8-2 动生电动势和感生电动势

$$\mathcal{E}_{\mathrm{i}} = -\frac{\mathrm{d}\psi}{\mathrm{d}t}$$

引起磁通量变化的原因

（1）稳恒磁场中的导体运动， 或者回路面积变化、取向变化等

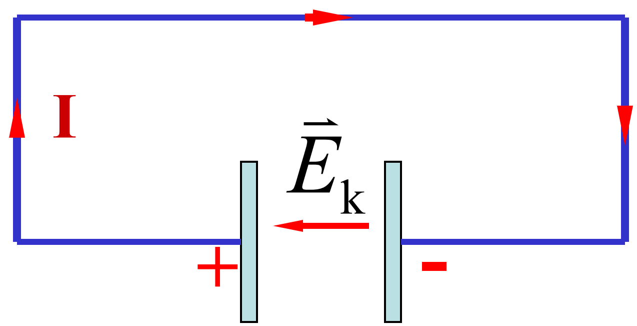
$\Longrightarrow$ 动生电动势

（2）导体不动，磁场变化

$\Longrightarrow$ 感生电动势

8-2 动生电动势和感生电动势

◆ 电动势 $\mathcal{E}=\int_{-}^{+}\vec{E}_{\mathrm{k}}\cdot\mathrm{d}\vec{l}$



$\vec{E}_{\mathrm{k}}$：非静电的电场强度.

◆ 闭合电路的总电动势 $\boxed{\mathcal{E}=\oint_{l}\vec{E}_{\mathrm{k}}\cdot\mathrm{d}\vec{l}}$

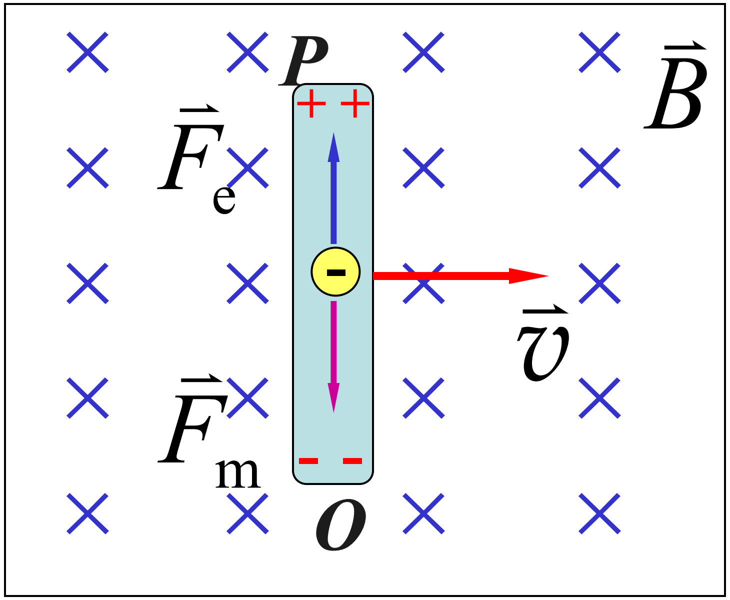
一　动生电动势

动生电动势的非静电力场来源 ⟹ 洛伦兹力

$$\vec{F}_{\mathrm{m}} = (-e)\vec{v} \times \vec{B}$$

平衡时 $\vec{F}_{\mathrm{m}} = -\vec{F}_{\mathrm{e}} = -e\vec{E}_{\mathrm{k}}$

$$\vec{E}_{\mathrm{k}} = \frac{\vec{F}_{\mathrm{m}}}{-e} = \vec{v} \times \vec{B}$$



