原 矩阵求秩

矩阵的秩怎么计算，这个问题一下子我居然不知道怎么下手。。虽然本科的时候学过线性代数，但是好久不用，很多东西都忘了。。今天略微梳理一下

最简单直观的方法：

化成行最简形（或行阶梯形），然后数一下非零行数

例如：

$$\begin{pmatrix} 1&1&1&0&1&1&2&0 \\ 1&1&1&1&0&1&1&0 \\ 2&2&2&1&1&2&3&1 \\ 3&3&3&2&1&3&4&1 \end{pmatrix}$$

$$\xrightarrow{\text{第2行，第3行，第4行，加上第1行}\times -1,-2,-3} \begin{pmatrix} 1&1&1&0&1&1&2&0 \\ 0&0&0&1&-1&0&-1&0 \\ 0&0&0&1&-1&0&-1&1 \\ 0&0&0&2&-2&0&-2&1 \end{pmatrix}$$

$$\xrightarrow{\text{第3行，第4行，加上第2行}\times -1,-2} \begin{pmatrix} 1&1&1&0&1&1&2&0 \\ 0&0&0&1&-1&0&-1&0 \\ 0&0&0&0&0&0&0&1 \\ 0&0&0&0&0&0&0&1 \end{pmatrix}$$

$$\xrightarrow{\text{第4行，加上第3行}\times -1} \begin{pmatrix} 1&1&1&0&1&1&2&0 \\ 0&0&0&1&-1&0&-1&0 \\ 0&0&0&0&0&0&0&1 \\ 0&0&0&0&0&0&0&0 \end{pmatrix}$$

$$\xrightarrow{\text{数一下非零行的行数}} \text{秩是3}$$

将矩阵做初等行变换后，非零行的个数叫行秩
将其进行初等列变换后，非零列的个数叫列秩
矩阵的秩是方阵经过初等行变换或者列变换后的行秩或列秩

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 & 3 & 4 \\ 2 & -2 & 6 & 4 & -8 \\ 1 & -1 & 3 & 2 & -4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

矩阵的秩是线性代数中的一个概念。在线性代数中，一个矩阵A的列秩是A的线性独立的纵列的极大数。通常表示为r(A)，rk(A)或rankA

在线性代数中，一个矩阵A的列秩是A的线性独立的纵列的极大数目。类似地，行秩是A的线性无关的横行的极大数目。通俗一点说，

如果把矩阵看成一个个行向量或者列向量，秩就是这些行向量或者列向量的秩，也就是极大无关组中所含向量的个数。

拓展资料;

变化规律

(1) 转置后秩不变

(2)r(A)<=min(m,n),A是m*n型矩阵

(3)r(kA)=r(A),k不等于0

(4)r(A)=0 <=> A=0

(5)r(A+B)<=r(A)+r(B)

(6)r(AB)<=min(r(A),r(B))

(7)r(A)+r(B)-n<=r(AB)

也就是说，化为阶梯形矩阵，阶梯形的非零行数即为矩阵的秩。把矩阵看成是列向量组，矩阵的秩等于这些向量组的极大线性无关组。
矩阵的秩
矩阵的秩是反映矩阵固有特性的一个重要概念。
定义1. 在m´n矩阵A中，任意决定k行和k列 (1£k£min{m,n}) 交叉点上的元素构成A的一个k阶子矩阵，此子矩阵的行列式，称为A的一个k阶子式。
例如，在阶梯形矩阵 中，选定1，3行和3，4列，它们交叉点上的元素所组成的2阶子矩阵的行列式 就是矩阵A的一个2阶子式。
定义2. A=(aij)m×n的不为零的子式的最大阶数称为矩阵A
的秩，记作rA，或rankA。
特别规定零矩阵的秩为零。
显然rA≤min(m,n) 易得:
若A中至少有一个r阶子式不等于零，且在r<min(m,n)时，A中所有的r+1阶子式全为零，则A的秩为r。
由定义直接可得n阶可逆矩阵的秩为n，通常又将可逆矩阵称为满秩矩阵, det(A)¹ 0；不满秩矩阵就是奇异矩阵，det(A)=0。
由行列式的性质1(1.5[4])知，矩阵A的转置AT的秩与A的秩是一样的。
参考资料： http://bk.baidu.com/view/346467.htm

再来一个例子:
如图，如果是图中的矩阵的话，如何求它的秩?

