

Résumé de LINFO1104

compilation du $1^{\rm er}$ mars 2023

Thomas Debelle

Table des matières

1	Intr	roducti	on	3		
	1.1	Les Pa	aradigmes	3		
2	Les différents Paradigmes					
	2.1	Functi	onal Programming	4		
	2.2		ls pour la syntaxe d'Oz	5		
3	Programmation symbolique 6					
	3.1	Listes		6		
		3.1.1	Définition formelle	6		
	3.2	Patter	n matching	6		
	3.3	Introd	uction au langage Kernel	7		
	3.4		bres	7		
		3.4.1	Ordered Binary tree	7		
	3.5	Tuples	et Records	8		
		3.5.1	Tuples	8		
		3.5.2	Similitude Tuples et liste	8		
		3.5.3	Les Records	9		
		3.5.4	Résumé	9		
	3.6	Séman	tique Formelle	9		
		3.6.1	Les environnements	9		
		3.6.2	Sémantique	10		
		3.6.3	Sémantique opérationnelle	10		
		3.6.4	Résumé	14		
	3.7	0.0	l procédure sémantique	14		
	J.,	P -	1 1			
4	\mathbf{Pro}	gramn	nation d'ordre supérieur	15		

Préface

Bonjour à toi!

Cette synthèse recueille toutes les informations importantes données au cours, pendant les séances de tp et est amélioré grâce au note du Syllabus. Elle ne remplace pas le cours donc écoutez bien les conseils et potentielles astuces que les professeurs peuvent vous donner. Notre synthèse est plus une aide qui on l'espère vous sera à toutes et tous utiles.

Elle a été réalisée par toutes les personnes que tu vois mentionné. Si jamais cette synthèse a une faute, manque de précision, typo ou n'est pas à jour par rapport à la matière actuelle ou bien que tu veux simplement contribuer en y apportant ta connaissance? Rien de plus simple! Améliore la en te rendant ici où tu trouveras toutes les infos pour mettre ce document à jour. (en plus tu auras ton nom en gros ici et sur la page du github)

Nous espérons que cette synthèse te sera utile d'une quelconque manière! Bonne lecture et bonne étude.

Introduction

1.1 Les Paradigmes

Une paradigme, est une façon d'approcher et apporter une solution à un problème. De ce fait, chaque langage de programmation utilise 1 voir 2 paradigmes. Ce cours couvrat 5 paradigmes cruciaux qui sont :

- 1. "Functionnal Programming"
- 2. "Object Oriented Programming"
- 3. "Functional DataFlow Programming"
- 4. "Actor DataFlow Programming or Multi-Agent"
- 5. "Active Objects"

Et pour découvrir ces paradigmes, nous utiliserons les langages de programmations "Oz" qui est un langage de recherche multi paradigme ainsi que "Erlang".

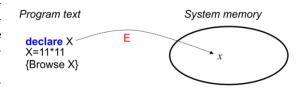
Les différents Paradigmes

Comme mentionner plus haut, on rencontrera 5 paradigmes dont voici le premier.

2.1 Functional Programming

Avec ce paradigme, on impose qu'une variable peut être nommé qu'une seule fois! Donc : X = 10 mais on ne peut pas plus loin dire X = 9. X est déjà attribué. On peut penser que cela risque d'être handicapant alors qu'en réalité, cela rend notre code plus simple à débugger. De plus, nombreux sont les langages et microservices utilisés qui implémentent la programmation fonctionnelle. Formellement, quand on déclare une variable et qu'on l'assigne à une valeur ceci se passe.

Une chose importante à noter est que cette façon de programmer peut être réalisé dans n'importe quel langage de programmation. On peut également redéclarer un identificateur. C'est-à-dire écrire "X=42" et plus loin en ayant redéclarer une variable "X=11" car ces deux déclarations pointent à deux éléments totalement différents dans la mémoire.



Un "Scope" ou portée est une propriété centrale en programmation. En effet, c'est le scope qui nous permet d'avoir différente valeur pour des variables qui ont le même nom. Naturellement, elle ne représente pas la même chose

FIGURE 2.1 – Déclaration d'une variable

car elle diffère de leur scope. On peut déterminer le scope d'une variable sans même exécuter le code. Il nous suffit d'analyser le code qui comprend un "lexical scoping" ou un "static scoping".

