

## Capitolul 7

# ACORDAREA PARAMETRILOR REGULETOARELOR UTILIZÂND DATE EXPERIMENTALE

Acordarea parametrilor reguletoarelor cu utilizarea unor relații care sunt sprijinite pe parametri de proces determinați din date experimentale este aplicată în situațiile următoare:

- punerea în funcțiune a proceselor automatizate, de regulă lente, când sunt disponibile informații puține relative la proces;
- caracterul procesului condus nu permite construirea unor MM exacte, relativ simple și/sau nici determinarea ușoară, pe cale analitică, a valorilor parametrilor.

Acest din urmă caz este specific **proceselor lente** pentru care explicarea unor MM prin identificare analitică este greoaie. Din acest motiv, majoritatea situațiilor de proiectare se referă la această categorie de procese.

## 7.1. Particularități de scriere a funcției de transfer aferente reguletoarelor destinate conducerii proceselor lente

F.d.t. aferentă reguletoarelor destinate conducerii proceselor lente este exprimată adeseori în forma:

$$H_R(s) = k_R \left[ \left( 1 + \frac{T_d}{T_i} \cdot q^* \right) + \frac{1}{sT_i} + sT_d \right], \quad (7.1-1)$$

în care  $q^*$  este coeficientul de interinfluență, cu valoarea dependentă de construcția reguletorului.

Frecvent în locul coeficientului de transfer (factorului de amplificare)  $k_R$  este utilizată *banda de proporționalitate*  $b_p$  definită conform relației:

$$b_p^{\%} = \frac{u_{\max} - u_{\min}}{\varepsilon_{\max} - \varepsilon_{\min}} \cdot \frac{1}{k_R} \cdot 100\%, \text{ în care:} \quad (7.1-2)$$

$$u_{\max} - u_{\min} = D_u, \quad \varepsilon_{\max} - \varepsilon_{\min} = D_{\varepsilon}.$$

$$\text{Dacă } D_u = D_{\varepsilon}, \text{ atunci: } k_R = \frac{1}{b_p^{\%}} \cdot 100 \Leftrightarrow b_p^{\%} = \frac{1}{k_R} \cdot 100. \quad (7.1-3)$$

## 7.2. Acordarea reglatoarelor pentru procese lente cu autostabilizare, aperiodice

Clasa de procese *cu autostabilizare, aperiodice* este specifică aplicațiilor în care procesele sau fenomenele care sunt derulate în procesul condus (instalația tehnologică) sunt de aceeași natură fizică și nu există reacții locale inverse (de exemplu, procesele termice dintr-o incintă). Modelarea matematică detaliată a proceselor de acest tip este anevoioasă. Mai mult, există situații când prin performanțele impuse modelarea exactă nici nu este necesară și, drept urmare, proiectarea poate fi mai puțin exactă, urmând ca, prin verificări experimentale însoțite de reacordarea practică a parametrilor, să fie asigurată comportarea finală acceptată.

Metodele de acordare bazate pe date experimentale au fost dezvoltate pornind atât de la justificări de natură teoretică cât și de la rezultate de simulare. În literatură sunt prezentate diferite recomandări privind alegerea unui anumit tip de regulator. Aceste recomandări țin seama de:

- natura procesului și MM de aproximare asociabil,
- mărimea de intrare ( $r$  - referința,  $v$  - perturbația) în raport cu care interesează evoluția procesului și se proiectează regulatorul.

Procese lente prezintă adeseori și un timp mort natural ( $T_m$ ). Exemple de procese lente și mărimile reglate specifice sunt:

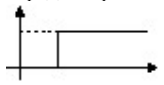
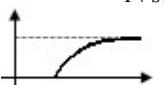
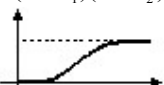

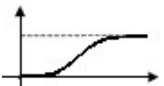
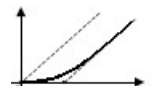
- instalațiile termice: reglarea temperaturii;
- procese cu fluide (hidraulice și pneumatice), în speță recipiente, circuite, elemente de execuție: reglarea presiunii, a debitului și a nivelului;
- procese chimice: reglarea pH-ului, a temperaturii, concentrației și a altor parametri.

Convențional un proces este numit *lent* în situația în care constantele de timp dominante ale acestuia depășesc ordinul de mărime 10 sec. În tabelul 7.2-1 sunt prezentate – cu caracter informativ – recomandări privind utilizarea reglatoarelor tipizate în cazul unor procese caracterizate prin modele tipizate (benchmark).

Există o varietate mare de metode de acordare a reglatoarelor bazate pe informații relative la proces obținute din datele unei identificări experimentale. Pentru fiecare din aceste metode sunt prezentate relații de acordare specifice; aceste relații sunt apoi verificate experimental. Adeseori relațiile sunt legate de numele unor cercetători și sunt referitoare la anumite modalități de caracterizare matematică a procesului.

### Acordarea parametrilor reguletoarelor utilizând date experimentale

Tabelul 7.2-1. Recomandări privind alegerea regulatorului.

Caracteristicile procesului / tip MM, răspuns indicial și f.d.t.	Tipul de regulator, RG					
	P	I	PI	PDT1	PID	R-Bp
Tm $H_p(s) = k_p e^{-sT_m}$ 	Inutilizabil	Recomandat R, P mai slab decât PI	Recomandat R, P	Inutilizabil	Inutilizabil	Inutilizabil
PT1-Tm $H_p(s) = \frac{k_p}{1+sT} e^{-sT_m}$ 	Puțin utilizabil	Mai slab decât PI	Ceva mai slab decât PID	Slab	Recomandat R P	Numai performanțe la limită $T_m/T < 0.2$
PT2-Tm $H_p(s) = \frac{k_p e^{-sT_m}}{(1+sT_1)(1+sT_2)}$ 	Nerecomandat	Slab	Ceva mai slab decât PID	Slab	Recomandat R P	Numai performanțe la limită $T_m/T < 0.2$
PT1-Tm cu $T_m \ll T \approx PT2$ $H_p(s) = \frac{k_p e^{-sT_m}}{1+sT} \approx \frac{k_p}{(1+sT_1)(1+sT_m)}$ 	Recomandat R	Nerecomandat	Recomandat R P	Mai slab R (T mare)	Mai slab P (T mare)	Numai performanțe la limită
PTn (model Strejc) $H_p(s) = \frac{k_p}{(1+sT)^n}$ 	Nerecomandat	Mai slab decât PI	Mai slab decât PID	Nerecomandat	Recomandat R P	
IT1 $H_p(s) = \frac{k_p}{s(1+sT)}$ 	Recomandat în cazul T mic sau T=0	Inutilizabil	Recomandat P fără T sau T mic	Recomandat R	Recomandat P	Utilizabil

Legendă: **R** – comportare în raport cu referința; **P** – comportare în raport cu perturbația; R-Bp – regulator bipozițional.

### 7.3. Metoda de acordare Ziegler-Nichols bazată pe atingerea limitei de stabilitate

**A. Varianta de bază.** În varianta de bază, metoda datorată lui Ziegler și Nichols este bazată pe atingerea limitei de stabilitate. Aplicarea ei presupune că procesul (SRA) acceptă din punct de vedere tehnologic – cel puțin pe o perioadă relativ scurtă – funcționarea în regim permanent oscilant întreținut la limita de stabilitate. În acest regim, în sistem, fig.7.3-1 (a), sunt stabilite oscilații întreținute.

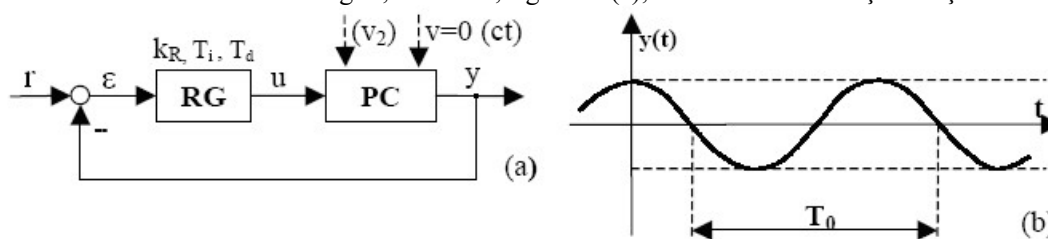


Fig.7.3-1. Aducerea sistemului la limita de stabilitate: (a) schema bloc;  
(b) regimul permanent oscilant.

Regimul permanent oscilant al SRA poate fi asigurat la utilizarea unui regulator de tip proporțional prin creșterea treptată a coeficientului de transfer  $k_R$  (în cazul unui regulator de bază de tip PID, acesta va avea parametri setați după cum urmează:  $\{k_R \neq 0, T_i = \infty, T_d = 0\}$ ). Fie  $k_{R \text{ crt}} = k_{R0}$  coeficientul de transfer (factorul de amplificare / amplificarea) critic / critică pentru care în ieșirea sistemului este stabilit regimul permanent caracterizat de oscilații permanente de perioadă  $T_0$  și amplitudine constantă, fig.7.3-1 (b). De aici, metoda poartă și denumirea de **metoda atingerii limitei de stabilitate**. Datele experimentale relative la proces care sunt reținute pentru acordarea reguletoarelor sunt  $\{k_{R \text{ crt}} = k_{R0}, T_0\}$ .

Parametrii de acordare ai regulatorului de bază (PID, PI sau I) pot fi calculați pe baza relațiilor de acordare specifice, datorate lui Ziegler și Nichols, conform tabelului 7.3-1. Studiul experimental al sistemului acordat pe baza relațiilor din tabelul 7.3-1 evidențiază faptul că performanțele SRA în raport cu referința nu sunt deosebite, **suprareglajul fiind nepermis de mare** ( $\sigma_1 \approx 40\%$ ). Din acest motiv metoda este utilizată cu precădere pentru situațiile în care SRA este cu **referință constantă** ( $r(t) = \text{const}$ ) respectiv **modificarea referinței este aplicată foarte lent**. Pentru comportarea sistemului esențiale sunt performanțele bune relative la modificările perturbației de tip sarcină,  $v_2(t)$ , care acționează pe intrarea PC.

Metoda prezintă **dezavantajul** că aducerea PC în apropierea limitei de stabilitate este însoțită de mai multe inconveniente:

- timp de experimentare mare, însoțit de consum de energie mare,
- solicitări puternice ale instalației tehnologice,
- intrarea procesului (sistemului) în zone nelineare (de exemplu, zone cu limitări), ceea ce falsifică apoi rezultatele experimentale.

### Acordarea parametrilor reguletoarelor utilizând date experimentale

Tabelul 7.3-1. Relații de acordare a parametrilor regulatorului pe baza metodei Ziegler-Nichols (I).

