2) Să se determine domeniul de variație a parametrului k pentru care sistemul în timp continuu care are polinomul caracteristic

$$\Delta(s) = s^3 + 3k\,s^2 + (k+2)s + 4$$

este stabil.

Sis. stabil $\rightarrow$ $\Delta(s) = 0$ și $Re(s_v) < 0$

$v = 1, \dots n$

+ Coef. pozitivi

$$\left.\begin{array}{l} 1 > 0 \\ 3k > 0 \\ k+2 > 0 \\ 4 > 0 \end{array}\right\} \rightarrow \underline{k > 0}$$

$\rightarrow$ Matricea Hurwitz $\rightarrow$ $n = 3$

$$H = \begin{bmatrix} a_2 & a_0 & 0 \\ a_3 & a_1 & 0 \\ 0 & a_2 & a_0 \end{bmatrix} = \begin{array}{ccc} H_1 & H_2 & H_3 \\ \left[\begin{array}{c|c|c} 3k & 4 & 0 \\ \hline 1 & k+2 & 0 \\ \hline 0 & 3k & 4 \end{array}\right] \end{array}$$

$\det(H_1) > 0 \rightarrow 3k > 0 \rightarrow k > 0$

$\det(H_2) > 0 \rightarrow 3k(k+2) - 4 > 0$

$\det(H_3) > 0 \rightarrow 4 \cdot \det(H_2) > 0$

$$\det(H_2) = 3k^2 + 6k - 4 > 0$$

$$\Delta = 36 + \underbrace{4 \cdot 4 \cdot 3}_{48} = 84 = 4 \cdot 21$$

$$k_{1,2} = \frac{-6 \pm 2\sqrt{21}}{6} = \frac{-3 \pm \sqrt{21}}{3} = -1 \pm \sqrt{\frac{7}{3}}$$

k	$-\infty$		$-1-\sqrt{\frac{7}{3}}$		$\sqrt{\frac{7}{3}}-1$		$+\infty$
$k+2,5275$		$-$	0	$+$			
$k-0,5275$				$-$	0	$+$	
$(\ )(\ )$		$+$	0	$-$	0	$+$	

$$\begin{cases} k > 0 \\ k \in (-\infty, -2,5275) \cup (0,5275, \infty) \end{cases}$$

$$\rightarrow \quad k \in (0,5275, \infty)$$

$$\det(H_3) = 4 \cdot \det(H_2) > 0$$ —||— aceleași condiții

$$\rightarrow \boxed{k \in (0,5275, +\infty)}$$

3) Fie bucla de reglare caracterizată prin f.d.t. a procesului condus

$$H_{PC}(s) = \frac{2}{s^3 + 4s^2 + 5s + 2}.$$

Să se proiecteze un regulator în timp continuu care să stabilizeze sistemul în buclă închisă în două cazuri, a) și b):

a) regulator Proporțional (P), cu f.d.t. $H_R(s) = k$ și trebuie determinat domeniul de variație al parametrului k al regulatorului.

b) regulator Proporțional-Integrator (PI), cu f.d.t. $H_R(s) = k_P + \frac{k_I}{s}$, k_P – coeficientul componentei P, k_I – coeficientul componentei I și trebuie determinat domeniul în planul $<k_P, k_I>$.

Buclă închisă → $H_{out,in}(s) = \dfrac{\overset{H_0(s)}{\boxed{H_R(s)\cdot H_{PC}(s)}}}{1 + H_R(s)\cdot H_{PC}(s)}$

$$\Rightarrow H_0(s) = \frac{2k}{s^3+4s^2+5s+2} \rightarrow \Delta(s) = 1 + H_0(s) = 0$$

$$\Delta(s) = s^3 + 4s^2 + 5s + (2k+2) = 0 \quad \rightarrow$$

$$\begin{cases} 1 > 0 \\ 4 > 0 \\ 5 > 0 \\ 2k+2 > 0 \end{cases} \rightarrow \underline{k > -1}$$

→ Matricea Hurwitz

$\underline{n = 3}$

$$H = \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} H_1 & H_2 & H_3 \end{array} \\ \begin{bmatrix} a_2 & a_0 & 0 \\ a_3 & a_1 & 0 \\ 0 & a_2 & a_0 \end{bmatrix} \end{array} = \begin{bmatrix} 4 & (2k+2) & 0 \\ 1 & 5 & 0 \\ 0 & 4 & (2k+2) \end{bmatrix}$$

