

Ising-Modell

Aufgabe 10.1:

(10 Punkte)

Visualisieren Sie das zweidimensionale Ising-Modell, indem Sie im linken Plot-Bereich den Spinzustand eines 50×50 Gitters (mit periodischen Randbedingungen) darstellen und im rechten Plot-Bereich die mittlere Magnetisierung m pro Spin über der dimensionslosen Temperatur τ anzeigen.

- Zeichnen Sie in den rechten Plot-Bereich den analytischen Wert m_∞ als Funktion von τ ein.
- Mittels Mausklick im rechten Plot-Bereich sollen m und τ neu gewählt werden können. Schreiben Sie eine Funktion, die einen Spinzustand mit zufälligen unabhängigen Spins erzeugt, so dass die mittlere Magnetisierung pro Spin ungefähr dem gewählten m entspricht. Stellen Sie den tatsächlichen Wert von m für den erzeugten Spinzustand als Punkt im rechten Plot-Bereich dar und visualisieren Sie den Spinzustand im linken Plot-Bereich.
- Nach Mausklick im linken Plot-Bereich sollen beginnend vom aktuellen Spinzustand 10 Monte-Carlo-Zeitschritte durchgeführt und der jeweilige Spinzustand (links) und das aktuelle m (rechts) dynamisch dargestellt werden. Schreiben Sie hierzu eine Funktion, die einen Monte-Carlo-Schritt ausführt.
Bei erneutem Mausklick soll diese dynamische Darstellung fortgesetzt werden.
- Das Programm soll vor dem ersten Mausklick einen Spinzustand mit $m \approx 0,8$ zeigen und für $\tau = 1,5$ eingestellt sein, so dass der Benutzer bereits mit Mausklick im linken Plot-Bereich die Monte-Carlo-Schritte starten kann.
- Beschreiben Sie im abschließenden Kommentar qualitativ das Verhalten für die Werte $\tau = 1,5$ und $\tau = 3$ und verschiedene Startwerte von m .

Hinweise:

- ❶ Periodische Randbedingungen lassen sich z.B. wie folgt implementieren: für eine $n \times n$ -Matrix ist der rechte Nachbar des Matrixelements `matrix[i, j]` durch den Eintrag `matrix[i, (j+1)%n]` gegeben.
- ❷ Während eines Monte-Carlo-Zeitschritts werden n^2 Gitterpunkte (zufällig gewählt) nach dem Metropolis-Algorithmus auf mögliches Umklappen des Spins getestet.

- ❶ Um zu entscheiden, in welchen der vorhandenen Plotbereiche geklickt wurde, nutzt man z.B. für `plt_bereich1 = plt.subplot(121)` folgende Abfrage:

```
if event.inaxes == plt_bereich1:  
    # Berechnung starten ...
```

- ❷ Visualisieren Sie die Spinmatrix mit `plt.imshow(...)`.
- ❸ Zur dynamischen Darstellung der Spinmatrix verwenden Sie nach einmaligem `spins = plt.imshow(matr_alt, ...)` im Hauptprogramm den Befehl `plt.setp(spins, data=matr_neu)` in der Event-Funktion.
- ❹ In der Event-Funktion ist die Änderung globaler Variablen für Spinzustand und Temperatur notwendig (Deklaration mittels `global matr, tau`), um die Dynamik eines vorher initialisierten Spinzustands durch Mausklick fortsetzen zu können.