

HASH 函数

定义

- 又称 哈希函数、杂凑函数、单向散列函数
- 是一个将任意长度的消息映射成固定长度输出的函数

$$H: \{0,1\}^* \rightarrow \{0,1\}^n$$

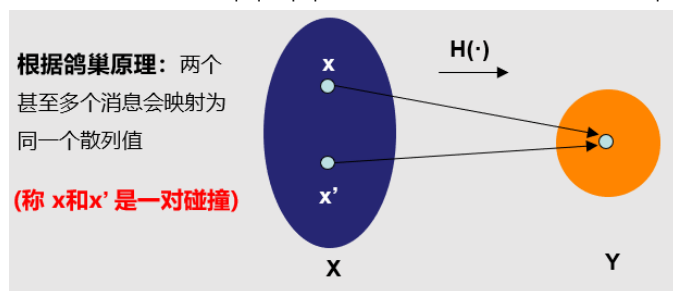
输入称为“消息”

输出称为“散列值” (Hash 值、消息摘要)

n 是散列值的长度

通常，Hash 函数是一个具有压缩功能的函数

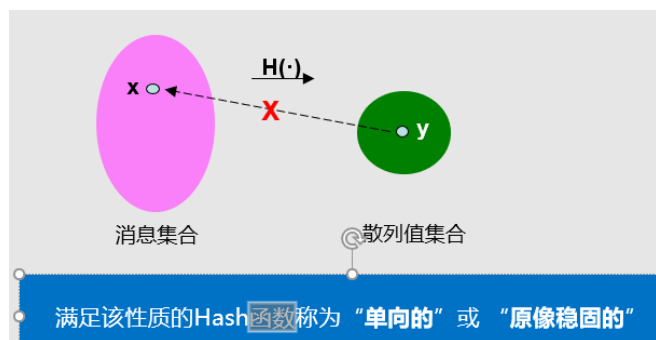
- 设 X 是消息的集合， Y 是散列值的集合
- 我们总是假设 $|X| \geq |Y|$ ，并且经常假设更强的条件 $|X| \geq 2|Y|$



Hash 函数的安全性

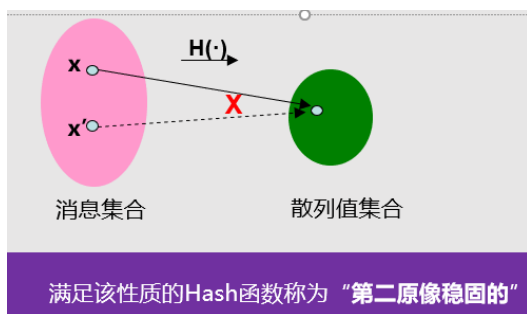
原像稳固

- 给定散列值 y ，要找到一个 x ，使得 $H(x)=y$ 是计算上不可行的



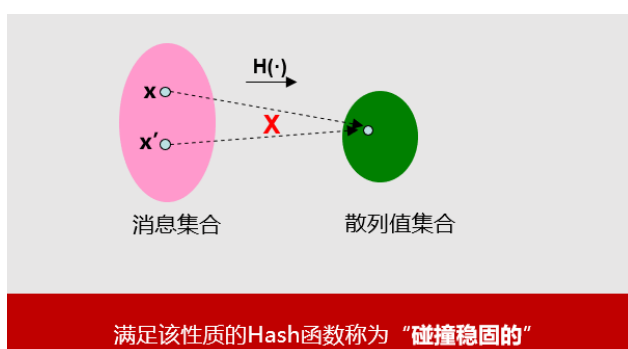
- **第二原像稳固**

给定消息 x ，找到另一个 x' ，使得 $H(x') = H(x)$ 是计算上不可行的



- **碰撞稳固**

找到两个不同的消息 x 和 x' ，使得 $H(x) = H(x')$ 是计算上不可行的。



对 Hash 函数的攻击实际就是 寻找一对碰撞 的过程

如果Hash函数 H 设计得“好”，对给定 x ，要想求得相应的散列值，必须通过计算 $H(x)$ 才行。

如果想绕过 H ，采用其他方法求出散列值是计算上不可行的。
即使在已知若干散列值 $H(x_1), H(x_2), \dots$ 的情况下，仍是如此。

因此，我们有

$$H(x_1) + H(x_2) \neq H(x_1 + x_2)$$

$$H(x_1)H(x_2) \neq H(x_1x_2)$$

...

