基于风险评估的股票投资组合研究

陶珺怡

（南京市雨花台中学，江苏 南京 210012）

摘　要：对股票投资组合的背景和意义进行研究，建立了收益模型、风险模拟、风险模拟、均值——方差模型和效用最大化投资组合模型，并基于实例进行了分析，最后给出了建议。

关键词：风险评估；股票投资组合；实地分析

中图分类号：F23　　　文献标识码：A　　　doi：10.19311/j.cnki.1672-3198.2019.06.055

1　研究背景和意义

1.1　研究背景

股票市场是中国市场经济体系重要组成部分，人们对于投资股票的积极性也逐渐增强。改革开放以来，我国综合国力不断增强，居民受教育水平不断提高，可支配收入不断增加。在经济全球化背景下，各国经济、文化交流碰撞，我国居民的理财观念也逐渐发生了转变。收入的增加提高居民家庭支付股票投资的能力，教育水平的提高使其更容易理解股市的知识。这些因素均推动了居民更多参与股票市场。

美国经济学家 Markowitz 于 1952 年发表在《金融杂志》上的《投资组合的理论》标志着现代投资组合理论（MPT）的开端。现代投资组合理论是指通过组合达到分散风险的目的，规避投资中的系统性风险和非系统性风险，追求收益最大化和风险最小化。在五十年代以前，虽然已经出现了投资组合的概念，但并未有精确的定量表示，大多是定性的、比较模糊的文字性论述。Markowitz 的投资组合理论的主要思想是，理性的投资者总是在一定风险下追求尽量高的收益，或者在一定期望收益下追求尽可能小的风险，选择合适的投资组合，以期达到期望效用最大化。投资者效用由投资者的风险厌恶程度、项目的期望收益和风险决定，即是一个关于投资组合的期望收益和标准差的函数，其前提是投资者的风险厌恶程度恒定不变，可视为常数。风险厌恶程度是一种表示投资者对不同投资方案的主观偏好的指标。

1.2　研究意义

投资者由于缺乏对风险的合理认识，高估拥有的信息的准确性，易出现“过度自信”心理。股票作为一种收益较高的投资产品，不可避免地要投资者在获利的同时承担相应风险以及其所导致的经济损失。因此，仅仅有投资意识已不足够，还必须对股票投资有科学的认识。而自身相关知识的缺乏与获利欲望之间的脱节，已经成为一个普遍的问题。“过度自信”心理使得许多投资者过多地进行本不应该的投资，甚至没有意识到已然承担了超出自己风险承受能力的风险。

进一步将多种股票投资组合有利于分散风险。在进行股票投资组合之前，必须研究其相互之间的相关性。股票相关性是研究数种股票收益率间关系的工具，投资的股票相关性越强，则更趋向于“一荣俱荣，一损俱损”，风险更加集中，而投资组合的作用正是使风险分散化。选择多种股票进行组合的优势在于可以对冲风险，而相关性决定了对冲风险的程度。对股票间相关性的测量有利于在保证收益的情况下减小风险。

从对股票的风险评估到收益预测，再到具体选择组合，都离不开对投资组合知识的运用。运用 Markowitz 的均值－方差模型，通过计算股票的期望收益和标准差、股票间的协方差和相关系数，来定量地评估股票的期望收益、风险及其相互间的关系，从而根据自己的情况选择合适的投资组合，尽量实现收益最大化或风险最小化的目的。在自己能承受的风险范围内，使手中资产发挥最大的价值。股票投资组合对于任何一个股市参与者都有重要的作用。

2　文献综述

投资组合必须建立在对目标产品以及自身情况合理认识的基础上。对目标产品的认识需要收集其相关信息，并对收集到的信息进行处理。收集和处理时，需要以严谨的逻辑和确实的数据为基础，并考虑信息受到的影响。“羊群效应”容易使得投资者盲目、冲动投资，大大增加了风险。并且 Lamont 和 Thaler（2008）指出，在市场繁荣时期会有大量噪声交易者参与。这就需要对信息进行预处理。在对自身情况的认识方面，资产、心理等都是影响因素。投资组合的一个层面即是风险资产和非风险资产的组合，因此要先了解自己的资产构成，在选择股票组合时也要考虑和自己手中非风险资产的相关性。同时，资产的“情绪和任务框架”对风险偏好也有影响（刘永芳，2010）。

