

第十九章 格与布尔代数

19.1

- (1) 是。
- (2) 不是。 $\{c, d\}$ 没有最大下界。
- (3) 不是。 $\{a, b\}$ 没有上界和下界。
- (4) 是。
- (5) 是。
- (6) 不是。 $\{d, f\}$ 没有下界。
- (7) 不是。 $\{c, d\}$ 没有最小上界。
- (8) 是。

19.2

- (1) 不是。 $\{4, 6\}$ 没有上界。
- (2) 是。
- (3) 是。
- (4) 是。

19.3

(1)

证明:

$$a \vee b = b$$

(教材定理 19.2)

$$= b \wedge c$$

(教材定理 19.2)

□

(2)

证明:

$$(a \wedge b) \vee (b \wedge c) = a \vee b$$

(教材定理 19.2)

$$= b \wedge c$$

(第 (1) 小题结论)

$$= (a \vee b) \wedge (a \vee c)$$

(教材定理 19.2)

□

19.4

(1)

证明: 由教材定理 19.1(1) 知, $a \wedge b \preceq a$, 由教材定理 19.1(2) 知, $a \preceq a \vee c$ 。由偏序关系传递性知, $a \wedge b \preceq a \vee c$ 。同理可证 $a \wedge b \preceq b \vee d$ 。从而由教材定理 19.1(3) 就有 $a \wedge b \preceq (a \vee c) \wedge (b \vee d)$ 。同理可证 $c \wedge d \preceq (a \vee c) \wedge (b \vee d)$ 。由教材定理 19.1(4) 即得 $(a \wedge b) \vee (c \wedge d) \preceq (a \vee c) \wedge (b \vee d)$ 。□