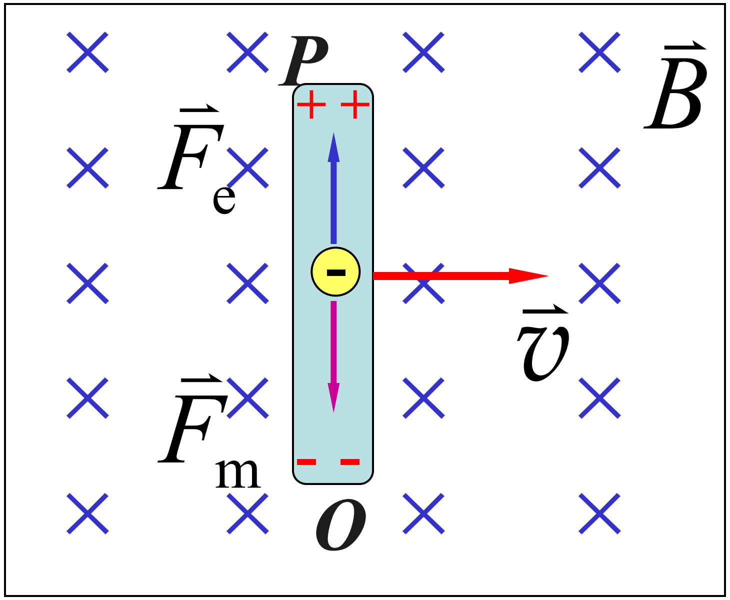
$$\mathcal{E}_{\mathrm{i}} = \int_{OP} \vec{E}_{\mathrm{k}} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = \int_{OP} (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot \mathrm{d}\vec{l}$$

8-2　动生电动势和感生电动势

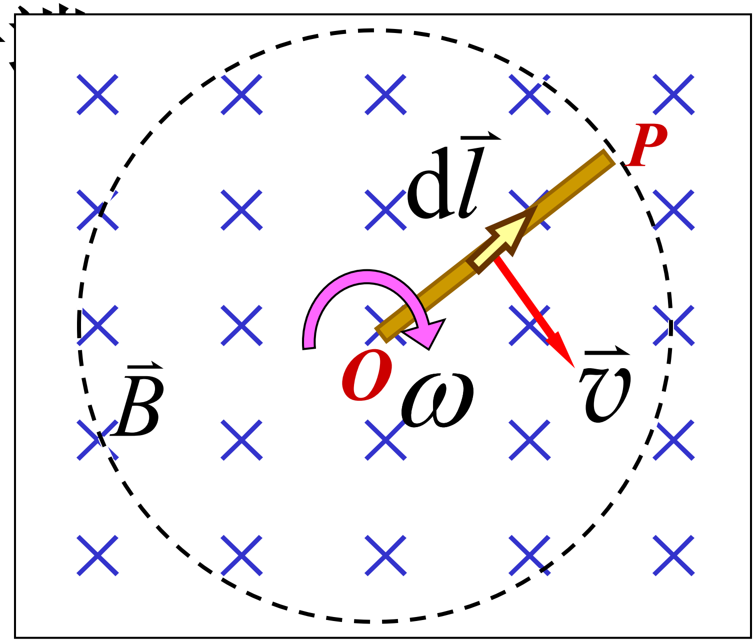
$$\mathcal{E}_{\mathrm{i}} = \int_{OP} \vec{E}_{\mathrm{k}} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = \int_{OP} (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot \mathrm{d}\vec{l}$$

设杆长为l

$$\mathcal{E}_{\mathrm{i}} = \int_0^l vB\mathrm{d}l = vBl$$



例1 一长为 L 的铜棒在磁感强度为 $\vec{B}$ 的均匀磁场中，以角速度 ω 在与磁场方向垂直的平面上绕棒的一端转动，**求**铜棒两端的感应电动势.



解 根据楞次定律，判断感应电动势的方向

$\mathcal{E}_1$ 方向 $O \longrightarrow P$

8-2 动生电动势和感生电动势

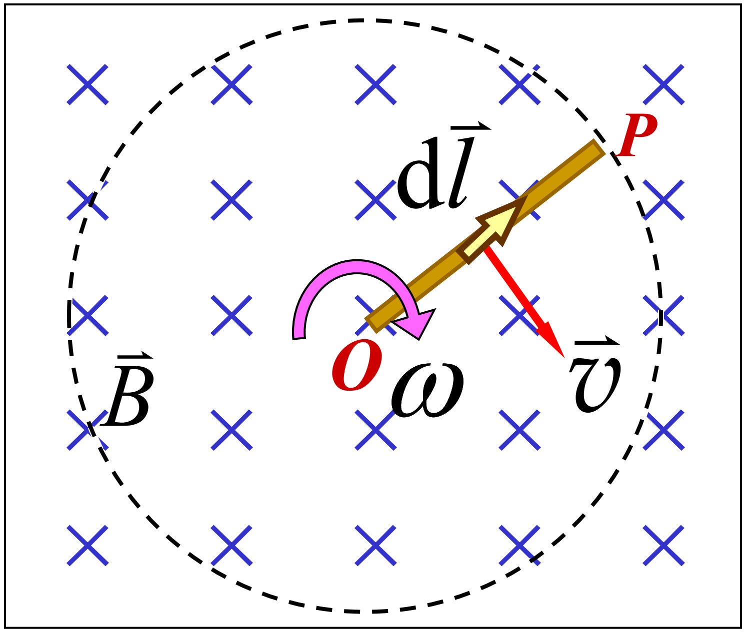
$$\mathrm{d}\mathcal{E}_{\mathrm{i}} = (\vec{v}\times\vec{B})\cdot\mathrm{d}\vec{l}$$

