11

多元函数微分学

§n维欧氏空间

平面点集与多元函数

一.平面点集

1.定义：坐标平面上满足某种条件P的点的集合，称为平面点集，记作 $E=\{(x,y)\mid (x,y)$满足条件$P\}$

$R^2=\{(x,y)\mid -\infty<x<+\infty,\ -\infty<y<+\infty\}$

$C=\{(x,y)\mid x^2+y^2<r^2\}$

$S=\{(x,y)\mid a\le x\le b,\ c\le y\le d\}$

2.邻域

设 $P_0(x_0,y_0)$ 是 xoy 平面上一点，$\delta>0$，与 P_0 距离小于 δ 的点 $P(x,y)$ 的全体，称为点 P_0 的 δ 邻域，记作 $U(P_0,\delta)$

$U(P_0,\delta)=\{P(x,y)\mid |PP_0|<\delta\}$

$\quad=\{(x,y)\mid (x-x_0)^2+(y-y_0)^2<\delta^2\}$

或 $U(P_0)$

点 P_0 的去心邻域指

$\mathring{U}(P_0,\delta)=\{(x,y)\mid 0<(x-x_0)^2+(y-y_0)^2<\delta^2\}$

按"位置"区分

3.点P和点集E之间关系（P在E内或E外）

(1) 内点：$\exists U(P)$，使得 $U(P)\subset E$，称P是E的内点.

(2) 外点：$\exists U(P)$，使得 $U(P)\cap E=\phi$，则称P是E的外点.

(3) 边界点：$\forall U(P)$，$U(P)$既有E中的点，又有不属于E的点，则称P是E边界点

E的全体边界点构成E的边界，记作 ∂E

按"疏密"区分

4.点P和点集E的关系（P的近旁是否密集E中的点）

(1) 聚点：若在P点的任何去心邻域 $\mathring{U}(P)$ 内都含有E中的点，则称P是E的聚点.

(2) 孤立点：若 $P\in E$，$\exists\delta>0$，s.t $\mathring{U}(P,\delta)\cap E=\phi$，则称P是E的孤立点

注：孤立点一定是边界点；

内点和非孤立的边界点一定是聚点；

既不是聚点，又不是孤立点，则必为外点.

5.重要平面点集

(1) 开集：若E的每一点都是E的内点，则称E是开集. 例.C.

(2) 闭集：若E的所有聚点都属于E，则称E为闭集. 例S.

若点E没有聚点，这时也称E为闭集.

(3) 连通集：若E内任意两点，都可用折线连结起来，且该折线上的点都属于E，

(4) 区域（开区域）：连通的开集.

(5) 闭区域：开区域连同其边界所成的点集称为闭区域.

(6) 有界集：若 $\exists r>0$，s.t. $E\subset U(O,r)$，O是坐标原点，则称E是有界点集

(7) 无界集：不是有界集.

$E=\{(x,y)\mid x+y\ge 0\}$，无界闭区域

6.直径

$d(E)=\sup\limits_{P_1,P_2\in E}\rho(P_1,P_2)$，其中 $\rho(P_1,P_2)$ 表示 P_1 与 P_2 之间的距离.

$\rho(P_1,P_2)\le\rho(P_1,P_3)+\rho(P_3,P_2)$

P82 1(1,2)
8.