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & a \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

通过初等行变换(就是一行的多少倍加的另一行，或行交换，或者某一行乘以一个非零倍数)把矩阵化成行阶梯型(行阶梯形就是任一行从左数第一个非零
都比上一行的大。

形象的说就是形成一个阶梯，)。这样数一下非零行(零行就是全是零的行，非零行就是不全为零的行)的个数就是秩。
根据定义求解，定义如下:

设有向量组A（A可以含有限个向量,也可以含无限多个向量）,如果在A中能选出r个向量a1,a2,...ar,满足

（1）a1,a2,...ar线性无关;

（2）A中任意r+1个向量线性相关。

则向量组a1，a2，...，ar称为向量组A的最大线性无关向量组（简称最大无关组），数r称为向量组A的秩，只含零向量的向量组没有最大无关组，规定
解过程用相似矩阵的相似变化求解。

解：第三行减去第一行，得:

1，1，1，a；0，0，0，1；0，0，0，1-a。

第二行的-(1-a)倍加到第三行，得：

1，1，1，a；0，0，0，1；0，0，0，0。

这是一个行阶梯形矩阵，非零行的行数为2，所以矩阵的秩为2。

扩展资料：

矩阵的秩的定理：

若A~B，则R(A)= R(B)。

根据这一定理，为求矩阵的秩，只要把矩阵用初等行变换成行阶梯形矩阵，易见该矩阵最高阶非零子式的阶数。显然行阶梯形矩阵中非零 行数即是
这就给出求矩阵秩的方法。

如果向量组：

（I）α1，α2，…，αsα1，α2，…，αs可以由。

（II）β1，β2，…，βtβ1，β2，…，βt线性表出，则r(II)≥r(I)r(II)≥r(I)。

解释为：能表出其他向量组，则其他向量组必然在自己的范围内，如果II的秩没有I大，则撑不起I张起的空间。这是很酷的一个定理。

r(A) = A的行秩（矩阵A的行向量组的秩） = A的列秩（矩阵A的列向量组的秩）。

初等变换的向量组的秩不变。

最后总结一下：
求秩有三种：
1 你给的例子
用初等变换秩不变 然后讨论未知数情况；比较简单；
2 特殊行列式
用加边法、累加写出结果
用行列式值是否等于零与满秩的关系；
3 实对称针用多角化再判断

1. 上三角形、下三角形、对角形行列式

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n}\\ 0 & a_{22} & \cdots & a_{2n}\\ \vdots & \vdots & & \vdots\\ 0&0&\cdots&a_{nn}\end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_{11}&0&\cdots&0\\ a_{21}&a_{22}&\cdots&0\\ \vdots&\vdots&&\vdots\\ a_{n1}&a_{n2}&\cdots&a_{nn}\end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_{11}&0&\cdots&0\\0&a_{22}&\cdots&0\\ \vdots&\vdots&&\vdots\\0&0&\cdots&a_{nn}\end{vmatrix} = a_{11}a_{22}\cdots a_{nn}$$

2. 次对角线行列式

$$\begin{vmatrix} a_{11}&\cdots&a_{1,n-1}&a_{1n}\\ a_{21}&\cdots&a_{2,n-1}&0\\ \vdots&&\vdots&\vdots\\ a_{n1}&\cdots&0&0\end{vmatrix} = \begin{vmatrix}0&\cdots&0&a_{1n}\\0&\cdots&a_{2,n-1}&a_{2n}\\ \vdots&&\vdots&\vdots\\ a_{n1}&\cdots&a_{n,n-1}&a_{nn}\end{vmatrix} = \begin{vmatrix}0&\cdots&0&a_{1n}\\0&\cdots&a_{2,n-1}&0\\ \vdots&&\vdots&\vdots\\a_{n1}&\cdots&0&0\end{vmatrix} = (-1)^{\frac{n(n-1)}{2}} a_{1n}a_{2,n-1}\cdots a_{n1}$$