$$= vB\mathrm{d}l$$

$$\mathcal{E}_{\mathrm{i}} = \int_0^L vB\mathrm{d}l$$

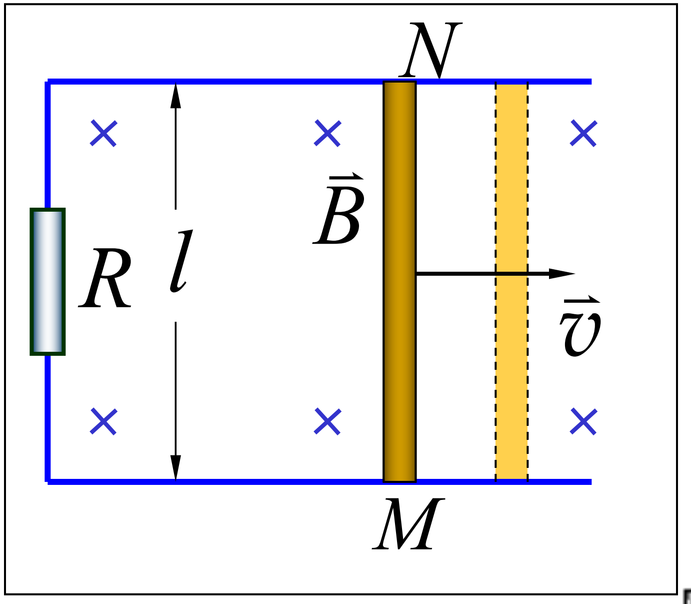
$$= \int_0^L \omega lB\mathrm{d}l$$

$$\mathcal{E}_{\mathrm{i}} = \frac{1}{2}B\omega L^2$$



$\mathcal{E}_{\mathrm{i}}$ 方向 $O \longrightarrow P$

例2 一导线矩形框的平面与磁感强度为 $\vec{B}$ 的均匀磁场相垂直.在此矩形框上，有一质量为m长为l的可移动的细导体棒MN；矩形框还接有一个电阻R，其值较之导线的电阻值要大得很多. 开始时，细导体棒以速度 $\vec{v}_0$ 沿如图所示的矩形框运动，试求棒的速率随时间变化的函数关系.



解 如图建立坐标

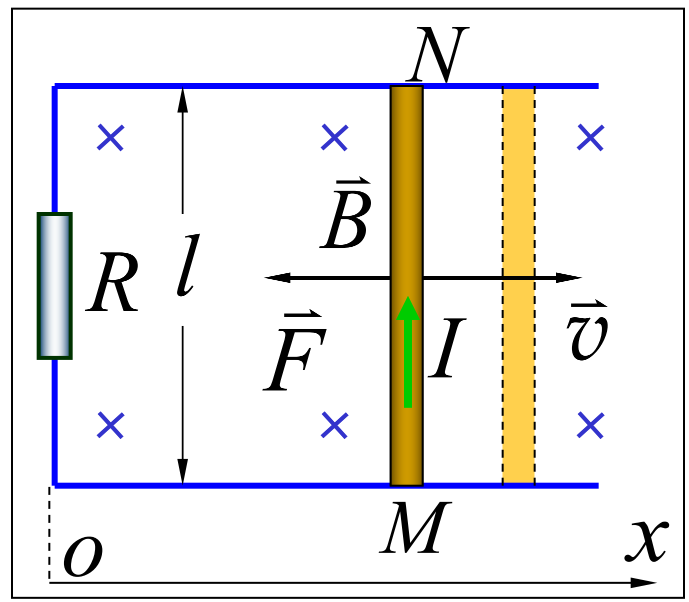
棒中 $\mathcal{E}_i = Blv$ 且由 $M \longrightarrow N$

$$F = IBl = \frac{B^2 l^2 v}{R}$$ 方向沿Ox轴反向

$$m\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = -\frac{B^2 l^2 v}{R}$$