从认识目标产品的角度来看，收集、处理信息要依据切实的数据和数理分析，不能随大流而做出不理性投资。随着投资股票积极性增强，投资者增多，很容易导致股票市场出现趋同性的“羊群行为”。彭惠（2000）认为羊群和泡沫现象产生的原因在于投资者对自身信息的忽视和对短期外生变量的过分关注，导致不利信息被暂时遗忘。这意味着“羊群现象”会带来盲目和短视。而在市场乐观时期，吸引了大量噪声交易者。这些噪声交易者的投资行为大多基于非理性，过高预估了收益，并且倾向于高风险的资产（张一，2017）。Crinblatt 和 Feloharju（2009），Barber 和 Odean（2011）的研究均证实了这一点。王建玲（2016）发现，不论什么情况中国股市都存在着明显的羊群现象，且投资者对“追涨”的倾向更明显。这些在市场乐观情况下非理性的高风险投资，非常可能导致财产损失。这都说明，尤其在乐观时期，投资必须依赖于理性和数据。投资者应保持理性的头脑，运用模型和逻辑分析数据，而非跟风

或是被错误的信息误导。并要考虑到影响，对信息进行预处理，才能做好投资组合。

从认识自身情况的角度来看，首先要对自己的资产有把握，以此选择合适的股票。资产的流动性是分析的重要依据之一，从统计意义上来说，中国居民最重要的投资一直是以房产为代表的一类流动性非常低的投资（赵人伟等，2005）。首先，张欣等（2018）指出，有房消费者住房资产在家庭资产中占比高，产生了房地产投资对股票市场的“挤出效应”。故应考虑风险资产与非风险资产的比例。再者，这种不流动性资产的风险更加集中，故在股票中应选取与房地产相关性小的来分散风险。这样，当房地产价格走势不利时，不会太影响投资者其他资产的收益。第二，认识自己的风险偏好。动机方面，以避免后悔为动机的投资者倾向于风险较小的组合，不过会增加风险资产的投资比例来弥补收益；以追求欣喜为动机的投资者倾向于高风险组合，不过也会降低风险资产的投资比例以对冲风险。（刘晓东，2017）不同的动机，会选择不同的组合和投资比例。而段婧等（2012）认为内隐自尊水平也与风险偏好有关。

上述两个因素均是因人而异，具体问题具体分析即可。然而，即时情绪也会影响投资决策。投资者在积极情绪下倾向风险规避，而在消极情绪下倾向风险偏好（毕玉芳，2006）。这意味着投资行为受情绪化影响，而情绪人皆有之，如若不能避免情绪影响，便应尽量用知识限定自己的投资行为。运用数学工具分析利弊，再加以选择，情绪带来的有害影响会小得多。

可见，尽管不同投资者情况不同，不同股票特点不同，市场情况也时时变化，情绪更是变幻莫测。然而，数据不会骗人，规律适用大多数情况，理性分析、预测的理论、模型，不论何时何地总有其价值。在变化中保持一丝不变，并且可以用以衡量与预测变化，这正是数学工具的意义，也正是在股票投资中，投资组合的意义。本文运用经典投资组合模型，采用理论推导、实证分析、规律总结等多种方法，选取了 8 支股票的数据，定量地分析如何计算股票的期望收益、标准差和相关系数，并从风险最小化、期望效用最大化两个角度实现具体应用。再根据获得的信息，定性地总结规律，给出自己的建议。

