

离散数学讲义

陈建文

April 4, 2020

课程学习目标:

1. 训练自己的逻辑思维能力和抽象思维能力
2. 训练自己利用数学语言准确描述计算机科学问题和电子信息科学问题的能力

学习方法:

1. MOOC自学
2. 阅读该讲义
3. 做习题
4. 学习过程中有不懂的问题，在课程QQ群中与老师交流

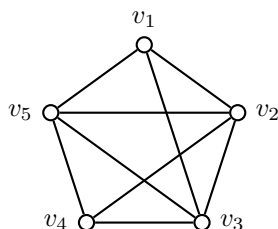
授课教师QQ: 2129002650

第五章 图的基本概念

设 V 为一个集合， V 的一切二元子集之集合记为 $\mathcal{P}_2(V)$ ，即

$$\mathcal{P}_2(V) = \{A | A \subseteq V \text{ 且 } |A| = 2\}.$$

定义5.1. 设 V 为一个非空有限集合， $E \subseteq \mathcal{P}_2(V)$ ，二元组 $G = (V, E)$ 称为一个无向图。 V 中的元素称为无向图 G 的顶点， V 为顶点集； E 中的元素称为无向图 G 的边， E 为边集。无向图简称图。如果 $|V| = p$ ， $|E| = q$ ，则称 G 为一个 (p, q) 图，即 G 是一个具有 p 个顶点 q 条边的图。



定义5.2. 在图 $G = (V, E)$ 中，如果 $\{u, v\} \in E$ ，则称顶点 u 与 v 邻接；若 x 与 y 是图 G 的两条边，并且仅有一个公共端点，即 $|x \cap y| = 1$ ，则称边 x 与 y 邻接；如果 $x = \{u, v\}$ 是图 G 的一条边，则称 u 与 x 互相关联，同样的，称 v 与 x 互相关联。

定义5.3. 如果一个图中两个顶点间允许有多于一条边存在，则称为多重图，这些边称为多重边；如果一个图中允许联结一个顶点与其自身的边存在，则称为带环图，这些边称为环；允许有环或多重边存在的图，称之为伪图。

定义5.4. 设 $G = (V, E)$ 为一个图，如果 $E = \Phi$ ，则称 G 为零图； $(1, 0)$ 图称为平凡图。

定义5.5. 设 v 为图 $G = (V, E)$ 的任意一个顶点， G 中与 v 关联的边的数目称为顶点 v 的度，记为 $\deg v$ 。

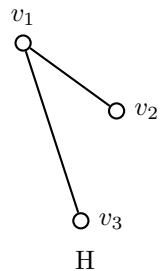
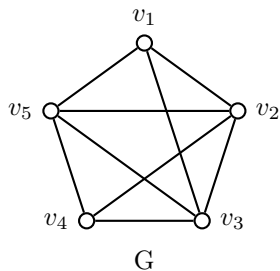
定理5.1. 设 $G = (V, E)$ 为一个具有 p 个顶点 q 条边的图，则 G 中各顶点度的和等于边的条数 q 的两倍，即

$$\sum_{v \in V} \deg v = 2q$$

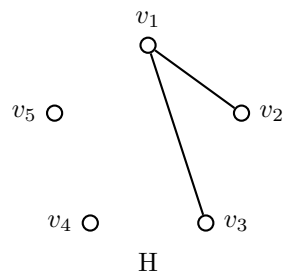
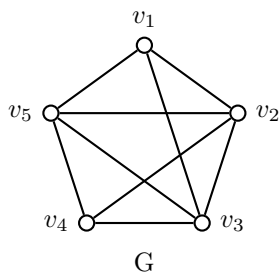
定理5.2. 在任一图中，度为奇数的顶点的数目必为偶数。

定义5.6. 图 G 称为 r 度正则图, 如果 G 的每个顶点的度都等于 r 。3度正则图也叫三次图。一个具有 p 个顶点的 $p-1$ 度正则图称为包含 p 个顶点的完全图, 记为 K_p 。

定义5.7. 设 $G = (V, E)$ 为一个图, 图 $H = (V_1, E_1)$ 称为 G 的一个子图, 当且仅当 V_1 为 V 的非空子集且 E_1 为 E 的子集。如果 $H \neq G$, 则称 H 为 G 的真子图。



定义5.8. 设 $G = (V, E)$ 为一个图, 如果 $F \subseteq E$, 则称 G 的子图 $H = (V, F)$ 为 G 的一个生成子图。



第 六 章