

定理 9.11 设 G 为无向连通图, T 为 G 的任意一棵生成树, 则 G 中任一回路(初级的或简单的)或为 T 的基本回路或为若干个基本回路的环和.

推论 1 无向连通图 G 中任一回路或为某棵生成树的基本回路, 或为若干个基本回路的环和.

推论 2 设 G 为 n 阶 m 条边的无向连通图, 设 G 中有 s 个回路(初级的或简单的), 则

$$m - n + 1 \leq s \leq 2^{m-n+1} - 1.$$

推论 3 设 G 为 n 阶 m 条边的无向连通图, 设 s 是 G 中环路数(含 \emptyset), 则

$$S = 2^{m-n+1}.$$

定理 9.12 设 G 为 n 阶 m 条边的无向连通图, 设 $C_{\text{环}}$ 为 G 中环路(含 \emptyset)组成的集合, 则 $C_{\text{环}}$ 是 Ω 的 $m - n + 1$ 维的子空间, 其中 Ω 是 G 的所有边导出子图的集合.

定理 9.13 连通图 G 中每个割集至少包含 G 的每个生成树的一个树枝.

定理 9.14 设 G 为 n 阶 m 条边的无向连通图, T 是 G 的一棵生成树, $S_{\text{基}}$ 为 T 对应的基本割集系统, 则对于任意的 $S_{i_1}, S_{i_2}, \dots, S_{i_k} \in S_{\text{基}}$, 必有它们对应的树枝 $e'_{i_1}, e'_{i_2}, \dots, e'_{i_k}$ 均在

$$S_{i_1} \oplus S_{i_2} \oplus \dots \oplus S_{i_k}$$

中, 其中 \oplus 为对称差运算.

定理 9.15 设 S_1, S_2 为无向图 G 的两个断集, 则 $S_1 \oplus S_2$ 为 G 中断集, 其中 \oplus 为对称差运算.

定理 9.16 设 G 为无向连通图, T 为 G 的任意一棵生成树, 则 G 中任一断集或为 T 的基本割集或为若干个基本割集的对称差集.

定理 9.17 设 G 为 n 阶 m 条边的无向连通图, 并设 $S_{\text{断}} = \{\emptyset\} \cup \{S' \mid S' \text{ 是 } G \text{ 的断集的导出子图}\}$, 则 $S_{\text{断}}$ 为 Ω 的 $n - 1$ 维子空间, 其中 Ω 是 G 的所有边导出子集集合.