更高级的一点的可以说有五种方法：
矩阵秩的求法很多，一般归结起来有以下几种：
1)通过对矩阵做初等变换（包括行变换以及列变换）化简为梯形矩阵求秩。此类求解一般适用于矩阵阶数不是很大的情况，可以精确确定矩阵的秩，而
较容易掌握。
2)通过矩阵的行列式，由于行列式的概念仅仅适用于方阵的概念。通过行列式是否为0则可以大致判断出矩阵是否是满秩。
3)对矩阵做分块处理，如果矩阵阶数较大时将矩阵分块通过分块矩阵的性质来研究原矩阵的秩也是重要的研究方法。此类情况一般也是可以确定原矩阵
4)对矩阵分解，此处区别与上面对矩阵分块。例如n阶方阵A，R分解（Q为正交阵,R为上三角阵）以及Jordan分解等。通过对矩阵分解，将矩阵化繁为
秩也会有应用。
5)对矩阵整体做初等变换(行变换为左乘初等矩阵，列变换为右乘初等矩阵)。此类情况多在证明秩的不等式过程有应用，技巧很高与前面 的分块矩

拓展资料：
矩阵的运算：矩阵的最基本运算包括矩阵加（减）法，数乘和转置运算。被称为“矩阵加法”、“数乘”和“转置”的运算不止一种。 ×n 矩阵
定义它们的和 A + B 为一 m×n 矩阵，等 i,j 项为 (A + B)[i, j] = A[i, j] + B[i, j]。

举例：另类加法可见于矩阵加法。若给出一矩阵 A 及一数字 c，可定义标量积 cA，其中 (cA)[i, j] = cA[i, j]。 例如这两种运算令 M(m, 成为一实
维数是mn.若一矩阵的列数与另一矩阵的行数相等，则可定义这两个矩阵的乘积。

如 A 是 m×n 矩阵和 B 是 n×p矩阵，它们是乘积 AB 是一个 m×p 矩阵，其中(AB)[i, j] = A[i, 1] * B[1, j] + A[i, 2] * B[2, j] + ... + A[i, n, j] 对

例如此乘法有如下性质：(AB)C = A(BC) 对所有 k×m 矩阵 A, m×n 矩阵 B 及 n×p 矩阵 C（“结合律”）.(A + B)C = AC + BC 对所有 m 阵 A 及阵 C（“分配律”）。C(A + B) = CA + CB 对所有 m×n 矩阵 A 及 B 和 k×m 矩阵 C（“分配律”）。

要注意的是：可置换性不一定成立，即有矩阵 A 及 B 使得 AB ≠ BA。对其他特殊乘法，见矩阵乘法。

另外一个结论：
矩阵的秩等于它的非零奇异值的个数。

1

想对作者说点什么

矩阵的运算和矩阵的秩 阅读数 517

矩阵行阶梯矩阵的定义1.全0行的上面都是非0行2.非0行的首个非0元一定比上一行的首个非0元更靠右3.左上角的元... 博文 | 来自： qq_41492164的博客

如何理解矩阵的秩 阅读数 479

属于不同特征值的特征向量线性无关。特征值分解正交矩阵对角化，求出特征值，特征向量，然后施密特正交化http... 博文 | 来自： luoyehuixuanaaaa...

矩阵的秩 阅读数 2698

在线性代数中，一个矩阵A的列秩是A的线性无关的纵列的极大数。类似的，行秩是A的线性无关的横行的极大数目... 博文 | 来自： Vic_Hao的博客

【R语言】矩阵的秩 阅读数 964

R语言求矩阵的秩函数: 博文 | 来自： Asher117的博客

怎么理解矩阵的秩 阅读数 4456

首先来想一个问题，最初的那个人为什么为什么要叫他为“秩”，为什么不叫“猪” “牛” “马”？举个例子就很容... 博文 | 来自： Eric_4300741的博客

