习题. 设R为集合X上的一个二元关系，试证：R为一个等价关系当且仅当（1）对任意的$x \in X$，xRx；（2）对任意的$x \in X$，$y \in X$，$z \in X$，如果xRy且xRz，那么yRz。

证明. 设R为等价关系，往证（1）（2）成立。由R为自反的知（1）成立。其次，对任意的$x \in X$，$y \in X$，$z \in X$，如果xRy且xRz，由R的对称性知yRx，再由R的传递性知yRz。

假设（1）（2）成立，往证R为等价关系。由（1）知R为自反的。其次，对任意的$x \in X$，$y \in X$，如果xRy，由（1）知xRx，再由（2）知yRx，这说明R为对称的。最后，对任意的$x \in X$，$y \in X$，$z \in X$，如果xRy并且yRz，由R为对称的知yRx，再由（2）知xRz，这说明R为传递的。

□