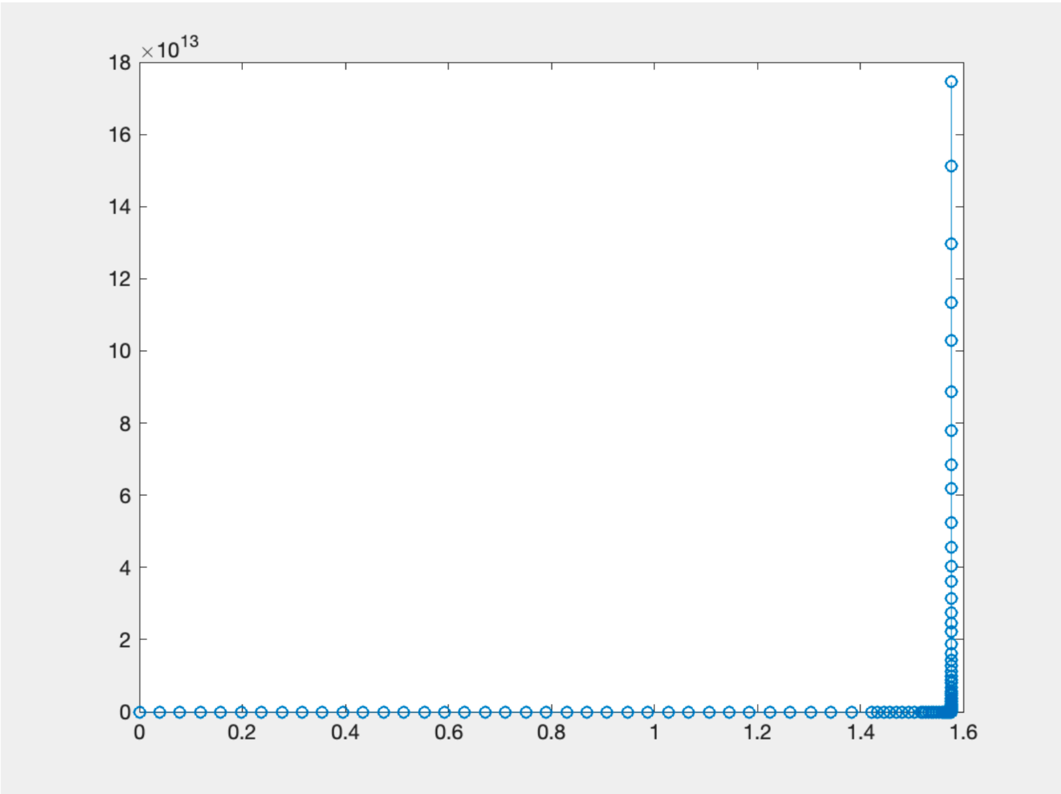
由 Xnip 截图

```
% fun2=inline('2*x+y^2','x','y');
% function f=fun2(x,y)
% f=2*x+y.^2;
% end
ode45(@fun2,[0,1.57],0)
```