$\det(H_1) = 4 > 0$ ✓

$\det(H_2) = 4 \cdot 5 - (2k+2) = 20 - 2 - 2k = 18 - 2k > 0$

$\rightarrow \underline{k < 9}$

$\det(H_3) = a_0 \cdot \det(H_2) = (2k+2)(18-2k) > 0$

k	$-\infty$		-1		9		$+\infty$
$2k+2$		$-$	0			$+$	
$18-2k$			$+$		0	$-$	
$(1)\,(2)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

$$\begin{cases} k > -1 \\ k \in (-1, 9) \end{cases}$$

$$\boxed{k \in (-1, 9)}$$

---

b) $H_R(s) = k_P + \dfrac{k_I}{s} = \dfrac{s k_P + k_I}{s}$

$H_0(s) = H_R(s)\, H_{PC}(s) =$

$= \dfrac{s k_P + k_I}{s} \cdot \dfrac{2}{s^3 + 4s^2 + 5s + 2}$

$\Delta(s) = 1 + H_0(s) = s(s^3 + 4s^2 + 5s + 2) + 2 s k_P + 2 k_I$

$= s^4 + 4s^3 + 5s^2 + (2k_P + 2)s + 2k_I = 0$

$$\Delta(s) = s^4 + 4s^3 + 5s^2 + (2k_p + 2)s + 2k_I = 0$$

$$\begin{cases} 1 > 0 & \checkmark \\ 4 > 0 & \checkmark \\ 5 > 0 & \checkmark \\ 2k_p + 2 > 0 & \rightsquigarrow \\ 2k_I > 0 & \rightarrow \end{cases} \left\{ \begin{aligned} k_p &> -1 \\ k_I &> 0 \end{aligned} \right.$$

$$\underline{n = 4}$$

$$H = \begin{bmatrix} a_3 & a_1 & 0 & 0 \\ a_4 & a_2 & a_0 & 0 \\ 0 & a_3 & a_1 & 0 \\ 0 & a_4 & a_2 & a_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & (2k_p+2) & 0 & 0 \\ 1 & 5 & 2k_I & 0 \\ 0 & 4 & (2k_p+2) & 0 \\ 0 & 1 & 5 & 2k_I \end{bmatrix}$$

$$\det(H_1) = 4 > 0$$

$$\det(H_2) = 4 \cdot 5 - (2k_p + 2) = 18 - 2k_p > 0$$

$$\rightarrow \underline{k_p < 9}$$

$$\det(H_3) = \underline{(-1)^{3+1}} \cdot \cancel{0 \begin{vmatrix} 2k_p+2 & 0 \\ 5 & 2k_I \end{vmatrix}} +$$

$$+ (-1)^{3+2} \cdot 4 \begin{vmatrix} 4 & 0 \\ 1 & 2k_I \end{vmatrix} +$$

$$+ (-1)^{3+3} (2k_p + 2) \cdot \det(H_2)$$

$$\det(H_3) = -4 \cdot 8k_I + (2k_p + 2) \cdot (18 - 2k_p)$$

$$\det(H_3) = -4 \cdot 8k_I + (2k_p+2)\cdot(18-2k_p)$$

$$= -32k_I + 36k_p - 4k_p^2 + 36 - 4k_p > 0 \quad /:4$$

$$\Rightarrow -8k_I + 9k_p - k_p^2 + 9 - k_p > 0$$

$$\det(H_4) = \underbrace{(-1)^{4+1}\cdot 0 \left|\quad 0 \quad\right|}_{} + (-1)^{(4+2)}\cdot 1 \overbrace{\begin{vmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 1 & 2k_I & 0 \\ 0 & 2k_p+2 & 0 \end{vmatrix}}^{0}$$

$$+ (-1)^{(4+3)}\cdot 5 \underbrace{\begin{vmatrix} 4 & 2k_p+2 & 0 \\ 1 & 5 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \end{vmatrix}}_{0} + (-1)^{(4+4)}\cdot 2k_I \cdot \det(H_3)$$