3　模型介绍

3.1　收益模型

期望收益的计算方式，在两支股票、三支股票、n 支股票时分别如下：

$$E(R_p) = W_A E(R_A) + W_B E(R_B)$$

$$E(R_p) = W_A E(R_A) + W_B E(R_B) + W_C E(R_C)$$

$$E(R_p) = \sum_{i=1}^{n} W_i E(R_i)$$

E(R)即期望收益，$W_A + W_B = 1$，分别是股票 A、B 的投资比例。

3.2　风险模型

方差是描述一组数据离散程度的量。统计中的方差是每个样本值与全体样本值的平均数之差的平方值的平均数。标准差是方差的算术平方根，描述一个数据集的离散程度。协方差是衡量两个变量相关性和相关程度的量，方差是协方差的特殊情况，即两个变量相同时。协方差的绝对值表示相关程度，正负表示股票变动趋势的相关性。当协方差为正时，这些股票的变化正相关；协方差为负时，股票变化负相关；协方差为 0 时，股票变化不相关。

协方差的公式为：

$$Cov(X,Y) = \sum_{i=1}^{n} E(X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})$$

进行股票投资组合时，使用协方差公式为：

$$Cov(R_A,R_B) = \sum_{i=1}^{n} P_i(R_{Ai} - E(R_A))(R_{Bi} - E(R_B))$$

p 是事件的概率。

由于每两支股票的协方差不同，当把多支股票放到一起比较时，需要一个标准量。此时我们引入相关系数，它是衡量两者相关性即程度的指标，范围在 -1 到 1 之间。定义为：

$$\rho_{AB} = \frac{Cov(R_A,R_B)}{\sigma_A \sigma_B}$$

方差是协方差的特殊形式，可以看到，当 A、B 两者相同：

$$Cov(R_A,R_A) = \sum_{i=1}^{n}(R_{Ai} - E(R_A))(R_{Ai} - E(R_A)) = \sigma_A^2$$

$$\rho_{AB} = \frac{\sigma_A^2}{\sigma_A \sigma_A} = 1$$

称之为完全相关，变量自身和自身相关。

同理，相关系数为 -1 时，为完全负相关。为 0 时，为不相关。

相关系数的定义可以变形为：

$\sigma_A \sigma_B \rho_{AB} = Cov(R_A,R_B)$ 将其代入方差的公式

$$\sigma^2 = W_A^2\sigma_A^2 + W_B^2\sigma_B^2 + 2W_A W_B \sigma_A \sigma_B \rho_{AB}$$

$$\sigma = \sqrt{W_A^2\sigma_A^2 + W_B^2\sigma_B^2 + 2W_A W_B \sigma_A \sigma_B \rho_{AB}}$$

（1）单支股票用标准差来计算风险：

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(x_i - \bar{x})}$$

（2）两支股票：

$$\sigma^2 = W_A^2\sigma_A^2 + W_B^2\sigma_B^2 + 2W_A W_B \mathrm{Cov}(R_A,R_B)$$

（3）三支股票：

$$\sigma^2 = W_A^2\sigma_A^2 + W_B^2\sigma_B^2 + W_C^2\sigma_C^2 + 2W_A W_B \mathrm{Cov}(R_A,R_B) + 2W_B W_C \mathrm{Cov}(R_B,R_C) + 2W_A W_C \mathrm{Cov}(R_A,R_C)$$

（4）n 支股票：

$$\sigma^2 = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} W_i W_j \rho_{ij} \sigma_i \sigma_j$$

可以用三支股票的情况来验证：

$\sigma^2 = W_1^2\sigma_1^2 + W_2^2\sigma_2^2 + W_3^2\sigma_3^2 + 2W_1W_2\mathrm{Cov}(R_1,R_2) + 2W_2W_3\mathrm{Cov}(R_2,R_3) + 2W_1W_3\mathrm{Cov}(R_1,R_3)$ $n = 3$ 时，