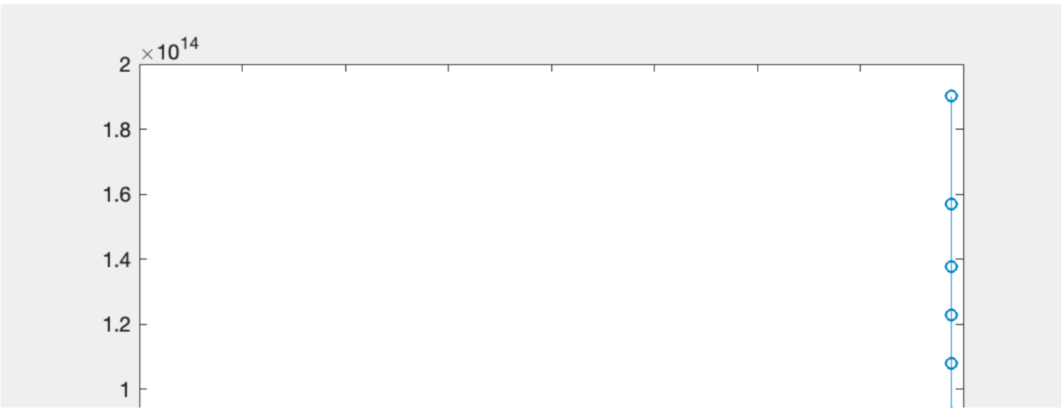


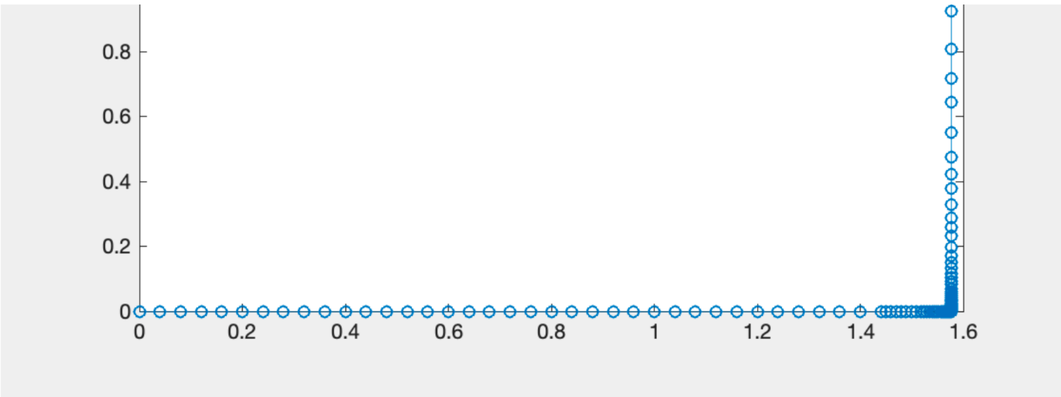

```
ode45(@fun2,[0,1.58],0)
```



警告: 在 t=1.576542e+00 处失败。在时间 t 处，若不将步长降至允许的最小值(3.552714e-15)以下，积分公差要求无法满足。