Tip RG	Parametrii de acordare		
	$k_R$	$T_i$	$T_d$
P	$0.5 k_{R \text{ crt}}$	-	-
PI	$0.5 k_{R \text{ crt}}$	$0.85 T_0$	-
PID	$0.5 k_{R \text{ crt}}$	$0.5 T_0$	$0.12 T_0$

**B. Varianta de aplicare a metodei prin care este evitată aducerea procesului în regim permanent oscilant.** Dacă este acceptat faptul că PC poate fi caracterizat printr-un MM de tip PT1-Tm, cu parametri determinabili analitic sau experimental (a se vedea, de exemplu, fig.7.4-1), atunci parametrii regulatorului pot fi determinați pe cale analitică. Fie procesul identificat experimental și un **regulator de tip P**; relațiile specifice sunt:

$$H_P(s) = \frac{k_P}{1+sT} \cdot e^{-s \cdot T_m}, \quad H_R(s) = k_R, \quad H_0(s) = \frac{k_0}{1+sT} \cdot e^{-s \cdot T_m}, \quad k_0 = k_R \cdot k_P. \quad (7.3-1)$$

Regimul permanent oscilant (starea cu oscilații permanente în care SRA este la limita de stabilitate) este atins în cazul în care rădăcinile ecuației caracteristice sunt complex conjugate:

$$\Delta_r(s) = 1 + H_0(s) \Rightarrow 1 + H_0(j\omega) = 0 \Leftrightarrow k_0 \cdot e^{-j\omega T_m} + 1 + j\omega T = 0. \quad (7.3-2)$$

Însă  $e^{-j\omega T_m} = \cos \omega T_m - j \cdot \sin \omega T_m$  și corespunzător rezultă:

$$k_0 \cos \omega T_m - j \cdot k_0 \sin \omega T_m + 1 + j\omega T = 0. \quad (7.3-3)$$

Relația (7.3-3) este descompusă pe componentele sale:

$$\begin{aligned} k_0 \cos \omega T_m &= -1 & (a) \\ k_0 \sin \omega T_m &= \omega T & (b) \end{aligned} \quad (7.3-4)$$

Cele două relații permit determinarea valorilor  $k_0$  și  $\omega$  care asigură rădăcini complex conjugate situate pe axa imaginară. Din relațiile (7.3-4) se obține:

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \omega T_m &= -\omega T & (a), \\ k_0^2 &= 1 + \omega^2 T^2 & (b). \end{aligned} \quad (7.3-5)$$

Notând  $\omega T_m = \Omega$  respectiv  $\omega = \frac{\Omega}{T_m}$ , relația (7.3-5) (a) devine:

$$\operatorname{tg} \Omega = -\frac{T}{T_m} \Omega. \quad (7.3-6)$$

### Acordarea parametrilor reguletoarelor utilizând date experimentale

Pentru raportul  $T_m / T = \rho$  cunoscut, ecuația (7.3-6) poate fi rezolvată grafic conform fig.7.3-2.

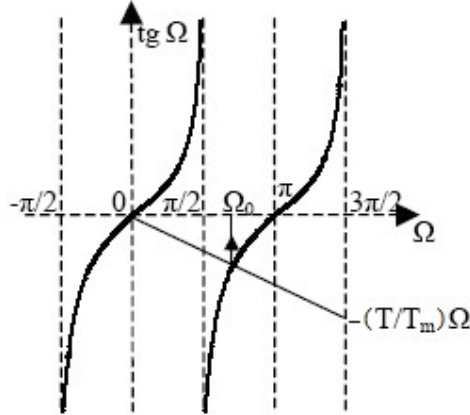


Fig.7.3-2. Soluționarea grafică a ecuației (7.3-6).

Prezintă interes *prima soluție pozitivă*, notată cu  $\Omega_0$ , care oferă tocmai valoarea  $k_{0\text{ crt}} = k_{R\text{ crt}} \cdot k_P$ . Apoi, din relația (7.3-5) (b) rezultă:

$$k_0^2 = 1 + \frac{T^2}{T_m^2} \Omega_0^2 \text{ și } \omega_0 = \frac{\Omega_0}{T_m} \text{ respectiv:}$$

$$k_{R\text{ crt}} = \frac{1}{k_P} \sqrt{1 + \left( \Omega_0 \frac{T}{T_m} \right)^2}, \quad T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi \frac{T_m}{\Omega_0}. \quad (7.3-7)$$

Valorile  $\{T_0, k_{R\text{ crt}}\}$  calculate servesc la calculul parametrilor regulatorului (tabelul 7.3-1).

❑ **Situații extreme de interes practic** sunt determinate de valoarea raportului dintre constantele de timp  $T_m$  și  $T$ . Sunt de interes două cazuri:

- (i) *Cazul  $T_m \gg T$  – procesul este cu timp mort dominant.* Din relația (7.3-6) se obține:  $\text{tg } \Omega = 0$  deci  $\Omega_0 = \pi$ .

Corespunzător, din (7.3-7) se obține:

$$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi \frac{T_m}{\Omega_0} \Rightarrow T_0 \approx 2T_m. \quad (7.3-8)$$

Pe de altă parte, din aproximarea  $\sqrt{1+x^2} \approx 1 + \frac{x^2}{2}$ , valabilă pentru  $x \ll 1$ , cu  $x = \frac{T}{T_m} \Omega_0$ , rezultă:

#### Acordarea parametrilor reguletoarelor utilizând date experimentale

$$k_0 \approx 1 + \frac{1}{2} \left( \frac{T}{T_m} \Omega_0 \right)^2 = 1 + 2\pi^2 \frac{T^2}{T_0^2} \quad \text{sau} \quad k_{R \text{ crt}} \approx \left( 1 + 2\pi^2 \frac{T^2}{T_0^2} \right) \frac{1}{k_p}. \quad (7.3-9)$$

(ii) Cazul  $T_m \ll T$  – proces cu timp mort nesemnificativ. Din relația (7.3-6) se obține:

$\text{tg } \Omega = -\infty$  din care  $\Omega_0 = \pi/2$  și corespunzător:

$$\frac{T}{T_m} \Omega_0 = \frac{T}{T_m} \frac{\pi}{2} \gg 1 \quad \text{și} \quad T_0 = 2\pi \frac{T_m}{\Omega_0} = 4T_m. \quad (7.3-10)$$

Pe baza aproximării  $\sqrt{1+x^2} \approx x$ , valabilă pentru  $x \gg 1$ , rezultă valoarea amplificării critice:

$$k_{R \text{ crt}} \approx \frac{1}{k_p} \cdot \frac{\pi}{2} \cdot \frac{T}{T_m}. \quad (7.3-11)$$

## 7.4. Metode de acordare datorate lui Oppelt

**A. Cazul proceselor aperiodice cu autostabilizare.** Metoda de bază datorată lui Oppelt este aplicată proceselor cu autostabilizare, aperiodice și utilizează pentru caracterizarea procesului un **model de aproximare de tip PT1-Tm**, obținut prin identificarea experimentală prin metoda răspunsului la semnal treaptă, fig.7.4-1. Identificarea are loc cu funcționarea PC în circuit deschis (PC trebuie să fie - pe cât posibil - neperturbat). Modelul de aproximare de tip PT1-Tm are f.d.t. de forma:

$$H_P(s) = \frac{\Delta y(s)}{\Delta u(s)} = \frac{k_p}{1+sT} e^{-sT_m}, \quad (7.4-1)$$

cu parametrii  $\{k_p, T_m, T\}$  rezultând pe baza relațiilor:

$$k_p = \frac{\Delta y_\infty}{\Delta u_\infty} = \frac{y_\infty - y_0}{u_\infty - u_0} \cdot \frac{\langle y \rangle}{\langle u \rangle}, \quad T_m = [\text{OA}] < \text{sec} >, \quad T = [\text{AB}] < \text{sec} > \quad (7.4-2)$$

### Acordarea parametrilor reguletoarelor utilizând date experimentale

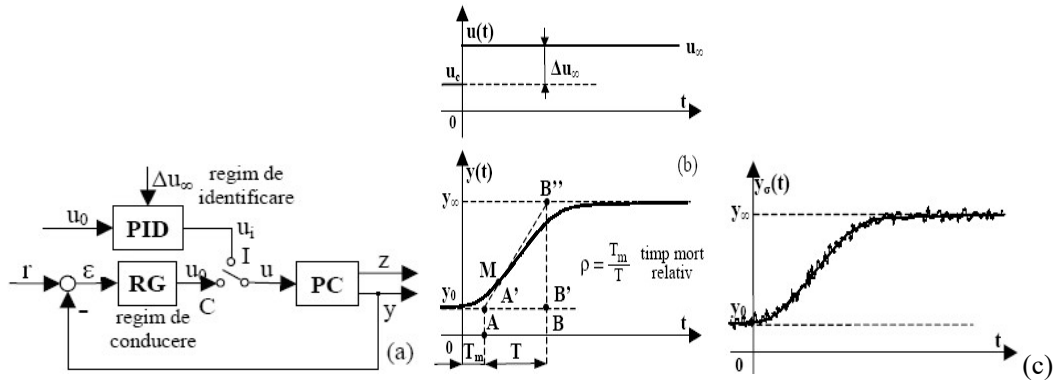


Fig.7.4-1. Identificarea procesului bazată pe metoda răspunsului la semnal treaptă.

În continuare parametrii de acordare ai regulatorului sunt calculați pe baza relațiilor antecalulate date în tabelul 7.4-1 cu  $\rho = T_m/T$  – **timpul mort relativ**. **Suprareglajul rezultat este însă relativ mare**. Pentru reducerea suprareglajului parametrii pot fi **reacordați experimental**. Relațiile prezentate corespund și acordării optime pe baza minimizării criteriului ISE.

Tabelul 7.4-1. Relații de acordare datorate lui Oppelt.

	Parametrii de acordare			
	P	PI	PID	PD(T1)
$k_R \cdot k_P \cdot \rho$	$\leq 1$	$\leq 0.8$	1.2	$\leq 1.2$
$T_i/T_m$	$\infty$	$> 3$	$> 2$	$\infty$
$T_d/T_m$	0	0	$< 0.42$	0.25

**Observații:** 1. Adeseori identificarea este legată puternic de punctul de funcționare staționară constantă de coordonate  $\{u_0, y_0\}$  și rezultatul are valabilitate restrânsă în jurul acestuia.

2. În general, măsurările experimentale sunt afectate de perturbații, suprapuse peste componenta utilă, fig.7.4-1 (c), ceea ce determină ca procesul de identificare să devină greoi și incert.