$\sigma^2 = \sum_{i=1}^{n=3}\sum_{j=1}^{n=3} W_i W_j \rho_{ij}\sigma_i\sigma_j$ i=1，j=1；i=2，j=2；i=3，j=3 时，分别得 $W_1^2\sigma_1^2$、$W_2^2\sigma_2^2$、$W_3^2\sigma_3^2$

i=1，j=2；i=2，j=1 时，均得：

$W_1W_2\mathrm{Cov}(R_1,R_2) = W_1W_2\sigma_1\sigma_2\rho_{12}$

i=1,j=3;i=3,j=1 时,均得:

$W_1W_3\mathrm{Cov}(R_1,R_3) = W_1W_3\sigma_1\sigma_3\rho_{13}$

i=3,j=2;i=2,j=3 时,均得:

$W_3W_2\mathrm{Cov}(R_3,R_2) = W_3W_2\sigma_3\sigma_2\rho_{32}$

可证。

3.3 均值-方差模型

均值-方差模型以最小化股票组合的风险来计算股票的投资比例。

当投资者需要方差最小时,建立一个单变量的函数,并求导求最值。

以两支股票为例:

$\sigma_p{}^2 = W_A^2\sigma_A^2 + W_B^2\sigma_B^2 + 2W_AW_B\sigma_A\sigma_B\rho_{AB}$

$W_A + W_B = 1$

得到一个关于 W_A 的函数 $\sigma_p{}^2 = W_A^2\sigma_A^2 + (1-W_A)^2\sigma_B^2 + 2W_A(1-W_A)\sigma_A\sigma_B\rho_{AB}$,求导,$\frac{d\sigma_p}{dW_A} = 0$ 时,$\sigma_p{}^2$ 取到最小值,解得 $W_A = \frac{\sigma_B^2 - \rho_{AB}\sigma_A\sigma_B}{\sigma_A^2 + \sigma_B^2 - 2\rho_{AB}\sigma_A\sigma_B}$。

三支股票时,代入 $W_A = 1 - W_B - W$,建立以 W_B、W_C 为变量的函数,先固定 W_B,视其为常数,对以 W_C 为变量的函数求导,得到使得函数值最大的 W_C 的值;再固定 W_C,视其为常数,对以 W_B 为变量的函数求导,得到使得函数值最大的 W_B 的值。用 $W_A = 1 - W_B - W_C$ 求出此时 W_A 的值。

求得的 W_A、W_B、W_C 就是使风险最小化的投资比例。

n 支股票时同理也可建立 n-1 个导数方程最终求解出 n 个投资组合的投资比例系数。

3.4 效用最大化投资组合模型

最优投资组合是指投资者在所有可能的投资组合中,唯一可获得的效用期望值最大的投资组合。效用衡量消费者从商品组合中所获得的满足的程度,在投资组合中,即是从投资组合中获得的满足的程度。效用函数表达如下:

$U = E(R) - 0.5A\sigma^2$

U 即效用,A 是投资者的风险厌恶程度。A 越大,投资组合方差对效用的影响越大:

$$\sigma^2 = \sum_{i=1}^{n=3}\sum_{j=1}^{n=3} W_iW_j\rho_{ij}\sigma_i\sigma_j$$

由于

$$E(R_p) = \sum_{i=1}^{n} W_iE(R_i)$$

效用也可以表示为 W_i 的函数:

$$U = \sum_{i=1}^{n} W_iE(R_i) - 0.5A\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} W_iW_j\rho_{ij}\sigma_i\sigma_j$$

对于不同的投资者有不同的 A 的值,当 A 固定,可以求解对应效用最大化的投资比例。

以期望代表收益,对应方差代表风险程度。按照马科维茨的理论,一个理性投资者会在同样的风险下选择预期收益率最大的组合,在同样的预期收益率下选择风险最小的组合。满足这两个条件的投资组合的集合称为有效集,又称为有效边界。在有效边界上的组合即是有效组合。可以看到,在下图坐标系中,横坐标(方差)相同时,选择纵坐标(期望)最大的点,纵坐标相同时,选择横坐标最小的点,因此曲线向左上弯曲,有效集具有上凸性。

