

习题. 设  $A, B$  为集合, 试证  $A = \phi \Leftrightarrow B = A \triangle B$ 。

证法一. 当  $A = \phi$  时, 显然  $B = A \triangle B$ 。

设  $B = A \triangle B$ , 往证  $A = \phi$ 。用反证法。设  $A \neq \phi$ , 则存在  $x \in A$ 。此时, 如果  $x \in B$ , 则  $x \notin A \triangle B = B$ , 矛盾; 如果  $x \notin B$ , 则  $x \in A \triangle B = B$ , 也矛盾。□

证法二.

$$\begin{aligned} B &= A \triangle B \\ \Leftrightarrow B \triangle B &= (A \triangle B) \triangle B \\ \Leftrightarrow \phi &= A \triangle (B \triangle B) \\ \Leftrightarrow \phi &= A \triangle \phi \\ \Leftrightarrow \phi &= A \end{aligned}$$

□