**Aplicație:** Este considerat procesul condus cuptor de topit destinat menținerii temperaturii aluminiului topit la valoarea solicitată de desfășurarea normală a procesului tehnologic de turnare. Rezistoarele cuptorului sunt alimentate cu energie electrică prin intermediul unei punți cu tiristoare, fig.7.4-2.



### Acordarea parametrilor reglatoarelor utilizând date experimentale

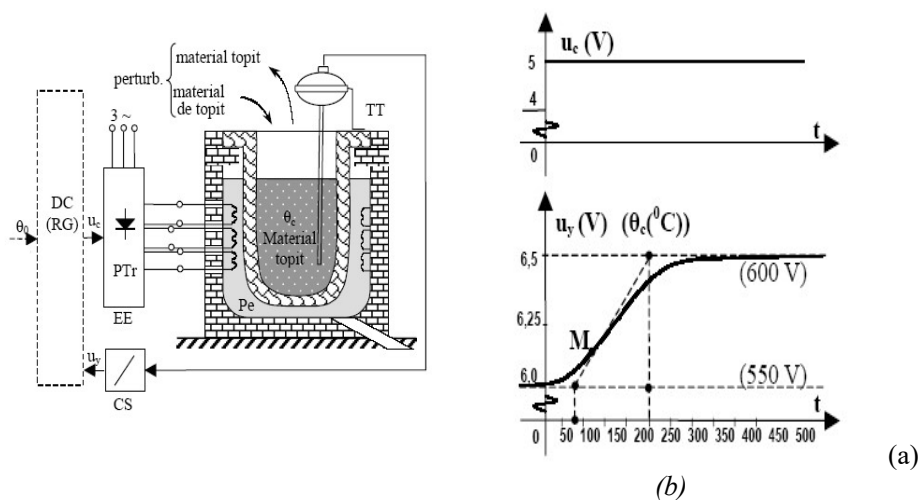


Fig. 7.4-2. Reglarea temperaturii într-un cuptor de menținere în stare lichidă a aluminiului.

- Elementul de execuție (puntea cu tiristoare, comandată) poate fi caracterizat prin f.d.t.:

$$H_E(s) = \frac{\Delta P_e(s)}{\Delta u_c(s)} \approx k_E e^{-s \cdot T_\mu} \text{ cu timpul mort } T_\mu \approx 0.005 \text{ sec}$$

considerat neglijabil.

- Elementul de măsură este realizat din ansamblul TT – traductor de temperatură (senzor primar) și CS – convertor de semnal. MM de aproximare aferent elementului de măsură este:

$$H_M(s) = \frac{u_y(s)}{\theta_c(s)} = k_M e^{-s \cdot T_{eM}}$$

În fig. 7.4-3 sunt prezentate caracteristicile statice (CS) aferente elementului de execuție și elementului de măsură.

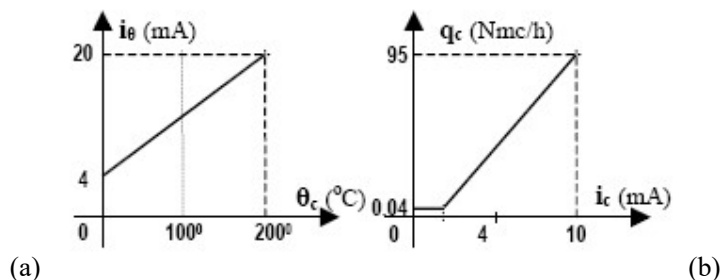


Fig. 7.4-3. Caracteristici statice aferente elementului de măsură (a) și elementului de execuție (b).

### Acordarea parametrilor reglatoarelor utilizând date experimentale

*Se cere:* Să se sprojecteze algoritmic regulatorul aferent sistemului de reglare pentru menținerea constantă a temperaturii materialului topit (echivalent cu  $r_\infty = \text{const}$ ) la modificări ale perturbației (statism nul,  $\gamma_n = 0$ ). Perturbația este dată de faptul că în oala cu topitură este introdus material solid pentru topire și este scos material topit folosit în procesul tehnologic.

Cantitatea de material scos sau introdus din / în cuptor este de ordinul de mărime 5 % din capacitatea oalei de topit. Temperatura materialului din cuptor trebuie menținută la valoarea constantă  $\theta_{cc} = 625^\circ\text{C}$ . Suprareglajul trebuie să aibă valori reduse / rezonabile.

*Soluție:* Construcția pe cale analitică a MM aferent unui astfel de proces este relativ greoaie. Din acest motiv procesul este identificat experimental prin *metoda răspunsului la semnal treaptă*, fig.7.4-2 (b).

- Din prelucrarea curbei de răspuns la semnal treaptă sunt citite:

$$T_m \approx 65 \text{ sec} , T \approx 145 \text{ sec} , k_p = \frac{\Delta u_{y_\infty}}{\Delta u_{c_\infty}} \approx 0.5 \text{ și rezultă f.d.t. de aproximare:}$$

$$H_p(s) = \frac{0.5}{1 + 145s} \cdot e^{-65s} \text{ cu } \rho = T_m / T = 0.45 .$$

- Pentru asigurarea condiției  $\gamma_n = 0$  și ținând seama de natura procesului (termic), este ales un regulator PI acordat după Oppelt (Ziegler-Nichols) pe baza relațiilor de acordare (tabelul 7.4-1):

$$k_R k_P \rho \leq 0.8 \Rightarrow k_R \leq \frac{0.8}{0.5 \cdot 0.45} = 3.6 \text{ și } T_i / T_m > 3 ;$$

se alege  $T_i > 195 \text{ sec}$ .

Sunt utilizate următoarele valori normalizate pentru parametrii un regulator industrial PI numeric (cu  $T_e \approx 1 \text{ sec}$ ) care lucrează cu semnal unificat curent continuu 4 ... 20 mA:

$$k_R = 3 \text{ sau } b_p^\% = \frac{1}{k_R} \cdot \frac{D_u}{D_e} \cdot 100 = 33\% \text{ și } T_i = 200 \text{ sec} .$$

**B. Metoda Oppelt pentru cazul proceselor IT1.** În cazul proceselor cu caracter integrator cu temporizare de ordinul 1 (IT1) regulatorul recomandat va fi de regulă **fără componentă integratoare**, P sau PDT1, mai rar PI sau PID. Procesul poate fi identificat experimental prin metoda răspunsului la semnal treaptă:

$$H_p(s) = \frac{k_p}{s(1 + sT)} e^{-sT_m} . \quad (7.4-3)$$

În cazul RG-P coeficientul de transfer al regulatorului poate fi calculat, de exemplu, cu relația următoare [3], [14], [17]:

#### Acordarea parametrilor reglatoarelor utilizând date experimentale

$$k_R = \frac{2}{k_P T}. \quad (7.4-4)$$

Comportarea rezultantă este **oscilantă cu suprareglaj relativ mare**.

*Observații:* 1. **Identificarea experimentală** a proceselor cu caracter integrator este o problemă **relativ delicată**.

2. În situațiile în care în structura regulatorului este solicitată **prezența componentei I**, atunci, pentru a asigura o caracteristică fază-pulsație favorabilă, **componenta derivativă este utilizată în regim de supracompensare** a constantei de timp a procesului.

### 7.5. Metoda Chien-Hrones-Reswick

Metoda *Chien-Hrones-Reswick* este utilizată în situațiile în care este dorit ca **în raport cu referința comportarea SRA să fie aperiodică sau foarte puțin oscilantă**. Relațiile de acordare diferă pentru cazul SRA stabilizatoare ( $r_\infty = \text{const}$ ) și SRA de urmărire cu variație rampă a referinței. Procesul este considerat aperiodic cu timp mort, caracterizat de f.d.t.:

$$H_P(s) = \frac{k_P}{1 + sT} e^{-sT_m}. \quad (7.5-1)$$

În tabelele 7.5-1 și 7.5-2 (relații după [14] - [17]) sunt sintetizate relațiile de acordare. Aplicarea concretă a metodei urmărește aceleași etape ca și celelalte metode bazate pe rezultate experimentale și relații antecalulate.

Tabelul 7.5-1. Relații de acordare după Chien-Hrones-Reswick. Cazul SRA aperiodic ( $\sigma_1 \approx 0$ ).

	SRA stabilizatoare			SRA de urmărire		
	P	PI	PID	P	PI	PID
$k_R k_P \rho$	0.3	0.6	0.95	0.3	0.35	0.6
$T_i$	$\infty$	$4 T_m$	$2.4 T_m$	$\infty$	$1.2 T$	$T$
$T_d$	0	0	$0.42 T_m$	0	0	$0.5 T_m$

Tabelul 7.5-2. Relații de acordare după Chien-Hrones-Reswick. Cazul SRA oscilant ( $\sigma_1 \approx 20\%$ ).

	SRA stabilizatoare			SRA de urmărire		
	P	PI	PID	P	PI	PID
$k_R k_P \rho$	0.7	0.7	1.2	0.7	0.6	0.95
$T_i$	$\infty$	$2.3 T_m$	$2 T_m$	$\infty$	$T$	$0.35 T$
$T_d$	0	0	$0.42 T_m$	0	0	$0.47 T_m$

## 7.6. Metoda datorată lui Strejc

Metoda de acordare a parametrilor reguletoarelor datorată lui Strejc este mai rafinată în raport cu cea anterioară și **este aplicabilă la conducerea unor procese aperiodice cu autostabilizare**, având MM de aproximare de forma:

- MM aproximat de un sistem de ordinul 2, de tip PT2:

$$H_P(s) = \frac{k_p}{(1+sT_1)(1+sT_2)}, \quad (7.6-1)$$

- MM aproximat de un sistem de ordinul  $n$ , de tip PTn:

$$H_P(s) = \frac{k_p}{(1+sT)^n}. \quad (7.6-2)$$

Gradul polinomului de la numitor,  $n$ , este stabilit pe baza informațiilor deduse din prelucrarea răspunsului indicial [3], [14].

Apelarea unuia sau altuia din modele este determinată de alura caracteristicii de răspuns la semnal treaptă, fig.7.6-1, în care:  $T_m$  – timpul mort,  $T$  – timpul de creștere (corespunde constantei de timp a modelului),  $T_M$  – timpul de realizare a punctului de inflexiune,  $\hat{y}_M$  – ordonata punctului de inflexiune M;  $\hat{\tau}_M$  – definită conform fig.7.6-1 ca ordonată a intersecției tangentei în M la curba de răspuns cu axa ordonatelor.