$$\rightarrow \det(H_4) = 2k_I \cdot \det(H_3)$$

$$(k_I > 0) \checkmark$$

$$\rightarrow (-8k_I) - k_p^2 + 8k_p + 9 > 0$$

$$(-8k_I) - (k_p^2 - 8k_p - 9) > 0$$

$$(-8k_I) - (k_p+1)(k_p-9) > 0 \quad / -1$$

$$8k_I + (k_p+1)(k_p-9) < 0$$

k_I	$-\infty$	0	$+\infty$
	$-$	0	$+$

k_1	$-\infty$		-1		9		∞
$(k_p+1)(k_p-9)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

$$\underbrace{8k_I}_{>0} + \underbrace{(k_p+1)(k_p-9)}_{<0} < 0$$

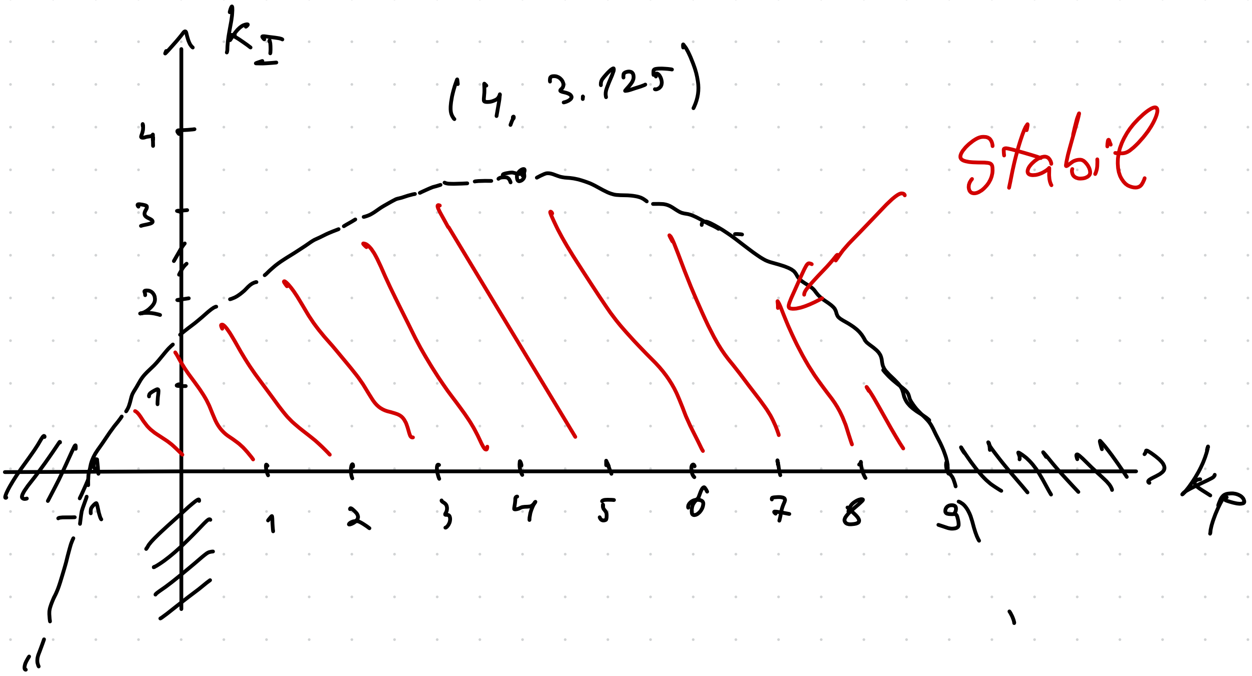
<0 când $\underline{k_p \in (-1, 9)}$

$k_I > 0$

$k_p > -1$

$$\rightarrow \begin{cases} k_I < -\frac{(k_p+1)(k_p-9)}{8} \\ k_I > 0 \\ k_p \in (-1, 9) \end{cases}$$

$V_f: -\frac{b}{2a} = 4$



2) Să se determine domeniul de variație a parametrului *k* pentru care sistemul în timp continuu care are polinomul caracteristic

$$\Delta(s) = s^3 + 3k\,s^2 + (k+2)s + 4$$

este stabil.

$1 \quad 3k \quad k+2 \quad 4$

$k \rightarrow$ Gain $\quad H_0(s) = k \cdot \frac{3s^2+1}{s^3+2s+4}$

$$1 + H_0(s) = \frac{(s^3+2s+4) + k(3s^2+1)}{s^3+2s+4} = 0$$