2004年3月

文章编号: 1001-7011(2004)01-0039-04

股票投资组合管理与优化模型

邹辉文1,2, 汤兵勇1

(1.东华大学 旭日工商管理学院,上海 200051; 2.东华理工学院 经济与管理系,江西 抚州 344000)

摘 要:将所有资金投资于单只股票风险太大,投资者通常选取适当的投资组合以降低风险。探讨股票投资组合管理问题,描述了由5个关键部分组成的股票投资组合管理的基本过程,即投资政策、投资分析、资产配置、投资组合修正和投资组合业绩评估。给出了一种新的风险度量指标,同时考虑了风险的潜在损失危害性和风险的投机收益性。并根据该指标,提出了股票投资组合的优化模型。

关键词:股票投资组合;风险度量指标,投资组合优化

中图分类号: F830.9; F832.48; O29 文献标识码: A

将所有资金投资于单只股票风险太大,投资者通常选取适当的投资组合以降低风险。广义的投资组合包含的资产类型有5类。股票、债券、货币市场工具、房地产、风险资本。狭义的投资组合包含的资产类型是前3类。限于篇幅,本文只讨论股票这一类资产的投资组合的管理问题。

1 股票投资组合管理的基本过程

图 1 说明了投资组合决策过程的 5 个关键部分组成的层次。分述如下。

1.1 投资政策

投资政策涉及到投资者的收益目标、风险偏好和投资资金数量。

通常,投资政策的制定从确定投资者的收益率目标及在寻求该目标过程中可容忍的风险开始。收益率目标一般是在无风险收益率 r_f 基础上加一个适当的风险贴水 Δr_f 即 $[r_f,r_f+\Delta r]$,它是一个区间,而不是一个确定的值。风险偏好涉及到投资者的心理感受和风险度量指标,想直接确定投资者关于(收益率,风险)的无差异曲线不是一件容易的事。故一般是通过估算投资者的风险容忍度这种间接的和近似的方法来实现的,即估算在给定风险度量指标和某个预期收益率增长幅度时,投资者愿意接受的最大风险。可投资资金的数量决定了投资组合中所包含的股票的最多可能类型和最大可能数量。

根据投资者的收益目标、风险偏好和投资资金数量,就可确 定一个大概的投资行业范围。

1.2 投资分析

投资分析包括基本分析、技术分析和行为分析。通过股票的

图1 投资组合决策层次

Fig. 1 The gradation of investment portfolio decision

收稿日期: 2003-10-27

基金项目:中国博士后科学基金资助项目(2003034280);江西省社会科学规划项目(03yi10)

作者简介: 邹辉文(1959-), 男, 江西崇仁人, 博士后, 东华理工学院教授, 管理学博士, 主要研究方向: 控制理论在金融市场上的应用; E-mail: zhw_zc@163.net

汤兵勇(1950-),男,教授,博士生导师。

基本分析,可以掌握股票内在价值和股票长期价格的变化;通过股票的技术分析和行为分析,可以掌握股票价格的短期变化;这些方法的综合则可掌握股票价格对股票内在价值的偏离程度和股票市场的风险。最终结果是确定股票的预期收益率和风险,以便与投资政策中的收益目标和风险偏好相比较,并确定各个备选行业内的备选股票,再进行下一步的选择。

1.3 资产配置

资产配置包括如下三方面的内容。

1.3.1 确定行业内股票的最佳组合

根据上述投资分析确定的各个备选行业内的备选股票,在各个行业内分别选定一个股票的最佳组合,即确定各只股票的权重,我们将在下一节专门讨论。

1.3.2 确定行业间股票的投资比例

在综合考虑各个行业的股票的收益率和风险的基础上,确定一个在各个行业中的最佳投资比例。定性地说,一般应符合下述原则:

- (1)投资组合的市场风险应不大于股市综合指数对应的市场风险;
- (2)投资组合在所属行业风险方面应保持充分的多样化;
- (3)适当规定投资组合中包括的股票最低数量、持有单只股票的最大规模和行业的最少个数。

定量的方法与 3.1 小节相同,只不过须将单只股票的收益率和风险换成某个行业的股票平均收益率和风险。 1.3.3 市场时机选择

投资者通过正确地估计市场走势,即估计什么时候出现牛市,什么时候出现熊市,进行投资组合定位。当预计市场将出现下滑趋势时,则扩大投资组合中的现金比例;当预计市场将出现上升趋势时,则减少投资组合中的现金比例。

1.4 投资组合的修正

投资组合的修正实际上就是重复前三步描述的过程。由于随着时间的推移,投资者会改变其投资政策;另外,对股票内在价值的不断再估值和股票价格预期的不断变化,将产生不同的最佳投资组合,因此需要对投资组合进行修正。但修正投资组合必然会产生交易成本,所以必须在交易成本与修正投资组合后的股票收益率和风险之间作出权衡。投资者的目标是通过投资组合的修正,使得在剔除交易成本后,在总体上能够最大限度地改善现有投资组合的收益率和风险特性。当然还有修正时机的选择,理想的状态是在投资组合业绩的最高点将其卖掉,并用更优的投资组合加以代替。