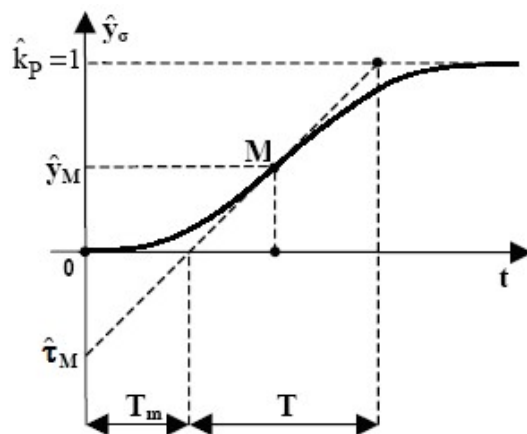


Fig.7.6-1. Identificarea procesului bazat pe metoda răspunsului la semnal treaptă.

Tipul modelului de aproximare, (a) sau (b), este ales după cum urmează:

- dacă  $\hat{y}_M \leq 0.264$  și  $\hat{\tau}_M \leq 0.104$ , va fi preferat un model de tip (7.6-1);
- dacă  $\hat{y}_M > 0.264$  și  $\hat{\tau}_M > 0.104$ , va fi preferat un model de tip (7.6-2).

### Acordarea parametrilor reguletoarelor utilizând date experimentale

În funcție de MM de aproximare ales, relațiile de acordare diferă. În tabelul 7.6-1 sunt prezentate, pentru exemplificare, relații de acordare specifice utilizării modelelor de aproximare de tipul PT2, în care este utilizată notația  $m_t$  pentru raportul:

$$m_t = \frac{T_2}{T_1} \quad \text{cu} \quad T_2 < T_1.$$

Funcția de transfer a regulatorului (P, PI sau PID) este dată în varianta “totul paralel”:

$$H_R(s) = k_{rp} + \frac{k_{ri}}{s} + k_{rd}s. \quad (7.6-3)$$

Tabelul 7.6-1. Relații de acordare după metoda Strejc (pentru procese de ordinul 2).

Date regulator	Tip de regulator			
Parametri de acordare	P	I	PI	PID
$k_{rp}$	$\frac{1}{k_p} \frac{m_t^2 + 1}{2m_t}$	-	$\frac{1}{k_p} \frac{m_t^2 + 1}{2m_t}$	$< \frac{1}{k_p} \frac{m_t^2 + 1}{2m_t}$
$k_{ri}$	-	$\frac{1}{k_p T_1} \frac{1}{2(1 + m_t)}$	$\frac{1}{k_p T_1} \frac{m_t^2 + m_t + 1}{2m_t(1 + m_t)}$	$< \max \{ k_{ri} \}$
$k_{rd}$	-	-	-	$< 0.4 k_{ri}$

Alte metode și relații specifice au fost date de Kopelovici, Reinisch ș.a. și sunt adeseori legate de natura procesului condus.

## Capitolul 10

# CONDUCEREA PROCESELOR CU TIMP MORT UTILIZÂND SCHEME DE REGLARE CU PREDICTOR SMITH

Conducerea proceselor cu timp mort prezintă **inconvenientul major** că efectele modificării comenzii  $u(t)$  sunt resimțite în mărimea de ieșire  $y(t)$  sau  $z(t)$  numai după trecerea timpului egal cu valoarea timpului mort  $T_m$ . Modificările întârziate ale ieșirii sunt resimțite întârziat în eroarea de reglare  $\varepsilon(t)$ , ceea ce conduce la **înăutățirea condițiilor de stabilitate** a sistemului. Din acest motiv proiectarea acestor structuri este adeseori supusă unor tehnici aparte.

## Conducerea proceselor cu timp mort utilizând scheme de reglare cu predictor Smith

Structurile de reglare eficiente în acest sens este constituite de cele **bazate pe model intern** (Internal Model-based Control structure, **IMC**). Acestea sunt utilizabile eficient atât în cazul reglatoarelor cu un singur grad de libertate (1 DOF) cât și în cazul reglatoarelor cu două grade de libertate (2 DOF). Structura de reglare cu predictor Smith (după ieșire) poate fi considerată ca și un caz particular al conducerii IMC. Pentru proiectarea structurii regulatorului poate fi aplicată o multitudine de metode de proiectare.

### 10.1. Scheme de reglare cu predictor Smith. Cazul continuu

**A. Structura unui SRA cu predictor Smith.** Structura de SRA cu predictor Smith este prezentată în fig.10.1-1 (a) și (b). Utilizarea schemelor de reglare cu predictor Smith prezintă avantajul “*scoaterii timpului mort în afara buclei de reglare*”. În acest scop este utilizat blocul CR cu f.d.t.  $H_C(s)$ , care poartă denumirea de *compensator în reacție* sau *predictor Smith*.

Pentru evidențierea efectului compensatorului și calculul f.d.t. aferente,  $H_C(s)$ , se pleacă de la explicitarea schemei din fig.10.1-1 (b). În prealabil, în f.d.t.  $H_p(s)$  sunt separate partea cu timp mort ( $T_m$ ) și partea rațională  $H'_p(s)$ :

$$H_p(s) = H'_p(s)e^{-sT_m} = H'_p(s) \cdot H_{T_m}(s), \quad H_{T_m}(s) = e^{-sT_m}. \quad (10.1-1)$$

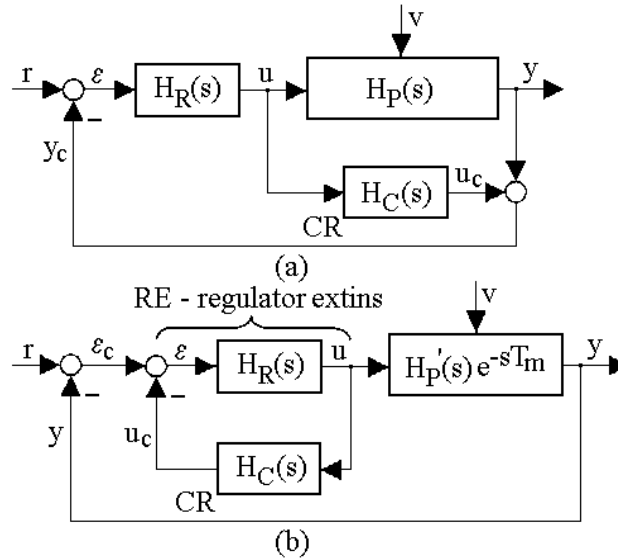


Fig.10.1-1. Structura unui SRA cu predictor Smith: structura de bază (a), structura reconfigurată (b).

În baza schemei bloc din fig.10.1-1 (b) sunt explicitate f.d.t. a sistemului deschis  $H_0(s)$  și f.d.t a sistemului închis  $H_r(s)$ :

### Conducerea proceselor cu timp mort utilizând scheme de reglare cu predictor Smith

$$H_0(s) = \frac{H_R(s)}{1 + H_R(s)H_C(s)} H_P'(s) \cdot e^{-s \cdot T_m}, \quad (10.1-2)$$

$$H_r(s) = \frac{H_0(s)}{1 + H_0(s)} = \frac{H_R H_P'(s)}{1 + H_R(s)[H_C(s) + H_P'(s)H_{T_m}(s)]} H_{T_m}(s). \quad (10.1-3)$$

Alegând compensatorul CR astfel ca să fie îndeplinită condiția:

$$H_C(s) + H_P'(s)H_{T_m}(s) = H_P'(s), \quad (10.1-4)$$

se obține următoarea formă a f.d.t.  $H_r(s)$ :

$$H_r(s) = \frac{H_R(s)H_P'(s)}{1 + H_R(s)H_P'(s)} \cdot e^{-s \cdot T_m}. \quad (10.1-5)$$

F.d.t. (10.1-5) caracterizează sistemul cu timpul mort *scos în afara buclei*, fig.10.1-2.

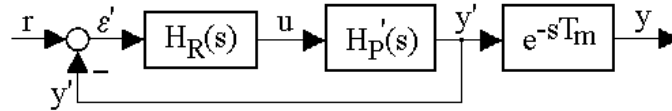


Fig.10.1-2. Structura de SRA cu predictor Smith modificată (de calcul).

În acest context sunt formulate următoarele *observații*:

- Sub rezerva realizării exacte a condiției (10.1-4), din relația (10.1-5) rezultă că în relația  $r \rightarrow y'$  proprietățile buclei nu sunt afectate de timpul mort. În consecință RG propriu-zis poate fi proiectat ca și cum procesul nu ar conține timp mort.
- Între intrarea  $r$  și ieșirea  $y$  timpul mort se manifestă ca și cum ar fi situat *în afara buclei*, deci efectul lui poate fi anticipat.
- *Parametrii compensatorului depind exclusiv de parametrii procesului.*

Într-adevăr, din relația (10.1-4) rezultă:

$$H_C(s) = H_P'(s) - H_P(s) = H_P'(s)[1 - e^{-s \cdot T_m}]. \quad (10.1-6)$$

În acord cu relația (10.1-6), schema bloc a SRA este rearanjată la forma din fig.10.1-3.

### Conducerea proceselor cu timp mort utilizând scheme de reglare cu predictor Smith

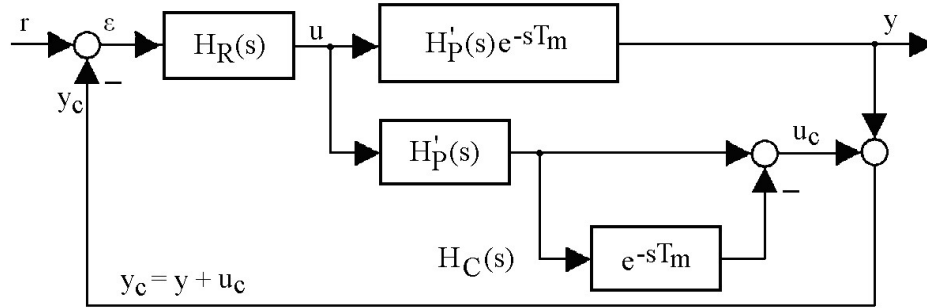


Fig.10.1-3. Schema bloc rearanjată aferentă SRA cu predictor Smith.

**B. Etapele proiectării SRA cu RG convențional și compensator Smith în cazul continuu.** Etapele proiectării sunt următoarele:

- Se pleacă de la f.d.t. a PC, care se presupune bine cunoscută și separabilă în forma:

$$H_p(s) = H'_p(s)e^{-sT_m}. \quad (10.1-7)$$

- Este proiectat regulatorul principal  $H_R(s)$  cu referire la  $H'_p(s)$  (partea fără timp mort a procesului). În acest sens poate fi apelată oricare metodă de proiectare cunoscută.
- Sunt proiectate componentele compensatorului în reacție (CR), fig.10.1-1 (b).