```
ode45(@fun2,[0,1.60],0)
```





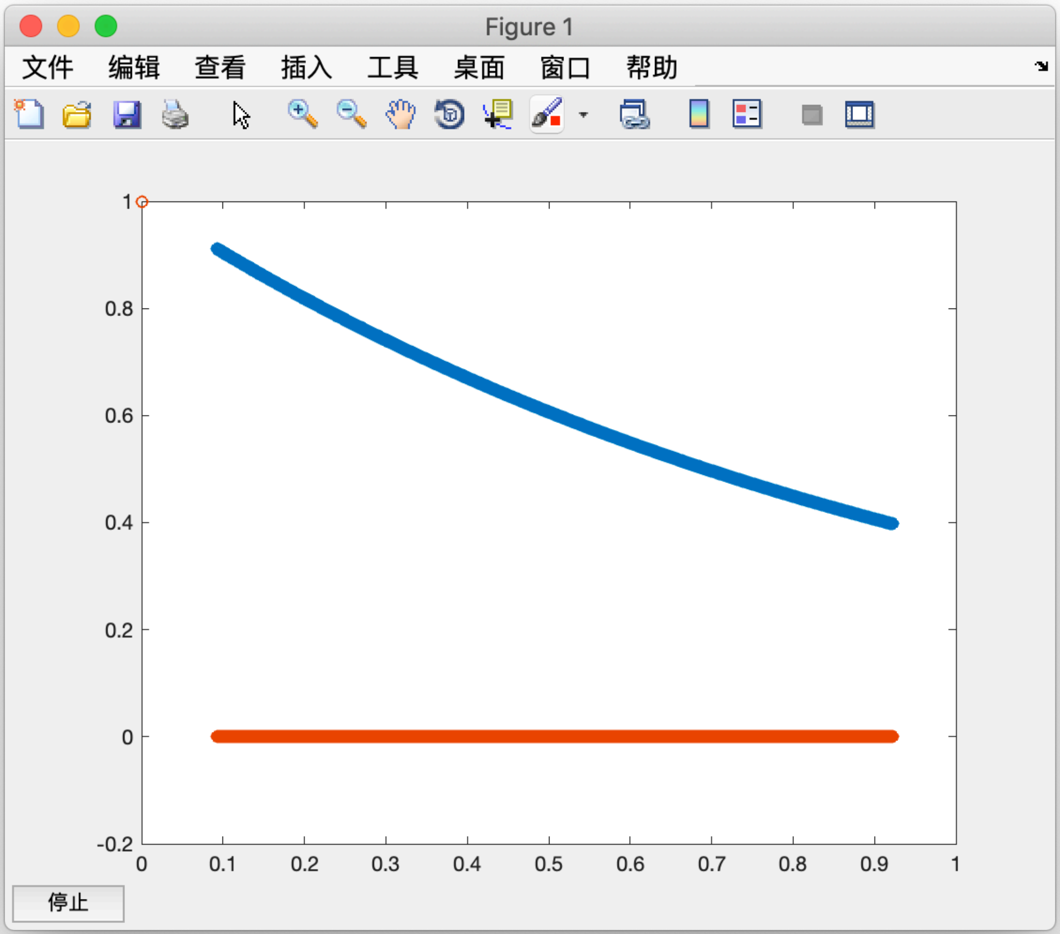
警告: 在 t=1.576536e+00 处失败。在时间 t 处，若不将步长降至允许的最小值(3.552714e-15)以下，积分公差要求无法满足。

