

习题. 设 R, S, T 为任意三个集合, 证明 $R \triangle (S \cup T) \subseteq (R \triangle S) \cup (R \triangle T)$ 。

证明. 对任意的 $x \in R \triangle (S \cup T)$, $x \in R \setminus (S \cup T)$ 或者 $x \in (S \cup T) \setminus R$ 。如果 $x \in R \setminus (S \cup T)$, 显然 $x \in R \setminus S$, 从而 $x \in R \triangle S$, 因此 $x \in (R \triangle S) \cup (R \triangle T)$; 如果 $x \in (S \cup T) \setminus R$, 则 $x \in S \cup T$ 并且 $x \notin R$, 即 $x \in S$ 或者 $x \in T$, 并且 $x \notin R$, 从而 $x \in S \setminus R$ 或者 $x \in T \setminus R$, 即 $x \in R \triangle S$ 或者 $x \in R \triangle T$, 因此 $x \in (R \triangle S) \cup (R \triangle T)$ 。这证明了对任意的 $x \in R \triangle (S \cup T)$, $x \in (R \triangle S) \cup (R \triangle T)$, 结论得证。□