**C. Implementarea compensatorului în varianta continuă.** Proiectarea continuă conduce nemijlocit la o primă posibilitate de implementare în variantă analogică a regulatorului cu compensator Smith. Această implementare se lovește de **dificultatea realizării timpului mort  $T_m$** . Cea mai convenabilă realizare a timpului mort o constituie o *realizare Padé* de forma aproximanului Padé de ordinul (1+1):

$$e^{-sT_m} \approx \frac{1 - s \cdot T_m / 2}{1 + s \cdot T_m / 2}. \quad (10.1-8) \text{ (a)}$$

Corespunzător, relația (10.1-6) este rescrisă în forma:

$$H_C(s) = H'_p(s) \cdot \left( 1 - \frac{1 - s \cdot T_m / 2}{1 + s \cdot T_m / 2} \right) = H'_p(s) \cdot \frac{s \cdot T_m}{1 + s \cdot T_m / 2}. \quad (10.1-8) \text{ (b)}$$

Caracterul derivativ al reacției realizate de compensator (modulul CR) va menține în RSC caracterul regulatorului de bază,  $H_R(s)$ . Acest lucru poate fi demonstrat în două moduri:

- În baza relației (10.1-8) rezultă imediat:

$$u_c(s) = H_C(s) \cdot u(s) \Rightarrow u_{c\infty} = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot H_C(s) \cdot \frac{1}{s} u_\infty = 0. \quad (10.1-9)$$

- În baza schemei bloc din fig.10.1-1 (b), acceptând (pentru exemplificare) faptul că:
  - procesul este de tip PT2- $T_m$ ,
  - regulatorul este de tip PI și a fost aplicat principiul compensării constantei de timp mari:



### Conducerea proceselor cu timp mort utilizând scheme de reglare cu predictor Smith

$$H_P(s) = \frac{k_P}{(1+sT_1)(1+sT_2)} \cdot e^{-sT_m} \quad \text{și} \quad H_R(s) = \frac{k_r}{s}(1+sT_r), \quad T_r = T_1, \quad (10.1-10)$$

atunci, în baza relației (10.1-8) (b) se obține:

$$H_C(s) = \frac{k_P \cdot s \cdot T_m}{(1+sT_1)(1+sT_2)(1+sT_m/2)},$$

adică modulul CR are caracter derivativ, anticipativ dar și cu efect tranzitoriu, respectiv f.d.t. a regulatorului extins (RE),  $H_{RE}(s)$ :

$$H_{RE}(s) = \frac{H_R(s)}{1 + H_R(s) \cdot H_C(s)} = \frac{\frac{k_r}{s}(1+sT_r)}{1 + \frac{k_r}{s}(1+sT_r) \cdot \frac{k_P}{(1+sT_1)(1+sT_2)} \cdot \frac{s \cdot k_P T_m}{1+sT_m/2}}$$

și în final:

$$H_{RE}(s) = \frac{k_r}{s}(1+sT_r) \frac{(1+sT_2)(1+sT_m/2)}{(1+sT_2)(1+sT_m/2) + k_r k_P T_m}. \quad (10.1-11)$$

Prin relația (10.1-11) este evidențiat faptul că RE își menține caracterul PI dar este extins cu un filtru PD2T2. În continuare pot fi calculate succesiv f.d.t.  $H_0(s)$ ,  $H_r(s)$  și apoi analizate toate proprietățile SRA.

**D. Avantajele și dezavantajele reglării cu utilizarea predictorului Smith.** Acestea pot fi grupate după cum urmează în avantaje (A) și dezavantaje (D):

- procesul de reglare este îmbunătățit (A),
- simplitatea proiectării structurii și implementării soluției (A),
- realizarea analogică a RE, a blocului cu timp mort este greoaie (numai aproximativă); ea devine cu atât mai puțin eficientă cu cât procesul este mai complex (D),
- sensibilitate relativ mare la necunoașterea exactă a parametrilor procesului / realizarea aproximativă a parametrilor regulatorului (D).

Regulatoarele de bază recomandate sunt cele clasice, de tip PI sau PID.

**Exemplul de proiectare 1:** Este considerat PC cu f.d.t.  $H_P(s)$  de forma:

$$H_P(s) = \frac{1}{(1+10s)(1+5s)} \cdot e^{-10s}, \quad \text{cu}$$

$$H'_P(s) = \frac{1}{(1+10s)(1+5s)} \quad \text{și} \quad H_{T_m}(s) = e^{-10s}.$$

Să se proiecteze regulatorul extins RE astfel încât:

### Conducerea proceselor cu timp mort utilizând scheme de reglare cu predictor Smith

- timpul mort să fie scos în afara buclei;
- bucla de reglare compensată să aibă rezerva de fază  $\varphi_r \approx 45^\circ$ .

*Soluție:* Timpul mort foarte mare ( $T_m \approx T_1$ ) nu permite aplicarea teoremei constantelor de timp mici și poate avantaja utilizarea unui SRA cu predictor Smith.

1. *Calculul RG de bază.* Cu referire la f.d.t.  $H_p'(s)$  este ales un RG-PI:

$$H_R(s) = \frac{k_r}{s} \cdot (1 + s \cdot T_r)$$

și corespunzător se obține:

$$H_0(s) = \frac{k_r(1 + s \cdot T_r)}{s(1 + 10s)(1 + 5s)} \cdot e^{-10s}.$$

Aplicând principiul compensării rezultă:  $T_r = T_1 = 10 \text{ sec}$ .

$$H_0(s) = \frac{k_r}{s \cdot (1 + 5s)} \cdot e^{-10s} \quad \text{cu} \quad H_0'(s) = \frac{k_r}{s \cdot (1 + 5s)} \quad \text{și} \quad H_{T_m}(s) = e^{-s \cdot T_m}.$$

Pentru partea „fără timp mort” a procesului se poate scrie:

$$\angle H_0'(j\omega) = -\frac{\pi}{2} - \arctg 5\omega \quad \text{și} \quad \varphi_r = \angle H_0'(j\omega_t) + \pi = \frac{\pi}{4}.$$

Rezultă:

$$\varphi_r = \angle H_0'(j\omega_t) + \pi = \frac{\pi}{2} - \arctg 5\omega_t = \frac{\pi}{4} \Leftrightarrow \arctg 5\omega_t = \frac{\pi}{4} \Leftrightarrow \omega_t = \frac{1}{5} = 0.2 \text{ sec}^{-1}.$$

În fine, din condiția de modul,  $|H_0'(j\omega_t)| = 1$ , se obține:

$$\frac{k_r}{\omega_t \sqrt{1 + 25\omega_t^2}} = 1, \text{ de unde } k_r = \sqrt{2}/5; \quad H_R(s) = \frac{\sqrt{2}}{5s} (1 + 10s).$$

2. *Calculul compensatorului în reacție (CR).* Se apelează relația (10.1-8) (b) și se obține:

$$H_C(s) = \frac{1}{(1 + 10s)(1 + 5s)} \cdot \frac{10s}{(1 + 5s)}.$$

## 10.2. Implementarea numerică a regulatorului cu predictor Smith

La implementarea numerică a predictorului Smith, fig.10.2-1 (a), **pot fi eliminate dificultățile de realizare a timpului mort**. Fie procesul condus continuu cu f.d.t.:

$$H_p(s) = H_{pe}(s)e^{-sT_m} = \frac{B(s)}{A(s)} \cdot e^{-sT_m}. \quad (10.2-1)$$

### Conducerea proceselor cu timp mort utilizând scheme de reglare cu predictor Smith

Alegând  $T_m/T_e = d - \text{întreg}$ , întârzierea unui semnal cu  $d$  perioade de eşantionare este uşor realizabilă numeric conform relaţiei:

$$u(t - T_m) = u(t - dT_e) = q^{-d}u(t), \quad (10.2-2)$$

în care  $q^{-1}$  este operatorul de întârziere din domeniul timp, corespondentul lui  $z^{-1}$  din domeniul operaţional.

Utilizând etapele de dezvoltare a predictorului Smith continuu şi implementarea discretă a algoritmului de reglare (varianta CvC) a blocului CR (inclusiv a întârzierii pure) se obţine schema aferentă unui SRA cu predictor Smith continuu implementat în timp discret, fig.10.2-1 (b).

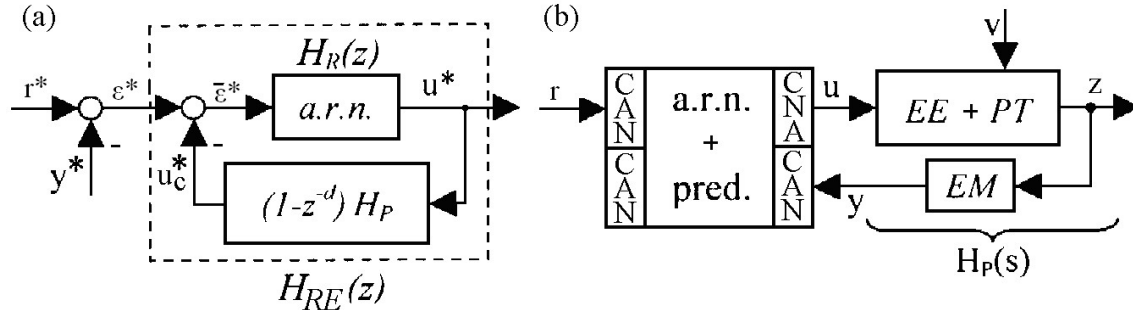


Fig.10.2-1. Schema unui SRA cu timp discret cu predictor Smith discret.

Fie  $H_p(z)$  corespondentul discret al f.d.t.  $H_p(s)$  de forma:

$$H_p(z) = \frac{B(z)}{A(z)} \quad (10.2-3)$$

și forma discretizată (CvC) a regulatorului:

$$H_R(z) = \frac{Q(z)}{P(z)}, \quad (10.2-4)$$

cu polinoamele având următoarele grade:  $\text{grad } A(z) = n_A = n$ ,  $\text{grad } B(z) = n_B = m$ ,  $\text{grad } Q(z) = n_Q$ ,  $\text{grad } P(z) = n_P$ . Atunci f.d.t. aferentă a.r.n. cu predictor Smith discret este explicitată sub forma:

$$H_{RE}(z) = \frac{u(z)}{\varepsilon(z)} = \frac{H_R(z)}{1 + (1 - z^{-d})H_P(z)H_R(z)}, \quad (10.2-5)$$

$$(1 + (1 - z^{-d})\frac{B(z)}{A(z)} \cdot \frac{Q(z)}{P(z)})u(z) = \frac{Q(z)}{P(z)}\varepsilon(z).$$

### Conducerea proceselor cu timp mort utilizând scheme de reglare cu predictor Smith

Relația (10.2-5) este rescrisă în forma:

$$[A(z^{-1})P(z^{-1}) + B(z^{-1})Q(z^{-1})]u(z) - z^{-d}B(z^{-1})Q(z^{-1})u(z) = A(z^{-1})Q(z^{-1})\varepsilon(z). \quad (10.2-6)$$

Relația (10.2-6) poate servi la explicitarea legii de reglare.

