哈尔滨理工大学

实　验　报　告

课程名称：语音信号处理

实验名称：线性预测分析

预习报告		过程及记录		结果分析		实验总结		总评	
教师签名：									

班　级　电信 21-1

学　号　2105040115

姓　名　刘云翔

指导教师　梁欣涛

2024 年 5 月 10 日

教务处 印制

实验名称	线性预测分析	时间	2024.5.10
		地点	E1205
同实验者	刘倚云，努尔森巴特·达吾提	班组	电信 21-115

一、 实验预习（准备）报告

1、实验目的

1、了解线性预测分析在语音信号处理中的重要性和必要性。

2、掌握线性预测分析的基本思想。

3、掌握 MATLAB 进行线性预测分析的流程。

2、实验相关原理及内容

1、语音信号线性预测分析

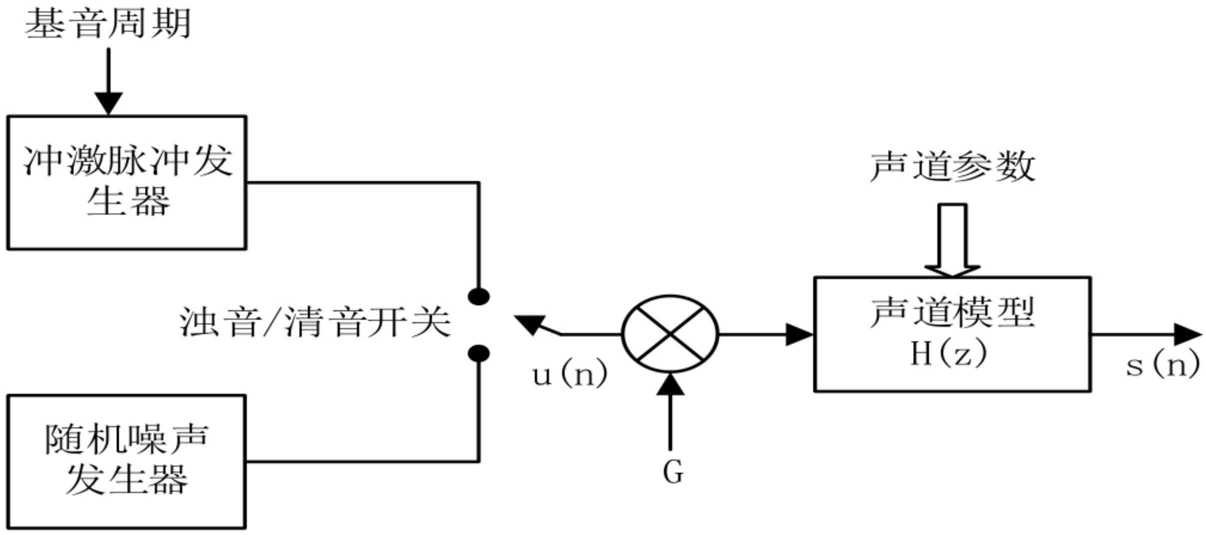


图 2-1 简化的语音产生模型

图 2-1 是简化的语音产生模型，将辐射、声道以及声门激励的全部效应简化为一个时变的数字滤波器来等效，其传递函数为

$$H(z)=\frac{S(z)}{U(z)}=\frac{G}{1-\sum_{i=1}^{p}a_i z^{-i}} \qquad (2\text{-}1)$$

这种表现形式称为 p 阶线性预测模型，这是一个全极点模型。

此时，$s(n)$ 和 $u(n)$ 间的关系可以用差分方程

$$s(n)=\sum_{i=1}^{p}a_i s(n-i)+Gu(n) \qquad (2\text{-}2)$$

表示，称系统

$$\hat{s}(n)=\sum_{i=1}^{p}a_i s(n-i) \qquad (2\text{-}3)$$

为线性预测器。$\hat{s}(n)$ 是 $s(n)$ 的估计值，它由过去 p 个值线性组合得到的，即由 $s(n)$ 过去的值来预测或估计当前值 $s(n)$。式中 $a_i\,(i=1,2,\cdots,p)$ 是线性预测系数。线性预测系数可

