代数系统

- 积代数的定义
  - 定义 设V_1=<A,o_{11},o_{12},...,o_{1r}>与V_2=<B,o_{21},o_{22}, ... , o_{2r}>是同类 型的代数系统，o_{1i}和o_{2i}是k_i元运算，(i=1,2,...,r). V_1与 V_2的积代数是
    - n 若o_{1i}和o_{2i}分别在V_1与V_2中可交换(可结合或幂等)， 则o_i在V中也可交换(可结合或幂等)；
    - n 若o_{1i}对o_{1j}, o_{2i}对o_{2j}在V_1与V_2中分别适合分配律，则o_i对 o_j在V中也适合分配律；
    - n若o_{1i},o_{1j}与o_{2i},o_{2j}在V_1与V_2中分别适合吸收律，则o_i与o_j在V中也适合吸收律；
    - n 若e_{1i}(θ_{1i}), e_{2i}(θ_{2i})分别为V_1与V_2中关于o_{1i}和o_{2i}运算的单 位元(零元)，则< e_{1i}, e_{2i}>(< θ_{1i}, θ_{2i}>)为V中关于o_i运算 的单位元(零元)
    - n 若o_{1i}和o_{2i}分别为V_1与V_2中含单位元的运算,a∈A,b∈B 分别关于o_{1i}和o_{2i}运算存在逆元a^{-1}和b^{-1},则< a^{-1},b^{-1} >是V 中<a,b>关于o_i运算的逆元.
  - $V_1 \times V_2$=<$A \times B$,o_1,o_2, ..., o_r>
- 子代数
  - 可以看成是原来代数系统的缩小版
  - different: 1子集2运算封闭
  - 定义15.11 设V=<A, o_1, o_2,... o_r>是代数系统，BÍA, 如果B 对V中的所有运算封闭(含0元运算在内)，则称V′= <B, o_1, o_2,... o_r>为V的子代数，若BÌA,子代数V′称为V的真子代 数.
  - 子代数和原代数是同类型的代数系统。
  - 子代数和原代数是同类型的代数系统。
  - 平凡子代数
    - n 最大的子代数：就是V本身。
    - n 最小的子代数：如果令V中所有代数常数构成的集合是 K，且K对V中所有的运算都是封闭的，则<K, o_1, o_2,... o_r>就构成了V的最小的子代数。
    - n 平凡子代数：最大和最小的子代数称为V的平凡子代数
- 定义 一个代数系统是一个三元组 ***V*=<*A*,W,*K*>**,其中 **A**是 载体，非空集合，W 是非空运算集，
  - n 无特殊说明，本课程所研究的代数系统是含有有限 个代数运算的系统
    - n <R-{0}, f>，f(x)=1/x
    - n <Z， +， ·>, <Q， +， ·>, <R， +， ·>,
    - n <P(S)， ∪， ∩， Å， ~>, S是一个有限集 n <M_n(R)， +， ·>
    - n <{0,1}, Ù,Ú>
    - n <Z_n, Å , Ä >
    - Z_n={0,1, ..., n-1},
    - x Å y=(x+y) mod n, x Ä y=(x×y) mod n,
    - n <A^A, °>
  - n 在不产生误解的情况下，可以不写出代数系统中的 所有成分，如<N,+,0>可以简记为<N,+>或N
  - n 代数系统的构成：成分+公理
  - 代数系统的分类
    - n 同类型的：构成成分相同
    - n 同种的：构成成分与公理都相同
    - n 构成成分：运算(包括运算个数,对应运算的元数)
    - n 公理：交换，结合，幂等，吸收，分配，消去，单位元e， 可逆元。
- **K**是代数常数集合，*Æ*Í***K***Í***A***, 如单位元、零元等 ¥
- W=!W$_j$, W$_j$ ={o_j |o_j为A上的k_j元运算} j=1
- 简记为 ***V*=<*A*,**W> ¥
- W=!W$_j$, W$_j$ ={o_j |o_j为A上的k_j元运算} j=1
- 简记为 ***V*=<*A*,**o_1, o_2,... o_r>