1.5 投资组合业绩评估

投资者应定期评估投资组合的业绩,其依据不仅是投资组合的收益率,还有投资者所承担的风险,因此需要有衡量收益率和风险的相对标准。

设某时期投资组合 p 的收益率为 \tilde{r}_p ,同时期的平均无风险收益率为 r_f ,用 $E(\tilde{r}_p)$, $M(\tilde{r}_p)$ 分别表示 r_p 的均值和投资组合 p 的风险。投资者自然希望风险贴水 $E(\tilde{r}_p) - r_f$ 越大越好,而风险 $M(r_p)$ 越小越好,故定义收益 — 风险比率

$$R_{p} = [E(\widetilde{r_{p}}) - r_{t}]/M(\widetilde{r_{p}}) \tag{1}$$

显然, R_p 越大越好。将投资组合 p 的收益 – 风险比率 R_p 与市场综合指数对应的收益 – 风险比率 R_m 相比较,就可知道投资组合 p 的业绩的优劣。也可对两个不同的投资组合 p_1 , p_2 的业绩进行比较,若 $R_p > R_p$, 则说明投资组合 p_1 的业绩比投资组合 p_2 的业绩好。

在这里,风险度量 $M(\widetilde{r_p})$ 扮演了一个非常重要的角色。对于风险度量的不同选择,将得到不同的收益 – 风险比率。例如,若选取 $\widetilde{r_p}$ 的标准差 σ_p 作为风险度量,就得到 Sharpe 比率[23]: $R'_p = [E(\widetilde{r_p}) - r_f]/\sigma_p$. 若选取 CAPM 中的贝塔系数 β_p 作为风险度量,就得到 Treyner 比率[4]: $R''_p = [E(\widetilde{r_p}) - r_f]/\beta_p$. 我们在下一节将给出一种新的风险度量指标。

2 股票投资组合的优化模型

2.1 风险度量指标

Markowitz 的投资组合理论已经证明,通过选取适当的投资组合以降低投资风险。但如何度量风险呢?这

不是一个简单的问题。风险度量指标既要反映风险分布的特征,又要反映行为主体对风险的偏好特性,即与行为主体对风险的效用函数有关^[3]。

设 Y_0 为某时期初始投资额, \tilde{r} 为投资收益率,Y 为期末投资组合价值,则 $Y = Y_0(1+\tilde{r})$ 。根据前面的分析,投资收益率 \tilde{r} 受各种因素的影响而随机变化。这些影响因素可以作为一个统一的概率空间 (Ω, F, P) 上的随机变量来处理,从而 \tilde{r} 和 Y 亦是 (Ω, F, P) 上的随机变量^[3]。

摩根 (J.P.Morgan) 1994 年公布的 "风险度量" (RiskMetrics) 体系中提供了一种新型的风险管理方法,用 VaR (Value at Risk) 度量投资组合的风险,即投资组合在一个给定的置信区间和特定期间时,在正常的市场条件下的最大期望损失 $^{(6)}$ 。设在一特定时期, $Y^* = Y_0(1+r^*)$ 为给定置信水平 $1-\alpha$ 下的投资组合的最小价值, r^* 为给定置信水平 $1-\alpha$ 下的投资组合的最小价值, p^* 为给定置信水平 p^*

$$VaR = E(Y) - Y^* = Y_0(E(\widetilde{r}) - r^*)$$
(2)

其中 Y^* 或 r^* 由下式确定

$$P(Y > Y^*) = P(\widetilde{r} > r^*) = 1 - \alpha \tag{3}$$

若设 \tilde{r} 的分布函数为F(x),则 r^* 由下式确定

$$\int_{t}^{\infty} dF(x) = 1 - \alpha \tag{4}$$

在应用时,可以用产的样本频率分布近似代替它的概率分布。

我们注意到,股票投资者面临的风险一般比其它投资面临的风险更大,所以要求的回报也高。但 VaR 只着重考虑了风险的潜在损失危害性一面,而未考虑风险的投机收益一面。因此,我们认为有必要对 VaR 作适当的修改而得出一个更合理的风险度量指标。

沿用前面的记号,用 VaO(Value at Opportunity)表示投资组合在一个给定的置信水平和特有期间时,在正常的市场条件下的最大期望收益。

设 $Y^{**}=Y_0(1+r^{**})$ 为给定置信水平 $1-\alpha$ 下的投资组合的最大价值, r^{**} 为给定置信水平 $1-\alpha$ 下的投资组合的最大收益率,则

$$VaO = Y^{**} - E(Y) = Y_0(r^{**} - E(\widetilde{r}))$$
(5)

