

习题. 设 A_1, A_2, \dots, A_n 为集合, 证明 $(A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_n)^c = A_1^c \cup A_2^c \cup \dots \cup A_n^c$

证明. 用数学归纳法证明, 施归纳于 n 。

1. 当 $n = 1$ 时, 结论显然成立。

2. 假设当 $n = k (k \geq 1)$ 时结论成立, 往证当 $n = k + 1$ 时结论也成立。

$$\begin{aligned} & (A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_k \cap A_{k+1})^c \\ &= (A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_k)^c \cup A_{k+1}^c \end{aligned}$$

由归纳假设, $(A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_k)^c = A_1^c \cup A_2^c \cup \dots \cup A_k^c$

从而 $(A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_k \cap A_{k+1})^c = A_1^c \cup A_2^c \cup \dots \cup A_k^c \cup A_{k+1}^c$, 结论得证。

□