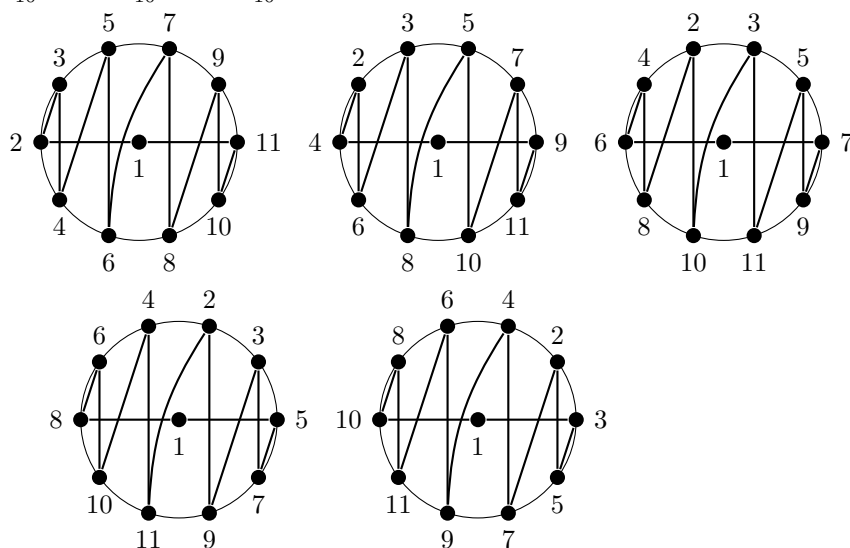


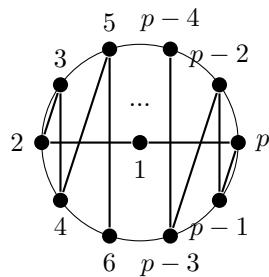
习题. 证明: 如果 p 为奇数, 则 K_p 中有 $(p-1)/2$ 个两两无公共边的哈密顿圈。

证明. K_p 有 $p(p-1)/2$ 条边, 每个哈密顿圈有 p 条边, 因此 K_p 最多有 $(p-1)/2$ 个两两无公共边的哈密顿圈。以下只要构造出 $(p-1)/2$ 个两两无公共边的哈密顿圈即可。

以 $p = 11$ 时为例。以下首先画出了第一个哈密顿圈, 其顶点序列依次为 $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 1$ 。将第一幅图固定不动, 顶点的标号依次旋转 $\frac{360^\circ}{10}$, $\frac{360^\circ}{10} * 2$, $\frac{360^\circ}{10} * 3$, $\frac{360^\circ}{10} * 4$ 得到其余的4个图, 每个图对应一个哈密顿圈。



对于一般的 p , 首先画出第一个哈密顿圈, 其顶点序列依次为 $1, 2, 3, \dots, p, 1$, 如下图所示。将该图固定不动, 顶点的标号依次旋转 $\frac{360^\circ}{p-1}$, $\frac{360^\circ}{p-1} * 2$, \dots , $\frac{360^\circ}{p-1} * \frac{p-3}{2}$ 得到其余的 $\frac{p-3}{2}$ 个图, 每个图对应一个哈密顿圈。



□