

定义. 设 X, Y, Z 为任意三个非空集合。一个从 $X \times Y$ 到 Z 的映射 ϕ 称为 X 与 Y 到 Z 的一个二元(代数)运算。当 $X = Y = Z$ 时, 则称 ϕ 为 X 上的二元(代数)运算。

定义. 从集合 X 到 Y 的任一映射称为从 X 到 Y 的一元(代数)运算。如果 $X = Y$, 则从 X 到 X 的映射称为 X 上的一元(代数)运算。

定义. 设 A_1, A_2, \dots, A_n, D 为非空集合。一个从 $A_1 \times A_2 \times \dots \times A_n$ 到 D 的映射 ϕ 称为 A_1, A_2, \dots, A_n 到 D 的一个 n 元(代数)运算。如果 $A_1 = A_2 = \dots = A_n = D = A$, 则称 ϕ 为 A 上的 n 元代数运算。

定义. 一个集合及其在该集合上定义的若干个代数运算合称为一个代数系。

定义. 设 $(S, +)$ 与 (T, \oplus) 为两个代数系。如果存在一个一一对应 $\phi: S \rightarrow T$, 使得 $\forall x, y \in S$, 有

$$\phi(x + y) = \phi(x) \oplus \phi(y),$$

则称代数系 $(S, +)$ 与 (T, \oplus) 同构, 并记为 $S \cong T$, ϕ 称为这两个代数系之间的一个同构。