3. 别用函数 ode45 和 ode15s 求解刚性常微分方程组：

$$\begin{cases} \frac{dy_1}{dx} = -y_1, \quad y_1(0) = 1 \\ \frac{dy_2}{dx} = -10^6 y_2, \quad y_2(0) = 1 \end{cases}, \qquad (0<x<1)$$

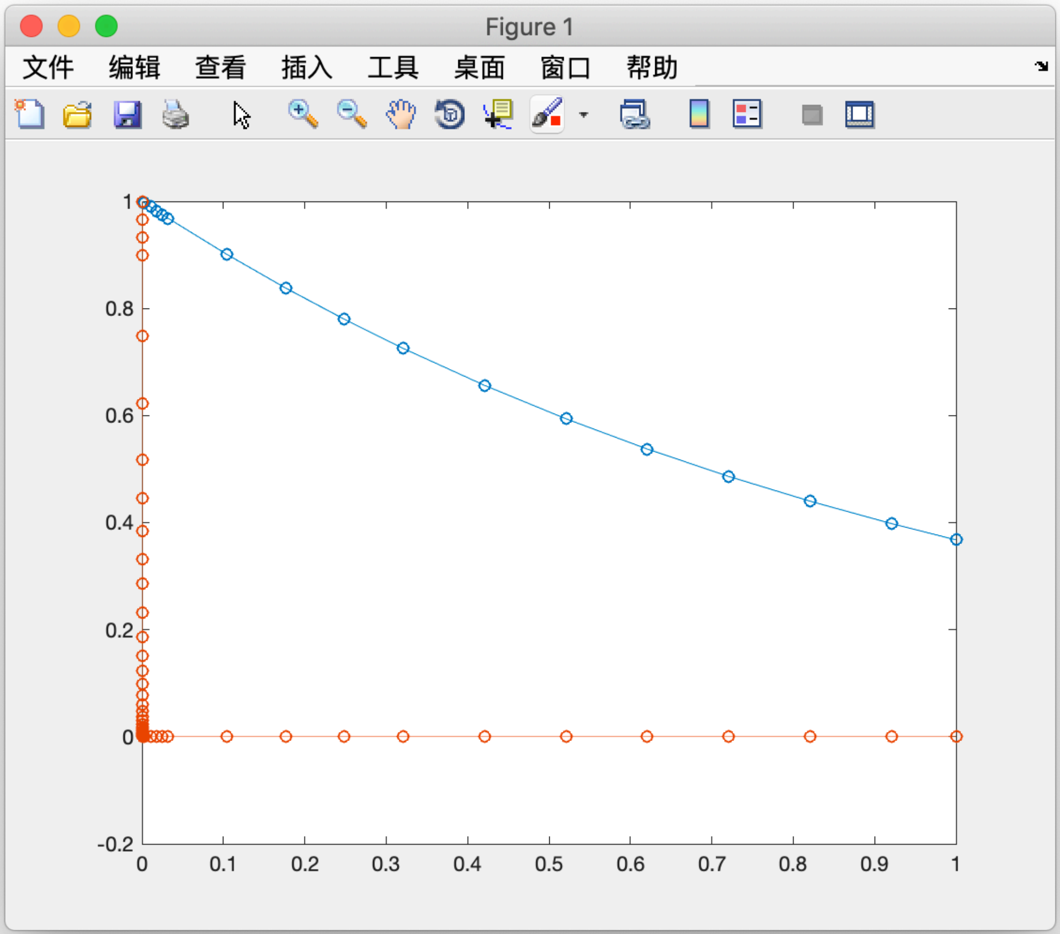
并作图比较。

ODE45:



把我电脑卡死了

ODE15s:



4. 已知 Appolo 卫星的运动轨迹(x,y)满足下面的方程组：

$$\begin{cases} \dfrac{d^2x}{dt^2} = 2\dfrac{dy}{dt} + x - \dfrac{\lambda(x+\mu)}{r_1^3} - \dfrac{\mu(x-\lambda)}{r_2^3}, \\ \dfrac{d^2y}{dt^2} = -2\dfrac{dx}{dt} + y - \dfrac{\lambda y}{r_1^3} - \dfrac{\mu y}{r_2^3}, \end{cases}$$

其中$\mu=1/82.45, \lambda=1-\mu, r_1=\sqrt{(x+\mu)^2+y^2}, r_2=\sqrt{(x+\lambda)^2+y^2}$，试在初值$x(0)=1.2$, $x'(0)=0, y(0)=0, y'(0)=-1.04935371$下求解，并绘制*Appolo*卫星轨迹图。