FIGURE 2.2 – Exemple de code avec des scope différents

2.2 Conseils pour la syntaxe d'Oz

Programmation symbolique

3.1 Listes

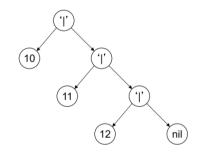
On dit d'une liste est **récursive** si elle se définit par elle-même. C'est-à-dire elle fait appel à elle-même. On utilise la récursion pour les calculs et pour stocker des données. Une liste est soit vide ou soit une pair d'une valeur suivi par une autre liste. En **OZ** les variables, procédures et fonctions **doivent** commencer par une majuscule!

3.1.1 Définition formelle

En utilisant la notation **Extended Backus-Naur Form** ou EBNF pour les intimes, on écrit une liste comme : <List T>:= nil |T'|'<List T>. Une chose importante à noter est le deuxième "ou" qui s'écrit comme '|' signifiant qu'il n'appartient pas à la définition de List T mais plutôt à l'ensemble T'|' <List T>. Si on lit ceci, on dirait "Une list d'élément représentant T correspond à un élément vide ou un élément représentant T suivi d'une autre Liste d'élément T.

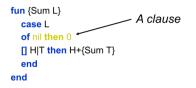
Donc une List d'entier se définit comme : <List <Int> >. Une chose importante à remarquer est que j'ai utiliser le mot "représentation" en effet <Int> n'est pas un entier mais une représentation d'entier.

Pour définir une liste en Oz, on utilise soit la notation $[1\ 2\ 3]$ ou $1\ |\ 2\ |\ 3\ |$ nil. C'est 2 déclarations reviennent à la même chose en mémoire. Une utilité des listes est leur facilité à être représenté sous forme d'arbre comme montré ci-contre.



En Oz, la head est accessible via list.1 et la tail est obtenu via list.2.

3.2 Pattern matching



Grâce à cette représentation en arbre, il est plutôt aisé de voir si une liste est bien une liste ou si elle respecte une certaine structure définit par nos soins.

Ci-contre, on voit une fonction classique en Oz qui analyse une liste et détermine si elle est d'une structure correcte. Le [] correspond au case où l'élément L est une liste avec une Head et une Tail. On appelle cela une Clause et H|T

3.3 Introduction au langage Kernel

Le langage Kernel est la première partie de la sémantique formelle d'un langage de programmation. Une règle importante est que tout programme écrit en programmation fonctionelle *peut être traduit en langage kernel*. Les grands principes du langage Kernel sont :

- Tous les résultats intermédiaires de calculs sont visibles.
- Toutes les fonctions deviennent des *procédures* avec un argument en plus. Cet argument donne le résultat de la fonction.
- Les fonctions dans une fonction sont sortis de leur fonction et on leur donne un nouvel identificateur.

Les résultats de la traduction : Les programmes Kernel sont plus longs mais on voit facilement comment un programme s'exécute et on voit si il est tail-recursive

3.4 Les arbres

Les arbres sont des structures de données extrêmement utiles et utilisées. On peut y stocker des données spécifiques, faire des calculs, ... Les arbres illustrent bien la programmation orienté but. Par le standard EBNF, on définit un arbre comme suit : <tree T> : = leaf | t(T < tree T> ... < tree T>). Donc un arbre est une feuille ou leaf qui est suivie par un ensemble de sous-arbres. Les arbres sont forts similaires au liste si ce n'est que les listes n'ont qu'une sous-listes alors qu'un arbre peut avoir plusieurs sous-arbres.

3.4.1 Ordered Binary tree

Un arbre de ce type à 2 particularités :

- Binary : toutes les éléments hors les feuilles possèdes 2 sous-arbres.
- Ordered : pour chaque arbre, la clé à gauche est plus petite que la clé de l'arbre et la clé à droite est plus grande.

Ce type d'arbre est très utile pour par exemple effectuer des recherches binaires et permet de facilement et rapidement trouver des données.

Lookup K T

Nous permet de trouver une valeur. Ce programme est plutôt simple et il nous suffit de regarder la clé de l'arbre où on est. Puis on compare avec notre recherche, si on est plus grand, on va à droite sinon à gauche. On répète le processus jusqu'à trouver la clé.

Lookup est très efficace car il s'exécute en log_2n , le pire cas est si l'arbre n'est pas équilibré et il ressemble à une liste. Mais en général, en ayant un nombre suffisant de données, il est très rare d'avoir un arbre non équilibré.

Insert K W T

Il existe 4 possibilités.

- 1. remplace une feuille.
- 2. on remplace un noeud.
- 3. on remplace un sous-arbre à gauche.
- 4. on remplace un sous-arbre à droite.

