度数等于 $\Delta(G)$，从而 $2m=\sum\limits_{v\in G}d(v)\geq\Delta(G)+(k-1)+2(n-k)=2n-1>2n-2$。矛盾。

证法二：

设 v 为 T 中度数最大的顶点，记 v 的邻域 $N(v)=\{v_1,v_2,\cdots,v_k\}$。令 Γ_i 为以 vv_i 为起点的初级路径，朝远离 v 的方向不断扩展此路径，直到无法扩展为止。此时 Γ_i 的终点 v_i' 必是为叶(否则，若 $d(v_i')\geq 2$，则 v_i' 至少与 Γ_i 上的两个顶点相邻，从而可以构成圈，这与 T 是树矛盾)，且对 $1\leq i,j\leq k$，若 $i\neq j$，则 $v_i'\neq v_j'$ (否则又可以构成圈，矛盾)，从而 T 中至少有 k 片树叶。 □

九、

证明： 取 $\varphi:G\to H/H_1$，$\forall x\in G$，令 $\varphi(x)=H_1\sigma(x)$。

φ 显然函数，且由于 σ 是满同态，所以对任意 $H_1y\in H/H_1$，存在 $x\in G$，使得 $\sigma(x)=y$，于是有 $\varphi(x)=H_1y$。从而 φ 也是满射。

对任意 $a,b\in G$，

$$
\begin{aligned}
\varphi(ab)&=H_1\sigma(ab) && (\varphi\text{ 定义})\\
&=H_1\sigma(a)\sigma(b) && (\sigma\text{ 是同态})\\
&=H_1H_1\sigma(a)\sigma(b) && (H_1H_1=H_1)\\
&=H_1\sigma(a)H_1\sigma(b) && (H_1\sigma(a)=\sigma(a)H_1)\\
&=\varphi(a)\varphi(b) && (\varphi\text{ 定义})
\end{aligned}
$$

从而 φ 是同态，且 $\varphi(G)=H$。

对任意 $x\in G$，

$$
\begin{aligned}
&x\in\ker\varphi\\
\iff&\varphi(x)=H_1 && (\ker\text{ 定义})\\
\iff&H_1\sigma(x)=H_1 && (\varphi(x)=H_1\sigma(x))\\
\iff&\sigma(x)\in H_1 && (\text{教材定理 17.22})\\
\iff&x\in G_1 && (G_1=\sigma^{-1}(H_1))
\end{aligned}
$$

从而 $G_1=\ker\varphi$。由群同态基本定理知，$G/G_1\cong H/H_1$。 □