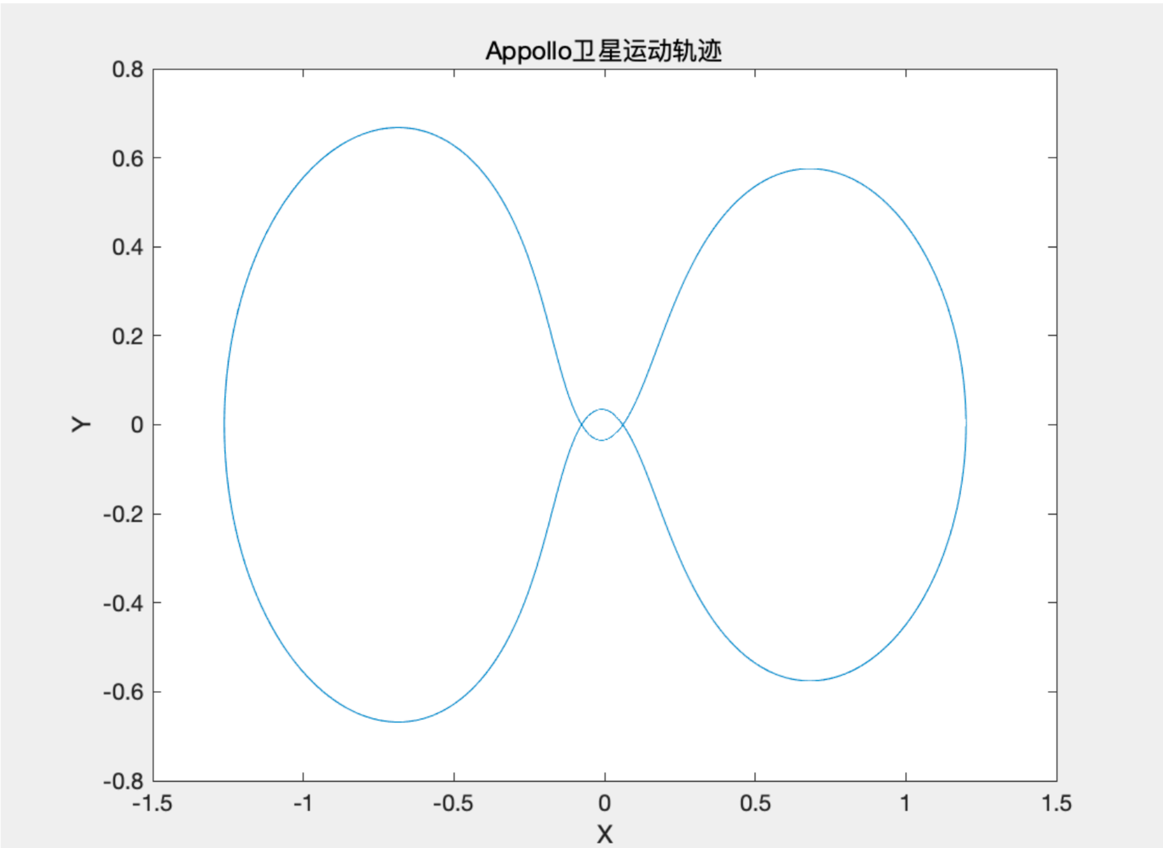
u0=1/82.43;u1=1-u0, r1=sqrt((x+u0)$^{2+y}$2), r2=sqrt((x-u1)$^{2+y}$2), DDx=2*Dy+x-u1*(x+u0)/r1$^{3-u0*(x-u1)/r2}$3, DDy=-2*Dx+y-u0*y/r1$^{3-u1*y/r2}$3, x(0)=1.2,Dx(0)=0,y(0)=0,Dy(0)=-1.04935751,

```
function dx=fun4(t,x)
mu=1/82.45;
mustar=1-mu;
r1=sqrt((x(1)+mu)^2+x(3)^2);
r2=sqrt((x(1)-mustar)^2+x(3)^2);
dx=[x(2)
2*x(4)+x(1)-mustar*(x(1)+mu)/r1^3-mu*(x(1)-mustar)/r2^3
x(4)
-2*x(2)+x(3)-mustar*x(3)/r1^3-mu*x(3)/r2^3];
end
```

```
x0=[1.2;0;0;-1.04935751];%x0(i)对应与xi的初值
options=odeset('reltol',1e-8);
%该命令的另一种写法是options=odeset;options.reltol=1e-8;
tic
[t,y]=ode45(@fun4,[0,20],x0,options);
%t是时间点，y的第i列对应xi的值，t和y的行数相同
toc
```

```
时间已过 0.113812 秒。
```

```
plot(y(:,1),y(:,3))%绘制x1和x3，也就是x和y的图形
title('Appollo卫星运动轨迹')
xlabel('X')
ylabel('Y')
```



5. (肿瘤生长) 肿瘤大小 V 生长的速率与 V 的 a 次方成正比，其中 a 为形状参数，$0\le a\le 1$；而其比例系数 K 随时间减小，减小速率又与当时的 K 值成正比，比例系数为环境参数 b。设某肿瘤参数 a=1, b=0.1, K 的初始值为 2，V 的初始值为 1。问:

(1)此肿瘤生长不会超过多大？

(2)过多长时间肿瘤大小翻一倍？

(3)何时肿瘤生长速率由递增转为递减？

微分方程为：$V'(t)=K(t)V(t)^a,K'(t)=-bK(t)$

令y(1)=V(t),y(2)=K(t);

