

# Résumé de LMECA1210 - DAM

compilation du 27 février 2023

Edouard Massart, Julien Monfils, **Ajoutez vos noms si vous participez**

Juin 2023

# Table des matières

<b>1</b>	<b>Introduction</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Cinématique</b>	<b>4</b>
2.1	Théorème d'Euler . . . . .	4
2.1.1	Énoncé du théorème . . . . .	4
2.1.2	Démonstration . . . . .	4
2.2	Théorème de Chasles . . . . .	4
2.2.1	Énoncé du théorème . . . . .	4
2.3	Notions de glissement et de roulement . . . . .	5
2.3.1	Point matériel et point géométrique . . . . .	5
2.4	Calcul du glissement et du roulement . . . . .	5
2.4.1	Le glissement . . . . .	5
2.4.2	Calculs du glissement, roulement et pivotement en pratique . . . . .	6
2.5	Mouvement général d'un solide . . . . .	7
<b>3</b>	<b>Dessin technique</b>	<b>8</b>
3.1	Conventions principales . . . . .	8
3.1.1	Solides de révolution . . . . .	8
3.1.2	Représentation des arêtes . . . . .	8
3.1.3	Perçage de trous . . . . .	9

## Préface

Bonjour à toi !

Cette synthèse recueille toutes les informations importantes données au cours, pendant les séances de tp et est améliorée grâce aux notes du Syllabus. Elle ne remplace pas le cours donc écoutez bien les conseils et potentielles astuces que les professeurs peuvent vous donner. Notre synthèse est plus une aide, qui on l'espère vous sera à toutes et tous utile.

Elle a été réalisée par toutes les personnes que tu vois mentionnées. Si jamais cette synthèse a une faute, manque de précision, typo ou n'est pas à jour par rapport à la matière actuelle ou bien que tu veux simplement contribuer en y apportant ta connaissance, rien de plus simple ! Améliore-la en te rendant [ici](#) où tu trouveras toutes les infos pour mettre ce document à jour. (*en plus tu auras ton nom en gros ici et sur la page du github*)

Nous espérons que cette synthèse te sera utile d'une quelconque manière ! Bonne lecture et bonne étude.

# Chapitre 1

## Introduction

## Chapitre 2

# Cinématique

### 2.1 Théorème d'Euler

#### 2.1.1 Énoncé du théorème

*Tout déplacement d'un corps ayant un point fixe est une rotation autour d'un axe — fixe — passant par ce point.*<sup>1</sup>

#### 2.1.2 Démonstration

Afin de monter cela, on va considérer une base inertielle  $\left[\hat{\mathbf{I}}\right]$ , ainsi que  $[\hat{\mathbf{x}}]$ , une seconde base intertielle telle que  $[\hat{\mathbf{x}}] = \mathbf{A} \left[\hat{\mathbf{I}}\right]$ . Où  $A$  est une matrice de rotation

On va montrer qu'il existe un vecteur  $\hat{\mathbf{e}}$  possédant les mêmes composantes dans les deux repères. C'est à dire

$$\begin{aligned}\hat{\mathbf{e}} &= A\hat{\mathbf{e}} \\ (A - I)\hat{\mathbf{e}} &= 0\end{aligned}$$

C'est un problème aux valeurs propres. Il nous faut alors montrer que la matrice  $A$  possède une valeur propre  $\lambda = 1$  avec pour vecteur propre  $\hat{\mathbf{e}}$ .

Comme  $A$  est une matrice de rotation, on sait que

—  $\det(A) = \lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 = 1$

—  $A = A^T \Rightarrow A^{-1}v_i = A^T v_i = (\lambda_i)^{-1}v_i$

— Les valeurs propres de  $A^T$  sont les mêmes que celles de  $A$

On en déduit que si  $\lambda'$  est une valeur propre de  $A$ , alors  $(\lambda')^{-1}$  l'est également.

$$\det(A) = \lambda'(\lambda')^{-1}\lambda_* = \boxed{\lambda_* = 1}$$

### 2.2 Théorème de Chasles

#### 2.2.1 Énoncé du théorème

Ci-dessous vous trouvez le théorème de Chasles. Cependant, il nécessite deux notions intuitives à comprendre avant de pouvoir le démontrer :

---

1. Source : Syllabus, page 8

- La rotation successive autour de deux axes  $a_i$  parallèles peut s'apparenter à une rotation autour d'un axe  $a$  parallèles aux axes  $a_i$ .
- Deux rotations successives d'angle  $\alpha$  et  $-\alpha$  suivant des axes parallèles est en fait une translation! En effet, en utilisant le principe énoncé plus haut, les deux rotations peuvent s'approximer par une rotation avec le centre  $a$  rejeté à l'infini ce qui nous donne un cercle de rayon infini. Un arc de cercle très petit est approximé par un segment de droite ce qui nous donne bien une translation!