Le premier cas est le plus simple car on créé simplement un nouvel sous-arbre avec 2 feuilles. Si on remplace un noeud, on change la clé et la valeur du noeud. Pour remplacer un sous-arbre, on garde les mêmes clés et valeur de Y pour le noeud mais on change le sous-arbre à gauche ou à droite en fonction.

Delete K T

Celle-ci est plus compliqué, on a 4 possibilités

- 1. La valeur qu'on veut supprimer n'existe pas
- 2. On supprime une feuille.
- 3. on supprime un sous-arbre à gauche.
- 4. on supprime un sous-arbre à droite.

Voici.

3.5 Tuples et Records

3.5.1 Tuples

Un tuple est une manière de stocker des données de différents tuples, l'ordre est important dans un tuple. On doit également donné un nom, un label.

```
X = state(1 b 2)

\{Browse \{Label X\}\}

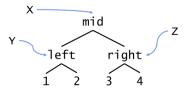
\{Browse \{Width X\}\}
```

La première ligne défini un tuple ayant pour *label* "state". La seconde ligne imprime le label du tuple. La dernière affiche sa taille. (c'est donc un entier toujours positif ou 0)

Les champs dans les tuples sont numérotés de 1 à width X. On appelle aussi le champ (field) une "feature". Un tuple possède toutes ces features de manière consécutives.

On peut donc ainsi construire des structures de données plus compliqués comme des arbres :

```
\begin{array}{l} \text{declare} \\ Y = \text{left} (1 \ 2) \ Z = \text{right} (3 \ 4) \\ X = \text{mid} (Y \ Z) \end{array}
```



Comparaison

Il est très simple de comparer des tuples via "==", il ne faut simplement comparer leur value à chaque champ. Attention au *loop* causé par les approches naïves.

3.5.2 Similitude Tuples et liste

En effet, une liste qui n'est autre que "H|T" peut facilement être traduit en tuple '|' (H T). Quand on peut déterminer un même élément via différentes manières, on appelle ça du *sucre syntaxique*. Dans le *kernel*, on fait au plus simple donc que des tuples.

3.5.3 Les Records

Les "records" sont une **généralisation** des tuples. La différence avec les tuples est que le field peut être n'importe quel valeur et ne doit pas être consécutif. Donc ceci est un record correct :

```
X = state(a:1 2:a b:2)

Y = inv(3:a 2:b 1:c)
```

Donc la position d'une valeur et son *field* n'importe plus et on peut déclarer dans le sens qu'on veut. Si on ne nomme pas un *field* dans un *record*, Oz va attribuer un nombre commençant à 1 et qui n'est pas utilisé par un autre champ.

3.5.4 Résumé

- Un atom est un record de width 0.
- Un tuple est un record avec des champs étant numéroté de manière consécutive de 1 à width X. (consécutive, donc on skip pas. pas forcément dans l'ordre dans la déclaration)
- Une liste est réalisé avec des tuples et des (X Y)
- 1 seule structure de donné dans le kernel pour rester simple.

3.6 Sémantique Formelle

3.6.1 Les environnements

Un environnement est une fonction qui passe des identifieurs aux variables en mémoire autrement dit : $E_1 = X \to x, Y \to y$)

Environnement contextuel

Un environnement contextuel d'une fonction contiens tous les identificateurs qui sont usés dans la fonction mais déclaré en dehors. Donc ce sont des fonctions qui lorsqu'on appelle une variable va pointer en dehors du scope de la fonction.

Stocker une Procédure

Les procédures sont stocker dans la mémoire sous le forme de procédure anonyme symboliser par le "\$".

Notre "proc Q" sera stocker comme : "q = (proc{\$}{P} end, ${P \to p}$)". On lit donc, la procédure anonyme (\$), fais un appel à P ({P}) et fini (end), son environnement contextuel fait que lorsqu'on appelle "P" on va récupérer la valeur "p" en mémoire (${P \to p}$). Donc on voit que l'environnement contextuel est stocker avec le code de procédure.

On appelle également la valeur d'une procédure une "closure" ou une "lexically scoped closure" car elle ferme les identificateurs libres quand défini.

Donc l'avantage d'un environnement contextuel nous permet d'être sûr qu'on appellera la bonne valeur même si elle est déclaré en dehors de la fonction.

Un identificateur libre est un identificateur utilisé dans une fonction qui est déclaré en dehors de la fonction.

Les arguments d'une procédure **ne sont pas** des identificateurs libres car l'argument défini l'identificateur.

