(R.-E. Precup, UPT, 2023)

1. DESCRIERE ŞI PROPRIETĂŢI GENERALE ALE SISTEMELOR

1.1. Sisteme fizice. Caracterizarea matematică a sistemelor

Procesul fizic (**PF**) reprezintă un ansamblu de transformări care caracterizează obiecte şi fenomene interconectate – potrivit unei anumite structuri – şi care sunt văzute în evoluţia lor temporală. Desfăşurarea unui PF implică fenomene de transfer de materie (masă şi energie). ***Sistemul fizic*** (**SF**) reprezintă ansamblul material în care se desfăşoară un PF. În relaţia sa cu mediul înconjurător, SF va fi caracterizat prin două categorii de mărimi, fig.1.5:

- ***mărimi de intrare***, notate cu **u**(t), prin intermediul cărora este influenţată din exterior evoluţia în timp a SF;
- ***mărimi de ieşire***, notate cu **y**(t), prin intermediul cărora este caracterizată evoluţia în timp a SF.

Evoluţia în timp (t) a unui SF, văzută prin evoluţia celor două categorii de mărimi, este supusă *principiului cauzalităţii*, conform căruia:

- evoluţia sistemului este direcţionată în sensul trecut – prezent – viitor;
- evoluţia ieşirilor **y**(t) este cauzată de evoluţia intrărilor **u**(t) şi a stării iniţiale în care se află sistemul şi nu invers.

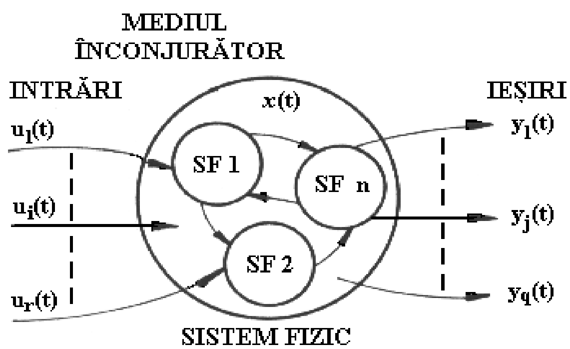


Fig.1.5. *Reprezentarea unui sistem fizic.*

Procesele de transfer care au loc in SF sunt însoţite de *fenomene de acumulare, de transfer şi de disipare a materiei şi energiei*, fenomene care se derulează în timp; se spune că SF prezintă o ***dinamică*** proprie. Aceste fenomene pot fi caracterizate prin intermediul ***mărimilor de stare*** ale SF; evoluţia *mărimilor de stare* va fi caracterizată prin intermediul ***variabilelor de stare,*** notate cu **x**(t).

Mărimile de stare ale SF sunt acele mărimi care prin valorile lor momentane definesc *situaţia* sau ***starea*** în care se află SF în acel moment de timp. Cunoaşterea stării SF la un moment dat (t_0), **x**(t_0), permite şi aprecierea tendinţelor de evoluţie ulterioară a SF. Cum trecerea de la o stare la alta a SF nu poate fi instantanee, rezultă că mărimile de stare ale SF trebuie să fie mărimi continue în timp şi cu valoare continuă.

Ansamblul mărimilor de intrare **u**(t), de stare **x**(t) şi de ieşire **y**(t) ale unui SF poartă denumirea de ***mărimi caracteristice*** *ale SF*, notate cu {**u**(t), **x**(t), **y**(t)}.

Dacă numărul intrărilor, al ieşirilor şi al stărilor unui sistem este mai mare decât unu, atunci aceste mărimi vor fi caracterizate prin vectorii (coloană) aferenţi:

- vectorul mărimilor de intrare **u**(t), cu r componente,
- vectorul mărimilor de stare **x**(t), cu n componente,
- vectorul mărimilor de ieşire **y**(t), cu q componente:

$$\mathbf{u}(t)=\begin{bmatrix}u_1(t)\\u_2(t)\\\ldots\\u_r(t)\end{bmatrix},\ \mathbf{x}(t)=\begin{bmatrix}x_1(t)\\x_2(t)\\\ldots\\x_n(t)\end{bmatrix},\ \mathbf{y}(t)=\begin{bmatrix}y_1(t)\\y_2(t)\\\ldots\\y_q(t)\end{bmatrix};\qquad(1.1)$$

indicele n defineşte ***ordinul sistemului***.

Convenţii de notaţie: - vectorii vor fi notaţi cu caractere aldine (bold);

- marcarea cu majuscule şi caractere aldine va fi aplicată şi matricelor;
- un vector (o matrice linie) se va considera ca *transpusa unei matricei coloană*:

$$\mathbf{x}^T(t)=[x_1(t)\quad x_2(t)\quad \ldots\quad x_n(t)].\qquad(1.2)$$

Construcţia modelului matematic (MM) aferent unui SF are la bază *alegerea mărimilor de stare*, care trebuie să respecte **cerinţele** următoare:

- mărimile să aibă variaţie continuă în timp;
- mărimile să caracterizeze fenomenele de transfer, de acumulare, de transformare şi de disipare a materiei în SF.

În tabelul 1.1 sunt sintetizate recomandări generale privind alegerea mărimilor de stare în sistemele tehnice. În practica inginerească prezintă interes analogiile care pot fi definite între diferitele domenii ale tehnicii, ilustrate în tabelul 1.2.

Un SF "văzut" prin intermediul modelului său matematic (MM) conduce la conceptul de ***sistem dinamic*** (**SD**) sau de ***sistem abstract***. In acest context, SD este un concept matematic definit prin axiome referitoare la:

- ***categorii de mulţimi*** şi ***clase de funcţii,*** prin intermediul cărora se caracterizează variabila independentă t şi mărimile caracteristice ale SF;
- ***operatori (funcţionale)*** prin intermediul cărora sunt caracterizate dependenţele structurale dintre mărimile caracteristice ale SF (a se vedea dependenţele dintre subsistemele fizice SF 1, SF2 şi SF n din fig.1.5).

În cazul unui sistem cu o singură intrare şi o singură ieşire, legătura dintre SF şi MM asociat (SD) este dată în fig.1.6.

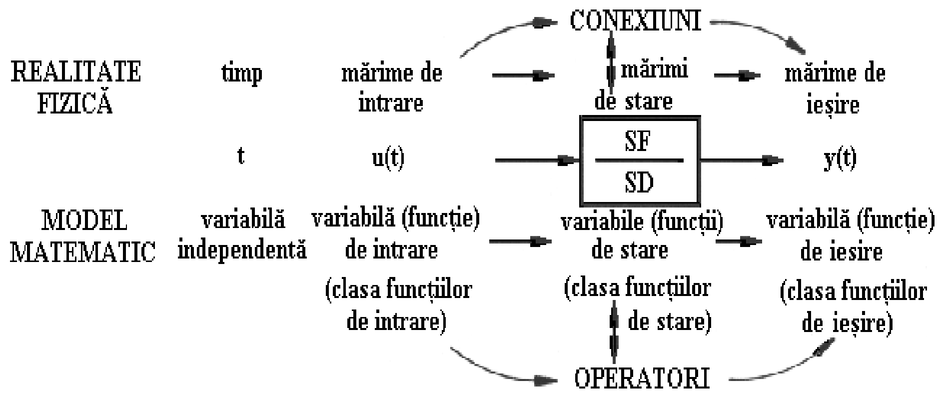


Fig.1.6. *Legătura dintre conceptele de SF şi SD.*

Există două categorii de bază de MM asociabile unui SF (SD): - MM intrare-stare-işire (MM-ISI); - MM intrare-ieşire (MM-II).