矩 阵 的 秩 阅读数 1006

博文 | 来自： 光英的记忆博客

低秩矩阵恢复中的问题

低秩矩阵求解算法中lamda的值如何选取？在使用IALM算法进行交替迭代时，mu值如何选取？ 为什么秩优化问题可以转... 论坛

线性代数书籍推荐 阅读数 4908

1【双字/合集】“线性代数的本质”系列合集(3)_趣味科普人文_科技_bilibili_哔哩哔哩弹幕视频网非常非常好的视频... 博文 | 来自： u011977823的专栏

Java之矩阵求秩 阅读数 1713

publicclassMatrixRank{publicstaticintRank(double[][]Matrix,interror_,intList){ intn=List; intm=Matri... 博文 | 来自： LazyChun的专栏

标量,向量,矩阵与张量 - edward_zcl的博客 - CSDN博客

矩阵,向量,以及标量之间的求导 - edward_zcl的博客 - CSDN博客

矩阵，向量，以及标量之间的求导 阅读数

不得不说矩阵真的是一门高深而又通用的学问。关于雅可比行列式，雅可比矩阵，海森矩阵，协方差矩阵，KL散度，... 博文 | 来自： edward_zcl的博客

求矩阵的秩 - netcaoniao的专栏 - CSDN博客

- 机器学习:矩阵的秩和矩阵的四个子空间 - Matrix-11 - CSDN博客

线性代数笔记——矩阵的秩、逆、分块及特殊方阵 阅读数 63

一、矩阵的秩1、定义：矩阵的阶梯形中非零行的个数称为A的秩.2、相关结论（1）引理7 如果矩阵A与B是行等价的... 博文 | 来自： wys7541的博客

Adzuki2018 12篇文章 关注 排名:千里之外

lalalalalalaaaa 57篇文章 关注 排名:千里之外

Vic_Hao 225篇文章 关注 排名:千里之外

Ash 176 关注 排名 外

- 矩阵的秩最小化 - WeisongZhao - CSDN博客

- 矩阵的秩的性质 - jiongjiong 的专栏 - CSDN博客

矩阵的行列式、秩的意义 阅读数 1万+

线性代数真是一个很抽象的东西，即使我们很多人都学过，但是我相信绝大部分的都不知道这是干嘛用的，找了不少... 博文 | 来自： lijiayu2015的博客

为什么基础矩阵的秩为2 阅读数 1116

注： 由于所写公式为word中编辑，上传图片形式。 基础矩阵的推导参见： 两视图基础矩阵和本质矩阵的... 博文 | 来自： gy笨瓜的博客

- (9)矩阵的秩 - 革命队伍的螺丝钉 - CSDN博客

VB.Net矩阵求秩函数 阅读数 689

PublicFunctionMath_Matrix_Rank(ByValK(,)AsInteger,ByValerror_AsInteger,GetListAsInteger)AsInteger'返回... 博文 | 来自： LazyChun的专栏

线性代数课本（1本）第六版 11-04

线性代数课本（1本）第六版线性代数课本（1本） 下载

Java进阶(四十九)实现矩阵秩的求解-转置-行列式-逆矩阵操作 阅读数 4万+

Java进阶(四十九)实现矩阵转置-行列式-逆矩阵操作 应论文需求，需要计算矩阵的逆矩阵。 相应的矩阵操作... 博文 | 来自： IT全栈 华强工作室

同济大学线代第六版PDF高清扫描版 05-19

同济大学的线代第六版PDF高清扫描版 要考数学3的同学可以下载看下 上传记录里面还有考数3的其他资源 有需要的可以自... 下载

【干货】深度学习中的线性代数—简明教程 阅读数 1238

LinearAlgebraforDeepLearning深度学习（DeepLearning）是机器学习的一个子领域，涉及的算法模仿大脑的功能... 博文 | 来自： qq_42483967的博客

Singular Value Thresholding (SVT) 奇异值阈值 阅读数 1万+

这个算法受到压缩感知中迭代算法的启发，在迭代过程中对矩阵进行SVD，然后将较小的奇异值设置为0，生成新的... 博文 | 来自： mingo_敏

矩阵基础概念之行列式与秩 阅读数 483

矩阵基础概念及运算1.矩阵的线性运算性质1.1设矩阵A,B,C,DA,B,C,DA,B,C,D为同型矩阵，OOO为零矩阵，k,lk,lk,l为... 博文 | 来自： dqhl1990的博客