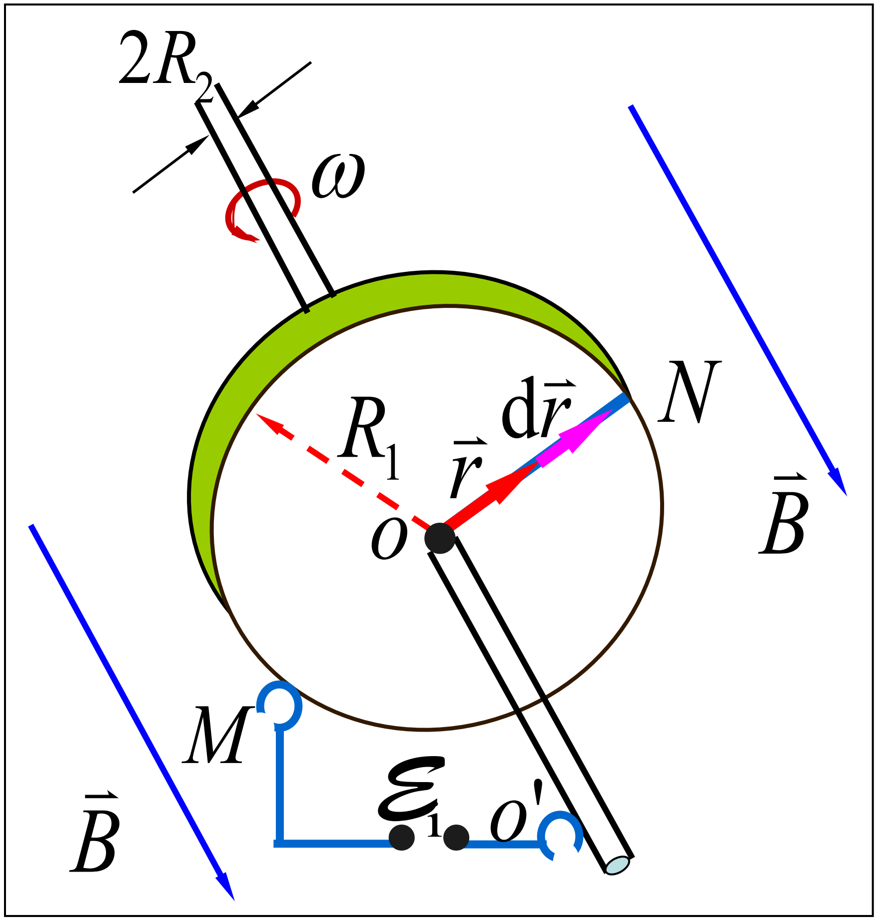
则 $$\int_{v_0}^{v} \frac{\mathrm{d}v}{v} = -\int_0^t \frac{B^2 l^2}{mR}\mathrm{d}t$$

$$v = v_0 \mathrm{e}^{-(B^2 l^2 / mR)t}$$



例 3 圆盘发电机，一半径为R_1的铜薄圆盘，以角速率 ω ，绕通过盘心垂直的金属轴 O转动，轴的半径为R_2，圆盘放在磁感强度为 $\vec{B}$的均匀磁场中，$\vec{B}$ 的方向亦与盘面垂直. 有两个集电刷a，b分别与圆盘的边缘和转轴相连. 试计算它们之间的电势差，并指出何处的电势较高.

解 （方法一） 因为 $d \ll R_1$，所以不计圆盘厚度.



