5. 不能。假如找到了这样的平面图，就否定地解决了四色猜想。鉴于一百多年来没有人能够否定地解决四色猜想，所以试图在两个小时的考试时间内构造出一个四色猜想的反例必定是徒劳的(事实上， Appel 和 Haken 已经于 1976 年证明了四色猜想，从而确认了不可能有这样的平面图)。

四、

1.

(1) $\mathcal{P}(A)-\{\varnothing\}=\{\varnothing,\{\varnothing\},\{\{\varnothing\}\},\{\varnothing,\{\varnothing\}\}\}-\{\varnothing\}=\{\{\varnothing\},\{\{\varnothing\}\},\{\varnothing,\{\varnothing\}\}\}$。

(2) $\mathcal{P}(A)\oplus A=\{\varnothing,\{\varnothing\},\{\{\varnothing\}\},\{\varnothing,\{\varnothing\}\}\}\oplus\{\varnothing,\{\varnothing\}\}=\{\{\{\varnothing\}\},\{\varnothing,\{\varnothing\}\}\}$。

2.

(1) $R_1=I_A$；

$R_2=I_A\cup\{\langle 1,2\rangle,\langle 2,1\rangle\}$；

$R_3=I_A\cup\{\langle 1,3\rangle,\langle 3,1\rangle\}$；

$R_4=I_A\cup\{\langle 2,3\rangle,\langle 3,2\rangle\}$；

$R_5=E_A$。

(2)

$\cap$	R_1	R_2	R_3	R_4	R_5
R_1	R_1	R_1	R_1	R_1	R_1
R_2	R_1	R_2	R_1	R_1	R_2
R_3	R_1	R_1	R_3	R_1	R_3
R_4	R_1	R_1	R_1	R_4	R_4
R_5	R_1	R_2	R_3	R_4	R_5

(3) R_5 是单位元，R_1 是零元，仅 R_5 为可逆元，它的逆元是它自身。

(4) 由于集合交运算适合结合律，所以 V 是半群，又由于 V 有单位元，所以是独异点。但由于并非所有元素皆可逆，所以 V 不是群。

3.

(1) $$f\circ g(x)=\begin{cases}1, & x=0;\\ 2, & x=2;\\ 0, & x=4;\\ k, & x=2k,k\in\mathbb{N},k\geq 3;\\ 3, & x=2k+1,k\in\mathbb{N}.\end{cases}$$

由于 $f\circ g(4)=0,f\circ g(0)=1,f\circ g(2)=2,f\circ g(2k)=k(k\geq 3)$，所以 $f\circ g$ 是满射。但 $f\circ g(6)=f\circ g(3)=3$，所以 $f\circ g$ 不是单射，从而不是双射。

(2) $f\circ g(A)=\{1,2,3\}$，$f\circ g^{-1}(B)=\{0,4,8\}$。

4.

证明：

$A\subseteq\mathcal{P}(A)$

$\Longleftrightarrow\forall x(x\in A\to x\in P(A))$ (子集定义)