

# GMM standard error example

假设我的gmm是过度识别，我的矩条件是8个但要估计的参数只有4个，我用fminunc得到了hessian。接下来如何计算standard errors?

- 用fminunc求解GMM参数，获得 $\hat{\theta}$ 和Hessian H。
- 计算每个样本的moment  $m_i(\hat{\theta})$ 。
- 计算 B 矩阵 ( $8 \times 8$ )。
- 计算 G 矩阵 ( $8 \times 4$ )。
- 计算  $B_\theta = G'BG$ 。
- 计算标准误:  $V_{\hat{\theta}} = (H^{-1})B_\theta(H^{-1})$

## 核心思路

在过度识别GMM中，标准误的正确计算方式是:  $V_{\hat{\theta}} = (H^{-1})B_\theta(H^{-1})$

- H is Hessian got from fminunc
- $B_\theta$  是矩条件的方差矩阵 (也是  $4 \times 4$ )，描述的是8个moment条件压缩到4个参数后的不确定性，需要你手动计算。
- the square root of Diagonals of V is standard errors

## 如何计算 $B_\theta$

### 1. 计算单个观测 i 的 moment

假设  $m_i(\theta)$  是第i个观测对应的8个moment:

$$m_i(\theta) = \begin{pmatrix} m_{i1}(\theta) \\ m_{i2}(\theta) \\ \vdots \\ m_{iS}(\theta) \end{pmatrix} \quad (1)$$

## 2. 计算样本协方差矩阵 B

$$B = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N m_i(\hat{\theta}) m_i'(\hat{\theta}) \quad (2)$$

B is 8\*8

## 3. 矩条件对参数的导数 G

G是8×4矩阵，表示moment对参数的偏导数：

$$G_{jk} = \frac{\partial m_j(\theta)}{\partial \theta_k} \quad (3)$$

G可以通过数值差分或解析计算得到。直接用数值方法估计，每个参数加一个微小扰动，然后计算moment的变化。

## 4. 压缩B到参数空间

用G把B压缩到参数维度：

$$B_\theta = G' B G \quad (4)$$

$B_\theta$ 是4×4矩阵。

```
% 假设你已经用fminunc得到了：  
% beta_hat: 最优参数 (4x1)  
% hessian: Hessian矩阵 (4x4)  
  
% N = 样本量  
% m_i = 每个观测的8x1矩条件，大小(N x 8)  
% G = 每个观测的8x4矩条件对参数的导数，大小(8 x 4)  
  
% Step 1: 计算B矩阵 (8x8)  
B = zeros(8, 8);  
for i = 1:N  
    m_i_hat = computeMoment(beta_hat, data(i, :)); % 计算第i个观测的moment  
    (8x1)  
    B = B + m_i_hat * m_i_hat';
```

```

end

B = B / N;

% Step 2: 计算G矩阵 (8x4) 数值
G = zeros(8, 4);
epsilon = 1e-5;
for j = 1:4 % 对每个参数
    beta_plus = beta_hat;
    beta_minus = beta_hat;
    beta_plus(j) = beta_plus(j) + epsilon;
    beta_minus(j) = beta_minus(j) - epsilon;

    m_plus = computeAverageMoment(beta_plus, data); % 全部样本的平均moment
(8x1)
m_minus = computeAverageMoment(beta_minus, data);

G(:, j) = (m_plus - m_minus) / (2 * epsilon);
end

% Step 3: 压缩B到参数维度
B_theta = G' * B * G; % B_theta是4x4矩阵

% Step 4: 计算标准误
Var_theta = inv(hessian) * B_theta * inv(hessian) / N;
std_errors = sqrt(diag(Var_theta));

% 展示结果
disp('Estimated Parameters:');
disp(beta_hat);

disp('Standard Errors:');
disp(std_errors);

% -----
% 示例: 计算单个观测的moment
function m = computeMoment(beta, observation)

```

```

x = observation(1);
y = observation(2);
% 这里假设是非线性回归的moment条件 (替换为你自己的moment)
fitted_y = beta(1) + beta(2)*x + beta(3)*x^2 + beta(4)*sin(x);
residual = y - fitted_y;
m = [residual; x*residual; x^2*residual; sin(x)*residual; cos(x)*residual;
exp(-x)*residual; log(1+x^2)*residual; x^3*residual];
end

% 示例：计算所有观测的平均moment
function m_avg = computeAverageMoment(beta, data)
N = size(data, 1);
m_sum = zeros(8, 1);
for i = 1:N
    m_sum = m_sum + computeMoment(beta, data(i, :));
end
m_avg = m_sum / N;
end

```