Matlab 中 rank() 函数的用法—求矩阵的秩 阅读数 1万

\>\>a=round(rand(5))a= 1 0 0 0 1 1 0 1 0 0 0 1 1 1 1 1 1 0 1 1 1 1 1 1 1... 博文 | 来自： lt_BeeCoder的博客

矩阵的秩的性质 阅读数 81

定理1对于任意一个矩阵Am×n,"role="presentation"style="position:relative;">Am×n,Am×n,A_{m\tim... 博文 | 来自： jiongjiong 的专栏

求矩阵的秩 阅读数

博文 | 来自： netcaoniao的专栏

线性代数课本
David C. Lay 线性代数课本 12-
下载

Java调用jama实现矩阵运算 阅读数 1万
转自：http://www.cnblogs.com/zangbo/p/5622351.html一、jama简介Jama是一个基本的线性代数java包。包... 博文 | 来自： hjwang1的专栏

机器学习损失函数、L1-L2正则化的前世今生 阅读数 78
前言：我们学习一个算法总是要有个指标或者多个指标来衡量一下算的好不好，不同的机器学习问题就有了不同的努... 博文 | 来自： kicilove的小屋

关于矩阵的秩 用c++函数实现
问题如上，最好有代码，注释。 论坛

机器学习：矩阵的秩和矩阵的四个子空间 阅读数 1747
给定一个矩阵A∈Rm×nA\inR^{m\timesn}A∈Rm×n 博文 | 来自： Matrix-11

C++ 求矩阵的秩 阅读数 5002
网易笔试题：混合颜料下面 int getNumOfLeastColors(setint>& colorSet) {// 求二进制矩阵的秩，即消元，最后... 博文 | 来自： 有志者事竟成

矩阵的初等变换 阅读数 7143
矩阵初等变换：1.交换矩阵的两行2.以数K不等于0乘以矩阵某一行3.把矩阵某一行的K倍添加到某一行上... 博文 | 来自： 追梦者

矩阵的秩与行列式的几何意义 阅读数 3913
这里首先讨论一个长期以来困惑工科甚至物理系学生的一个数学问题，即，究竟什么是面积，以及面积的高维推广（... 博文 | 来自： 专注 图像处理+模...

矩阵的秩、矩阵分解概念 阅读数 1197
首先来想一个问题，最初的那个人为什么为什么要叫他为“秩”，为什么不叫“猪” “牛” “马”？举个例子就很容... 博文 | 来自： 令狐公子的博客

同济线性代数教材(第五版) 05-22
同济线性代数教材(第五版) 下载

矩阵秩的求解（说明、例题、源代码） 06-29
对一组给定的向量，线性独立是一个重要的性质。如果不存在一组标量a1，a2，•••，an（它们不构成零向量），使得 aX... 下载

(线性代数)矩阵秩的8大性质、重要定理以及关系 11-28
(线性代数)矩阵秩的8大性质、重要定理以及关系 (线性代数)矩阵秩的8大性质、重要定理以及关系 下载

【成长笔记】逻辑回归与正则化 阅读数 2210
ng的第三周课程讲的内容十分丰富，可花了我不少时间来消化。嗯，开局先抛出一个问题哈，譬如，如何根据已有的... 博文 | 来自： portfloat的博客

L1 loss 和 L2 loss 比较 阅读数 4307
1、L1loss在零点不平滑，用的较少 2、SmoothL1Loss修改零点不平滑问题 3、L2loss：对离群点比较敏感，如果fe... 博文 | 来自： ls83776736的博客

用秩的定义求矩阵的秩 阅读数 30
#include<iostream>#include<algorithm> usingnamespacestd;intReverse(int... 博文 | 来自： laoxing643的博客

行列式与矩阵的区别 阅读数 2
1、行列式的本质是线性变换的放大率，而矩阵的本质就是个数表。2、行列式行数=列数，矩阵不一定（行数列数都... 博文 | 来自： hellocsz的博客