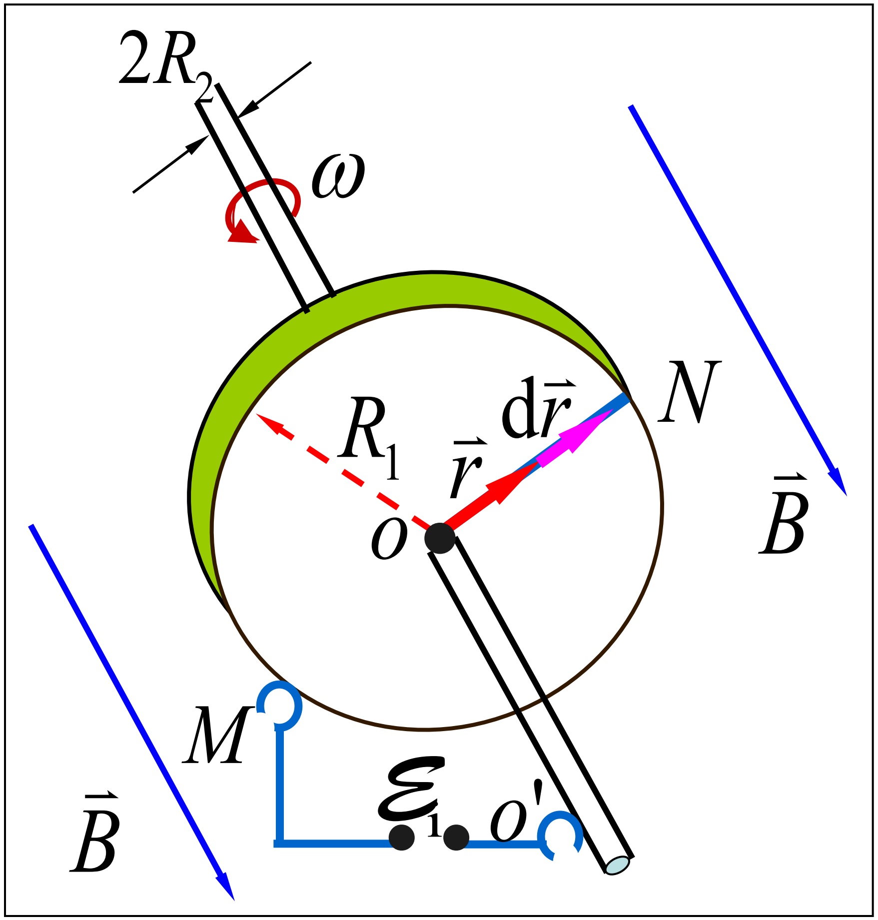
如图取线元 $\mathrm{d}\vec{r}$

$$\mathrm{d}\mathcal{E}_1 = (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot \mathrm{d}\vec{r}$$

$$= vB\mathrm{d}r = r\omega B\,\mathrm{d}r$$

8-2 动生电动势和感生电动势

$$\mathrm{d}\mathcal{E}_1 = (\vec{v}\times\vec{B})\cdot\mathrm{d}\vec{r} = vB\mathrm{d}r = r\omega B\mathrm{d}r$$