**Exemplul de proiectare 2:** Fie procesul continuu și regulatorul PI de la exemplul de proiectare

1. F.d.t. cu timp discret aferente procesului și regulatorului pot fi calculate cu relațiile cunoscute:

a. Pentru proces, realizare invariantă la semnal treaptă:

$$H_p(z) = \frac{B(z)}{A(z)} z^{-d} = \frac{b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2}}{a_0 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}} z^{-d} \quad \text{cu } d = T_m / T_e, \quad a_0 = 1. \quad (10.2-7)$$

b. Pentru regulator, discretizare printr-o metodă clasică:

$$H_R(z) = \frac{q_0 + q_1 z^{-1}}{1 + p_1 z^{-1}} = \frac{Q(z)}{P(z)} \quad \text{cu } p_1 = -1. \quad (10.2-8)$$

Fie  $d = 5$ . În acord cu relațiile (10.2-4) și (10.2-6), regulatorul numeric extins cu predictor Smith este explicitat în forma:

$$\begin{aligned} \left[ 1 + (1 - z^{-5}) \frac{b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2}}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}} \cdot \frac{q_0 + q_1 z^{-1}}{1 + p_1 z^{-1}} \right] u(z) &= \frac{q_0 + q_1 z^{-1}}{1 + p_1 z^{-1}} \varepsilon(z) \Leftrightarrow \\ [(1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2})(1 + p_1 z^{-1}) + (b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2})(q_0 + q_1 z^{-1})]u(z) - \\ - (b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2})(q_0 + q_1 z^{-1})z^{-5}u(z) &= (1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2})(q_0 + q_1 z^{-1})\varepsilon(z). \end{aligned}$$

Efectuând produsele din ultima egalitate, se obține:

$$\begin{aligned} u(z) + f_1 u(z)z^{-1} + f_2 u(z)z^{-2} + f_3 u(z)z^{-3} + f_6 u(z)z^{-6} + f_7 u(z)z^{-7} + f_8 u(z)z^{-8} = \\ = q_0 \varepsilon(z) + q_1 \varepsilon(z)z^{-1} + q_2 \varepsilon(z)z^{-2} + q_3 \varepsilon(z)z^{-3}, \end{aligned}$$

de unde este explicitat a.r.n. cu predictor Smith:

$$\begin{aligned} u_k = -f_1 u_{k-1} - f_2 u_{k-2} - f_3 u_{k-3} - f_6 u_{k-6} - f_7 u_{k-7} - f_8 u_{k-8} + \\ + q_0 \varepsilon_k + q_1 \varepsilon_{k-1} + q_2 \varepsilon_{k-2} + q_3 \varepsilon_{k-3}. \end{aligned} \quad (10.2-9)$$

## Capitolul 6

# ACORDAREA OPTIMĂ A REGULETOARELOR UTILIZÂND CRITERII DE MODUL

## 6.1. Metode de optimizare a parametrilor reguletoarelor

În vederea evitării dificultăților legate de proiectarea bazată pe repartitia poli-zeroouri cu satisfacerea performanțelor impuse și proiectarea directă a reguletoarelor utilizând repartitia poli-zeroouri aferentă sistemului închis (alocare, a se vedea capitolul 4) – cu incertitudini legate de alegerea celei mai bune soluții – în literatură au fost dezvoltate numeroase metode de acordare optimă (optimală) a parametrilor în conformitate cu un anumit criteriu. Ele sunt sprijinite pe utilizarea unor *indicatori sintetici* care surprind calitatea unui sistem de reglare automată (SRA) într-o *formulare sintetică*. Conceptual metodele de optimizare sunt relativ simple: pentru structura de SRA cu reguletorul având parametri grupați în vectorul  $\mathbf{p}$ , este pusă problema determinării setului de parametri  $\mathbf{p}_{opt}$  care satisfac un criteriu de optim. Sunt formulate problemele următoare:

- alegerea criteriului de optim și a unui indicator, care să satisfacă performanțele dorite pentru SRA;
- tratarea restricțiilor suplimentare.

Criteriile de optim pot fi definite în domeniul timp sau în domeniul pulsație.

**A. Optimizarea în domeniul timp.** Proiectarea optimă în domeniul timp are ca obiectiv găsirea celui mai bun reguletor *dintr-un anumit punct de vedere*, fixat prin intermediul unui *indicator de calitate integral* cu următoarea formă generală a problemei de optimizare asociate [3]–[16] (a se vedea și capitolul 3):

$$\mathbf{p}_{opt} = \arg \min_{\mathbf{p}} I = \int_{t_0}^{t_f} F(\zeta(t), \mathbf{p}), t) dt, \quad (6.1-1)$$

în care  $F(\zeta(t), \mathbf{p}), t)$  reprezintă o funcțională scalară de variabilele  $\zeta(t)$  și  $\mathbf{p}$  (variabilă vectorială). Evoluția variabilei  $\zeta(t)$  caracterizează calitatea sistemului. Intervalul  $[t_0, t_f]$  reprezintă *orizontul de timp* de observare a sistemului; în particular, limitele  $t_0$  și  $t_f$  pot fi  $t_0 = 0$  respectiv  $t_f = \infty$ .

În acceptarea unui anumit criteriu integral și a unui anumit indicator integral (cu o anumită structură a integralei) trebuie stabilită (indirect) o **legătură între expresia integralei  $I$ , minimul acesteia și calitatea SRA**; această legătură este reflectată de regulă:

### Acordarea optimă a reguletoarelor utilizând criterii de modul

- prin intermediul indicatorilor empirici cunoscuți  $\{\sigma_1, t_r, t_1, \dots\}$  sau
- prin intermediul unor indicatori “energetici” (de exemplu, consum energetic minim).

**Utilizarea indicatorilor integrali** într-o aplicație de conducere, presupune parcurgerea următoarelor două etape [12], [24]:

(1) *Etapa de analiză* a eficienței indicatorului în caracterizarea calității SRA:

- alegerea formei particulare pentru funcționala  $F(\zeta(t, \mathbf{p}), t)$ ; evaluarea expresiei este ușoară doar pentru anumiți indicatori integrali,
- alegerea variabilelor  $\zeta(t)$  din componența funcționalei,
- alegerea formei particulare de variație a mărimii de intrare care determină traiectoria și în raport cu care este efectuată analiza (proiectarea) SRA,
- precizarea corespondenței dintre valorile indicatorului integral și calitatea SRA.

(2) *Etapa de sinteză a SRA*. Această etapă este legată de proiectarea algoritmică a RG:

- minimizarea indicatorului în raport cu unul sau mai mulți parametri ai RG,
- calculul valorii minime a acestuia; valoarea minimului nu este însă esențială.

În cazul utilizării unui regulator PI, valorile optime ale parametrilor,  $\{k_{r\text{opt}}, T_{i\text{opt}}\}$ , care asigură minimizarea integralei, sunt obținute rezolvând ecuațiile de *optimizare parametrică*:

$$\frac{\partial I_*}{\partial k_r} = 0, \quad \frac{\partial I_*}{\partial T_i} = 0, \quad (6.1-2)$$

cu soluția optimală  $\{k_{r\text{opt}}, T_{i\text{opt}}\}$ . Alegerea unui anumit criteriu respectiv a unui anume indicator integral este făcută în acord cu particularitățile sistemului, natura semnalelor exterioare prin care este probat indicatorul și cu metoda de evaluare a indicatorului.

**B. Optimizarea în domeniul pulsație.** Cerințele de bază ale optimizării pot fi formulate în domeniul pulsație sub forma condițiilor [1],[12],[18]:

$$M_r(\omega) = |H_r(j\omega)| \approx 1 \quad \text{pentru valori } \omega \geq 0 \text{ cât mai mari,} \quad (6.1-3)$$

$$M_{v1,v2}(\omega) = |H_{v1,v2}(j\omega)| \approx 0 \quad \text{pentru valori } \omega \geq 0 \text{ cât mai mari.} \quad (6.1-4)$$

Condițiile generale de optim în modul au fost formulate de către Whiteley (Modulus Optimum (MO) conditions, [5], [15]) sub forma:

$$M_r(0) = 1 \quad (1) \quad \left. \frac{d^v M_r(\omega)}{d\omega^v} \right|_{\omega=0} = 0 \quad (2) \quad (6.1-5)$$

$$M_{v1,v2}(0) = 0 \quad (1) \quad \left. \frac{d^v M_{v1,v2}(\omega)}{d\omega^v} \right|_{\omega=0} = 0 \quad (2) \quad (6.1-6)$$

### Acordarea optimă a reguletoarelor utilizând criterii de modul

Metodele de acordare care derivă din caracteristicile amplitudine (modul) – pulsație sunt denumite metode de *Optim în Modul* (MO-m) [26]. Pentru sistemele de reglare după ieșire sunt reținute în literatură ca remarcabile două din aceste criterii (metode):

- Criteriul/metoda modulului optim (MO-m - Modulus Optimum method), [3], [18], prezentat în subcapitolul 6.2.
- Criteriul/metoda optimului simetric (SO-m - Symmetrical Optimum Method, [3], [19] prezentat în subcapitolul 6.3. Tot în acest subcapitol sunt prezentate și două extensii ale metodei, obținute prin parametrizare.

Ambele metode sunt sprijinite pe condiții de optim impuse în caracteristica modul-pulsație a sistemului închis. Optimizările din domeniul pulsație pot fi impuse și asupra altor componente ale reprezentării din domeniul pulsație.

## 6.2. Metoda (criteriul) modulului optim (MO-m)

Acordarea parametrilor reguletoarelor bazată pe MO-m are la bază condițiile de optim (6.1-5) și (6.1-6) reformulate sub forma relațiilor (6.2-1) (a)-(c):

$$H_r(s) = 1: \quad |H_r(j\omega)| = M_r(\omega) = 1 \quad (a)$$

$$H_{v1}(s) = 0: \quad |H_{v1}(j\omega)| = M_{d1}(\omega) = 0 \quad (b) \quad (6.2-1)$$

$$H_{v2}(s) = 0: \quad |H_{v2}(j\omega)| = M_{d2}(\omega) = 0 \quad (c)$$

pentru valori  $\omega$  cât mai mari. Metoda a fost dezvoltată sub numeroase variante de aplicare.

O variantă pragmatică, cea mai răspândită, este datorată lui Kessler [2], [18]. În tabelul 6.2-1 sunt sintetizate cazurile de aplicare a variantei date de Kessler. În principiu, la o formă bine precizată a modelului de proces este atașat un anumit tip de regulator (tipizat).