无差异曲线又叫作等效用曲线,是使投资者获得的效用程度相同的不同投资组合的集合。由于满意程度相同,风险增加的同时,预期收益率也要增加,因此在下图坐标系中,无差异曲线是一条向右下弯曲的曲线。

为了满足效用相同的条件,在投资者风险偏好不变的情况下,增加一个商品的消费同时就必须要减少另一个商品的消费有效集的上凸性和无差异曲线的下凹性决定了最优组合的唯一性。

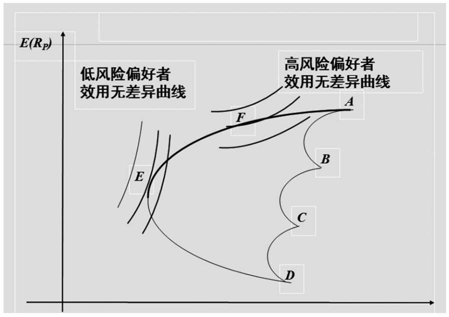

图 1 不同风险偏好者的风险证券组合的最优选择

4 实证分析

4.1 数据来源

数据来源选自东方财富网的沪深通持股。选取贵州茅台、中国平安、恒瑞医药、招商银行、宝钢股份、工商银行、浪潮信息、顾家家居从 2018 年 7 月 26 日到 2018 年 8 月 26 日的数据,股票选自多个不同的行业。

由于周末不交易,没有交易记录。计算结果取到两位小数。

4.2 股票收益、风险、相关系数计算

通过 excel,分别使用函数 AVERAGE、STDEVP、STDEVP^2 来计算期望、标准差和方差,得到数据如表 1。

表 1 企业数据

	1贵州茅台	2中国平安	3恒瑞医药	4招商银行	5宝钢股份	6工商银行	7浪潮信息	8顾家家居
2018/7/26	735.62	60.80	70.50	28.12	8.39	5.55	26.00	66.48
2018/7/27	738.56	60.87	70.40	28.09	8.52	5.54	25.63	65.99
2018/7/30	719.21	61.56	69.05	28.61	8.77	5.59	26.00	66.28
2018/7/31	726.44	61.60	68.87	28.39	8.69	5.65	25.14	66.88
2018/8/1	714.94	59.70	68.31	27.87	8.36	5.55	25.30	65.32
2018/8/2	695.84	58.26	69.40	27.18	8.28	5.44	25.38	62.18
2018/8/3	678.99	57.82	66.49	27.24	8.29	5.48	24.39	62.14
2018/8/6	669.68	57.83	61.85	27.59	8.18	5.51	24.80	60.64
2018/8/7	686.28	59.56	63.44	28.48	8.56	5.60	26.58	61.42
2018/8/8	676.22	58.38	62.64	28.11	8.66	5.51	26.14	59.81
2018/8/9	691.88	60.62	67.05	28.77	8.67	5.57	28.23	62.48
2018/8/10	687.18	60.44	70.03	28.44	8.59	5.50	28.26	62.03
2018/8/13	679.22	59.55	70.35	27.71	8.71	5.40	28.81	60.70
2018/8/14	680.13	59.05	71.11	27.51	8.46	5.38	27.60	61.59
2018/8/15	662.80	57.03	67.53	26.70	8.23	5.29	27.42	59.58
2018/8/16	648.44	56.98	67.23	26.74	8.08	5.27	26.82	53.63
2018/8/17	634.86	56.58	64.88	26.52	8.10	5.26	25.50	51.79
2018/8/20	644.79	57.81	62.90	26.96	8.35	5.36	26.19	52.10
2018/8/21	671.49	59.42	67.00	27.10	8.35	5.40	26.39	54.00
2018/8/22	667.70	60.93	66.57	27.04	8.33	5.39	25.73	53.84
2018/8/23	670.21	62.13	67.56	27.30	8.12	5.40	26.47	53.51
2018/8/24	660.30	62.47	67.97	27.70	8.07	5.49	26.81	50.75
预期收益	683.67	59.52	67.32	27.64	8.40	5.46	26.35	59.69
标准差	27.82	1.71	2.66	0.65	0.22	0.11	1.13	5.17
方差	773.80	2.94	7.07	0.43	0.05	0.01	1.28	26.73