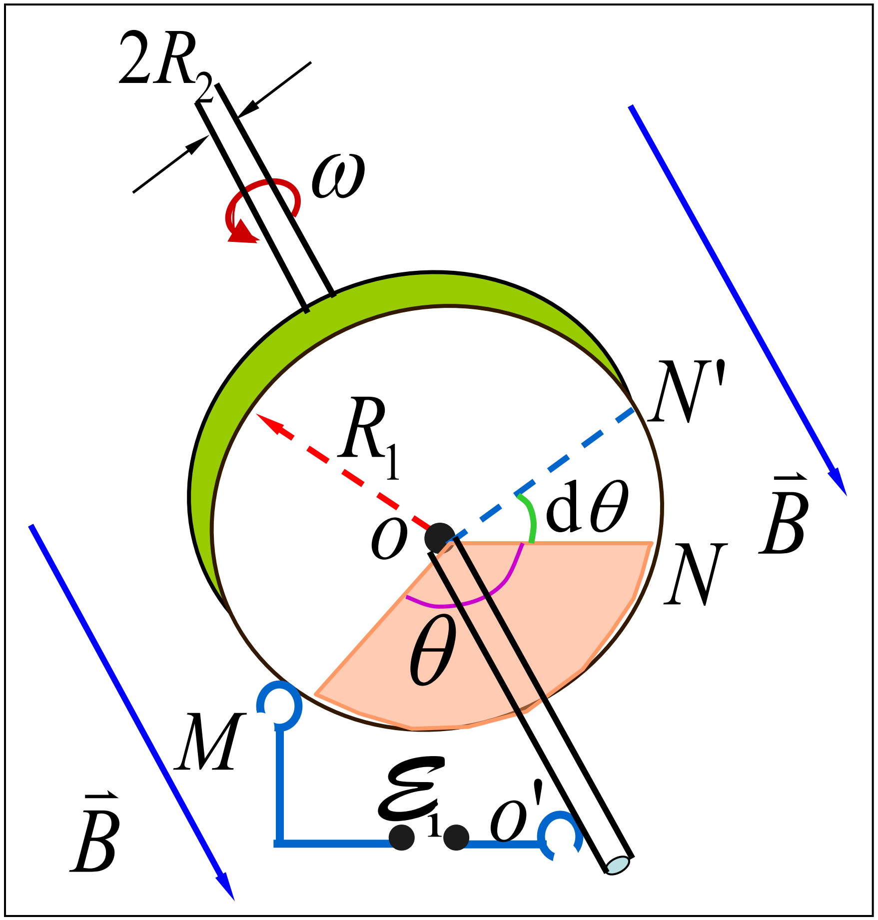


$$\mathcal{E}_1 = \int_{R_1}^{R_2} r\omega B\mathrm{d}r$$

$$= \frac{1}{2}\omega B(R_1^2 - R_2^2)$$

圆盘边缘的电势高于中心转轴的电势.

（方法二） 取一虚拟的闭合回路 $MNOM$ 并取其绕向与 $\vec{B}$ 相同.

