

**习题 (294-1).** 设 $G$ 为一个没有三角形的可平面图。证明 $G$ 中存在一个顶点 $v$ 使得 $\deg v \leq 3$ 。

证明. 当图 $G$ 的顶点数 $p = 1, 2$ 时, 结论显然成立。当 $p \geq 3$ 时, 用反证法证明结论也成立。假设 $\delta(G) \geq 4$ , 设 $G$ 有 $q$ 条边, 则

$$2q \geq 4p$$

于是

$$q \geq 2p$$

由 $G$ 为可平面图知

$$q \leq 2p - 4$$

矛盾。

□