

Klausur Computational Physics I

Es sind insgesamt 28 Punkte zu erreichen.

Erwartet wird die Bearbeitung von Aufgaben im Umfang von 21 Punkten.

Dokumentieren Sie Ihre Ergebnisse in schriftlicher Form und reichen Sie ihre Programme ein (bitte gezippt!): bruno.eckhardt@physik.uni-marburg.de

Bearbeitungszeit: 2 h

A1: Finite Differenzen:

Bestimmen Sie numerische Approximationen an $f''(x)$ mit der finiten Differenzenformel

$$f''(x) \approx \frac{f(x+h) - 2f(x) + f(x-h)}{h^2} \quad (1)$$

für die Funktion $f(x) = e^x$ an der Stelle $x = 0$. Starten Sie mit der Schrittweite $h = 1$, halbieren Sie sie in jedem Schritt und bestimmen sie die Schrittweite, die dem exakten Wert am nächsten kommt.

3P

A2: Summe:

Berechnen Sie $S_\infty = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)(n+2)}$ indem Sie endlich viele Terme aufsummieren und den Rest abschätzen. Wie weit müssen Sie gehen, damit der Restterm $< 10^{-5}$ wird? Begründen Sie ihre Abschätzung für den Rest und geben Sie den Wert der Summe an.

4P

A3: Nullstellen:

Das Potential

$$V(x) = -e^{-x^2} + (1 - e^{-3x^2})/x \quad (2)$$

hat ein Maximum im Bereich $x > 0$. Bestimmen Sie die Position des Maximums und den Wert des Potentials an der Stelle.

4P

A4: Trägheitsmoment

Das Trägheitsmoment eines Rotationssymmetrischen Körpers für die Rotation um die x -Achse ist gegeben durch $I = \frac{\pi}{2} \int f^4(x) dx$. Bestimmen Sie es für einen Körper, der durch $f(x) = \cos(x)/(1+x^2)$ über $[0, \pi/2]$ begrenzt wird.

3P

A5: Grenzsicht:

Bestimmen Sie die Lösung der Differentialgleichung $f''' = -(1/2)ff''$ zu den Randwerten $f(0) = f(1) = 0$ und $f'(\infty) = 1$ ist. Hinweis: $0 < f''(0) < 1$.

7P

A6: Eigenzustände:

Gegeben sei der Hamilton-Operator

$$H = -\frac{1}{2} \frac{d^2}{dx^2} - 2 \exp(-x^2) \quad (3)$$

auf $(0, \infty)$ mit der Randbedingung $\psi(0) = 0$. Bestimmen Sie alle gebundenen Zustände (Eigenenergien und Wellenfunktionen).

7P