

(3) 可以定义 16 个不同的二元关系, 其中有 3 个不同的偏序关系, 2 个不同的等价关系。

(4) $\text{card } A \leq \text{card } B$ 。

(5) 满足交换律、结合律和消去律。单位元为 \emptyset 。

(6) G 共有 4 个子群:

$$H_1 = \langle 0 \rangle = \{0\};$$

$$H_2 = \langle 4 \rangle = \{0, 4\};$$

$$H_3 = \langle 2 \rangle = \{0, 2, 4, 6\};$$

$$H_4 = \langle 1 \rangle = G;$$

其中平凡的真子群为 $H_1 = \{0\}$ 。

(7) $a \in I, a \wedge 0 = 0$ 。

2.

(1) $f(\mathbb{R}_0(t)) = f(\mathbb{R}) = \{x^2 \mid x \in \mathbb{R}\} = \{x \mid x \in \mathbb{R} \wedge x \geq 0\} = \mathbb{R} - \mathbb{R}^-$ 。

(2) $f^{-1}(\mathbb{R}_4(t)) = \mathbb{R}_2(t)$ 。

(3) $f^{-1}(\{(t^2 + 2t + 1)\}) = \{(t + 1)\}$ 。

(4) $f^{-1}(f(\{(t - 1), (t^2 - 1)\})) = f^{-1}(\{(t^2 - 2t + 1), (t^4 - 2t^2 + 1)\}) = \{(1 - t), (t - 1), (1 - t^2), (t^2 - 1)\}$ 。

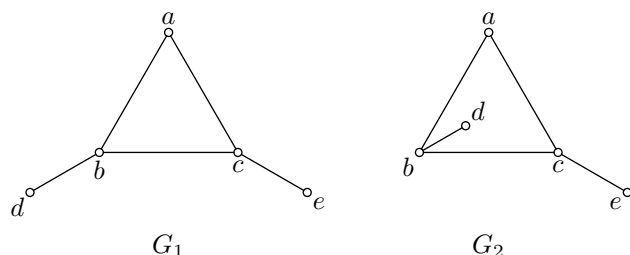
八、

1.

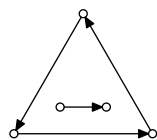
(1) 正确。无回路的连通图是树, 树的边数为顶点数减一。

(2) 不正确。当 G 不连通时, G^{**} 是连通的(任何图的对偶图都是连通的), 从而它们不同构。例如: 设 G 为 2 阶零图, 则 G^* 是 1 阶零图, 从而 G^{**} 也是 1 阶零图, 与 G 不同构。

(3) 不正确。例如, 下图中 $G_1 \cong G_2$, 但 G_1^* 的度数列是 7 3, 而 G_2^* 的度数列是 5 5, 两者显然不同构。



(4) 不正确。反例见下图。



(5) 不正确。 $K_{3,3}$ 删除一条边后, 只有 8 条边, 不满足极大平面图的必要条件 $m = 3n - 6 = 12$ 。

2.

证明:

证法一:

由于 T 是树, 所以 $m = n - 1$ 。又由于 T 是连通的, 所以每个顶点的度数至少为 1。反设 T 中至多有 $k - 1$ 片树叶, 则 G 中至少有 $n - k + 1$ 个顶点的度数大于等于 2, 且至少有一个顶点的