(这些特点在后面介绍数字签名时非常有用)

生日攻击告诉我们：为了能达到 n -bit的安全性，你所选择的Hash函数的散列值长度应该是 $2n$ 。

- 例如：如果你想让攻击者成功找到碰撞的可能性低于 $1/2^{80}$ ，那么应该使用散列值长度是160-bit的Hash函数。

迭代法构造 Hash 函数的步骤

① 预处理

用一个填充函数 $\text{pad}(\cdot)$ 在消息 x 右方追加若干比特，得到比特串 y ，使得 y 的长度为 t 的倍数。即有

$$y = x \parallel \text{pad}(x) = y_1 \parallel y_2 \parallel \cdots \parallel y_r, \text{ 其中 } |y_i| = t$$

典型的填充函数是先追加与 x 等长的值，再追加若干比特（如 0）。

该阶段必须保证变换是单射

- 因为如果预处理变换不是单射，则存在 $x \neq x'$ 使得 $y = y'$ ，从而 $H(x) = H(x')$ ，能够很容易找到碰撞。

② 迭代处理

设 $H_0 = IV$ 是一个长度为 m 的初始比特串，重复使用压缩函数 f ，依次计算

$$H_i = f(H_{i-1} \parallel y_i) \text{ 直到计算出 } H_r \text{ 为止。}$$

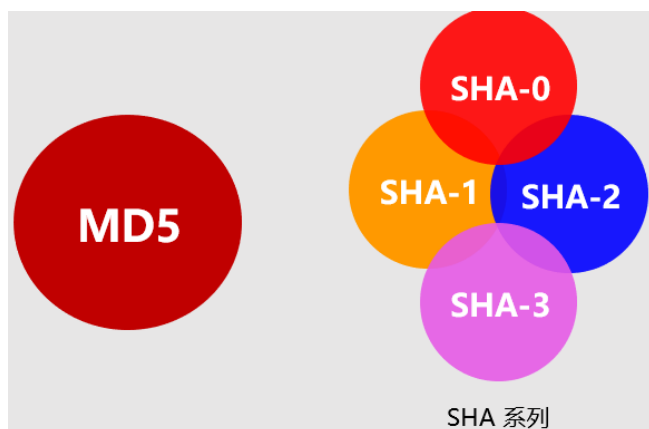
③ 输出变换

③ 输出变换（可选）

设函数 $g: \{0,1\}^m \rightarrow \{0,1\}^n$ 令

$$H(x) = g(H_r)$$

几个著名的 Hash 函数



MD5 加密的说法不对

对 MD5, SHA-0, SHA-1 的破译（不建议再使用这些算法）

SHA-2 系列：易遭到“长度扩展攻击”，建议使用:SHA-512/224、SHA-512/256



比特币中使用 SHA-2 产生区块

Q: 消息在传输过程中是否发生改变或被恶意篡改，我们怎么能知道？

使用“数据完整性技术”当消息发生改变时，我们可以检查出来。

Q: Hash函数能否保证数据的完整性?

举例:

某公司经网络发送一张订单 m ，为防范遭恶意篡改，先用Hash函数计算订单散列值 $H(m)$ ，再将与订单一起发送 $[m, H(m)]$ 。

接收方计算收到订单 m' 的散列值 $H(m')$ ，若与收到的散列值相同，则确信订单未被篡改。

问此方法是否行得通？为什么？

不行!

