将此路径顺时针旋转 $90°, 180°, 270°$ 即可得到其它 3 条路径。把 $v_{11}, v_{18}, v_{81}, v_{88}$ 连上去，会产生 2 条回路 C_1, C_2，如图 7 所示（虽然这个结果和我们的预期还有差距，不过已经很接近了）。

解决方案：找两条边，$(w_{11}, w_{12}) \in C_1, (w_{21}, w_{22}) \in C_2$ 且 $(w_{11}, w_{21}) \in G, (w_{12}, w_{22}) \in G$，则 $(C_1 - (w_{11}, w_{12})) \cup (C_2 - (w_{21}, w_{22})) \cup (w_{11}, w_{21}) \cup (w_{21}, w_{22})$ 即为所得，图 8 为一个解。

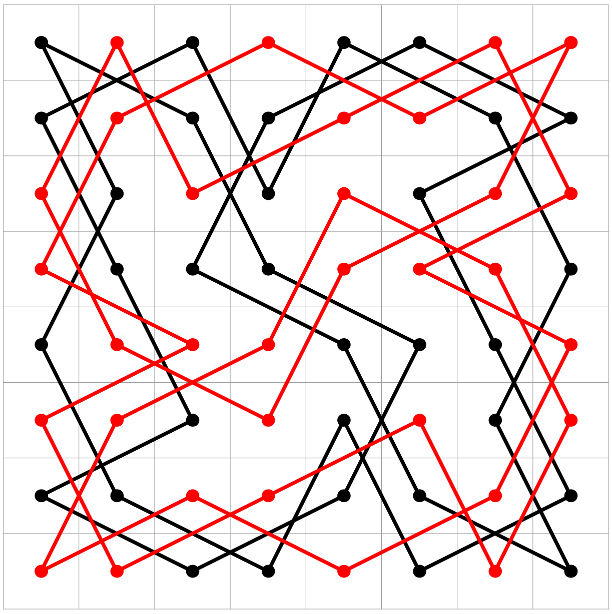

图 7

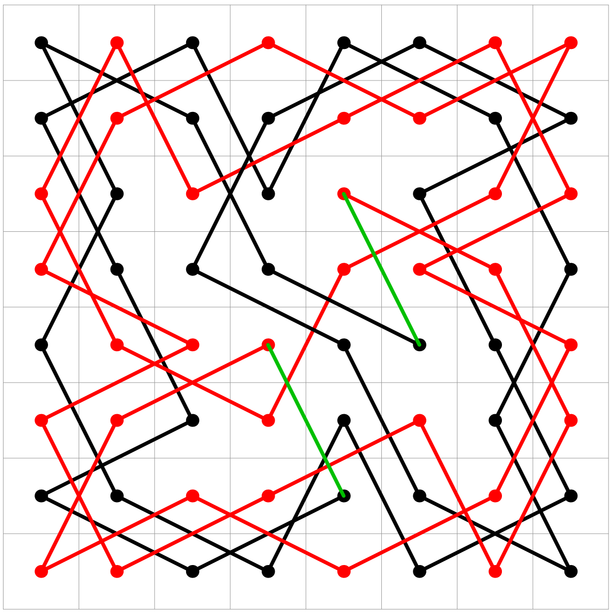

图 8

8.16

证明： 必要性是显然的。下面证充分性。

反设 G 不是哈密顿图。由于 $G \cup (u, v)$ 是哈密顿图，所以存在哈密顿回路 $C \subseteq G \cup (u, v)$。显然，$(u, v) \in E(C)$ (否则就有 $C \subseteq G$，与假设 “G 不是哈密顿图” 矛盾)。从 C 中删除边 (u, v)，得到一条哈密顿通路 $\Gamma = v_1 v_2 \cdots v_n$，不妨设 $u = v_1, v = v_n$。注意到，对任意 $v_i (2 \leq i \leq n-1)$，若 v_i 与 u 相邻，则 v_{i-1} 必不与 v 相邻(否则，$v_1 v_2 \cdots v_{i-1} v_n v_{n-1} \cdots v_i$ 就是 G 中的一条哈密顿