以通过在某个准则下使预测误差$e(n)$达到最小值的方法来决定，预测误差的表示形式如下：

$$e(n) = s(n) - \hat{s}(n) = s(n) - \sum_{i=1}^{p} a_i s(n-i) \qquad （2-4）$$

预测的二次方误差为

$$E = \sum_n e^2(n) = \sum_n [s(n) - \hat{s}(n)]^2 = \sum_n [s(n) - \sum_{i=1}^{p} a_i s(n-i)]^2 \qquad （2-5）$$

为使 E 最小，求 E 对a_i的偏导为 0，即

$$\frac{\partial E}{\partial a_j} = 0 \quad (1 \le j \le p) \qquad （2-6）$$

则有，

$$\frac{\partial E}{\partial a_j} = 2\sum_n s(n)s(n-j) - 2\sum_{i=1}^{p} a_i \sum_n s(n-i)s(n-j) = 0 \quad (1 \le j \le p) \qquad （2-7）$$

定义$\phi(j,i) = \sum_n s(n-i)s(n-j)$，则式（2-7）可简化为

$$\phi(j,0) = \sum_{i=1}^{p} a_i \phi(j,i) \quad (1 \le j \le p) \qquad （2-8）$$

联立式（2-5）、式（2-7）和式（2-8），可得最小均方误差表示为

$$E = \phi(0,0) - \sum_{i=1}^{p} a_i \phi(0,i) \qquad （2-9）$$

因此，最小误差有一个固定分量$\phi(0,0)$和一个依赖于预测系数的分量$\sum_{i=1}^{p} a_i \phi(0,i)$构成。为求解最佳预测器系数，必须首先求出$\phi(j,i)(i,j \in [1,p])$，然后可按照式（2-8）进行求解。很显然，$\phi(j,i)$的计算及方程组的求解都是十分复杂的。

2、线性预测分析的自相关解法

为了有效地进行线性预测分析，求得线性预测系数有必要用一种高效的方法来求解线性方程组。虽然可以用各种各样的方法来解包含p个未知数的p个线性方程，但是系数矩阵的特殊性质使得解方程的效率比普通解法的效率要高得多。自相关法是经典解法之一，其原理是在整个时间范围内使误差最小，即设$s(n)$在$0 \le n \le N-1$以外等于 0，等同于假设$s(n)$经过有限长度的窗（如矩形窗、海宁窗或汉明窗）的处理。

通常，$s(n)$的加窗自相关函数定义为

$$r(j) = \sum_{n=0}^{N-1} s(n)s(n-j) \quad 1 \le j \le p \qquad （2-10）$$

同式（2-8）比较可知，$\phi(j,i)$等效为$r(j-i)$。但是由于$r(j)$为偶函数，因此$\phi(j,i)$可表示为

$$\phi(j,i) = r(|j-i|) \qquad （2-11）$$

此时式（2-8）可表示为

$$\sum_{i=1}^{p} a_i r(|j-i|) = r(j) \qquad 1 \le j \le p \tag{2-12}$$

则最小均方误差改写为

$$E = r(0) - \sum_{i=1}^{p} a_i r(i) \tag{2-13}$$

展开式（2-11），可得方程组为

$$\begin{bmatrix} r(0) & r(1) & r(2) & \cdots & r(p-1) \\ r(1) & r(0) & r(1) & \cdots & r(p-2) \\ r(2) & r(1) & r(0) & \cdots & r(p-3) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ r(p-1) & r(p-2) & r(p-3) & \cdots & r(0) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ \vdots \\ a_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r(1) \\ r(2) \\ r(3) \\ \vdots \\ r(p) \end{bmatrix} \tag{2-14}$$

式（2-14）左边为相关函数的矩阵，以对角线为对称，其主对角线以及和主对角线平行的任何一条斜线上所有的元素相等。这种矩阵称为托普利兹（Toeplitz）矩阵，而这种方程称为 Yule-Walker 方程。对于式（2-14）的矩阵方程无需像求解一般矩阵方程那样进行大量的计算，利用托普利兹矩阵的性质可以得到求解这种方程的一种高效方法。

这种矩阵方程组可以采用递归方法求解，其基本思想是递归解法分布进行。在递推算法中，最常用的是莱文逊-杜宾（Levinson-Durbin）算法（如图 2-2 所示）。