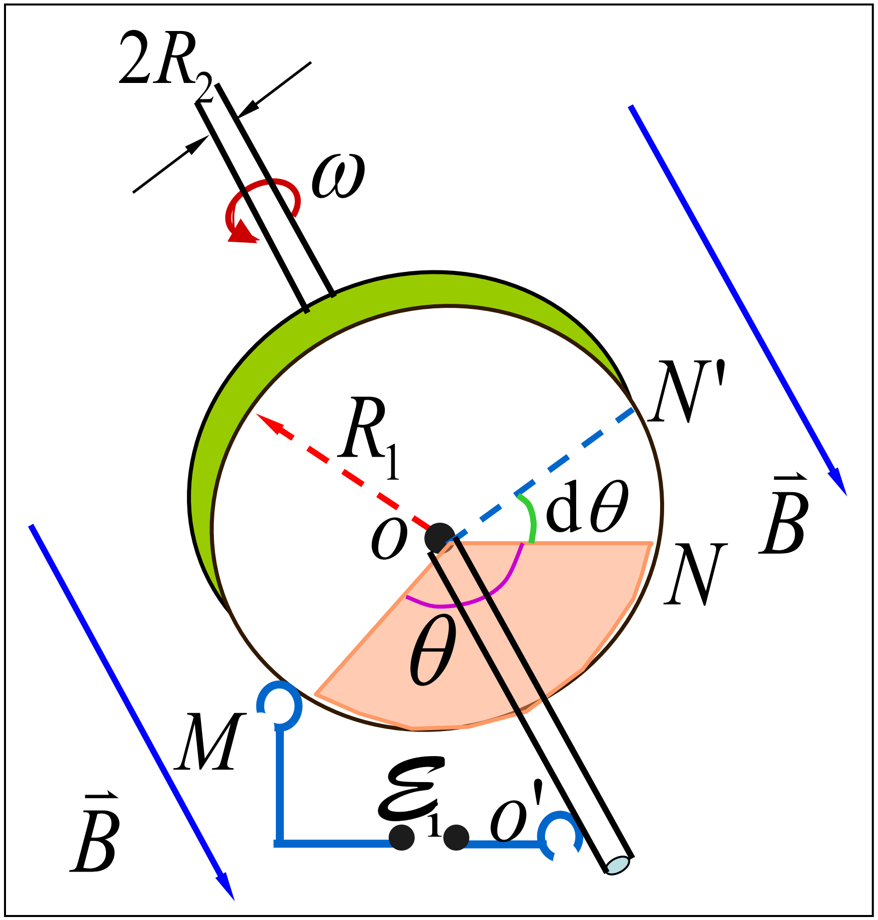


则

$$\Phi = B\frac{\theta}{2\pi}\pi(R_1^2 - R_2^2)$$

$$= \frac{1}{2}B(R_1^2 - R_2^2)\theta$$

设 $t=0$ 时点 M 与点 N 重合即 $\theta=0$



则 t 时刻 $\theta=\omega t$

$$\Phi=\frac{1}{2}B(R_1^2-R_2^2)\omega t$$

$$\mathcal{E}_1=-\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}$$

$$=-\frac{1}{2}B(R_1^2-R_2^2)\omega$$

盘缘的电势高于中心

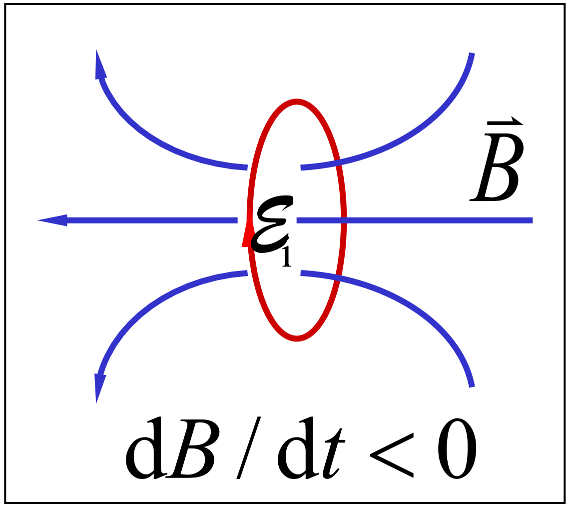
二 感生电动势

产生感生电动势的

非静电场 → 感生电场

麦克斯韦假设 变化的磁场在其周围空间激发一种电场——感生电场 $\vec{E}_{\mathrm{k}}$.

闭合回路中的感生电动势



$$\boxed{\mathcal{E}_{\mathrm{i}}=\oint_L \vec{E}_{\mathrm{k}}\cdot\mathrm{d}\vec{l}=-\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}}$$

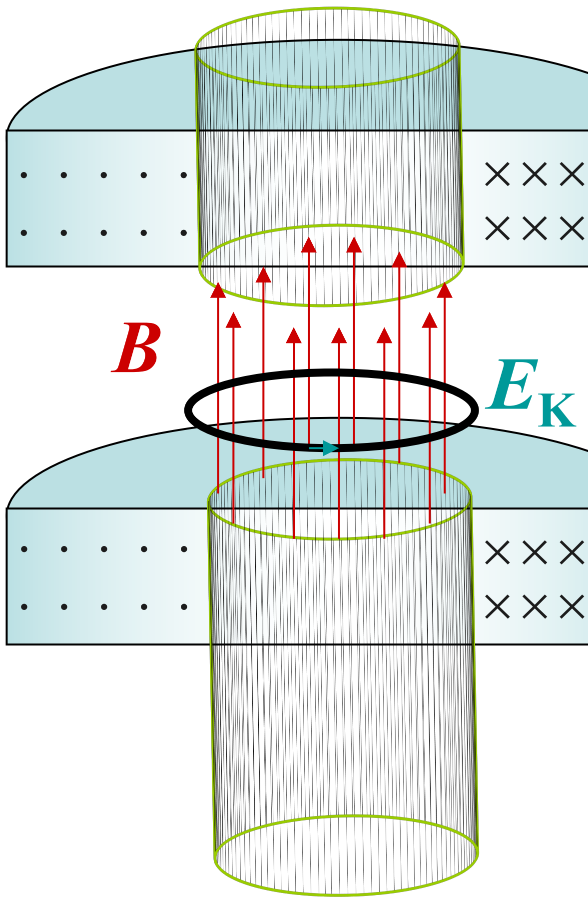
$$\Phi=\int_S \vec{B}\cdot\mathrm{d}\vec{s} \qquad \oint_L \vec{E}_{\mathrm{k}}\cdot\mathrm{d}\vec{l}=-\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_S \vec{B}\cdot\mathrm{d}\vec{s}$$