原因：攻击者可先篡改订单,再计算假订单的散列值 (接收方无法识别)

关键问题：Hash函数没有密钥 (给定消息，任何人都可以计算)

可以看得出，如果设计一个带有密钥的算法，便可以解决这一问题，也就可以防范攻击者进行伪造

消息认证码(MAC) 算法便是这种带密钥的 算法	它是实现数据完整性的重要工具
	其产生的输出也相应地被称作MAC

消息认证码 MAC 安全性

MAC 的安全性要求——抗伪造：

1. 在不知道密钥的情况下，给定任何消息，产生相应的 MAC 是计算上不可行的
2. 即使已知很多消息及对应的 MAC，对新消息产生 MAC 仍是计算上不可行的

CBC-MAC

利用已有分组
密码间接构造
MAC

利用分组密码的CBC模式构造MAC的方法：

设 $E_k(\cdot)$ 是一个分组长度为 n 的分组密码的加密算法。

对任意消息 x ，首先对 x 进行分组，每组的长度为 n 。设消息 x 为 $x = x_1 x_2 \dots x_r$

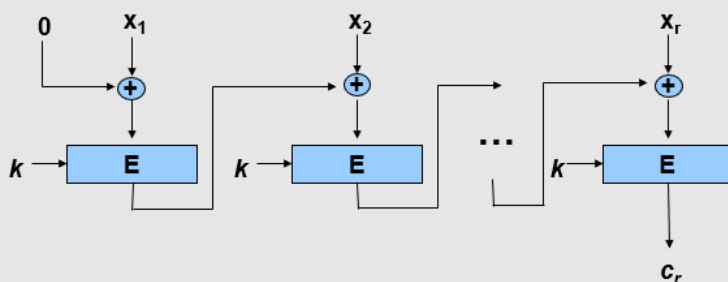
• 基于CBC模式构造MAC

① 选取初始向量: $c_0 = IV = 0$

② 依次计算:

$$c_i = E_k(x_i \oplus c_{i-1}) \quad (1 \leq i \leq r)$$

③ 输出散列值: c_r (只保留最后一个输出分组)



• 注意

- 该方法对于定长消息是安全的。
- 如果消息长度可变，即使密钥 K 没泄露，同样不安全
 - 只要攻击者获得任意消息 $m = x_1 x_2 \dots x_{r-1}$ 的MAC

$$CBC - MAC_K(x_1 x_2 \dots x_{r-1}) = c_{r-1}$$
 - 他任意找一个消息 x_r (长度为一个分组)，便可产生一对碰撞
 - 因为 $m_1 = x_1 x_2 \dots x_r, m_2 = c_{r-1} \oplus x_r$

$$CBC - MAC_K(x_1 x_2 \dots x_r) = CBC - MAC_K(c_{r-1} \oplus x_r) = c_r$$

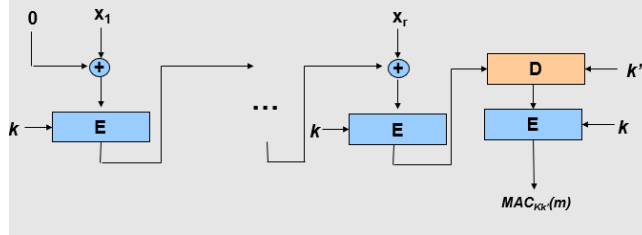
CBC-MAC 只有用于定长消息才能抗伪造

Q: 如何让 CBC-MAC 对于变长消息也能抗伪造？

ISO标准的CBC-MAC (改进方案3的改版——双密钥三重加密)