MM-ISI evidenţiază ***stuctura internă*** a SD (SF) sub forma unei reprezentari compuse de forma **u**(t)→ **x**(t) → **y**(t) ; această reprezentare poartă şi denumirea de ***reprezentare structurală a SD***. Forma generală a MM-ISI aferentă unui SD cu timp continuu cu o intrare u(t) şi o ieşire y(t) (sistem SI-SO, Single Input – Single Output) este dată de relaţia

$$\begin{aligned} &\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\,\mathbf{x}(t) + \mathbf{b}\,u(t) \;-\; \text{ecuatia de stare}, \\ &y(t) = \mathbf{c}^T\,\mathbf{x}(t) + d\,u(t) \;-\; \text{ecuatia iesirii}. \end{aligned} \qquad (1.3)$$

Mărimile de stare **x**(t) sunt mărimi interne ale SF (SD).

Eliminând în relaţia (1.3) mărimile interne **x**(t), poagte fi explicitată dependenţa nemijlocită intrare - ieşire aferentă (SD) SF:

intrare [u(t)] → ieşire [y(t)] , (1.4)

care corespunde unui ***model matematic intrare-ieşire*** (**MM-II**).

În cazul *sistemelor cu timp continuu, liniare, invariante, cu parametri constanţi, cu o intrare şi o ieşire*, reprezentarea (1.4) are forma generală dată de relaţia

$$\sum_{\nu=0}^{n} a_\nu y^{(\nu)}(t) = \sum_{\mu=0}^{m} b_\mu u^{(\mu)}(t)\,, \qquad (1.5)$$

cu condiţia $m \le n$ denumită *condiţia de cauzalitate* a sistemului.

Reprezentările (1.4) respectiv (1.5) corespund aşa-numitei ***reprezentări funcţionale*** a SD.

Tabelul 1.1. *Recomandări pentru alegerea mărimilor de stare în sistemele fizice.*

Tipul procesului de transfer	Mărimi de stare	Exemple de ecuaţii de stare	Exemple de elemente acumulatoare
Substanţă	Masa m	$m' = Q_m$, Q_m – debit de masă	Rezervor hidraulic
Sarcină electrică	Sarcina electrică q	$q' = i$, i – curent electric (intensitatea)	Armăturile unui condensator
Impuls	Impulsul de translaţie $p = mv$	$p' = \sum F_i$, F_i – forţă	Un corp supus unei mişcări de translaţie sau de rotaţie
	Impulsul de rotaţie	$p_\omega' = \sum M_i$, M_i – moment de rotaţie	
Energie cinetică	Viteza liniară v	$v' = (1/m)\sum F_i$, $v' = a$ (a – acceleraţie liniară)	Idem
	Viteza unghiulară ω	$\omega' = (1/J)\sum M_i$, $\omega' = a_\omega$ (a_ω – acceleraţie unghiulară)	
Energie potenţială	Spaţiul s	$s' = v$, v – viteză liniară	Idem
	Unghiul de rotaţie α	$\alpha' = \omega$, ω – viteză unghiulară	
Energie înmagazinată într-un sistem elastic	Forţa deforma-toare F	$F' = k_r v$, k_r – constantă de elasticitate	Resort material elastic sau resort spiral supus deformării
	Momentul deformator M	$M' = k_r\omega$, k_r – constantă de elasticitate	
Căldură	Tempera-tura θ	$\theta' = (1/C_\theta)q_\theta$, q_θ – flux termic	Corp omogen de capacitate calorică C_θ
Energie electro-magn.: - în câmpul electric al unui con-densator - în câmpul magnetic al unei bobine	Tensiunea la bornele condensa-torului u_C	$u_C' = (1/C) \bullet i$	Condensator de capacitate C
	Curentul prin bobină i_L	$i_L' = (1/L) \bullet u$	Bobină de inductanţă L

(R.-E. Precup, UPT, 2023)

Tabelul 1.2. *Analogii între diferite mărimi fizice şi diferiţi parametri implicate / implicaţi în procese de transfer.*

Nr. crt.	Circuit electric serie	Circuit electric paralel	Sistem mecanic în mişcare de translaţie	Sistem mecanic în mişcare de rotaţie	Sistem termic	Sistem hidraulic	Sistem pneumatic
0	1	2	3	4	5	6	7
1	Tensiune electrică, u	Curent electric i	Forţă F	Momentul M	Diferenţă de temperatură $\Delta\theta$	Diferenţă de presiune, Δp	---
2	Sarcină electrică q	Flux magnetic Φ	Deplasare liniara s	Unghi de rotaţie α	Cantitate de căldură, Q_θ	Cantitate de fluid, Q_f	Cantitate de gaz, Q_g
3	Curent electric i	Tensiune electrică, u	Viteză liniară v	Viteză unghiulară ω	Flux termic, q_θ	Debit de fluid q_f	Debit de gaz, q_g
4	Inductanţă L	Capacitate C	Masă m	Moment de inerţie J	---	Coeficient de inerţie hidraulică	---
5	Rezistenţă R	Conductanţă 1/R	Ceoficient de frecare vâscoasă μ		Rezistenţă termică, R_θ	Rezistenţă hidraulică, R_h	Rezistenţă pneumatică R_p
6	Capacitate C	Inductanţă L	Constantă elastică, k_e		Capacitate calorică, C_θ	Capacitate hidraulică, C_h	Capacitate pneumatică C_p

1.2. Clasificarea sistemelor dinamice şi sistemelor fizice

Pentru *definirea şi clasificarea SF,* a SD, este necesară *clasificarea* prealabilă *semnalelor, a variabilelor* prin intermediul cărora este caracterizat sistemul.

1.2.1. Clasificarea semnalelor şi variabilelor

Prin ***semnal*** se înţelege o mărime fizică văzută ca ***suport purtător al informaţiei referitoare la un sistem***. Semnalele sunt caracterizate prin intermediul unor funcţii, u, de variabila timp t. Funcţia u este o aplicaţie de forma:

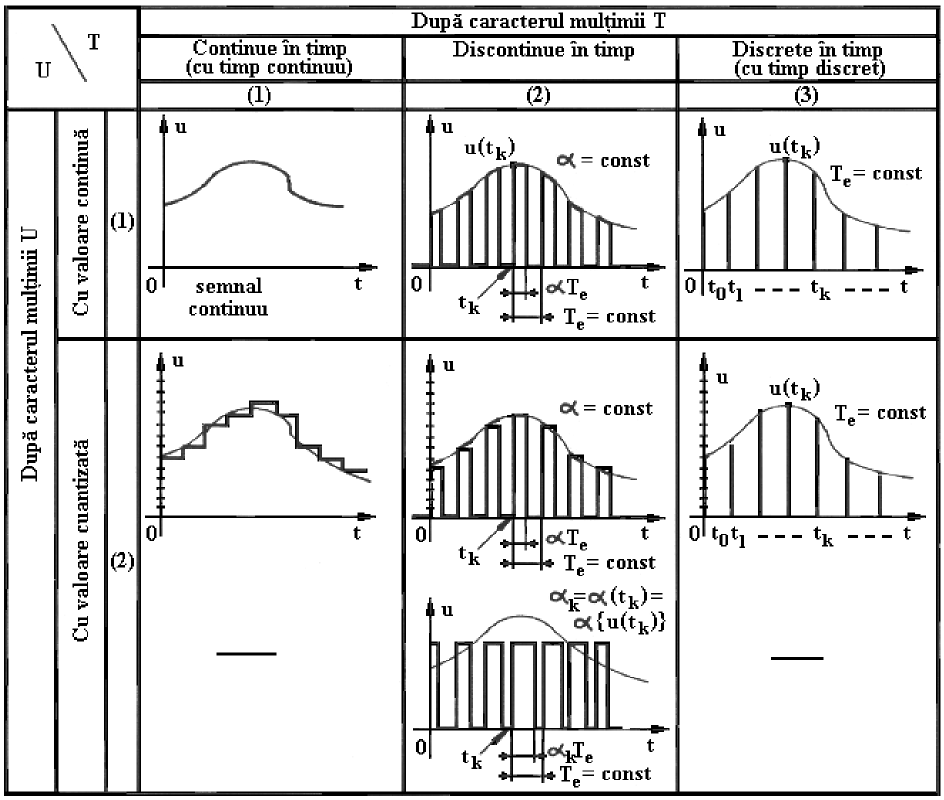
$$u : T \to U \,, \tag{1.6}$$

care asociază fiecărui moment de timp t $\in$ T, T – mulţimea momentelor de timp, un element u(t) din mulţimea U a valorilor funcţiei de timp. Ansamblul funcţiilor de intrare, de stare sau de ieşire posibile notate cu **U**:

$$\mathbf{U} = \{u \mid u : T \to U\} \tag{1.7}$$

constituie ***clasa funcţiilor*** de intrare, de stare sau de ieşire. În tabelul 1.3 este prezentată o clasificare semnalelor funcţie de caracterul mulţimilor din relaţia (1.7):

Tabelul 1.3. *Clasificarea semnalelor necodificate.*



A) După caracterul mulţimii T a momentelor de timp se disting (tabelul 1.3, coloanele (1), (2), (3)):

- **semnale continue în timp** (**cu timp continuu**), pentru care T este un segment compact,
- **semnale discontinue în timp**, pentru care:

$$u(t)=\begin{cases}\neq 0 \ \text{ for } \ t\in[(k-1)T_e,(k-\alpha)T_e), \ k=1,2,..., \\ \qquad\qquad 0<\alpha<1, \ \alpha=\text{const sau nu}, \\ \qquad\qquad =0 \ \text{ in caz contrar;}\end{cases} \tag{1.8}$$

- **semnale discrete în timp** (**cu timp discret**), pentru care T este o mulţime de valori discrete.

B) După caracterul mulţimii U se disting (tabelul 1.3, linia (2)):
- **semnale cu valoare continuă**, pentru care U este un segment compact (tabelul 1.3, linia (1));
- **semnale cu valoare cuantizată**, pentru care U este o mulţime numărabilă, cu valori discrete.

Semnalele continue în timp şi *cu valoare continuă* se numesc ***semnale continue***; ele sunt specifice sistemelor fizice continuale şi DC realizate cu echipamente “clasice” (electrice, electronice, mecanice, hidraulice, pneumatice).

Semnalele cu timp discret cu *valoare cuantizată* (şi apoi codificată) sunt specifice DC cu timp discret, numerice (digitale).

Semnalele cu timp continuu cu valoare cuantizată sunt prezente în cadrul SCA cu DC cu timp discret ca extensii continue ale semnalelor cu timp discret.

Semnalele discontinue în timp sunt prezente în construcţii de DC electronice.

C) După modul de prezentare a informaţiei conţinute în semnal se disting:
- **semnale necodificate**: purtătoarea conţinutului informaţiei este “valoarea semnalului” la un moment dat (semnale modulate în amplitudine) sau durata lui (la o amplitudine constantă) (semnale modulate în durată, tabelul 1.3);
- **semnale codificate**: purtatoarea conţinutului informaţiei îl poate reprezinta:
  1. numărul de impulsuri într-un interval de timp dat (reprezentarea (1)),
  2. codificarea modului de succesiune a impulsurilor la un moment de timp dat (reprezentarea paralel, (2-a)) sau într-un interval de timp dat (T_q) (reprezentarea serie, (2-b)).

În fig.1.7 sunt redate diferite modalităţi de codificare a informaţiei cuprinse în eşantionul de la momentul t_k ($u(t_k)=u_k$) al semnalului continuu $u(t)$; $\bar{u}(t_k)$ reprezintă valoarea cuantizată a eşantionului, iar $\bar{\bar{u}}(t_k)$ este “valoarea” codificată aferentă.

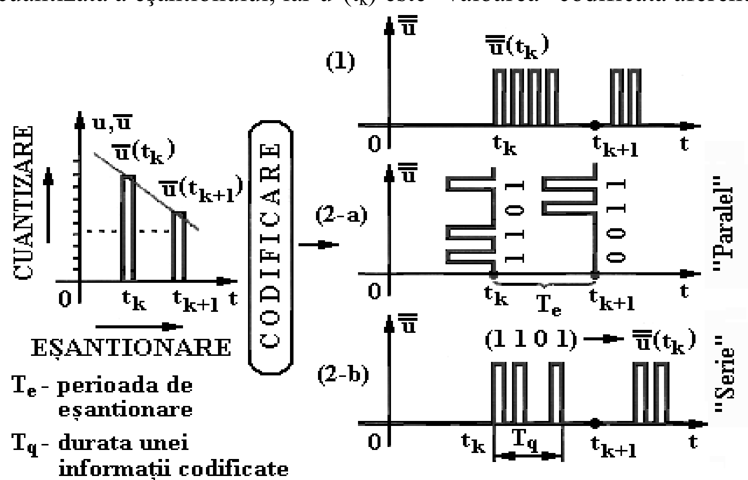


Fig.1.7. *Exemple de codificare a informaţiei la un DC cu timp discret.*

Semnalele discrete în timp, cu valoarea cuantizată şi apoi codificată sunt specifice prelucrării numerice a informaţiei la utilizarea în conducere a calculatoarelor numerice.

1.2.2. Detalii suplimentare privind conceptul de system dinamic

Conceptul de sistem dinamic (SD) este legat de caracterul mulţimii momentelor de timp, T. Astfel, sunt definite separat conceptele de:

- ***sistem dinamic cu timp continuu*** (**SD-C**);
- ***sistem dinamic cu timp discret*** (**SD-D**).