3.6.2 Sémantique

Il est important de comprendre le fonctionnement même d'un programme car si on ne comprend pas comme celui-ci fonctionne, il nous domine. If you do not understand something, then you do not master it - it masters you!

Définition

La sémantique d'un langage de programmation est une explication précise de comment un programme s'exécute. Nous verrons la sémantique pour tous les paradigmes. Il en existe 4 types :

- 1. Sémantique opérationnelle : explique un programme sur base d'exécution sur un PC simplifié appelé la machine abstraite. → Fonctionne pour tous les paradigmes.
- 2. Sémantique axiomatique : explique un programme sur base d'implication. C'est-à-dire que certaines propriétés présent avant l'exécution, et d'autres seront présentes après. → très utilisé pour la programmation orienté objet comme Java.
- 3. Sémantique de notation : explique un programme comme une fonction sur un domaine abstrait. Donc simplifie l'analyse mathématique d'un programme. (utilisé dans Haskell et Scheme)
- 4. Sémantique logique : explique un programme comme étant un modèle logique basé sur des axiomes logiques. Le résultat est une propriété correcte dérivé des axiomes. (cela est implémenté par exemple dans Prologue ou dans la programmation sous contrainte)

3.6.3 Sémantique opérationnelle

Ce type de sémantique à 2 parties majeures :

- Langage Kernel: traduit le programme en langage Kernel.
- Machine abstraite : puis exécute le programme sur la machine abstraite.

1. Langage Kernel complet

Pour définir correctement une sémantique, il faut tout d'abord s'intéresser à son langage Kernel complet. On peut également prouver qu'un programme est correct en analysant son kernel. Par exemple, prenons ce code kernel :

donc "<s>" contient le programme exécuté, "<v>" est une structure de donné contenant différent type de structure de donné qui sont définis juste en dessous.

2. La machine abstraite

Voici ci-dessous comment s'exécute un programme initialement.

```
local X in
local B in
B=true
if B then X=1 else skip end
end

([(local X in
local B in
B=true
if B then X=1 else skip end
end, {})],
empty environment
empty memory

([(local X in
local B in
B=true
if B then X=1 else skip end
end
end
end
empty memory
```

FIGURE 3.1 – à gauche : programme écrit en Oz à droite : état initiale d'exécution

Au début, l'environnement et la mémoire sont vides. L'état d'exécution est écrit typiquement comme :

```
([(< s >, E)], sigma)
```

Sur la machine abstraite, on va d'instructions en instructions. C'est-à-dire on descend petit à petit. donc on a pour la suite :

FIGURE 3.2 – à gauche : on descend de 1 cran à droite : on descend encore de 1 cran

On voit que au fur et à mesure qu'on descend, la pile de mémoire et d'environnement s'agrandit. Ensuite on va séparer la composition séquentielle comme suit :

```
([(B=true, {B \rightarrow b, X \rightarrow x}),

(if B then X=1 ([(if B then X=1 else skip end, {B \rightarrow b, X \rightarrow x})],

{b,x}) (b=true, x})
```

FIGURE 3.3 – à gauche : on sépare en deux à droite : on attribue à b la valeur définit à gauche

Une nouvelle instruction va s'ajouter à cause du "then" de notre condition :

```
([(X=1,{B \rightarrow b, X \rightarrow x})], ([],
{b=true, x}) {b=true, x=1})
```

FIGURE 3.4 – à gauche : la nouvelle instruction à droite : les instructions sont vides, c'est fini

3. Définir la machine abstraite

- Pour chaque instructions dans le langage Kernel, on associe sa règle dans la machine abstraite
- Chaque instructions prends un état d'exécution en entrée et sort un état d'exécution en sortie $\to (ST, \sigma)$.

L'instruction la plus simple est "skip" car il fonctionne comme ($[(skip, E), S_2, ..., S_n], \sigma$) et renvoie ($[S_2, S_n], \sigma$)

Instructions	entrée	sortie
skip	1	2
$(< s >_1 < s >_2)$	$([(S_aS_b), S_2,, S_n], \sigma)$	$([S_a, S_b, S_2,, S_n], \sigma)$
local in < x > in < s > end	([(local < x > in < s > end, E)]	$([(< s >, E + \{< x > \to x\})]$
	$,S_2,,S_n],\sigma)$	$,S_2,,S_n],\sigma)$

Il y a également d'autres types d'instructions dont on détaillera pas le langage en machine abstraite :

