

T.P. d'Algorithmique et Programmation

Les grands entiers, mais pas que...

Exo-1 Echauffement

Soit l'opération de profil `sauf_dernier` : `liste` \longrightarrow `liste` définie par les axiomes suivants :

- (1) `sauf_dernier (cons(x,cons(y,L))) = cons(x,sauf_dernier(cons(y,L)))`
- (2) `sauf_dernier (cons(x,l_vide)) = l_vide`
- (3) `sauf_dernier (l_vide) = l_vide`

Q-1 Donnez une implantation récursive de `sauf_dernier` et testez-là

Q-2 Donnez une implantation itérative de `sauf_dernier` et testez-là

Exo-2 Grands entiers

Soit `base` un entier naturel tel que `base` ≥ 2 . Par exemple, `base` = 10 et tout entier naturel n s'écrit :

$$n = c_0 \times \text{base}^0 + c_1 \times \text{base}^1 + \dots + c_p \times \text{base}^p,$$

(où $p + 1$ est le nombre de chiffres de n dans cette base). Par exemple :

$$8695 = 5 \times 10^0 + 9 \times 10^1 + 6 \times 10^2 + 8 \times 10^3.$$

On peut donc représenter un entier naturel par la liste L de ses chiffres comme suit :

8695 sera représenté par la liste (5 9 6 8)

On notera que cette représentation n'est pas unique : on peut ajouter autant de 0 que l'on veut en fin de liste pour représenter le même entier naturel : ainsi 8695 est aussi représenté par la liste (5 9 6 8 0 0). Ainsi, 0 pourra être représenté par n'importe quelle liste ne contenant que des 0, dont la liste vide. Une telle représentation est utile en particulier pour la description d'entiers naturels de grande taille (ce qui n'est pas possible en C avec `unsigned int`).

On appellera dans cet énoncé « grand entier » toute liste d'entiers représentant un entier naturel.

Q-1 Définissez la constante `base` dans votre programme.

Q-2 Écrivez et testez une procédure qui affiche un grand entier. Par exemple, l'exécution de :

```
L = cons (5, cons (9, cons (6, cons (8, cons (0, cons (0, l_vide ())))));  
afficher_grand_entier (L);  
provoquera l'affichage suivant : 8695
```

Q-3 Écrivez et testez une fonction qui donne le successeur d'un grand entier (opération `succ`).

Q-4 Écrivez une fonction qui à un entier naturel associe le grand entier correspondant.

Q-5 Écrivez une fonction qui à un grand entier associe l'entier naturel correspondant.

Q-6 Écrivez et testez une fonction qui calcule la somme de deux grands entiers.

Remarque : Ici, ce qu'on vous demande est de vous appuyer sur la méthode pour additionner deux entiers telle que vue à l'école primaire : $8639 + 4790$ est calculé ainsi

$$\begin{array}{r} 11 \\ + 8639 \\ 4790 \\ \hline 13429 \end{array}$$

Q-7 Écrivez et testez une fonction qui calcule la différence de deux grands entiers.

Q-8 Écrivez et testez une fonction qui calcule le produit de deux grands entiers.

Q-9 Écrivez et testez une fonction qui calcule la factorielle d'un grand entier. Le test devra se faire sur le paramètre (0 0 1) (i.e., le grand entier représentant l'entier naturel 100).