A) Sistemul dinamic cu timp continuu (**SD-C**). Conceptul de SD-C se poate defineşte prin generalizarea dimensională a reprezentării prin MM-ISI a unui SF, a relaţiei (1.3) în forma:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}(t) &= \mathbf{f}(t, \mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t)) \ - \ \text{ecuatia de stare}, \\ \mathbf{y}(t) &= \mathbf{g}(t, \mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t)) \ - \ \text{ecuatia iesirii}, \end{aligned} \tag{1.9}$$

în care **f** şi **g** sunt funcţionale vectoriale de variabile vectoriale care caracterizează conexiunile din sistem; **u**, **x** şi **y** semnifică variabilele SD,

$$\mathbf{u}(t) = \begin{bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \\ \dots \\ u_r(t) \end{bmatrix}, \ \mathbf{x}(t) = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \dots \\ x_n(t) \end{bmatrix}, \ \mathbf{y}(t) = \begin{bmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \\ \dots \\ y_q(t) \end{bmatrix}, \tag{1.10}$$

cu r – numărul variabilelor de intrare, n – numărul variabilelor de stare, q – numărul variabilelor de ieşire, t - variabila inde-pendentă timp,

$$\mathbf{u} \in \mathbf{U} \subset \mathbf{R}^r, \ \mathbf{x} \in \mathbf{X} \subset \mathbf{R}^n, \ \mathbf{y} \in \mathbf{Y} \subset \mathbf{R}^q. \tag{1.11}$$

Evoluţia stării sistemului **x**(t) este dată de soluţia ecuaţiei de stare, iar **y**(t) caracterizează evoluţia ieşirii sub acţiunea intrării **u**(t); vectorul **x**(t) caracterizează ***starea sistemului*** la momentul de timp curent, iar n-uplul {t; **x**(t)} caracterizeză ***faza sistemului***. Pentru un interval de timp [t_0, t_f] traiectoria descrisă de **x**(t) în spaţiul stărilor **X** este denumită ***traiectorie de stare***, iar traiectoria **x**(t) în spaţiul T × **X** poartă denumirea de ***traiectorie de fază***. Similar, traiectoria **y**(t) în spaţiul T × **Y** este denumită ***traiectoria ieşirii***.

MM-ISI descris prin relaţia (1.9) caracterizează sistemele cu mai multe intrări şi mai multe ieşiri, denumite ***sisteme multivariabile la intrare şi ieşire*** (***Multi Input-Multi Output**, **MIMO***-systems). Sistemele cu o intrare şi o ieşire (relaţia (1.3)) sunt denumite ***sisteme monovariabile la intrare şi ieşir***e (***Single Input-Single Output**, **SISO-***systems).

B) Sistemul dinamic cu timp discret (SD-D). Mărimile caracteristice ale unui SF (SD-C) pot fi văzute de către un "observator extern" la momente discrete ale timpului, t_k, (k

= 0, 1, 2, ... sau k = ..., -1, 0, 1, ...), care sunt de regulă echidistanţate pe intervalul de timp T_e numit ***perioadă de eşantionare***, fig.1.8. "Observatorul extern" poate fi, după caz:

- ♦ un echipament de prelucrare numerică a informaţiei (analizor de semnal),
- ♦ un DC numerică prin care se asigură conducerea sistemului.

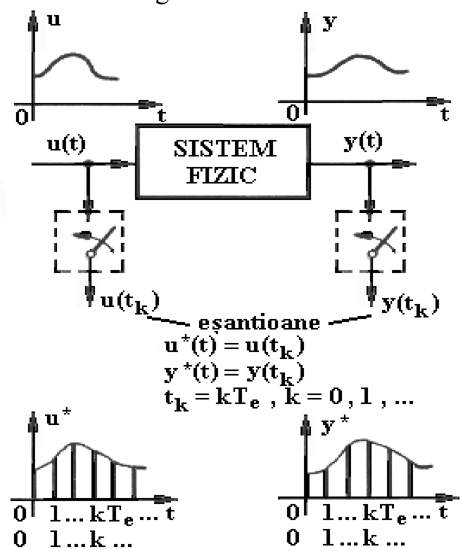


Fig.1.8. *Ilustrarea procesului de eşantionare.*

Componentele $u(t_k) = u_k$, $y(t_k) = y_k$, $\mathbf{x}(t_k) = \mathbf{x}_k$ ale *secvenţelor de valori* $u^*(t)$, $y^*(t)$, $\mathbf{x}^*(t)$ cu sunt denumite ***eşantioane ale semnalului continuu*** u(t) , y(t) **x**(t).

În cazul *conducerii unui PC continuu de către un DC numerică*, fig.1.9, u(t) şi y(t) sunt mărimi continue; mărimile w^*, y^* şi u^* sunt mărimi cu timp discret, cuantizate şi codificate; în tratarea informaţiei apar astfel două fenomene:

- la "observarea" evoluţiei PC de către DC prin y(t) are loc *operaţia de eşantionare urmată de cuantizare şi codificare*; similar şi pentru mărimea de referinţă, w(t);
- comanda discretă, cuantizată (şi codificată) $u(t_k)$ elaborată de către DC la momentele de timp $t_k = kT_e$ este transmisă către PC; in vederea conducerii PC, devine necesară "construirea" unui semnal continuu $u_c(t)$ pe baza eşantioanelor u_k; cel mai simplu mod de construire a unui astfel de semnal constă în *reţinerea valorii eşantionului pe intreaga durată a perioadei de eşantionare*.

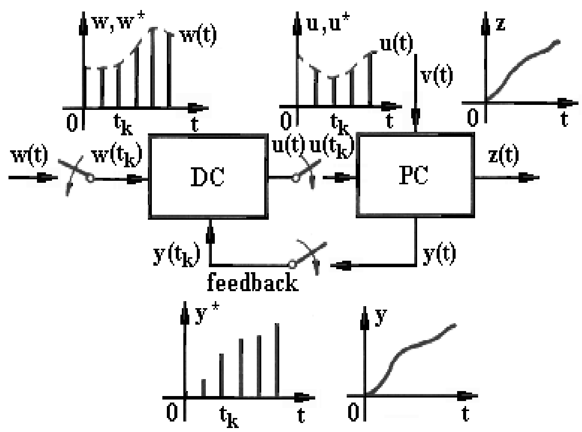


Fig.1.9. *Semnale care apar la conducerea numerică a unui PC continuu.*

Pentru caracterizarea matematică a SF pentru care informaţia este disponibilă la momente discrete şi echidistanţate ale timpului, se apelează la reprezentarea de ***sistem dinamic cu timp discret*** (**SD-D**), sub forma relaţiilor:

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{f}(k, \mathbf{x}(k), \mathbf{u}(k)) \ - \ \text{ecuatia de stare}, \tag{1.12}$$

$$\mathbf{y}(k) = \mathbf{g}(k, \mathbf{x}(k), \mathbf{u}(k)) \ - \ \text{ecuatia iesirii}, \tag{1.13}$$

în care k $\in Z$ (N) reprezintă contorul momentelor de timp discret $t_k = kT_e$.

