习题. 设V为一个集合，证明：$\forall S,T,W\in 2^V$有$S\subseteq T\subseteq W$当且仅当$S\triangle T\subseteq S\triangle W$且$S\subseteq W$。

证明. 首先，$\forall S,T,W\in 2^V$由$S\subseteq T\subseteq W$往证$S\triangle T\subseteq S\triangle W$且$S\subseteq W$。

由$S\subseteq T\subseteq W$知$S\triangle T=T\setminus S$，$S\triangle W=W\setminus S$，由$T\subseteq W$知$T\setminus S\subseteq W\setminus S$，从而$S\triangle T\subseteq S\triangle W$。$S\subseteq W$显然成立。

接下来，$\forall S,T,W\in 2^V$由$S\triangle T\subseteq S\triangle W$且$S\subseteq W$往证$S\subseteq T\subseteq W$。

由$S\subseteq W$知$S\triangle W=W\setminus S$。

先证$S\subseteq T$。用反证法，假设$S\subseteq T$不成立,则存在x，$x\in S$但$x\notin T$，于是$x\in S\setminus T\subseteq S\triangle T\subseteq S\triangle W=W\setminus S$，这与$x\in S$矛盾。

再证$T\subseteq W$。用反证法，假设$T\subseteq W$不成立,则存在x，$x\in T$但$x\notin W$，由$S\subseteq W$知$x\notin S$，于是$x\in T\setminus S\subseteq S\triangle T\subseteq S\subseteq W=W\setminus S$，这与$x\notin W$矛盾。 □