其中Y**或r**由下式确定

$$P(Y \leqslant Y^{**}) = P(\widetilde{r} \leqslant r^{*}) = 1 - \alpha \tag{6}$$

若设 \tilde{r} 的分布函数为F(x),则 r^{**} 由下式确定

$$\int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{d}F(x) = 1 - \alpha \tag{7}$$

考虑到风险的本质属性是潜在损失的危害性, $\Diamond M(\tilde{r})$ 表示投资组合的综合风险度量

$$M(\widetilde{r}) = VaR/(VaR + VaO) = [E(\widetilde{r}) - r^*]/(r^{**} - r^*)$$
(8)

显然,当 VaR 较小,而 VaO 较大时, $M(\tilde{r})$ 较小,故当然是 $M(\tilde{r})$ 越小越好。(事实上,设 x,y>0,当 $x_1< x_2$, $y_1>y$, 时, $y_1/x_1>y_2/x_2$, $x_1/(x_1+y_1)=1/(1+y_1/x_1)<1/(1+y_2/x_2)=x_2/(x_2+y_2)$ 。)

虽然这些风险度量指标未能直接反映投资者的风险偏好特性,但在应用这些指标进行投资决策时,却与投资者风险偏好特性有关。例如,选择不同的置信区间确定最大期望损失和最大期望收益,在一定程度上反映了投资者对风险的偏好特性,一个较宽的置信区间意味着模型在对极端事件的发生进行预测时失败的可能性相对较小。

2.2 投资组合的优化模型

设备选的股票有 s 只,第 i 只股票的收益率为 \widetilde{r}_i ,其均值为 $E(\widetilde{r}_i) = r_i$, $i = 1, 2, \cdots$,s,记 $\widetilde{r} = (\widetilde{r}_1, \widetilde{r}_2, \cdots, \widetilde{r}_s)'$, $r = (r_1, r_2, \cdots, r_s)'$,其中 X' 表示向量 X 的转置。投资者投资于这 s 只股票的投资额的比例权重向量 $x = (x_1, x_2, \cdots, x_s)'$ 称为投资组合 p,其对应的收益率记作 $\widetilde{r}(x)$, $\widetilde{r}(x) = x'\widetilde{r} = x_1\widetilde{r}_1 + x_2\widetilde{r}_2 + \cdots + x_s\widetilde{r}_s$, $E(\widetilde{r}(x)) = x'r = x_1r_1 + x_2r_2 + \cdots + x_sr_s$.

设某时期的置信水平 $1-\alpha$ 已知、投资者的目标是对于给定的收益率r,选取适当的投资组合 p,使得相应的风险度量指标 $M(\tilde{r}(x))$ 最小。用数学语言它可描述为以下的模型

$$\min_{s.t.x'r=\bar{r}; \quad x'l=1; \ x \ge 0} M(\tilde{r}(x))$$
(9)

其中1表示分量均为1的s维向量。

若允许卖空,则约束条件 $x \ge 0$ 可去掉。

当给出了s 只股票的收益率 r_i , i=1, 2, …, s, 的概率分布时, 就可对模型(9)进行求解。在应用时, 可以用 $\tilde{r_i}$ 的样本频率分布近似代替它的概率分布。

参考文献:

- [1] JAMES L FARRELL, Jr., WALTER J REINHART. Portfolio Management: Theory and Application (2nd ed.) [M]. New York: The Mc Graw-Hill Companies, Inc, 1997.
- [2] SHARPE W F. Mutual fund performance [J]. Journal of Business, 1966, 39(1):119-138.
- [3] SHARPE W F. Portfolio Theory and Capital Markets [M]. New York: The McGraw-Hill Companies, Inc, 2000.
- [4] TREYNOR J L. How to rate management funds [J]. Harvard Business Review, 1965, 43:63-75.
- [5] 邹辉文,陈德棉.关于风险的若干问题及其在风险投资中的应用[J]. 同济大学学报, 2002. 30(9): 1145-1151.
- [6] PHILIPPE J. Value at Risk: the New Benchmark for Controlling Derivatives Risk [M]. New York: The McGraw-Hill Companies, Inc, 1992.

Management and optimization model of stocks portfolio

(1.Glorious Sun School of Business and Management, Donghua University, Shanghai 200051, China; 2. Department of Economy and Management, Donghua Institute of Technology, Fuzhou 344000, China)

Abstract: If all capital was invested in a single share, the risk will be too high. Thus, investors usually choose a stock portfolio in order to reduce the risk. Some problems of the management of stock portfolio are discussed. The basic process of the management of stocks portfolio is described with five key components, i.e., investment policy, investment analysis, capital collocation, portfolio correction and outstanding achievement evaluation. A new index of risk measure is given, where both the potential losing harm and the gambling income of the risk in stock market are considered. Based on this index, an optimization model of stocks portfolio is put forward.

Key words: stocks portfolio; risk measure index; portfolio optimization