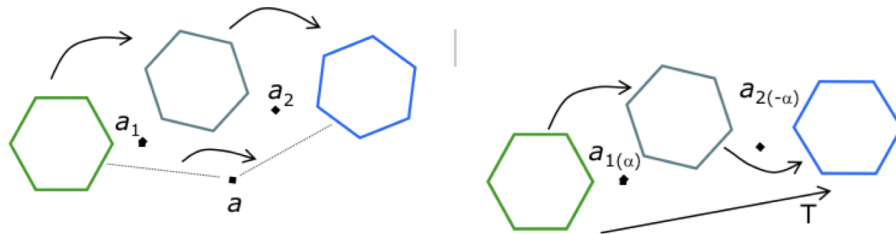


FIGURE 2.1 – Illustration du premier principe de Chasles

Nous pouvons donc grâce à ces deux principes énoncer le théorème de Chasles :

*"Un déplacement fini quelconque d'un solide peut être représenté par la combinaison d'une translation et d'une rotation. Le mouvement ainsi est donc dit d'hélicoïdal."*

## 2.3 Notions de glissement et de roulement

### 2.3.1 Point matériel et point géométrique

On distingue deux types de point :

- Le point matériel, il est fixé sur un solide
- Le point géométrique, il n'est pas fixé et peut évoluer sur le solide au cours du temps

## 2.4 Calcul du glissement et du roulement

### 2.4.1 Le glissement

Attention, il faut faire la distinction entre glissement et frottement.

- Le glissement : Vitesse relative (m/s) entre deux corps
- Le frottement : Force (N) qui résulte du contact entre deux corps

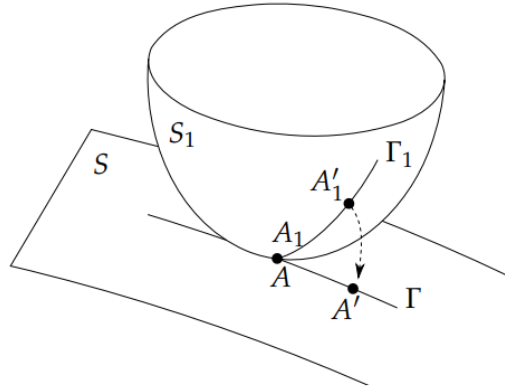


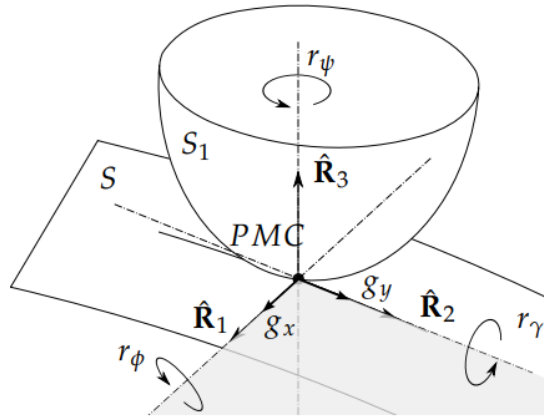
FIGURE 2.2 – bottom text

Pour comprendre ce qu'est le glissement, il faut imaginer deux courbes :

- $\Gamma$ , la courbe composée de l'ensemble des points de contacts sur la surface immobile
- $\Gamma_1$ , la courbe composée de l'ensemble des points de contacts sur le solide étudié.

On définira la vitesse de glissement  $v_g$  comme la différence entre les vitesses de circulation des points de contact sur la courbe  $\Gamma$  et  $\Gamma_1$ . En bref, c'est la vitesse relative entre la surface des deux solides en leur point de contact.

#### 2.4.2 Calculs du glissement, roulement et pivotement en pratique



Pour calculer les glissements ( $m/s$ ), il faut connaître la vitesse du PMC (point matériel de contact). Ensuite, il suffit de projeter cette vitesse dans le plan de contact.

$$g_x = \vec{v}_{PMC} \cdot \hat{R}_1$$

$$g_y = \vec{v}_{PMC} \cdot \hat{R}_2$$

On trouve également les roulements ( $rad/s$ ) avec les relations suivantes :

$$r_\phi = \vec{\omega}_{PMC} \cdot \hat{R}_1$$

$$r_\gamma = \vec{\omega}_{PMC} \cdot \hat{R}_2$$

$$r_\psi = \vec{\omega}_{PMC} \cdot \hat{R}_3$$

## 2.5 Mouvement général d'un solide

Je n'ai pas compris cette section donc je vous laisse l'écrire :-)

Je pense qu'il manque aussi la section sur les mouvements hélicoïdaux

On a vu qu'un déplacement quelconque d'un solide peut être décomposé en

- Une translation
- Une rotation parallèle à l'axe de translation.

C'est ce que l'on a appelé un déplacement hélicoïdale.

On va donc définir deux surfaces réglées :

- **L'axoïde fixe** : L'ensemble des droites *de l'espace* qui coïncident avec les axes hélicoïdaux.
- **L'axoïde mobile** : L'ensemble des droites *du solide* qui se superposent aux axes hélicoïdaux successifs.



# Chapitre 3

## Dessin technique

### 3.1 Conventions principales

Préciser la convention ISO des faces ? (page 29 Ricordeau)

Toutes les images suivantes sont issues des animations flashs données sur moodle.