由 Xnip 截图

```
%(1)
s5_1=dsolve('Dk=-0.1*k','k(0)=2','t')
```

s5_1 =

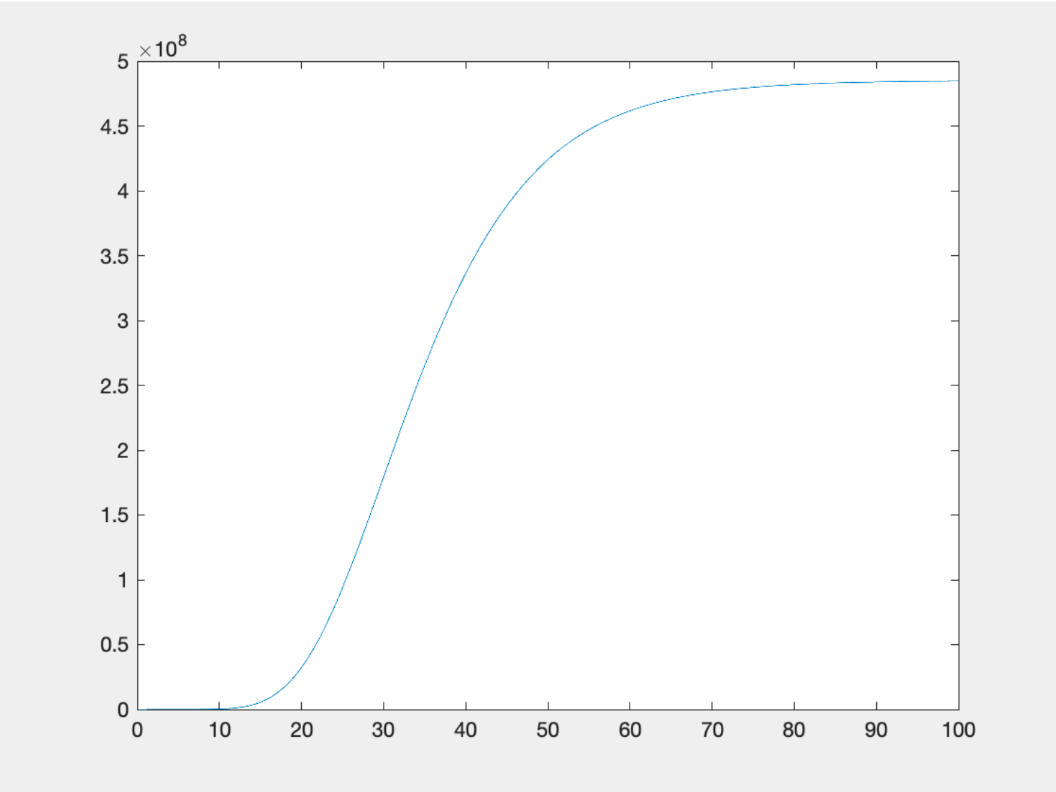
$$2\,e^{-\frac{t}{10}}$$

```
s5_2=dsolve('Dv=2/exp(t/10)*v^1','v(0)=1','t')
```

s5_2 =

$$e^{20}\,e^{-20\,e^{-\frac{t}{10}}}$$

```
%(2)
t=0:0.01:100;
y=exp(20)./exp(20./exp(t./10));
plot(t,y)
```




```
%(3)
syms t;
y=exp(20)/exp(20/exp(t/10));
changeTime=diff(y,t)
```

changeTime =

$$\frac{2034930319768065\,e^{-\frac{t}{10}}\,e^{-20\,e^{-\frac{t}{10}}}}{2097152}$$