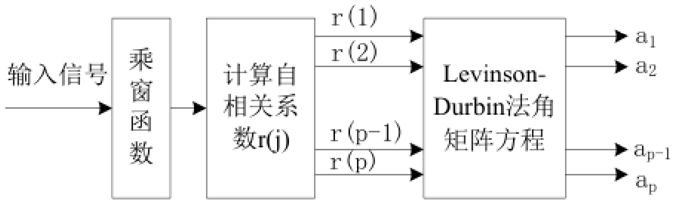


图 2-2 自相关解法

算法的过程和步骤为：

① 当 i=0 时，$E_0 = r(0), a_0 = 1$ （2-15）

② 对于第 i 次递归 $(i = 1, 2, \cdots, p)$：

i $$k_i = \frac{1}{E_{i-1}}\left[r(i) - \sum_{j=1}^{i-1} a_j^{i-1} r(j-i) \right] \tag{2-16}$$

ii $$a_i^{(i)} = k_i \tag{2-17}$$

iii 对于 j=1 到 i-1 $a_j^{(i)} = a_j^{(i-1)} - k_i a_{i-j}^{(i-1)}$ （2-18）

iv $E_i = (1 - k_i^2) E_{i-1}$ （2-19）

③ 增益 G 为

$$G=\sqrt{E_p} \tag{2-20}$$

通过对式（2-16）~式（2-18）进行递推求解，可获得最终解为

$$a_i=a_j^{(p)} \quad 1\le j\le p \tag{2-21}$$

由式（2-19）可得

$$E_p=r(0)\prod_{i=1}^{p}(1-k_i^2) \tag{2-22}$$

由式（2-22）可知，最小均方误差E_p一定要大于 0，且随着预测器阶数的增加而减小。因此每一步算出的预测误差总是小于前一步的预测误差。这就表明，虽然预测器的精度会随着阶数的增加而提高，但误差永远不会消除。由式（2-22）还可知，参数k_i一定满足

$$|k_i|<1, \quad 1\le i\le p \tag{2-23}$$

由递归算法可知，每一步计算都与k_i有关，说明这个系数具有特殊的意义，通常称之为反射系数或偏相关系数。可以证明，它就是多项式$A(z)$的根在单位圆内的充分必要条件，因此它可以保证系统$H(k)$的稳定性。

3、线性预测的其它参数

用线性预测分析法求得的是一个全极点模型的传递函数。在语音产生模型中，这一全极点模型与声道滤波器的假设相符合，而形式上是一自回归滤波器。用全极点模型所表征的声道滤波器，除预测系数$\{a_i\}$外，还有其他不同形式的滤波器参数。这些参数一般可由线性预测系数推导得到，但各有不同的物理意义和特性。在对语音信号做进一步处理时，为了达到不同的应用目的时，往往按照这些特性来选择某种合适的参数来描述语音信号。

1）预测误差及其自相关函数

由式（2-4）可知，预测误差为

$$e(n)=s(n)-\sum_{i=1}^{p}a_i s(n-i) \tag{2-24}$$

而预测误差的自相关函数为

$$R_e(m)=\sum_{n=0}^{N-1-m}e(n)e(n+m) \tag{2-25}$$

2）反射系数和声道面积

反射系数$\{k_i\}$在低速率语音编码、语音合成、语音识别和说话人识别等许多领域都是非常重要的特征参数。由式（2-18）可得：

$$\begin{cases} a_j^{(i)}=a_j^{(i-1)}-k_i a_{i-j}^{(i-1)} \\ a_{i-j}^{(i)}=a_{i-j}^{(i-1)}-k_i a_j^{(i-1)} \end{cases} \quad j=1,\cdots,i-1 \tag{2-26}$$

进一步推导，可得：

$$a_j^{(i-1)} = (a_j^{(i)} + a_j^{(i)} a_{i-j}^{(i)}) \big/ (1-k_i^2) \qquad j=1,\cdots,i-1 \tag{2-27}$$

由线性预测系数$\{a_i\}$可递推出反射系数$\{k_i\}$，即

$$\begin{cases} a_j^{(p)} = a_j & j=1,2,\cdots,p \\ k_i = a_i^{(i)} & \\ a_j^{(i-1)} = (a_j^{(i)} + a_j^{(i)} a_{i-j}^{(i)}) \big/ (1-k_i^2) & j=1,\cdots,i-1 \end{cases} \tag{2-28}$$