#### 3.1.1 Solides de révolution

Lorsque l'on dessine une **forme de révolution**, il faut indiquer l'axe de révolution par un **trait mixte**

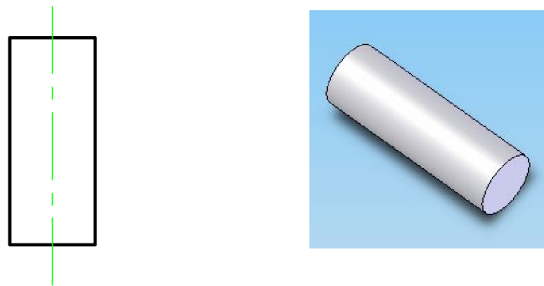


FIGURE 3.1 – Utilisation de l'axe mixte dans la représentation d'un cylindre. Aucune autre vue n'est nécessaire.

#### 3.1.2 Représentation des arêtes

Dans un plan, il faut représenter **toutes** les arêtes visibles dans cette vue.

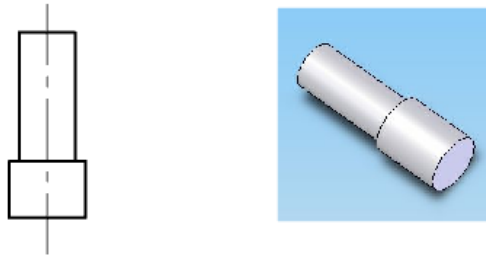


FIGURE 3.2 – Représentation d'un cylindre à section variable. Il ne faut pas oublier l'arête faisant la délimitation entre les deux "parties"

Si l'on décide d'ajouter un plat au cylindre comme suit, on doit alors

1. Ajouter les nouvelles arêtes visibles sur le dessin
2. Ajouter une seconde vue. En effet, l'unique vue précédente ne permet pas d'indiquer la "profondeur du plat".

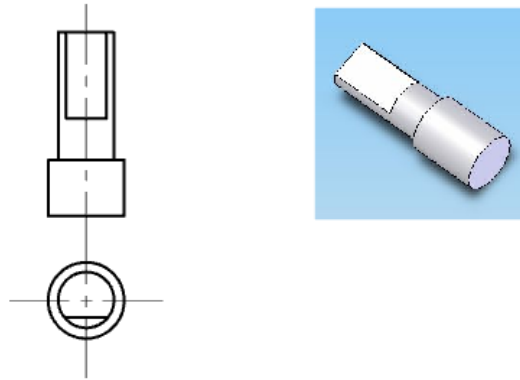


FIGURE 3.3 – Ajout d'un plat au solide précédent

### 3.1.3 Perçage de trous

Si l'on souhaite percer un trou dans le plat du cylindre dessiné dans la figure 3.3, il suffit d'ajouter sur la vue de face, un **cercle** ainsi que **son trait d'axe**. Sans information supplémentaires, on considérera que le trou est traversant.

Il est également possible d'ajouter sur la vue du dessus la profondeur du trou. Cela doit se faire en trait discontinu car les arêtes sont cachées.

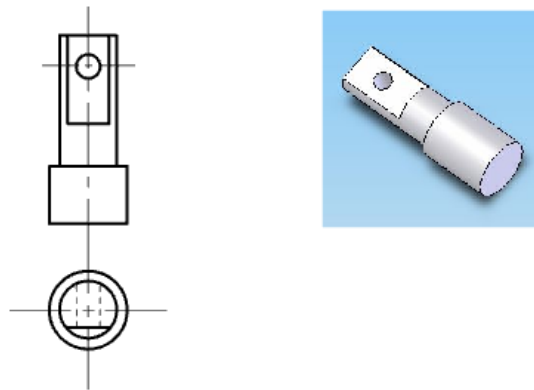


FIGURE 3.4 – Ajout d'un trou dans le solide.

Pour représenter un trou borgne, il faut alors rajouter les arêtes cachées dans la vue principale. Un trou est percé avec un foret. Le bout d'un foret est pointu. Il ne faut donc pas oublier de rajouter la pointe dans le trou.

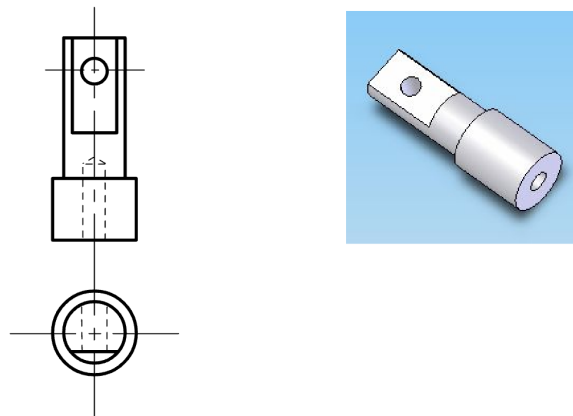


FIGURE 3.5 – Perçage d'un trou borgne avec un foret