充分性。

若 $c=(a\wedge c)\vee(b\wedge c)\vee(a\wedge b)$，则

$$
\begin{aligned}
a\wedge b &\preccurlyeq ((a\vee b)\wedge c)\vee(a\wedge b) && \text{(教材定理 19.1(2))}\\
&=(a\wedge c)\vee(b\wedge c)\vee(a\wedge b) && \text{(分配律)}\\
&=c && \text{(前提)}\\
&=(a\wedge c)\vee(b\wedge c)\vee(a\wedge b) && \text{(前提)}\\
&=((a\vee b)\wedge c)\vee(a\wedge b) && \text{(分配律)}\\
&=(a\wedge b)\vee((a\vee b)\wedge c) && \text{(交换律)}\\
&=(a\wedge b)\vee(c\wedge(a\vee b)) && \text{(交换律)}\\
&=((a\wedge b)\vee c)\wedge(a\vee b) && (a\wedge b\preccurlyeq a\vee b\text{、}L\text{ 是模格})\\
&\preccurlyeq a\vee b && \text{(教材定理 19.1(1))}
\end{aligned}
$$

□

19.14

(1)

证明:

$$
\begin{aligned}
b\wedge(a\vee c) &= (b\wedge(b\vee c))\wedge(a\vee c) && \text{(吸收律)}\\
&=b\wedge((b\vee c)\wedge(a\vee c)) && \text{(结合律)}\\
&=b\wedge((a\vee c)\wedge(b\vee c)) && \text{(交换律)}\\
&=b\wedge((c\vee a)\wedge(b\vee c)) && \text{(交换律)}\\
&=b\wedge(c\vee(a\wedge(b\vee c))) && (c\preccurlyeq b\vee c\text{、}L\text{ 是模格})\\
&=b\wedge(c\vee((a\wedge b)\vee(a\wedge c))) && \text{(题设)}\\
&=b\wedge((c\vee(a\wedge c))\vee(a\wedge b)) && \text{(交换律)}\\
&=b\wedge(c\vee(a\wedge b)) && \text{(吸收律)}\\
&=(c\vee(a\wedge b))\wedge b && \text{(交换律)}\\
&=((a\wedge b)\vee c)\wedge b && \text{(交换律)}\\
&=(a\wedge b)\vee(c\wedge b) && (a\wedge b\preccurlyeq b\text{、}L\text{ 是模格})\\
&=(b\wedge a)\vee(b\wedge c) && \text{(交换律)}
\end{aligned}
$$

□

(2)

证明:

$$
\begin{aligned}
a\vee(b\wedge c) &= (a\vee(b\wedge a))\vee(b\wedge c) && \text{(吸收律)}\\
&=a\vee((b\wedge a)\vee(b\wedge c)) && \text{(结合律)}\\
&=a\vee(b\wedge(a\vee c)) && \text{(第 (1) 小题结论)}\\
&=(a\vee b)\wedge(a\vee c) && (a\preccurlyeq a\vee c\text{、}L\text{ 是模格})
\end{aligned}
$$

□

19.15

(1)