

Klausur Computational Physics I

Es sind insgesamt 25 Punkte zu erreichen.

Erwartet wird die Bearbeitung von Aufgaben im Umfang von 18 Punkten.

Dokumentieren Sie Ihre Ergebnisse in schriftlicher Form und reichen Sie ihre Programme ein (bitte gezippt!): bruno.eckhardt@physik.uni-marburg.de

Bearbeitungszeit: 2 h

A1: Finite Differenzen:

Bestimmen Sie numerische Approximationen an $f''(x)$ mit der finiten Differenzenformel

$$f''(x) \approx \frac{f(x+h) - 2f(x) + f(x-h)}{h^2} \quad (1)$$

für die Funktion $f(x) = e^x$ an der Stelle $x = 0$. Starten Sie mit der Schrittweite $h = 1$, halbieren Sie sie in jedem Schritt und bestimmen sie die Schrittweite, die dem exakten Wert am nächsten kommt.

3P

A2: Summe:

Berechnen Sie $S_\infty = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)(n+2)}$ indem Sie endlich viele Terme aufsummieren und den Rest abschätzen. Wie weit müssen Sie gehen, damit der Restterm $< 10^{-5}$ wird? Begründen Sie ihre Abschätzung für den Rest und geben Sie den Wert der Summe an.

4P

A3: Nullstellen:

Die Nullstellen der Funktion

$$f(x) = \left(\frac{3}{x^2} - 1\right) \frac{\sin x}{x} - \frac{3 \cos x}{x^2}. \quad (2)$$

definieren die Wellenzahlen für die Eigenmoden eines Teilchens in einem Kasten mit Drehimpuls $\ell = 2$. Bestimmen Sie die ersten drei Nullstellen und geben Sie mindestens 5 signifikante Stellen an.

3P

A4: Trägheitsmoment

Das Trägheitsmoment eines Rotationssymmetrischen Körpers für die Rotation um die x -Achse ist gegeben durch $I = \frac{\pi}{2} \int f^4(x) dx$. Bestimmen Sie es für einen Körper, der durch $f(x) = \cos(x)/(1+x^2)$ über $[0, \pi/2]$ begrenzt wird.

3P

A5: Bewegungsgleichung:

Lösen Sie die Bewegungsgleichungen $\ddot{x} = -x^3$ mit den Anfangsbedingungen $x(0) = 1, \dot{x}(0) = 0$ bis zur Zeit $T = 2\pi$. Geben Sie die Endwerte $x(T)$ und $\dot{x}(T)$ und die Energie zu Anfang und zu Ende an.

5P

A6: Eigenzustände:

Gegeben sei das Potential $V(x) = -10/(1+x^2)$. Bestimmen Sie die vier tieflegendsten gebundenen Zustände (Eigenenergien und Wellenfunktionen).

7P