课程学习目标：

1. 提升逻辑思维能力
2. 提升抽象思维能力
3. 提升利用数学语言准确描述计算机科学问题和电子信息科学问题的能力

命题：可以判断真假的陈述句。通常，我们用T表示真，用F表示假。

例.

1. *0*是自然数。*(真命题)*

2. 如果n为自然数，那么$n++$也为自然数。（真命题）

3. 如果n为自然数，那么$n++\neq 0$。*(真命题)*

4. 如果$P(0)$成立，并且对于自然数n当$P(n)$成立时，$P(n++)$也成立，那么对所有的自然数n，$P(n)$成立。*(真命题)*

5. 对任意的自然数a,b,c，$(a+b)+c=a+(b+c)$。*(真命题)*

6. 对任意的有理数x,y,z，$(x+y)+z=x+(y+z)$。*(*真命题）

7. $\sqrt{2}$是无理数。*(真命题)*

8. $\sqrt{2}$是有理数。*(*假命题）

9. 设$f:[a,b]\to R$为一个$Riemann$可积函数，$F:[a,b]\to R$在$[a,b]$上满足$F'(x)=f(x)$，那么$\int_a^b f(x)dx=F(b)-F(a)$。*(真命题)*

10. *“*集合*”*在数学上是一个不可定义的概念。*(真命题)*

11. 任何一幅地图都可以用四种颜色进行着色，使得相邻的区域着以不同的颜色。

12. 这句话是假的。（不能判断真假的陈述句，不是命题）

谓词：命题的谓语部分。

例.

$P(x): x$ **是偶数**　这里P为一元谓词，表示“是偶数”。当x为某个确定的数字时，$P(x)$则对应一个命题。例如$P(2)$为真命题，$P(1)$为假命题。这里,P之所以被称为一元谓词，是因为$P(x)$只包含一个变量x。

$P(x,y): x>y$ 这里P为二元谓词，表示$>$。当x和y为确定的数字时，$P(x,y)$则对应一个命题。例如$1>0$为真命题，$0>1$为假命题。这里，P之所以被称为二元谓词，是因为$P(x,y)$包含两个变量x和y。

相应的，有三元谓词，四元谓词，......

我们还可以用如下方式由谓词得到命题：

$\forall xP(x)$: 对任意的x，$P(x)$。For All中的A上下颠倒可以得到$\forall$。

$\exists xP(x)$: 存在x，$P(x)$。There Exists中的E左右颠倒可以得到$\exists$。

命题可以由联结词$\neg$，$\wedge$，$\vee$，$\rightarrow$，$\leftrightarrow$联结而构成复合命题。

设p为命题，则$\neg p$表示“p不成立”。

p	¬ p
T	F
F	T

设p和q为两个命题，则$p \wedge q$表示“p成立，并且q成立”。

p	q	p ∧ q
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	F

设p和q为两个命题，则$p \vee q$表示“p成立，或者q成立”。

p	q	p ∨ q
T	T	T
T	F	T
F	T	T
F	F	F

设p和q为两个命题，则$p \rightarrow q$表示“如果p成立，那么q成立”。

p	q	p → q
T	T	T
T	F	F
F	T	T
F	F	T

这里需要注意的是，当p为假时，则$p \rightarrow q$一定为真，这是所有数学家共同的约定。下面的例子可以帮助大家更好的理解其实我们已经用到了这个约定。

对任意的实数x,当$x > 1$时，$x^2 > 1$。该命题显然是真命题，可以符号化为$\forall x\ x > 1 \rightarrow x^2 > 1$。那么，既然对于任意的$x$，$x > 1 \rightarrow x^2 > 1$成立，则

1）当$x = 2$时, $2 > 1 \rightarrow 2^2 > 1$成立，这对应于以上真值表的第一行;

2）当$x = 0$时，$0 > 1 \rightarrow 0^2 > 1$成立，这对应于以上真值表的第四行;

3）当$x = -2$时，$-2 > 1 \rightarrow (-2)^2 > 1$成立，这对应于以上真值表的第三行。

设p和q为两个命题，则$p \leftrightarrow q$表示“p等价于q”。

p	q	p ↔ q
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	T

请大家思考，设p，q，r为命题，则$(p \vee q) \wedge r$所代表的命题的含义是什么？$(p \wedge r) \vee (q \wedge r)$所代表的命题的含义是什么？这两个命题是等价的吗？ 我

们可以通过枚举p,q,r依次取值为T和F时,$(p \vee q) \wedge r$和$(p \wedge r) \vee (q \wedge r)$同时取值为$T$或$F$，从而验证这两个命题是等价的，如下所示：

p	q	r	$(p \vee q) \wedge r$	$(p \wedge r) \vee (q \wedge r)$
T	T	T	T	T
T	F	T	T	T
F	T	T	T	T
F	F	T	F	F
T	T	F	F	F
T	F	F	F	F
F	T	F	F	F
F	F	F	F	F

用同样的方法我们可以验证:

$(p \wedge q) \vee r$与$(p \vee r) \wedge (q \vee r)$是等价的。

p	q	r	$(p \wedge q) \vee r$	$(p \vee r) \wedge (q \vee r)$
T	T	T	T	T
T	F	T	T	T
F	T	T	T	T
F	F	T	T	T
T	T	F	T	T
T	F	F	F	F
F	T	F	F	F
F	F	F	F	F

$\neg(p \wedge q)$与$\neg p \vee \neg q$是等价的。

p	q	$\neg(p \wedge q)$	$\neg p \vee \neg q$
T	T	F	F
T	F	T	T
F	T	T	T
F	F	T	T

$\neg(p \vee q)$与$\neg p \wedge \neg q$是等价的。

p	q	$\neg(p \vee q)$	$\neg p \wedge \neg q$
T	T	F	F
T	F	F	F
F	T	F	F
F	F	T	T

有些逻辑术语从外文翻译成中文时产生了不同的称谓，在本门课程中关于逻辑术语我们做如下的约定：

The negation of a proposition P: $\neg P$

命题P的否定：$\neg P$

The converse of $P \to Q$: $Q \to P$

命题$P \to Q$的逆命题：$Q \to P$

The inverse of $P \to Q$: $\neg P \to \neg Q$

在较深入的探讨数理逻辑的教材中，该概念用的很少，因此我们不给出具体的翻译称谓，在需要表达该概念时明确说明为$\neg P \to \neg Q$即可。

The contrapositive of $P \to Q$: $\neg Q \to \neg P$

命题$P \to Q$的逆否命题：$\neg Q \to \neg P$

需要特别说明的是，命题$P \to Q$的否定为$\neg(P \to Q)$，而不是$P \to \neg Q$。这将和英文表达相一致：The negation of $P \to Q$ is $\neg(P \to Q)$.