- <x>=<v> (crée et assigne une valuer) : quand <v> est une procédure, on **doit** crée un environnement contextuel.
- if $\langle x \rangle$ then $\langle s \rangle$ 1 else $\langle s \rangle$ 2 end (condition) : si $\langle x \rangle$ n'est pas attribué, l'instruction va attendre ("block") jusqu'à ce que $\langle x \rangle$ soit attribuer à une valeur.
- case <x> of <p> then <math><s>1 else <s>2 end : Le system de "case" se construit en combinant des structures de données Kernel.
- $\{\langle x \rangle \langle y \rangle 1 \dots \langle y \rangle n\}$: ceci est la base de l'abstraction de donnée

Par ailleurs, voici d'autres concepts de machine abstraite :

- Single-assignment memory $s = \{x1 = 10, x2, x3 = 20\}$: Définition d'une variable et la valeur associée.
- Environnement $E = \{X \to x, Y \to y\}$: Lien entre un identificateur et son lien dans la mémoire
- Instruction sémantique $(\langle s \rangle, E)$: Une instruction avec son environnement.
- Stack Sémantique $ST = [(\langle s \rangle_1, E_1), ..., (\langle s \rangle_n, E_n)]$: Un stack d'instructions sémantiques.
- État d'exécution (ST, σ) : Une paire d'un stack sémantique et sa mémoire.
- Execution $(ST_1, s_1) \to (ST_2, s_2) \to (ST_3, s_3) \to \dots$: Une séquence d'état d'exécution.

4. Programme correcte

grâce à la sémantique, on sait prouver qu'un programme est correct. On dit qu'un programme produit une solution correcte, on l'appelle une sp'ecification et on voit qu'un programme est correct via la s'emantique.

Donc on prouve qu'un programme satisfait la $sp\'{e}cification$ quand on utilise une certaine $s\'{e}mantique$. La s\'{e}mantique lie le programme à un r\'{e}sultat mathématique appelé $sp\'{e}cification$.

Donc on lie une vérité mathématique à un programme. Et on prouve cela via ces différentes étaps : (exemple avec une factorielle)

- 1. On commence avec la spécification du programme.
- 2. Notre programme est récursif donc on va utiliser une preuve mathématique par induction.
- 3. On doit prouver le cas de base et le cas général.
- 4. On utilise la sémantique pour prouver la véracité de notre programme.

5. Procédures

Les procédures sont la base de toutes abstractions de données.

Il y a deux choses importantes dans une procédure : sa définition et son appel.

Définition : on crée l'environnement *contextuel*. Puis, on stocke le code de la procédure et son environnement.

Appel : on crée un nouvel environnement combinant l'environnement *contextuel* de la procédure et les variables *formelles*. Ensuite, le tout est exécuté.

Ici, le seul identificateur *libre* est **Z** qui est donc déclaré en dehors de la *procédure*. Donc à l'exécution de **P**, **Z** est connu donc **Z** fait partie de l'environnement contextuel de la *procédure*.

end

Ici, à la ligne de la création de la procédure P, son environnement contextuel est $E_c = \{Z \to z\}$. Au moment de l'exécution de P avec les valeurs A et B, on va donc ajouter un environnement qui de la sorte : $E_P = \{Y \to b, X \to a, Z \to z\}$ Donc en langage sémantique, la définition d'une procédure ressemble à cela :

- Instruction sémantique : $(\langle x \rangle = proc\{\$ \langle x \rangle_1, ..., \langle x \rangle_n\} \langle s \rangle \text{ end}, E)$
 - Arguments formels $: \langle x \rangle_1, ..., \langle x \rangle_n$
 - Identificateurs libres de <
s> : < $z>_1,...,< z>_k$
 - Environnement contextuel : $E_C = E_{|\langle z \rangle_1, \dots, n \langle z \rangle_k}$ (que les identificateurs libres)
- Cela crée une liaison en mémoire de la forme : $x(proc\{\$ < x >_1, ..., < x >_n\} < s >, end, E_C)$ Maintenant, voyons pour un appel sémantique :
 - Instruction sémantique : $(\{\langle x \rangle \langle y \rangle_1 ... \langle y \rangle_n\}, E)$
 - Si la condition est false donc $E(\langle x \rangle)$ n'est pas lié.
 - Si $E(\langle x \rangle)$ n'est **pas** une procédure, on a une erreur de condition.
 - Si $E(\langle x \rangle)$ est une procédure mais avec le mauvais nombre d'argument, on a aussi une erreur de condition.