*Observații:* 1. În tabel cu  $T_\Sigma$  este notată constanta de timp mică sau echivalentul constantelor de timp mici (prin aplicarea *teoremei constantelor de timp mici*).

2. În cazul variantelor 4, 5 și 6 componenta I este adusă de proces.

**A. Prezentarea criteriului.** Acceptând că:

- parametrii procesului sunt bine cunoscuți,
- combinațiile de {proces-regulator} sunt cele din tabelul 6.2-1 și
- aplicarea tehnicii compensării constantelor de timp mari ale procesului de către constantele de timp aduse de regulator (compensarea poli-zero-uri),

f.d.t. ale sistemului deschis și sistemului închis obțin (în toate cazurile menționate) formulele:

$$H_0(s) = H_R(s)H_P(s) = \frac{k_r k_p}{s(1 + sT_\Sigma)}, \quad (6.2-2)$$

$$H_r(s) = \frac{k_r k_p}{s^2 T_\Sigma + s + k_c k_p} = \frac{a_0}{a_2 s^2 + a_1 s + a_0}, \quad (6.2-3)$$

**Acordarea optimă a reguletoarelor utilizând criteriile de modul**

în care:  $a_2 = T_\Sigma$  ,  $a_1 = 1$  ,  $a_0 = k_r k_p$  . (6.2-4)

Tabelul 6.2-1. Cazuri de aplicare a criteriului modulului optim, varianta Kessler.

Cazul	Proces, $H_p(s)$	Tip	Regulator $H_R(s)$	Notații
1	$\frac{k_p}{1+sT_\Sigma}$	I	$\frac{k_r}{s}$	MO-1.1
2	$\frac{k_p}{(1+sT_\Sigma)(1+sT_1)}$ $T_1 > T_\Sigma$	PI	$\frac{k_r}{s}(1+sT_r)$ , $T_r = T_1$	MO-2.1
3	$\frac{k_p}{(1+sT_\Sigma)(1+sT_1)(1+sT_2)}$ $T_1 > T_2 > T_\Sigma$	PID	$\frac{k_r}{s}(1+sT_r)(1+sT_r')$ $T_r = T_1$ ; $T_r' = T_2$	MO-3.1
4	$\frac{k_p}{s(1+sT_\Sigma)}$	P	$k_r$	MO-1.2
5	$\frac{k_p}{s(1+sT_\Sigma)(1+sT_1)}$ , $T_\Sigma / T_1 < 0.2$	PDT1	$\frac{k_r(1+sT_d)}{1+sT_f}$ $T_d = T_1$ ; $T_d / T_f \approx 10$	MO-2.2
6	$\frac{k_p}{s(1+sT_\Sigma)(1+sT_1)(1+sT_2)}$ $T_1 > T_2 > T_\Sigma$ , $T_\Sigma / T_1 < 0.2$	PD2T2	$\frac{k_r(1+sT_{d1})(1+sT_{d2})}{(1+sT_{f1})(1+sT_{f2})}$ $T_{d1} = T_1$ ; $T_{d1} / T_{f1} \approx 10...20$ $T_{d2} = T_2$ ; $T_{d2} / T_{f2} \approx 10...20$	MO-3.2

**Condiția de optim** este impusă în modulul caracteristicii de pulsație  $|H_r(j\omega)|$ :

$$|H_r(j\omega)| = \sqrt{\frac{a_0^2}{a_0^2 - (2a_0a_2 - a_1^2)\omega^2 + a_2^2\omega^4}} \quad (6.2-5)$$

sub forma relației:

$$2a_0a_2 = a_1^2 \quad \Rightarrow \quad 2k_r k_p T_\Sigma = 1. \quad (6.2-6)$$

Relația (6.2-6) permite calculul parametrului necunoscut,  $k_r$  (ceilalți parametri ai regulatorului au fost fixați din condiția de compensare poli-zero-uri):



#### Acordarea optimă a reguletoarelor utilizând criteriile de modul

$$k_r = \frac{1}{2k_p T_\Sigma} . \quad (6.2-7)$$

Înlocuind în (6.2-2) și (6.2-3) se obțin formele optimizate ale f.d.t.  $H_0(s)$  și  $H_r(s)$ , marcate cu indicele inferior “opt”:

$$H_{0opt}(s) = \frac{1}{2T_\Sigma(1 + sT_\Sigma)} , \quad (6.2-8)$$

$$H_{r opt}(s) = \frac{\omega_0^2}{\omega_0^2 + 2\zeta\omega_0 s + s^2} = \frac{1}{1 + 2T_\Sigma s + 2T_\Sigma s^2} , \quad (6.2-9)$$

valoarea coeficientului de amortizare fiind  $\zeta = \sqrt{2}/2 = 0.707$ . Polii sistemului deschis și închis sunt:

$$p_1 = 0 \quad , \quad p_2 = -\frac{1}{T_\Sigma} \quad , \quad p_{1,2}^* = -\frac{1}{2T_\Sigma} \pm j\frac{1}{2T_\Sigma} . \quad (6.2-10)$$

**B. Performanțele realizate. Eficiența metodei.** În baza relațiilor (6.2-8), (6.2-9) pot fi evaluate performanțele realizate de către SRA:

- În domeniul timp:

- în raport cu referința:  $\sigma_1 = 4.3\%$ ,  $t_r = 8.4T_\Sigma$ ,  $t_1 = 4.7T_\Sigma$ ; (6.2-11)

- în raport cu perturbația: valoarea statismului  $\gamma_n = y_\infty / v_{1,2\infty} \Big|_{r=0} (r=ct)$  depinde de tipul perturbației și de plasarea ei în raport cu componenta integratoare:

- MO-1.1, MO-2.1, MO-3.1:  $\gamma_n = 0$  ;
- MO-1.2, MO-2.2, MO-3.2:  $v_1: \gamma_n = 0$  ; (6.2-12)  
 $v_2: \gamma_n \neq 0$  .

- În domeniul pulsație:

- rezerva de fază și pulsația de tăiere:  $\varphi_r = 60^\circ (= \pi/3)$ ,  $\omega_t \approx 1/(2T_\Sigma)$  ;

- valoarea maximă a modulului caracteristicii modul-pulsație (c.m.p.) a sistemului închis:

$$M_p = \max |H_r(j\omega)| = 1 \quad \text{pentru} \quad \omega \rightarrow 0 ; \quad (6.2-13)$$

- valoarea maximă a funcției de sensibilitate  $M_{Sopt}$  și inversa acesteia,  $M_{Sopt}^{-1}$ :

$$M_{Sopt} = \max |S_{opt}(j\omega)| = 1.272 \quad \text{pentru} \quad \omega \approx 0.9/T_\Sigma \quad \text{și} \quad M_{Sopt}^{-1} = 0.786 ;$$

aceste valori sunt în domeniul recomandat în literatură:  $1.2 < M_{Sopt} < 2$  [3]. Performanțele sunt sintetizate și prin graficele din fig.6.2-1 (pentru distincție, polii sistemului deschis sunt notați cu  $\{p_1, p_2\}$  și polii sistemului închis cu  $\{p_1^*, p_2^*\}$ ).

### Acordarea optimă a reguletoarelor utilizând criteriile de modul

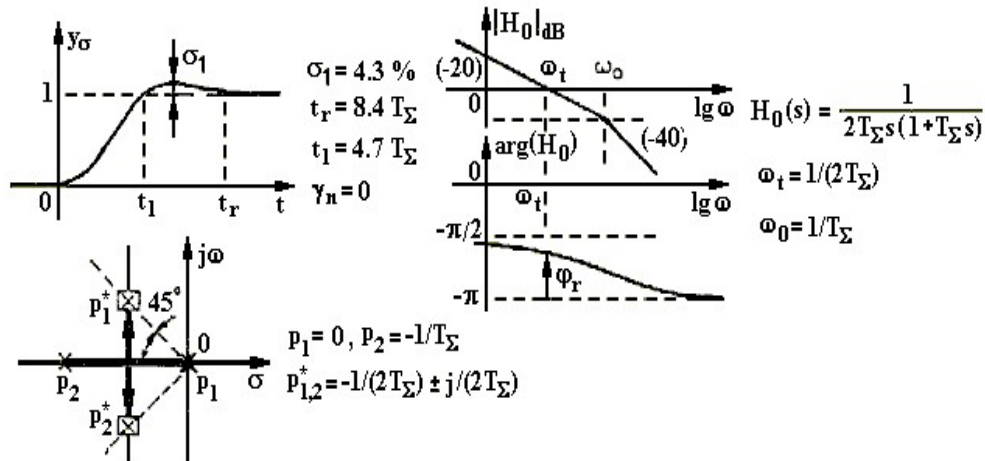


Fig.6.2-1. Performanțele sistemului de reglare automată.

La **rejecția perturbației externe** regimul tranzitoriu depinde de locul de acțiune a perturbației, fiind necesar ca fiecare caz să fie tratat separat [12], [21], [24]. Comportarea diferită este datorată formelor diferite ale f.d.t. în raport cu perturbația de tip sarcină și plasării diferite a constantelor de timp mari ale procesului. Introducând parametrul  $m = T_\Sigma/T_1$ , în fig.6.2-2 sunt prezentate răspunsurile la perturbație sarcină de tip treaptă pentru diferite valori  $m \in \{0.05, 0.1, 0.15, 0.2, 0.25, 0.3, \dots, 0.5\}$  [21].

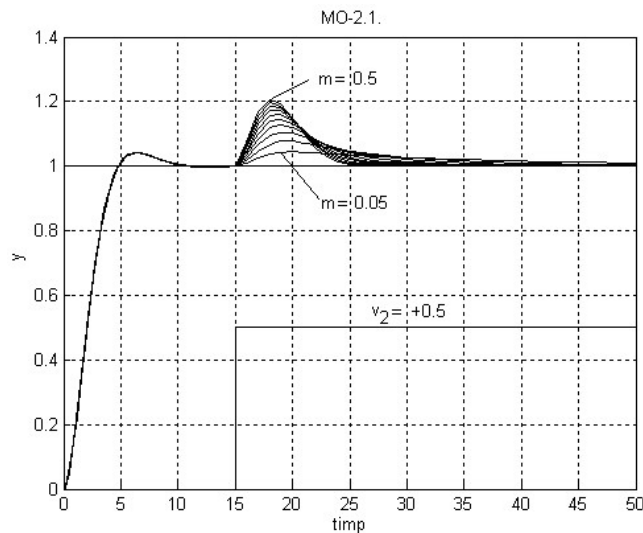


Fig.6.2-2. Răspunsul sistemului la referință treaptă urmată de variația treaptă a perturbației de tip sarcină pentru parametrul  $m \in \{0.05, 0.1, 0.15, \dots, 0.5\}$ .