反射系数的取值范围为$[-1,1]$，这是保证相应的系统函数稳定的充分必要条件。从声学理论可知，声道可以被模拟成一系列截面积不等的无损声道的级联。反射系数$\{k_i\}$反映了声波在各管道边界处的反射量，有：

$$k_i = \frac{A_{i+1} - A_i}{A_{i+1} + A_i} \tag{2-29}$$

式中，A_i是第i节声管的面积函数。式（7-29））经变换后，可得声管模型各节的面积比为：

$$\frac{A_i}{A_{i+1}} = \frac{(1-k_i)}{(1+k_i)} \tag{2-30}$$

3）线性预测的频谱

由式（2-1）可知，一帧语音信号$x(n)$模型可化为一个p阶的线性预测模型。当$z=e^{j\omega}$时，能得到线性预测系数的频谱（令$G=1$）：

$$H(e^{j\omega}) = \frac{G}{1-\sum_{n=1}^{p} a_n e^{-j\omega n}} \tag{2-31}$$

根据语音信号的数字模型，在不考虑激励和辐射时，$H(e^{j\omega})$即$X(e^{j\omega})$的频谱的包络谱。线性预测系数的频谱勾画出了 FFT 频谱的包络，反映了声道的共振峰的结构。

3、实验方法及步骤设计

1. 根据莱文逊-杜宾自相关法求线性预测系数的原理，编写 MATLAB 函数，并与 MATLAB 自带的 LPC 函数进行比较。

2. 编写求取 LPC 预测系数的复频谱函数，并与 FFT 频谱进行对比。

LPC 预测系数的复频谱函数的定义如下：

名称：lpcff

功能：计算线性预测系数的复频谱。

调用格式：

ff=lpcff(ar,np)

说明：ar 是线性预测系数，np 是 FFT 阶数；输出 ff 是线性预测系数的复倒谱。

4、实验设备仪器选择及材料

电脑 PC 一台, MATLAB2021A

5、实验思考题解答

1. 从信号对数幅度谱和 LPC 谱分别可以得到信号的那些参数？

答：

一、从信号对数幅度谱可以得到的参数：

频率成分：对数幅度谱展示了信号在各个频率成分上的强度，可以直接观察到信号的频谱结构。

谐波成分：对于周期性信号，可以看到基频及其谐波的幅度，能够反映信号的周期性和谐波结构。

共振峰（Formants）：在语音信号处理中，共振峰反映了声道的共振特性，可以

从对数幅度谱中观察到这些峰值的位置和宽度。

二、从 LPC 谱可以得到的参数：

共振峰：LPC（线性预测编码）谱通过估计信号的自回归模型，能够反映信号的共振峰位置和幅度，这是其在语音处理中的重要应用。

线性预测系数：LPC 提取的线性预测系数（LPC 系数）反映了信号的短时相关性和频谱包络信息。

频谱包络：LPC 谱主要展示信号的频谱包络信息，适用于反映信号的平滑特征，而不是详细的频率成分。

2. 对比信号对数幅度谱和 LPC 谱的差异，并说明其原因？

答：

计算方法：

对数幅度谱：通过傅里叶变换计算，展示信号在频域内的幅度信息，是信号的频谱表示。LPC 谱：基于自回归模型的线性预测，通过最小化预测误差来估计信号的频谱包络。

表示内容：

对数幅度谱：包含了信号的所有频率成分信息，能够反映信号的细节和精确频率结构。LPC 谱：侧重于反映信号的频谱包络，主要展示大致的频谱形状和共振峰信息，而忽略了细节部分。