矩阵的秩与迹 阅读数 55

记得第一次看到“矩阵的迹”这个概念的时候就怀疑是不是作者的拼写错误，将“矩阵的秩”写成“矩阵的迹”了。... 博文 | 来自： quintind的专栏

如何将一个矩阵化为行阶梯形矩阵 阅读数 4万

2016-03-29尾巴线性代数 有同学反映上一课过于冷冰冰，都是一些不带证明的公式。如果线性代数所有公式都要... 博文 | 来自： 张伟的专栏

标量，向量，矩阵与张量 阅读数

看到了这方面的介绍，还是依照惯例整理下来吧。首先是最基本的基础概念：https://blog.csdn.net/testcs_dn/artic... 博文 | 来自： edward_zcl的博客

逻辑回归损失函数和对数损失函数的关系 阅读数 3

以单样本为例，逻辑回归损失函数C=−yz+ln(1+ez)C=-yz+ln(1+e^{z})C=−yz+ln(1+ez)其中z=wxz=wxz=wx∂C∂... 博文 | 来自： 挖掘+算法

L1和L2损失函数(L1 and L2 loss function)及python实现 阅读数 1690

   &nbs... 博文 | 来自： 海军上将光之翼的...

回归损失函数: L2 Loss 阅读数 370

均方误差（MSE），二次损失，L2损失均方误差是最常用的回归损失函数，它是我们的目标变量和预测值的差值平方... 博文 | 来自： 小花生的博客

线性方程组解的结构与判别 阅读数 386

如果线性方程组有解(齐次的存在非零解),则解的结构总结如下：齐次方程组：使用消元法后，分别对每一个自由变量... 博文 | 来自： Lavi的专栏

线性方程组解的分析：唯一解，无穷多解以及无解 阅读数 2万+

本文将总结关于线性方程组解的知识点。线性方程组定义1线性方程组：我们将形如下式的方程组称为线性方程组。a... 博文 | 来自： guoziqing506的博...

【线性代数】矩阵的秩(Rank) 阅读数 1823

矩阵的秩是线性代数中的一个概念。在线性代数中，一个矩阵A的列秩是A的线性独立的纵列的极大数。通常表示为r(... 博文 | 来自： 鹅城视觉驿站

线性代数 矩阵分解 阅读数 134

线代中几个重要的矩阵分解和图，在这记录一下。 博文 | 来自： fxnfk

DeepWalk阅读笔记 阅读数 9412

SomeExplanation：OnlineAlgorithm：InComputerScience,an onlinealgorithm isonethatcanprocessitsinputp... 博文 | 来自： weixin_39915444...

c# 源码 网站监控 python和c#的区别 c# 时间比天数 c# oracle查询 c# 主动推送 事件 c# java 属性 c# 控制台 窗体 c# 静态类存值 c# 矢量作图 c#窗体调用外部程式

最新文章

基于PYNQ的深度学习模型设计与实现
GPU运算能力对比(详细)
FPGA之FIFO篇
SRAM工作原理
verilog中的fork...join用法

分类专栏

人工智能-神经网络	36篇
机器学习入门必备	7篇
Python使用技巧	28篇
科研工具	17篇
数字电路	6篇

展开

归档

2019年8月	15篇
2019年7月	12篇
2019年6月	2篇
2019年5月	18篇
2019年4月	33篇
2019年3月	28篇
2019年2月	2篇
2019年1月	1篇

展开

最新评论

神经网络的可视化Visualiza...
edward_zcl：[reply]u014281392[/reply] 不好意思，您好，文章开头已经贴了您的链接，那我再...

神经网络的可视化Visualiza...
u014281392：转载，怎么不注明出处

matlab程序加速与优化
edward_zcl：[reply]qq_43684922[/reply] 感觉matlab除了迁移性不强，安装程序较大，其他名...

matlab程序加速与优化
qq_43684922：厉害

Python中动态导入对象impo...
edward_zcl：[reply]weixin_42572656[/reply] 怪我怪我，当时我学这个，为了尽可能把知识点累...

1