

# Diviser pour Régner

## Cas de la somme d'un tableau

Correction

### Problème

On veut calculer la somme de tous les éléments d'un tableau A de  $n$  éléments en utilisant l'approche "diviser pour régner".

### Exercice 1

- 1) Trouver l'action correspondant à « Diviser »
- 2) Trouver l'action correspondant à « Régner »
- 3) Trouver l'action correspondant à « Combiner »

### Étapes de l'algorithme

#### 1. Diviser :

- Si le tableau contient plusieurs éléments, divisez-le en deux sous-tableaux de taille égale (division entière).

#### 2. Régner :

- Calculer récursivement la somme de chaque sous-tableau.

#### 3. Combiner :

- Additionner les résultats des deux sous-tableaux pour obtenir la somme totale.

## Exercice 2

Déduire l'algorithme sur l'exemple suivant :  $A = [3, 1, 4, 1, 5, 9, 2, 6]$ .

Présenter chaque étape par écrit.

### Étape 1 : Diviser le tableau en deux moitiés

1. Tableau entier :  $[3, 1, 4, 1, 5, 9, 2, 6]$ .

- Milieu : 3, divisé en :
  - Gauche :  $[3, 1, 4, 1]$
  - Droite :  $[5, 9, 2, 6]$

## Étape 2 : Travailler sur la moitié gauche $[3, 1, 4, 1]$

1. Milieu : 1, divisé en :

- Gauche :  $[3, 1]$
- Droite :  $[4, 1]$

2. Travailler sur  $[3, 1]$  :

- Milieu : 0, divisé en :
  - $[3]$ , somme = 3
  - $[1]$ , somme = 1
- Combinaison :  $3 + 1 = 4$

3. Travailler sur  $[4, 1]$  :

- Milieu : 0, divisé en :
  - $[4]$ , somme = 4
  - $[1]$ , somme = 1
- Combinaison :  $4 + 1 = 5$

4. Combiner les deux sous-parties :

- $[3, 1] + [4, 1] = 4 + 5 = 9.$

### Étape 3 : Travailler sur la moitié droite $[5, 9, 2, 6]$

1. Milieu : 1, divisé en :
  - Gauche :  $[5, 9]$
  - Droite :  $[2, 6]$
2. Travailler sur  $[5, 9]$  :
  - Milieu : 0, divisé en :
    - $[5]$ , somme = 5
    - $[9]$ , somme = 9
  - Combinaison :  $5 + 9 = 14$
3. Travailler sur  $[2, 6]$  :
  - Milieu : 0, divisé en :
    - $[2]$ , somme = 2
    - $[6]$ , somme = 6
  - Combinaison :  $2 + 6 = 8$
4. Combiner les deux sous-parties :
  - $[5, 9] + [2, 6] = 14 + 8 = 22$ .

### Étape 4 : Combiner les deux moitiés

1.  $[3, 1, 4, 1] + [5, 9, 2, 6] = 9 + 22 = 31$ .

### Exercice 3

Déduire un pseudo-code implémentant cet algorithme

```
Somme(A, début, fin):  
    Si début == fin :  
        Retourne A[début] // Un seul élément, c'est la somme  
  
    Sinon :  
        milieu ← (début + fin) // 2  
        sommeGauche ← Somme(A, début, milieu)  
        sommeDroite ← Somme(A, milieu + 1, fin)  
        Retourne sommeGauche + sommeDroite
```

### Exercice 4

Implémenter l'algorithme en Python.

Aidez-vous de Python Tutor.

**Correction : voir fichier `somme_tableau.py`**