Ecuaţia (1.12) este o ***ecuaţie recurentă***, în care orice nouă valoare a variabilei de stare, **x**(k+1), se calculează pe baza *valorilor actuale ale stării* **x**(k) *şi intrării* **u**(k); ecuaţia ieşirii (1.13) oferă valorile actuale ale ieşirii, **y**(k). Astfel, dacă se cunosc:

- starea iniţială a sistemului (pentru k=0), $\mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0$,
- secvenţa valorilor de intrare, **u**(k), cu k $\in N$,

atunci, pe baza ecuaţiilor (1.13) şi (1.14) se obţin succesiv:

- la k = 0 **x**(0) – cunoscută , **u**(0) – dată,

- la k = 1 $\mathbf{x}(1) = \mathbf{f}(0, \mathbf{x}(0), \mathbf{u}(0))$ – se calculează, (1.14)

- la k = 2 $\mathbf{x}(2) = \mathbf{f}(1, \mathbf{x}(1), \mathbf{u}(1)) = \mathbf{f}(1, \mathbf{f}(0, \mathbf{x}(0), \mathbf{u}(0)), \mathbf{u}(1))$, … – se calculează.

În cazul în care contorul momentelor de timp k se notează cu t (în acest caz el nu trebuie confundat cu timpul curent t din cazul SD-C) atunci relaţiile (1.12) şi (1.13) pot fi scrise în forma

$$\begin{aligned} &\mathbf{x}(t+1) = \mathbf{f}(t, \mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t)), \\ &\mathbf{y}(t) = \mathbf{g}(t, \mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t)). \end{aligned} \tag{1.15}$$

Comparând relaţiile (1.9) şi (1.15) se poate da următoarea ***reprezentare unitară*** a MM-ISI aferent unui SD:

$$\begin{aligned}\mathbf{x}'(t) &= \mathbf{f}(t,\mathbf{x}(t),\mathbf{u}(t)),\\ \mathbf{y}(t) &= \mathbf{g}(t,\mathbf{x}(t),\mathbf{u}(t)),\end{aligned} \tag{1.16}$$

în care $\mathbf{x}'(t)$ va avea, după caz, semnificaţia:

$$\mathbf{x}'(t) = \begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t),\ t \in T \subset \mathbf{R} \text{ in cazul SD - C,} \\ \mathbf{x}(t+1),\ t \in \mathbf{Z}\,(\mathbf{N}) \text{ in cazul SD - D.} \end{cases} \tag{1.17}$$

Remarcă: Valorile la momentele de timp t_k ale variabilelor in timp discret $\mathbf{u}(k)$, $\mathbf{x}(k)$ şi $\mathbf{y}(k)$ sunt exprimate adeseori după cum este exemplificat în continuare pentru o singură variabilă de intrare:

$$u(k) \Leftrightarrow u(t_k) \Leftrightarrow u(t)\Big|_{t=t_k}.$$

1.2.3 Principii de categorisire a sistemelor dinamice

Categorisirea SD trebuie să ţină seama de tipurile de semnale vehiculate / prelucrate de sistem şi de caracterul funcţionalelor **f** şi **g** ce caracterizează structura sistemului. În forma generală (1.16), conceptele de SD-C şi respectiv SD-D diferenţiază sistemele numai după modul de tratare în timp a mărimilor / variabilelor caracteristice ale SD, relaţia (1.17). Proprietăţile structurale particulare ale SF din practică, sunt reflectate în formele particulare ale funcţionalelor (operatorilor) **f** şi **g** din relaţia (1.16) (Ionescu, 1975), (Belea, 1985), (Ionescu, 1985), (Preitl, 1992). În continuare, aria prezentărilor se va restrânge în principal la ***clasa sistemelor liniare cu coeficienţi constanţi***, pentru care metodele analitice de studiu sunt relative simple.

În acest context, un sistem dinamic în timp continuu (SD-C) sau în timp discret (SD-C) este ***liniar cu coeficienţi constanţi*** dacă funcţionalele **f** şi **g** sunt liniare, iar parametrii care caracterizează funcţionalele sunt constanţi (invarianţi în timp); ***sistemele liniare şi invariante*** sunt simbolizate **SLI**.

MM-ISI aferent unui SLI se poate scrie în forma generală:

$$\begin{aligned}\mathbf{x}'(t) &= \mathbf{A}\,\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\,\mathbf{u}(t),\\ \mathbf{y}(t) &= \mathbf{C}\,\mathbf{x}(t) + \mathbf{D}\,\mathbf{u}(t).\end{aligned} \tag{1.18}$$

A, **B**, **C** şi **D** sunt matrice cu coeficienţi constanţi în timp, cu dimensiunile bine precizate şi cu denumiri consacrate:

- dim **A** = (n × n) , **A** – matricea sistemului,
- dim **B** = (n × r) , **B** – matricea de controlabilitate, (1.19)
- dim **C** = (q × n) , **C** – matricea de observabilitate,
- dim **D** = (q × r) , **D** – matricea de interconexiune.

Cum transferul instantaneu al materiei de la intrare către ieşire SF nu este posibil, matricea **D** va fi matrice cu elemente nule.

În practică, dependenţele liniare dintre mărimile SF sunt rare şi cu domeniu limitat de valabilitate. Dacă variaţiile mărimilor caracteristice ale unui SF se restrâng la domenii în care *proprietatea de liniaritate* se păstrează (mai mult sau mai puţin riguros), atunci folosirea MM liniare poate fi justificată. Ataşarea la un SF cu neliniarităţi a unui MM liniar (sau liniarizat) nu este întodeauna posibilă.

Pentru cazul particular al SLI ***monovariabil***, reprezentarea prin MM-ISI (1.18) poate fi rescrisă în forma:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}'(t) &= \mathbf{A}\,\mathbf{x}(t) + \mathbf{b}\,u(t), \\ y(t) &= \mathbf{c}^T\,\mathbf{x}(t) + d\,u(t), \end{aligned} \tag{1.20}$$

în care matricele **A**, **b**, $\mathbf{c}^{\mathrm{T}}$ şi d (d=0) au dimensiunile adaptate corespunzător.

1.3. Modele matematice intrare-ieşire

Un sistem poate fi “văzut” numai din punctul de vedere al dependenţei cauzale dintre *intrările* şi *ieşirile* sale (direcţionată în sensul evoluţiei trecut → prezent → viitor). Se vorbeşte despre ***caracterizarea intrare-ieşire*** a sistemului. Pentru această caracterizare se apelează ***modelele matematice intrare-ieşire*** (**MM-II**). Definirea riguroasă a caracterizării prin MM-II este de asemenea axiomatizată (Ionescu, 1985; Preitl, 1992). În cazul SLI monovariabil (SISO), fig.1.10, MM-II aferente sunt explicitate după cum urmează.

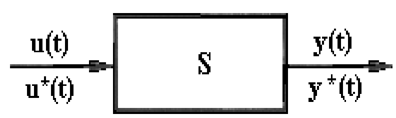


Fig.1.10. *Sistem monovariabil la intrare şi ieşire (SISO).*

A) ***În cazul SD-C liniar şi invariant***, MM-II este o ecuaţie diferenţială (liniară cu coeficienţi constanţi) de forma:

$$\sum_{\nu=0}^{n} a_\nu y^{(\nu)}(t) = \sum_{\mu=0}^{m} b_\mu u^{(\mu)}(t),\ t \in \mathbf{R}, \tag{1.21}$$

cu

$$m \le n. \tag{1.22}$$

B) ***În cazul SD-D liniar şi invariant***, MM-II este o ecuaţie recurentă (cu timp discret) cu coeficienţi constanţi de forma:

$$\sum_{\nu=0}^{n} a_\nu y(k+\nu) = \sum_{\mu=0}^{m} b_\mu u(k+\mu),\ \ k \in \mathbf{N}, \tag{1.23}$$

cu

$$m \le n. \tag{1.24}$$

Condiţia (1.22) sau (1.24) reprezintă o formă de explicitare a ***condiţia de cauzalitate*** a sistemului.