用途：

对数幅度谱：适用于需要精确频率信息的应用，如频谱分析、滤波器设计等。

LPC 谱：常用于语音处理，提取共振峰和频谱包络，用于语音编码、识别和合成等。

信号噪声处理：

对数幅度谱：对噪声比较敏感，噪声频率成分会直接反映在幅度谱中。

LPC 谱：通过建模信号的平滑特征，对噪声有一定的抑制作用，更适合处理有噪声的语音信号。

二、 实验过程及记录

莱文逊-杜宾自相关法求线性预测系数的原理，编写 MATLAB 函数，并与 MATLAB 自带的 LPC 函数进行比较：

代码如下：

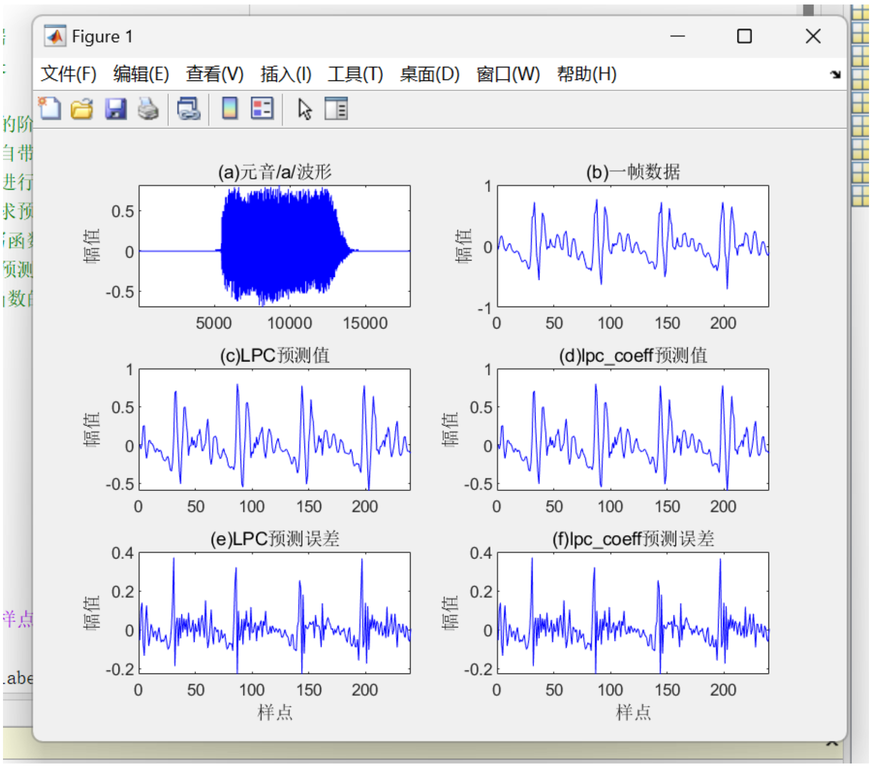
```
%lpc_coeff.m
%用自相关法求信号 s 使均方预测误差为最小的预测系数的函数
function [ar,G]=lpc_coeff(s,p)
%算法为 Durbin 快速递推算法
n=length(s);                                    % 获得信号长度
for i=1:p
    Rp(i)=sum(s(i+1:n).*s(1:n-i));          % 计算自相关函数
end
Rp_0=s'*s;                                      % 即 Rn(0)
```

```
Ep=zeros(p,1);                                   % Ep 为 p 阶最佳线性预测反滤波能量
k=zeros(p,1);                                     % k 为偏相关系数
a=zeros(p,p);                                     %  以上为初始化
%i=1 的情况需要特殊处理,也是对 p=1 进行处理
Ep_0=Rp_0;                                               %  按式(3-54)
k(1)=Rp(1)/Rp_0;                                   %  按式(3-55)
a(1,1)=k(1);                                               %  按式(3-56)
Ep(1)=(1-k(1)^2)*Ep_0;                    %  按式(3-58)

%i=2 起使用递归算法
if p>1
    for i=2:p
        k(i)=(Rp(i)-sum(   a(1:i-1,i-1).*Rp(i-1:-1:1)'))/Ep(i-1);             %  按 式 (3-55)
a(i,i)=k(i);
       %  按式(3-56)
        Ep(i)=(1-k(i)^2)*Ep(i-1);
        for j=1:i-1
            a(j,i)=a(j,i-1)-k(i)*a(i-j,i-1);          %按式(3-57)
        end
    end
end
ar=a(:,p);
```

```
ar=[1 -1*ar'];
G=sqrt(Ep(p));
```

