

**习题.** 设 $u$ 与 $v$ 为图 $G$ 的两个不同顶点。如果 $u$ 与 $v$ 间有两条不同的通道（迹），则 $G$ 中是否有圈？

答. 设 $u$ 与 $v$ 是图 $G$ 的两个不同顶点。如果 $u$ 与 $v$ 间有两条不同的通道，则 $G$ 中不一定有圈。举例如下：考虑 $G = (\{u, v\}, \{(u, v)\})$ ，则 $uv$ 和 $uvuv$ 为 $u$ 与 $v$ 间两条不同的通道，但 $G$ 中没有圈。

如果 $u$ 与 $v$ 间有两条不同的迹，则 $G$ 中一定有圈。证明如下：设 $u$ 与 $v$ 间有两条不同的迹 $T_1$ 和 $T_2$ 。如果 $T_1$ 和 $T_2$ 都为路，则 $G$ 中有圈；如果 $T_1 = uv_1v_2 \dots v_nv$ 不是路，设 $v_j = v_i (i < j)$ 为第一个重复的顶点，则 $v_iv_{i+1} \dots v_j$ 构成 $G$ 中的一个圈；同理，如果 $T_2$ 不是路， $G$ 中有圈。

□