Precizări referitoare la conceptele de teoria sistemelor introduse:

1. Cele două caracterizări matematice – MM-ISI şi respectiv MM-II – trebuie să aibă acelaşi conţinut. Acest lucru este valabil (cel puţin din punct de vedere matematic) în redarea directă a conexiunii intrare → ieşire. Există însă şi condiţii particulare în care cele două reprezentări nu sunt echivalente, reprezentarea prin MM-ISI fiind mai cuprinzătoare.
2. Adeseori tratarea matematică a SF bazată pe MM-II este mai simplă decât tratarea prin MM-ISI şi caracterizarea prin MM-II satisface cerinţele de realizare a unui SCA dupa ieşire. Abordarea problematicii conducerii automate bazată pe reprezentarea intrare-ieşire corespunde *abordării clasice a reglării automate.*
3. În cazul reprezentării intrare-ieşire a sistemelor se vorbeşte şi de conceptul de ***cutie neagră*** (***black box***). La acest concept se asociază şi determinarea unui MM-II pe baza prelucrării masurărilor legate de evoluţia în regim dinamic a intrării şi ieşirii (***identificarea experimentală*** a procesului, ***data-driven identification***).

1.4. Reprezentarea grafică a sistemelor prin scheme bloc

Pentru caracterizarea intuitivă dar şi de detaliu a structurii unui sistem – SF sau SD – sunt utilizate reprezentările prin ***scheme bloc***. În automatică sunt folosite următoarele ***două tipuri de scheme bloc***, detaliate în funcţie de scopul lor:

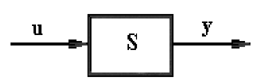
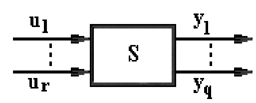
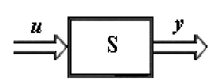
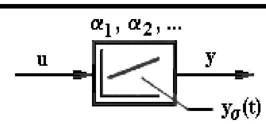
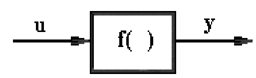
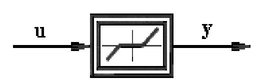
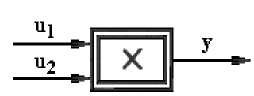
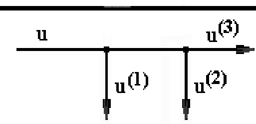
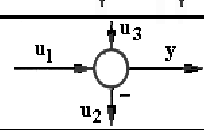
A) ***Schemele bloc funcţionale:*** redau, prin reprezentări specifice diferitelor domenii ale tehnicii, structura funcţională şi parţial constructivă a sistemului. Pe baza unor astfel de scheme pot fi deduse principiile funcţionale ale sistemului şi uneori pot fi chiar construite chiar şi MM aferente SF.

B) ***Schemele bloc informaţionale:*** redau, prin reprezentări specifice domeniului automaticii, structura informaţională a sistemului. Aceste scheme au utilitate deosebită în analiza şi dezvoltarea sistemelor de conducere automată (SCA). În tabelul 1.4 sunt sintetizate reprezentări specifice utilizate in cazul *schemelor bloc informaţionale*, în care:

- mărimile (variabilele) sistemului sunt redate prin segmente orientate în sensul transmiterii informaţiei,

- dependenţele structurale sunt redate prin blocuri însoţite de diferite moduri de precizare a propretăţilor.

Tabelul 1.4. *Reprezentarea sistemelor prin scheme bloc informaţionale.*

CONŢINUTUL REPREZENTĂRII	REPREZENTAREA PRIN SCHEMĂ BLOC	OBSERVAŢII
SISTEM MONOVARIABIL LA INTRARE ŞI IEŞIRE (SISO)		reprezentare generală
SISTEM MULTIVARIABIL LA INTRARE ŞI IEŞIRE (MIMO) r - numărul intrărilor q - numărul ieşirilor	 	reprezentare generală $u = \begin{bmatrix} u_1 \\ \vdots \\ u_r \end{bmatrix}$ $y = \begin{bmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_q \end{bmatrix}$
SISTEM MONOVARIABIL LINIAR y = f(u) f( ) - operator caracterizat de parametrii $\alpha_1, \alpha_2, ...$	 	$y_\sigma(t)$ - curba de răspuns la o variaţie particulară a intrarii (treaptă)
SISTEM MONOVARIABIL NELINIAR y = f(u) sau SISTEM MULTIVARIABIL LA INTRARE NELINIAR $y = f(u_1, u_2)$	 	în interiorul blocului se marchează: - caracterul neliniarităţii f(u) - operaţia neliniară efectuată: X , : , $\sqrt{\ }$,...
PUNCT (NOD) DE RAMIFICARE A INFORMAŢIEI		$u = u^{(1)} = u^{(2)} = u^{(3)}$ (•) - direcţii de ramificaţie
PUNCT DE ÎNSUMARE A INFORMAŢIEI		$y = u_1 - u_2 + u_3$

Schemele bloc informaţionale ale unui SF sunt întocmite pe baza ecuaţiilor primare care caracterizează fenomenele din system. Ele trebuie să evidenţieze:

- mărimile SF care sunt accesibile masurărilor şi după care poate fi asigurată conducerea;
- mărimile prelucrate în cadrul DC.

Exemplul 1.2 (Preitl, 1992): Se consideră procesul de încălzire electrică a unei camere de locuit cu capacitatea calorică C_i. Încălzirea se face prin pardoseală, fig.1.11 (a). Puterea disipată în rezistoarele de încălzire (R), notată cu p_e, este furnizată prin intermediul unui amplificator de putere (ansamblul de comandă pe grilă ACG şi puntea cu tiristoare PTr) şi modificabilă prin intermediul tensiunii de comandă u_c. Ipoteze simplificatoare:

1. Sistemul este considerat cu parametri concentraţi. Camera şi mediul exterior se consideră, fiecare în parte, medii omogene şi izotrope între care schimbul de caldură are loc prin convecţie şi radiaţie.
2. Cantitatea de caldură schimbată între interior-exterior este proporţională cu diferenţa de temperatură.
3. Schimbul de caldură dintre cameră şi camerele învecinate este nesemnificativ.
4. Puterea disipată în rezistoarele R, p_e, este independentă de procesele din incintă; ea este cedată integral blocului încălzitor BI de capacitate calorică C_m care apoi o cedează mai departe către incintă.

Ca ***mărimi de intrare*** în SF pot fi considerate:

- *puterea disipată* p_e prin care este asigurată temperatura dorită în cameră (mărime de comandă) şi
- *temperatura exterioară* θ_e (cu caracter perturbator), a cărei evoluţie abate (prin schimbul de căldură interior-exterior) temperatura în incintă θ_i (*ieşire de apreciere*) de la valoarea dorită θ_{i0} ($\theta_e < \theta_{i0}$). Temperatura exterioară θ_e (*perturbaţia*) se măsoară cu traductorul de temperatură TT2 (elementul de măsură M2), măsura acesteia fiind curentul $i_{\theta e}$.