相关系数矩阵如表 2。

表 2 相关系数矩阵表

	1贵州茅台	2中国平安	3恒瑞医药	4招商银行	5宝钢股份	6工商银行	7浪潮信息	8顾家家居
1贵州茅台	1.00	0.55	0.55	0.71	0.58	0.78	-0.17	0.88
2中国平安	0.55	1.00	0.45	0.62	0.34	0.61	0.13	0.22
3恒瑞医药	0.55	0.45	1.00	0.21	0.23	0.10	0.33	0.42
4招商银行	0.71	0.62	0.21	1.00	0.78	0.90	0.19	0.69
5宝钢股份	0.58	0.34	0.23	0.78	1.00	0.62	0.30	0.66
6工商银行	0.78	0.61	0.10	0.90	0.62	1.00	-0.20	0.71
7浪潮信息	-0.17	0.13	0.33	0.19	0.30	-0.20	1.00	-0.11
8顾家家居	0.88	0.22	0.42	0.69	0.66	0.71	-0.11	1.00

4.3 均值－方差模型实证分析

4.3.1 二元

(1)相关系数小于 0。

两支股票相关系数小于 0 时，以贵州茅台和浪潮信息为例，设贵州茅台为 A，浪潮信息为 B，代入数值，解得：

$$W_B=\frac{\sigma_A^2-\rho_{AB}\sigma_A\sigma_B}{\sigma_B^2+\sigma_A^2-2\rho_{AB}\sigma_A\sigma_B}=\frac{773.8+0.17\times27.82\times1.13}{1.28+773.8+2\times0.17\times27.82\times1.13}=99.16\%$$

$$W_A=1-W_B=0.84\%$$

$$\sigma^2=W_A^2\sigma_A^2+W_B^2\sigma_B^2+2W_AW_B\sigma_A\sigma_B\rho_{AB}=99.16\%^2\times773.8+0.84\%^2\times1.28+99.16\%\times0.84\%\times773.8\times1.28\times(-0.17)=759.45$$

此时，买 99.16％的贵州茅台，0.84％的浪潮信息是方差最小的投资组合方案。

(2)相关系数大于 0。

两支股票相关系数大于 0 时，以招商银行和顾家家居为例，设招商银行为 A，顾家家居为 B，代入数值，解得：

$$W_A=\frac{\sigma_B^2-\rho_{AB}\sigma_A\sigma_B}{\sigma_A^2+\sigma_B^2-2\rho_{AB}\sigma_A\sigma_B}=\frac{26.73-0.69\times5.17\times0.65}{26.73+0.43-2\times0.69\times5.17\times0.65}=108.39\%$$

$$W_B=1-W_A=-8.39\%$$

$$\sigma^2=W_A^2\sigma_A^2+W_B^2\sigma_B^2+2W_AW_B\sigma_A\sigma_B\rho_{AB}=108.39\%^2\times0.43+(-8.39\%)^2\times26.73+2\times108.39\%\times(-8.39\%)\times0.69=0.57$$

可见，买 108.39％的招商银行，卖 8.39％的顾家家居是方差最小的投资组合方案。

4.3.2 三元

$$W_A+W_B+W_C=1$$

$$\sigma^2=W_1^2\sigma_1^2+W_2^2\sigma_2^2+W_3^2\sigma_3^2+2W_1W_2\mathrm{Cov}(R_1,R_2)+2W_2W_3\mathrm{Cov}(R_2,R_3)+2W_1W_3\mathrm{Cov}(R_1,R_3)$$