— 设消息 $m = x_1 \dots x_r$

$$MAC_{KK'}(m) = E_K(D_{K'}(CBC-MAC_K(m)))$$

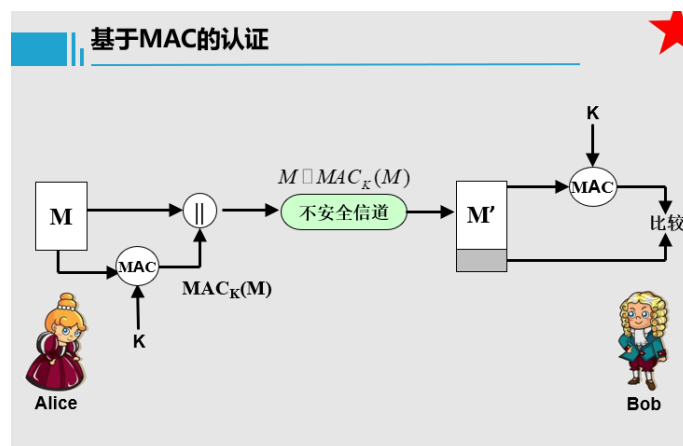


4.3 认证消息

消息认证，又称数据源认证，它的重要目标：

1. 保证传输消息的完整性（检查消息是否被改动过）
2. 保证消息是由指定发送者发来的

主要技术：基于 MAC 的认证



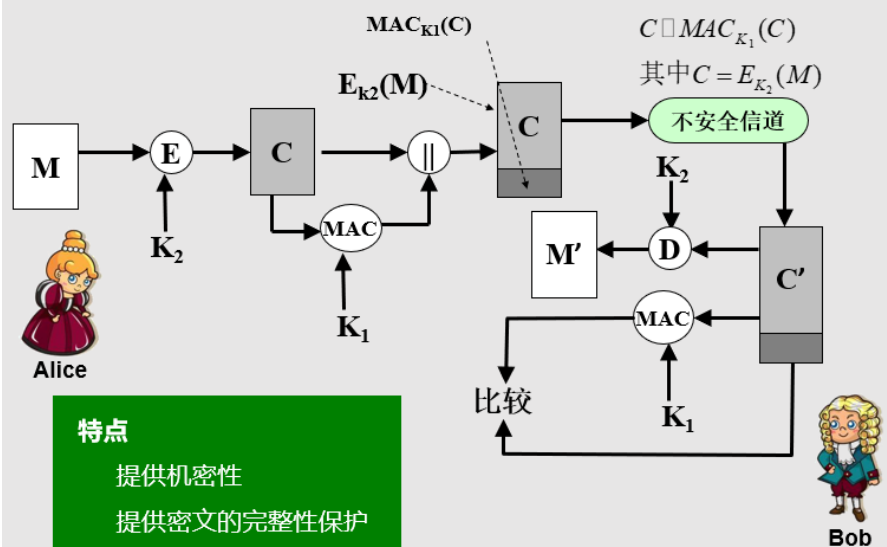
基于MAC的认证 (续)

如果Bob计算得到的MAC与接收到的MAC一致，则说明：

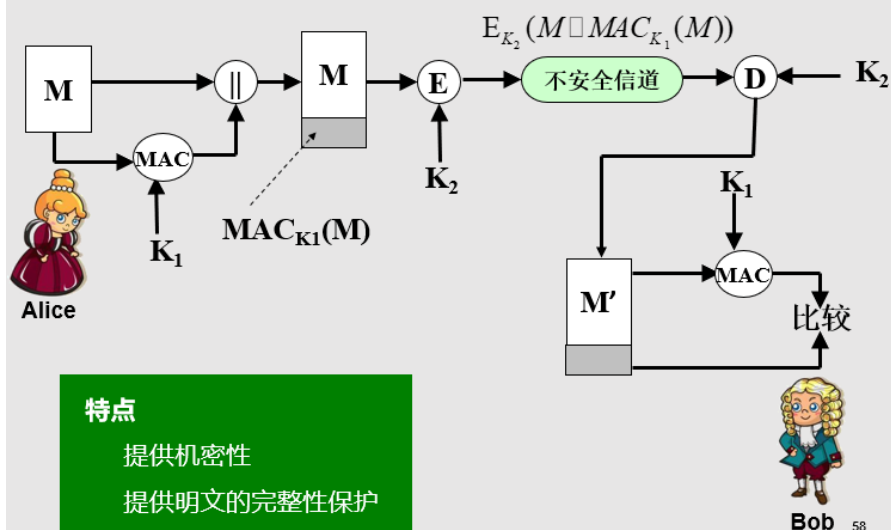
1. **防篡改**：Alice发送的消息未被篡改
因为攻击者不知道密钥，无法在篡改消息后产生相应的MAC
2. **防冒充**：Alice不是冒充的
因为除收发双方外，没人知道密钥，攻击者无法冒充Alice发送合法的MAC

由于消息本身是明文形式，所以这一过程中未实现机密性。
为提供机密性，可在计算MAC之前或之后进行一次加密。

提供机密性的消息认证（方案1）



提供机密性的消息认证（方案2）



两种方案的比较

方案1

明文M先被加密，再与MAC一起发送

方案2

明文M与MAC被一起加密

通常，我们希望直接对明文进行认证，因此 **方案2** 的使用方式更为常用。