Une chose primordiale à comprendre est comment sont stocké les instructions. Elles sont stocké sur une **pile** (stack). Donc on a l'instruction sémantique sur le stack : $(\{\langle x \rangle \langle y \rangle_1...\langle y \rangle_n\}, E)$ avec la définition de procédure dans la $m\acute{e}moire$ comme cela : $E(\langle x \rangle) = proc\{\{\langle x \rangle_1,...,\langle z \rangle_n\}\langle s \rangle$ end, E_c) Ensuite, on met ces instructions sur la pile $(\langle s \rangle, E_C + \{\langle z \rangle_1 \to E(\langle y \rangle_1),...,\langle z \rangle_n \to E(\langle y \rangle_n)\})$

La machine abstraite fait 2 choses:

- 1. Adjonction : $E_2 = E_1 + \{X \to y\}$ Donc ajoute une paire (identificateur \to variable) à l'environnement. Ré-écrit par dessus E_1 si existe déjà. Utile pour local < x > in < s > end.
- 2. restriction: $E_C = E_{|\{X,Y,Z\}}$ Donc limite les *identificateurs* dans un environnement. On a besoin de cela pour calculer l'environnement *contextuel*.

Une adjonction :

```
\begin{array}{c} \text{local X in} \\ \text{(E1) X=1} \\ \text{local X in} \\ \text{(E2) X=2} \\ \text{\{Browse X\}} \\ \text{end} \\ \text{end} \\ \text{E1 = \{Browse } \rightarrow \text{b, X} \rightarrow \text{x}\} \\ \text{E2 = E1 } + \text{\{X} \rightarrow \text{y}\} = \text{\{Browse } \rightarrow \text{b, X} \rightarrow \text{y}\} \end{array}
```

Une restriction:

3.6.4 Résumé

Définir la sémantique permet de relier les programmes au mathématique. On donne des instructions sémantique au kernel pour qu'il sache comment exécuter dans la machine abstraite. La sémantique nous permet de prouver qu'un programme est correct.

La sémantique est au cœur de la programmation. Une nouvelle librairie est comme si on ajoutait des instructions au programme donc on augmente sa sémantique.

Quand on écrit un programme, il faut comprendre la sémantique (l'utilisateur n'a pas besoin de savoir). La sémantique doit être simple et complète.

On peut voir la sémantique comme le langage de programmation ultime.

Il ne faut pas oublier que les pc sont baser sur les mathématiques discrètes.

3.7 Rappel procédure sémantique

Tout d'abord, en programmation nous avons différentes étapes qui reposent chacun sur les précédentes. Fermeture \rightarrow Programmation d'ordre supérieur \rightarrow Abstraction des données \rightarrow Technologie de l'information.

Rappel sur l'exécution d'un programme :

Programmation d'ordre supérieur

Ce concept découle directement du concept d'environnement contextuel. Dans un procédure ou fonction (les mêmes pour un langage kernel) peuvent prendre des valeurs ou des fonctions en arguments.

Définition

- Une fonction est dit de premier ordre si elle ne prend et ne ressort aucune fonction.
- Une fonction est N+1 si son entrée et sortie contiennent N arguments.

Nomenclature des différentes fonctions :

- Une génératrice est le fait de prendre une fonction en entrée d'une fonction.
- Une instantiation est le fait de retourner une fonction en sortie d'une fonction.
- Une composition de fonctions est le fait de prendre 2 fonctions en entrée et on retourne leur composition.

Utilisation

Via la programmation d'ordre supérieure, on peut caché un accumulateur. On dit qu'on fait une $abstraction\ d'accumulateur.$

Une fonction type est la fonction FoldL (reduce). En effet, la fonction FoldL fait :

```
\begin{array}{c} \text{declare} \\ \text{fun } \{\text{FoldL L F U}\} \\ & \text{case L} \\ & \text{of nil then U} \\ & [] \ \ \text{H}|\text{T then } \{\text{FoldL T F } \{\text{F U H}\}\} \\ & \text{end} \\ \end{array}
```

{FoldL LIST Function Acc}

On peut, un peu dans le même style, faire de l'encapsulation afin de cacher sa valeur à l'intérieur. \rightarrow C'est la base de *l'abstraction de donnés*.

Il faut faire attention à l'**exécution retardé**. En effet, si on ne stocke pas le résultat d'une fonction, elle ne sera exécuté que quand on appellera la valeur. Donc cela peut prendre beaucoup de place en mémoire de stocker une fonction plutôt que son résultat.