Ieşirile procesului *sunt:*

- *ieşirea de apreciere* care este temperatura din incintă θ_i şi
- *iesirea de măsură* este curentul i_θ dat de traductorul de temperatură TT1 (elemtul de măsură M1);

Se cere:

(1) Să se determine MM-II şi MM-ISI prin care pot fi caracterizate fenomenele din incintă.

(2) Să se întocmească schema bloc aferentă procesului.

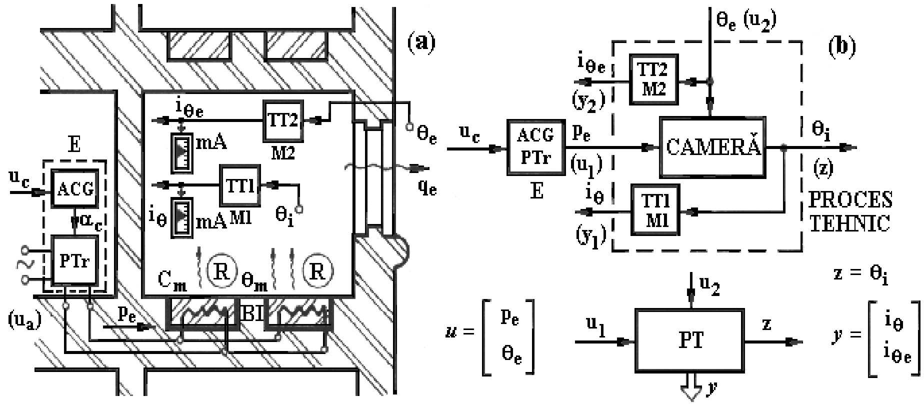


Fig.1.11. *Schema bloc funcţională (a) şi informaţională (b) pentru procesul tehnic "încălzirea unei camere de locuit".*

Soluţie: Ecuaţiile de bilanţ termic relative la PC se scriu în următoarea formă simplificată:

$$
\begin{aligned}
&C_m\dot{\theta}_m = p_e - K_m(\theta_m - \theta_i),\\
&C_i\dot{\theta}_i = K_m(\theta_m - \theta_i) - K_p(\theta_i - \theta_e),\\
&i_\theta = K_{M1}\theta_i,\\
&i_{\theta e} = K_{M2}\theta_{ie}.
\end{aligned}
\tag{1.25}
$$

Se notează cu T_m şi T_i constantele de timp care caracterizează inerţia termică a blocului încălzitor respectiv incintei:

$$T_m = C_m / K_m,\ T_i = C_i / K_p. \tag{1.26}$$

Drept variabile de stare sunt alese mărimile continui θ_m şi θ_i. Prin ordonarea corespunzătoare a ecuaţiilor (1.25) sunt obţinute:

- MM-ISI aferent procesului (realizarea sistemică) rezultă în forma:

$$
\begin{aligned}
&\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\,\mathbf{x} + \mathbf{B}\,\mathbf{u},\\
&\mathbf{y} = \mathbf{C}\,\mathbf{x} + \mathbf{D}\,\mathbf{u} - \text{pentru iesirile masurate},\\
&z = \mathbf{f}^T\ \mathbf{x} - \text{pentru iesirea de apreciere},
\end{aligned}
\tag{1.27}
$$

în care:

$$\mathbf{u}=\begin{bmatrix} p_e \\ \theta_e \end{bmatrix},\ \mathbf{x}=\begin{bmatrix} \theta_m \\ \theta_i \end{bmatrix},\ \mathbf{y}=\begin{bmatrix} i_\theta \\ i_{\theta e} \end{bmatrix},$$
$$\mathbf{A}=\begin{bmatrix} -1/T_m & 1/T_m \\ K_m K_p / T_i & -(1+K_m K_p)/T_i \end{bmatrix},$$
$$\mathbf{B}=\begin{bmatrix} 1/(T_m K_m) & 0 \\ 0 & 1/T_i \end{bmatrix},\ \mathbf{C}=\begin{bmatrix} 0 & K_{M1} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \tag{1.28}$$
$$\mathbf{D}=\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & K_{M2} \end{bmatrix},\ \mathbf{f}^T=[0 \quad 1].$$

- Operând asupra MM-ISI, poate fi explicitate MM-II în raport cu cele două intrări, p_e si θ_e, în forma:

$$T_m T_i \ddot{\theta}_i + [T_i + T_m(1+K_m/K_p)]\dot{\theta}_i + \theta_i = p_e/K_p + \theta_e + T\dot{\theta}_e. \tag{1.29}$$

Dacă în sistem se anulează variaţiile în timp ale tuturor mărimilor caracteristice, se vorbeste de faptul că sistemul se află în ***regim staţionar constant*** (RSC). În RSC este valabilă următoarea dependenţa următoare între valorile de ***regim staţionar constant*** (VRSC, cu indicele inferior 0):

$$\theta_{i0} = p_{e0}/K_p + \theta_{e0}. \tag{1.30}$$

O primă schemă bloc aferentă PC poate fi reprezentarea dată în fig.1.11 (b), citită împreună cu expresiile vectorilor de intrare şi ieşire.

1.5. Introducere în conducerea proceselor

Complexitatea ***proceselor*** (***tehnice***, cu abrevierea PT) din diverse domenii, cerinţele de calitate impuse desfăşurării acestora precum şi interinfluenţa care apare între procese şi între procese şi mediul înconjurător - impun necesitatea conducerii proceselor.

Principial procesele tehnice pot fi conduse, fig.1.12:

- ***manual (a),*** prin intervenţia adeseori continuă şi nemijlocită a unui *operator uman* şi
- ***automat (b),*** cu utilizarea unor echipamente specializate dedicate conducerii, denumite *echipamente de automatizare* (EA).

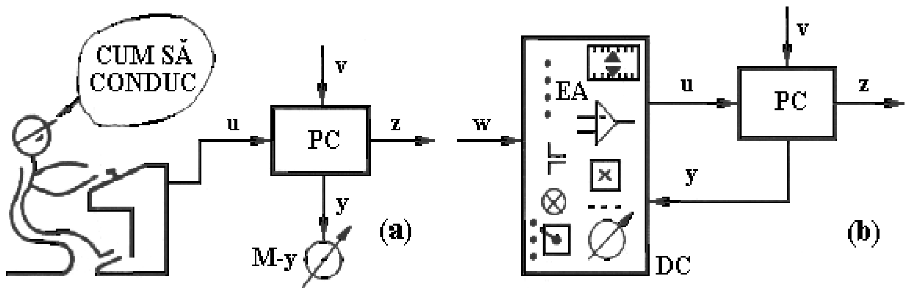


Fig.1.12. *Conducerea manuală (a) şi automată (b) a unui proproces.*

Ansamblul de ***EA interconectate constructiv şi funcţional*** destinat conducerii unui proces, denumit în continuare ***proces condus*** (**PC**), poartă denumirea de ***dispozitiv de conducere*** (**DC**) (***automată***, **DCA**). Ansamblul constructiv-funcţional compus din DC şi PC şi realizat în vederea conducerii PC poartă denumirea de ***sistem de conducere automată*** (**SCA**).