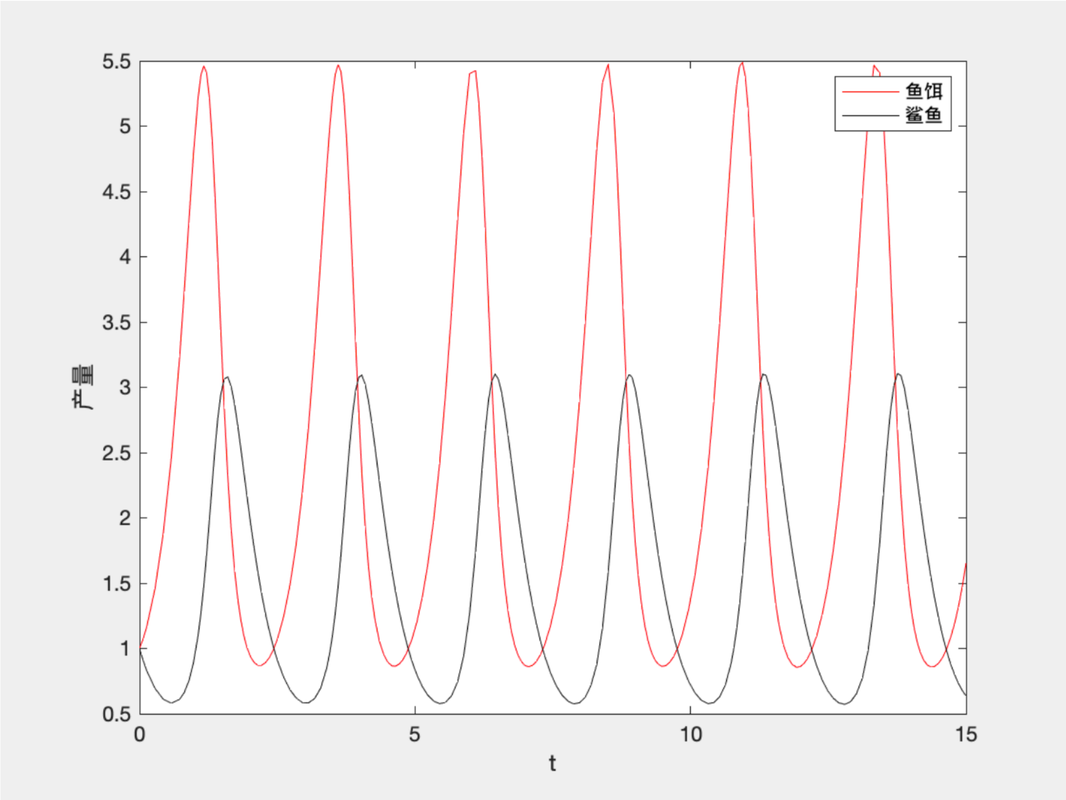
6. (生态系统的振荡现象) 第一次世界大战中，因为战争很少捕鱼，按理战后应能捕到更多的鱼才是。可是大战后，在地中海却捕不到鲨鱼，因而渔民大惑不解。

令x_1为鱼饵的数量，x_2为鲨鱼的数量，t为时间。常微分方程组为

$$\begin{cases} \dfrac{dx_1}{dt} = x_1(a_1 - b_1x_2) \\ \dfrac{dx_2}{dt} = -x_2(a_2 - b_2x_1) \end{cases}$$

式中 a_1, a_2, b_1, b_2 都是正的常数。第一式鱼饵x_1的增长速度大体上与x_1成正比，即按a_1x_1比率增加，而被鲨鱼吃掉的部分按$b_1x_1x_2$的比率减少；第二式中鲨鱼x_2的增长速度由于生存竞争的自然死亡或互相咬食按a_2x_2*的比率减少*，但又根据鱼饵的量的变化按$b_1x_1x_2$的比率增加。对 $a_1=3, b_1=2, a_2=2.5, b_2=1, x_1(0)=x_2(0)=1$ 求解。画出解曲线图和**相轨线图**（**横坐标 x_1,纵坐标 x_2**），可以观察到鱼饵和鲨鱼数量的周期振荡现象。

```
% function f = fun6(t,x)
%
% f(1)=3*x(1)-2*x(2)*x(1);
%
% f(2)=-2.5*x(2)+x(2)*x(1);
%
% f=f(:);
clear;
[t,x]=ode45(@fun6,[0 15],[1;1]);
plot(t,x(:,1),'r',t,x(:,2),'k');
xlabel('t')
ylabel('产量')
legend('鱼饵','鲨鱼')
```



学习心得:

作为一个计算机专业的学生,我觉得写代码相对简单,难在微分方程的理解上,这门课不仅教会了我matlab,还让我温习了微分方程.