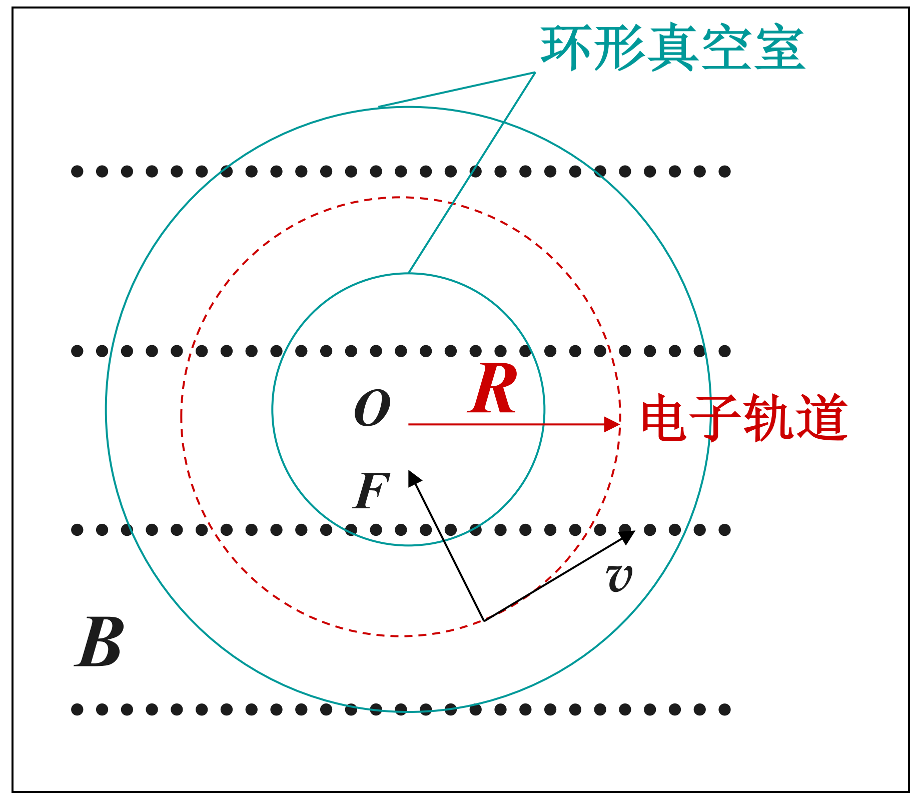
$$\boxed{\mathcal{E}_{\mathrm{i}}=\oint_L \vec{E}_{\mathrm{k}}\cdot\mathrm{d}\vec{l}=-\int_S \frac{\mathrm{d}\vec{B}}{\mathrm{d}t}\cdot\mathrm{d}\vec{s}}$$

感生电场和静电场的对比

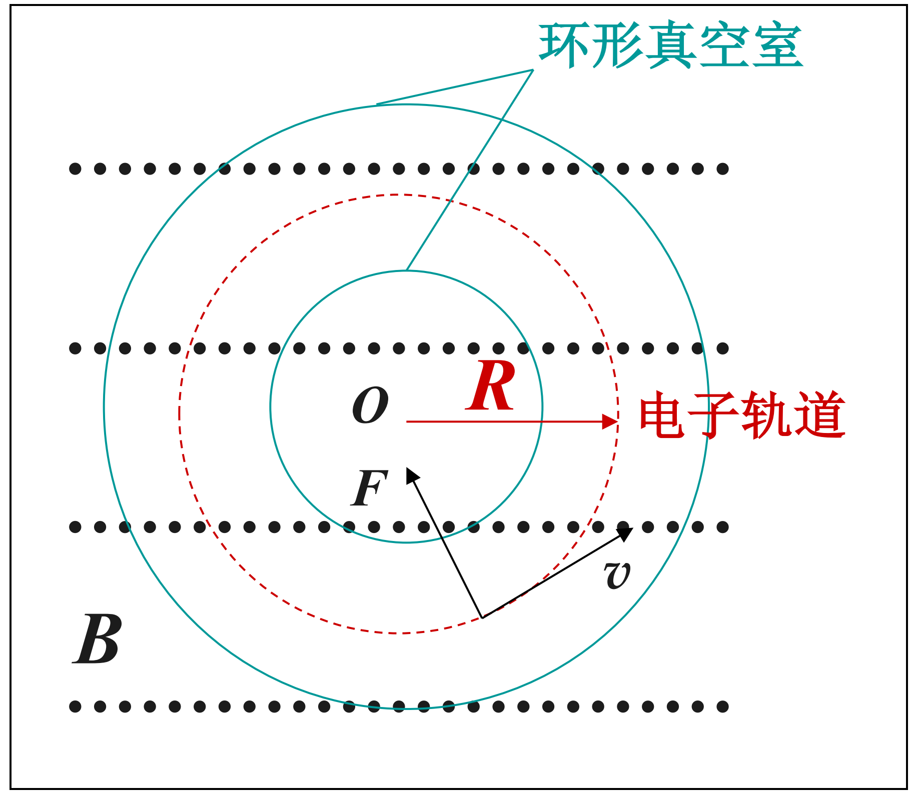
感生电场	静电场
非保守场	保守场
$\oint_L \vec{E}_k \cdot d\vec{l} = -\dfrac{d\Phi}{dt} \neq 0$	$\oint_L \vec{E}_{静} \cdot d\vec{l} = 0$
由变化的磁场产生	由电荷产生

三 电子感应加速器





由洛伦兹力和
牛顿第二定律，有



$$evB_R = m\frac{v^2}{R}$$

$$R = \frac{mv}{eB_R} = \frac{p}{eB_R}$$

其中，B_R为电子轨道所在处的磁感强度.

选择进入下一节：

END