实验运行结果：

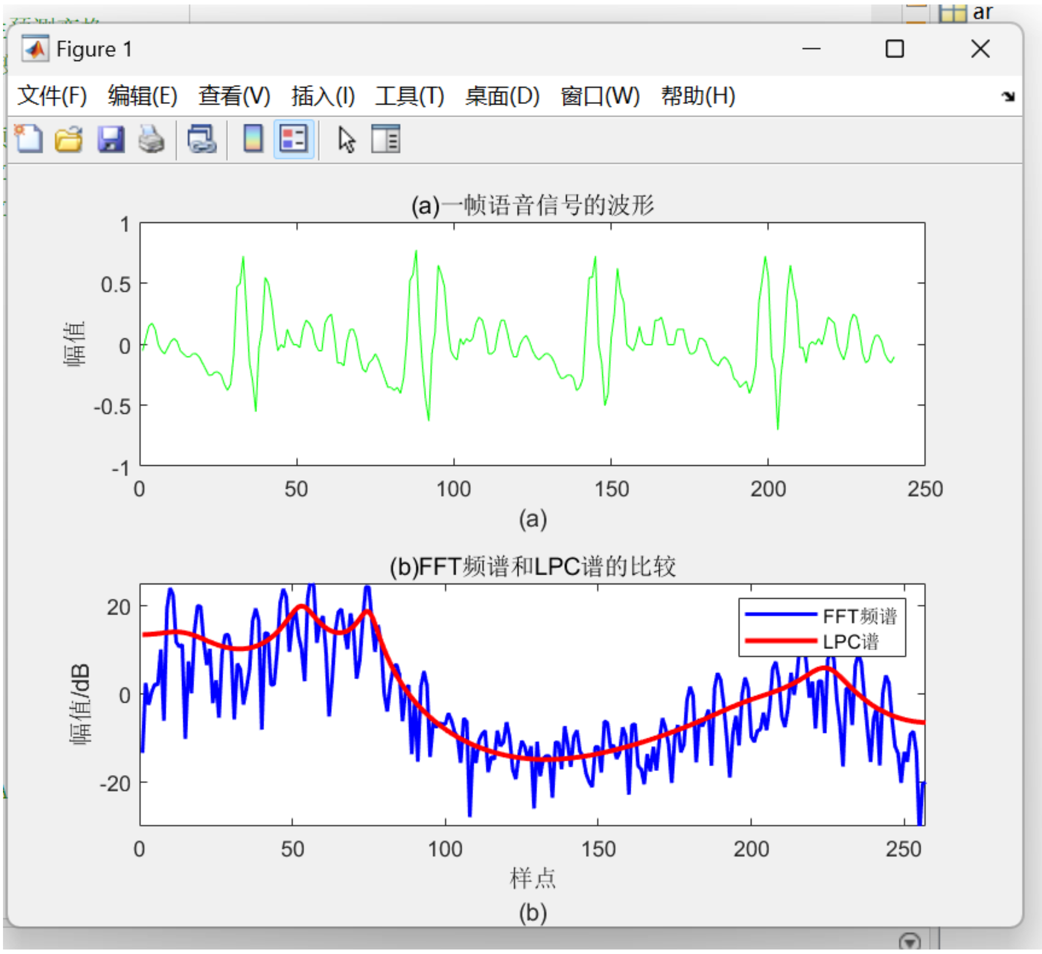


求取 LPC 预测系数的复频谱函数，并与 FFT 频谱进行对比

代码如下：

```
%求预测系数 ar 的复频谱的函数 lpcff.m
function ff=lpcff(ar,np)
[nf,p1]=size(ar);
if nargin<2 np=p1-1; end
ff=(fft(ar.',2*np+2).').^(-1);
ff=ff(1:length(ff)/2);
```

实验对比结果如下：



三、 实验结果分析

对数幅度谱通过傅里叶变换计算，展示了信号在频域内的详细幅度信息，可以直接观察到所有频率成分、基频及其谐波，并明确识别语音信号中的共振峰位置和幅度。相比之下，LPC 谱基于自回归模型的线性预测，通过最小化预测误差来估计信号的频谱包络，主要反映信号的平滑特征，提取的线性预测系数提供了信号的短时相关性信息。

对数幅度谱适用于需要精确频率信息的应用，如频谱分析和滤波器设计，而 LPC 谱更适合语音处理，能够有效提取语音信号的频谱包络和共振峰信息，并对噪声有一定的抑制作用。通过对比分析，我们可以更好地理解和选择适用于不同信号处理任务的方法，提高实际应用中的信号分析和处理效率。

四、实验总结

在本次实验中，我们深入了解了线性预测在语音信号处理中的重要性和应用。
我们编写了基于莱文逊-杜宾自相关法的Matlab函数来计算线性预测系数，
并于自带的LPC函数进行了比较，并且编写了LPC预测系数求频谱的函数，
并与FFT频谱进行了对比分析。
通过实验结果，我们认识到对数幅度谱和LPC谱在信号处理中不同的作用和特点。
总结来说，这次实验不仅加深了我们对线性预测理论的理解，而且提升了我们
的编程和分析能力，为以后的研究打下了坚实的基础。