Conducerea manuală sau automată a unui PC (fig.1.13) se poate desfăşura:

(a) *Fără urmărirea nemijlocită a desfăşurării PC* sau ***conducerea în circuit deschis*** a PC (fără buclă de reacţie). Un astfel de SCA poartă denumirea de ***SCA în circuit deschis*** (**SCA-CD**) şi are schema bloc principială redată în fig.1.13 (a).

(b) *Cu urmărirea nemijlocită şi adeseori continuă de către DC a desfăşurării PC*, sau ***conducere în circuit închis*** (cu buclă de reacţie sau “feedback”). SCA astfel creat poartă denumirea de ***SCA în circuit închis*** (**SCA-CI**), fig.1.13 (b).

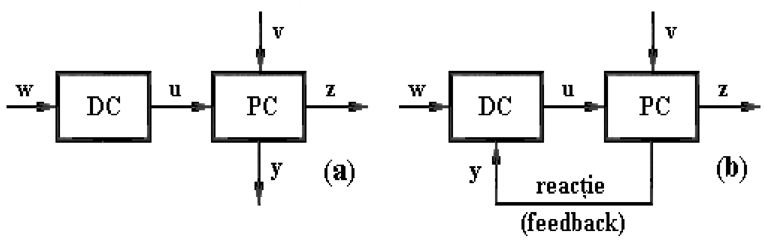


Fig.1.13. *SCA în circuit deschis(a) şi SCA în circuit închis (b).*

Structura de SCA-CD poate fi utilizată numai în situaţiile în care nu sunt impuse condiţii de calitate deosebite asupra desfăşurării PC şi *procesul este stabil*. ***Dezavantajul*** esenţial al conducerii prin SCA-CD constă în faptul că, chiar şi în condiţiile urmăririi atente de către un operator uman a desfăşurării PC, prezenţa perturbaţiilor va determina abaterea PC de la desfăşurarea dorită.

Sarcinile de conducere ale DCA a *unui SCA-CI* sunt:

- asigurarea prescrierii (reţinerii, memorării) informaţiei privind modul în care trebuie să se desfăşoare PC, prin intermediul mărimii de referinţă w;

- urmărirea desfăşurării PC – prin mărimea măsurată y – şi, comparând evoluţia efectivă (y) cu cea dorită (w), să ia decizia de intervenţie în desfăşurarea PC prin elaborarea ***comenzii u*** şi transmiterea ei către PC.

Semnificaţia mărimilor care apar în schemele bloc din fig.1.13 este: w - *mărime de referinţă* (de prescriere sau consemn); u – *mărime de comandă*; z – *mărime de ieşire de apreciere* (caracterizează calitatea desfăşurării procesului); y – *mărime de ieşire de măsură* necesară în vederea realizării unui SCA (CI); v – *mărime de perturbaţie*. In schemele bloc prezentate, sensul de transmitere a mărimilor (materie, energie) se marchează prin segmentele orientate ce leagă blocurile; aceste mărimi sunt şi purtătoare de informaţie referitoare la fenomenele din cadrul SCA. Mărimile u şi y – prin care se realizează interfaţarea DC-PC – trebuie să fie reciproc acceptate atât de către PC cât şi de către DC (aceeaşi natură fizică, acelaşi domeniu de variaţie şi acelaşi nivel energetic).

În vederea intervenţiei în proces, mărimea de comandă u furnizată de DC este convertită şi amplificată de către ***elementul de execuţie*** (**E**). În multe situaţii ieşirea de măsură y este măsura ieşirii de apreciere z, obţinută prin intermediul unui ***element de măsură*** (**M**), fig.1.14 (a). Ea poate fi însă şi măsura altor mărimi din cadrul procesului (z_a), fig.1.14 (b). În conducerea automată a PC, pentru ansamblul funcţional {E+PT+M} se utilizează denumirea de ***proces condus*** (**PC**) sau de ***parte fixă*** (**PF**) a sistemului.

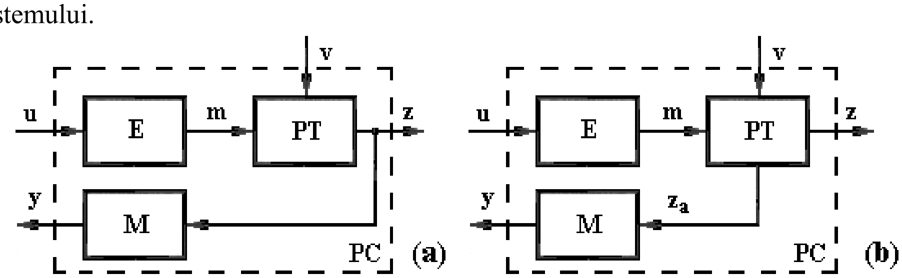


Fig.1.14. *Scheme bloc detaliate pentru procesul condus.*

Dezvoltarea şi realizarea unui SCA necesită atât cunoştinţe aparţinând diferitelor ramuri ale tehnicii cât şi cunoştinţe specifice domeniului conducerii automate. Acestea din urmă pot fi grupate în două categorii:

- *Cunoştinţe privind procesul condus (PC)*: ele se referă la proprietăţile naturale ale procesului şi la proprietăţile pe care trebuie să le manifeste (PC), încadrat în structura de SCA. Aceste proprietăţi constituie informaţii a priori în realizarea SCA.
- *Cunoştinţe privind structurile de SCA:* funcţionalitatea acestor structuri, metode de calculul a DCA, posibilităţi de realizare şi de implementare a DCA, metode de verificare şi de apreciere a performanţelor SCA ş.a.

Bibliografie

(Åström and Murray, 2008) K. J. Åström, R. M. Murray, Feedback Systems: An Introduction for Scientists and Engineers, Princeton University Press, Princeton, NJ, 2008.

(Belea, 1985) V. Belea, Teoria sistemelor. Sisteme neliniare, Editura Didactică şi Pedagogică, Bucureşti, 1985.

(Bemporad, 2011) A. Bemporad, Automatic Control 1, Lecture Notes, University of Trento, Trento, Italy, 2011.

(Ionescu, 1975) Vl. Ionescu, Introducere în teoria structurală a sistemelor liniare, Editura Academiei, Bucureşti, 1975.

(Ionescu, 1985) Vl. Ionescu, Teoria sistemelor. Sisteme liniare, Editura Didactică şi Pedagogică, Bucureşti, 1985.

(Preitl, 1992) St. Preitl, Teoria sistemelor şi reglaj automat, curs, vol. 1, partea 1 Teoria sistemelor, Lecture Notes, Lito U.T. Timisoara, Timişoara, 1992.

(Preitl and Precup, 2001a) St. Preitl and R.-E. Precup, Introduction to Control Engineering (in Romanian: Introducere in ingineria reglarii automate), Editura Politehnica, Timişoara, 2001.

(Preitl and Precup, 2001b) St. Preitl and R.-E. Precup, Automatic Control (in Romanian: Automatizari), Editura Orizonturi Universitare, Timişoara, 2001.