

习题. 设 R, S, T 为任意三个集合, 证明 $(R \cup S) \Delta (R \cup T) \subseteq R \cup (S \Delta T)$ 。

证明. 对任意的 $x \in (R \cup S) \Delta (R \cup T)$, 如果 $x \in R$, 显然 $x \in R \cup (S \Delta T)$ 。
如果 $x \notin R$, 此时如果 $x \in S$, 必有 $x \notin T$, 否则 $x \in R \cup S$ 并且 $x \in R \cup T$,
这与 $x \in (R \cup S) \Delta (R \cup T)$ 矛盾, 从而 $x \in S \Delta T$, 于是 $x \in R \cup (S \Delta T)$; 如
果 $x \notin S$, 则 $x \notin R \cup S$, 从而 $x \in R \cup T$, 再由 $x \notin R$ 知 $x \in T$, 从而 $x \in S \Delta T$,
于是 $x \in R \cup (S \Delta T)$ 。这证明了对任意的 $x \in (R \cup S) \Delta (R \cup T)$, $x \in R \cup (S \Delta T)$,
结论得证。 \square