联立可得 $\sigma^2=f(W_1,W_2)$。

分别将 $\sigma_P{}^2$ 关于 W_1、W_2 求导 $\frac{df}{dW_1}=0$，$\frac{df}{dW_2}=0$

求解两个方程，即可得到 σ_P 取最小值时 W_1、W_2 投资组合比例。

选取招商银行、浪潮信息、顾家家居，分别设为 A、B、C，代入数值：

$$\sigma^2=W_A^2\times0.43+W_B^2\times1.28+(1-W_A-W_B)^2\times26.73+2W_AW_B\times0.19\times0.65\times1.13+2W_B(_1\times0.65\times0.69\times5.17+2W_A(1-W_A-W_B)\times(-0.11)\times1.13\times5.17$$

$$\frac{d\sigma_p}{dW_A}=0$$

$$\frac{d\sigma_p}{dW_B}=0$$

对上述两个方程进行求解即可求得两个未知数，获得三支股票投资组合的确切值。

4.3.3 n 元的情况(以 8 支股票为例)

$$\sigma^2=\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}W_iW_j\rho_{ij}\sigma_i\sigma_j$$

同理将 8 支股票的数据代入上述方程，并利用 8 支股票的投资组合比例为 1，即可转化为方差最小的情况下 7 个未知数求解的问题。

分别将风险函数关于 7 个未知数进行求导数，并联立求解 7 个方程即可解得对应的投资组合比例，因实际求解过程过于复杂，仅在此说明求解方法。

4.4 效用最大化模型在二元情况下的讨论

$$W_1+W_2=1$$

$$U=E(R)-0.5A\sigma^2$$

$$U=\sum_{i=1}^{n=2}W_iE(R_i)-0.5A\sum_{i=1}^{n=2}\sum_{j=1}^{n=2}W_iW_j\rho_{ij}\sigma_i\sigma_j=W_1E(R_1)+W_2E(R_2)-0.5AW_A^2\sigma_A^2+W_B^2\sigma_B^2+2W_1W_1\sigma_1\sigma_1\rho_{12}$$

将 U 关于 W_1 求导：

$$\frac{dU}{dW_1}=0$$

得到 W_1 使得效用最大化。选取中国平安为 A，浪潮信息为 B，则

$$\sigma^2=W_A^2\times0.018+(^1-)2\times1.28-2\times0.2\times0.11\times1.13$$

$$E=W_A(-1\%)+W_B(3\%)=W_A(-1\%)+(1-W_A)(3\%)=0.03-0.04W_A$$

当 A=1 时，

$$U=E(R)-0.5A\sigma^2=0.03-0.04W_A-\frac{1}{2}\sigma^2$$

$$\frac{dU}{dW_A}=0$$

$$W_A=0.96$$

当 A=3 时，

$$U=E(R)-0.5A\sigma^2=0.03-0.04W_A-\frac{3}{2}\sigma^2$$

$$\frac{dU}{dW_A}=0$$

$$W_A=0.98$$

可见在不同的风险厌恶系数下所求解的投资组合比例是不同的。

5 结论与建议

在均值－方差模型中，我们发现当两支股票相关系数为负的情况下，同时买入一定比例的股票，可以对冲风险，并且使得风险最小化；当两支股票相关系数为正的情况下，买入一支股票并卖空另一支也能达到分散风险的目的，这时候的操作就等同于买入两支相关系数为负的股票。

在效用最大化模型中，不同的风险厌恶系数下所求解的投资组合比例是不同的。效用最大化模型最优化的目标函数与均值－方差模型不同，在求最优解的过程中也有差异，求得的投资比例也有差异。

综上所述，在股票投资组合的过程中，不能拍脑门决定股票的投资组合比例，不仅要充分考虑单支股票的风险与收益，还要考虑股票之间的相关性和具体的相关系数，利用相关性来减小风险。通过模型量化计算，来获得个性化的投资组合比例。

参考文献

[1] 吴岳. 基于美的电器风险分析[J]. 现代商贸工业，2011，(14).