### Acordarea optimă a reglatoarelor utilizând criteriile de modul

Prin creșterea “părții dominante a procesului” (pentru raport  $T_1/T_\Sigma$  din ce în ce mai mare, respectiv, valori  $m$  din ce în ce mai reduse) timpul de reglare în raport cu perturbația de tip sarcină crește semnificativ. Efectul poate fi redus prin utilizarea unor metode alternative de optimizare [28], a unor structuri de reglare mixte care să combine avantajele reglajului PID și ale structurilor de reglare mai complexe (reglarea în cascadă, IMC control etc.).

**Aplicație:** Se consideră procesul condus “generator de current continuu” cu ieșirea tensiunea la borne,  $u_G$ , și perturbația  $v$ . Schema bloc informațională este prezentată în fig.6.2-3 (a). Să se proiecteze algoritmic și dimensional constructiv RG care poate asigura SRA următoarele performanțe impuse:  $\sigma_1 = 4.3\%$ ,  $t_r < 2$  sec,  $\gamma_n = 0$ .

**Soluție:** F.d.t. detaliată a procesului are forma:

$$H_p(s) = \frac{1.8}{(1 + 0.01s)(1 + 0.15s)(1 + 2s)} e^{-0.01s}.$$

Din relația (6.2-11) se obține:  $T_{\Sigma \max} < 0.118 \cdot 2 = 0.236$  sec. Se aplică teorema constantelor de timp mici (timpul mort foarte mic poate fi echivalat cu o constantă de timp de temporizare de valoare 0.01) și rezultă:

$$T_\Sigma = 0.01 + 0.01 + 0.15 = 0.017 < 0.236 = T_{\Sigma \max}.$$

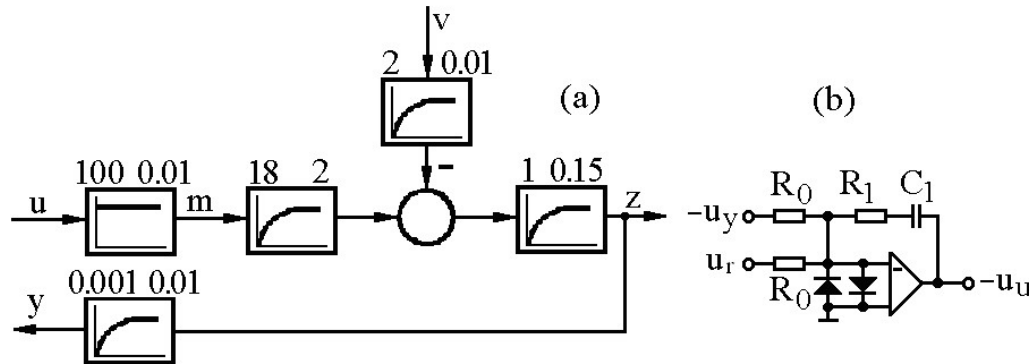


Fig.6.2-3. Schema bloc aferenta procesului (a); realizarea prin FA cu AO a regulatorului (b).

În consecință f.d.t.  $H_p(s)$  se aduce la forma:

$$H_p(s) = \frac{k_p}{(1 + sT_\Sigma)(1 + sT_1)}, \quad k_p = 1.8, \quad T_\Sigma = 0.01 + 0.01 + 0.15 = 0.017 \text{ sec}, \quad T_1 = 2 \text{ sec}.$$

Proiectarea se încadrează în cazul 2; regulatorul ales este de tip PI, cu parametrii:

$$k_r = \frac{1}{2k_p T_\Sigma} \approx 1.7 \quad \text{și} \quad T_i = T_1 = 2 \text{ sec} \quad \text{respectiv} \quad k_R = k_r T_i \approx 3.4.$$

Schema electronică simplificată aferentă regulatorului este prezentată în fig.6.2-3 (b); elementele de circuit pot lua (de exemplu) următoarele valori:

$C_1 = 10 \mu\text{F}$  - se alege,

#### Acordarea optimă a reguletoarelor utilizând criterii de modul

$$\begin{aligned} T_i = R_1 C_1 = 2 &\Rightarrow R_1 = 0.5 \text{ M}\Omega, \\ k_R = R_1 / R_0 = 3.46 &\Rightarrow R_0 = 0.144 \text{ M}\Omega. \end{aligned}$$

### 6.3. Metoda (criteriul) optimului simetric (SO-m)

Metoda a fost introdusă de C. Kessler [2], [12], [19] și este aplicată în diverse variante. Ideea de bază constă în realizarea în f.d.t. a sistemului deschis  $H_0(s)$  a unui pol în origine de ordinul 2 care să asigure eroarea de reglare nulă ( $e_\infty = 0$ ) în raport cu variații rampă ale intrării.

**A. Prezentarea criteriului.** O versiune pragmatică a metodei este prezentată în lucrările [2], [6], [7] și este aplicată în situațiile în care procesul conține o componentă integratoare:

$$H_p(s) = \frac{k_p}{s(1+sT_\Sigma)(1+sT_1)(1+sT_2)}. \quad (6.3-1)$$

Forma este particularizabilă la una din situațiile din tabelul 6.3-1. În principiu, la o formă bine precizată a modelului de proces este atașat un anumit tip de regulator. Pentru f.d.t. particularizate, în coloanele 2 și 3 sunt evidențiate reguletoarele de utilizat și expresiile f.d.t.. În toate cazurile, aplicând și principiul compensării constantelor de timp mari ale procesului, f.d.t. a sistemului deschis devine:

$$H_0(s) = \frac{k_r k_p (1+sT_r)}{s^2(1+sT_\Sigma)}, \quad T_r > T_\Sigma. \quad (6.3-2)$$

Datorită polului în origine dublu creat, f.d.t. a sistemului închis obține forma:

$$H_r(s) = \frac{k_r k_p T_r s + k_r k_p}{s^3 T_\Sigma + s^2 + k_r k_p T_r s + k_r k_p} = \frac{b_1 s + b_0}{a_3 s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + a_0}, \quad (6.3-3)$$

$$\text{cu: } b_0 = a_0, \quad b_1 = a_1, \quad a_0 = k_r k_p, \quad a_1 = k_r k_p T_r, \quad a_2 = 1, \quad a_3 = T_\Sigma. \quad (6.3-4)$$

În caracteristica modul-pulsație:

$$|H_r(j\omega)| = \sqrt{\frac{a_0^2 + a_1^2 \omega^2}{a_0^2 - (2a_0 a_2 - a_1^2) \omega^2 - (2a_1 a_3 - a_2^2) \omega^4 + a_3^2 \omega^6}} \quad (6.3-5)$$

sunt evidențiate **condițiile de optim** [5], [12], [19], [24]:

$$2a_0 a_2 = a_1^2, \quad 2a_1 a_3 = a_2^2. \quad (6.3-6)$$

Aplicând condițiile de optim (6.3-6), pot fi determina expresiile f.d.t. optimizate pentru sistemul deschis,  $H_{0opt}(s)$ , sistemul închis,  $H_{r opt}(s)$  și funcția de sensibilitate  $S_{opt}(s)$ :

$$H_{0opt}(s) = \frac{(1+4T_\Sigma s)}{8T_\Sigma^2 s^2 (1+sT_\Sigma)} \quad \text{cu} \quad k_0 = k_r k_p = \frac{1}{8T_\Sigma^2}, \quad (6.3-7)$$

**Acordarea optimă a reguletoarelor utilizând criteriile de modul**

$$H_{r\,opt}(s) = \frac{1 + 4T_{\Sigma}s}{(1 + 2T_{\Sigma}s)(1 + 2T_{\Sigma}s + 4T_{\Sigma}^2s^2)} \quad \text{cu} \quad |H_{r\,opt}(j\omega)| = \frac{1 + (4T_{\Sigma})^2\omega^2}{1 + (8T_{\Sigma}^3)^2\omega^6}, \quad (6.3-8)$$

$$S_{opt}(s) = \frac{8T_{\Sigma}^2s^2(1 + sT_{\Sigma})}{1 + 4T_{\Sigma}s + 8T_{\Sigma}^2s^2 + 8T_{\Sigma}^3s^3}. \quad (6.3-9)$$

Tabelul 6.3-1. Cazuri de aplicare a criteriului optimului simetric (SO-m).

Cazul	Proces, $H_p(s)$	Regulator		Notații
		Tip	$H_R(s)$	
0	1	2	3	4
1	$\frac{k_p}{s(1 + sT_{\Sigma})}$	PI	$\frac{k_r}{s}(1 + sT_r)$	SO-1
2	$\frac{k_p}{s(1 + sT_{\Sigma})(1 + sT_1)}$ $T_{\Sigma} < 0.2T_1$	PID(T1)	$\frac{k_r}{s}(1 + sT_r)(1 + sT_r')$ , $T_r' = T_1$ $\frac{k_r}{s}(1 + sT_r)\frac{(1 + sT_r')}{(1 + sT_f)}$ $T_r' = T_1$ ; $T_r'/T_f \approx (10...20)$	SO-2
3	$\frac{k_p}{s(1 + sT_{\Sigma})(1 + sT_1)(1 + sT_2)}$ $T_1 > T_2 > T_{\Sigma}$ , $T_{\Sigma} < 0.2T_1$	PID2T2	$\frac{k_r}{s}(1 + sT_r)\frac{(1 + sT_r')(1 + sT_d)}{(1 + sT_f')(1 + sT_f)}$ $T_r' = T_1$ ; $T_r'/T_f \approx (10...20)$ $T_d = T_2$ ; $T_d/T_f \approx (10...20)$	SO-3

Parametrizarea condițiilor (6.3-5) permite generalizarea suboptimală a metodei [21], [25]. În baza relației (6.3-7) este determinată expresia parametrilor regulatorului (relațiile de acordare):

- Cazul SO-1: regulator PI:

$$H_R(s) = \frac{k_r}{s}(1 + sT_r) \quad k_r = \frac{k_R}{T_i} = \frac{1}{8k_pT_{\Sigma}^2}, \quad T_r = 4T_{\Sigma}; \quad (6.3-10)$$

- Cazul SO-2: regulator PID:

$$H_R(s) = \frac{k_r}{s}(1 + sT_r)(1 + sT_r') \quad k_r = \frac{1}{8k_pT_{\Sigma}^2}, \quad T_r = 4T_{\Sigma}, \quad T_r' = T_1; \quad (6.3-11)$$

- Cazul SO-3: regulator PID2T1:

#### Acordarea optimă a reguletoarelor utilizând criteriile de modul

$$H_R(s) = \frac{k_r}{s} (1 + sT_r) (1 + sT_r') \frac{(1 + sT_d)}{(1 + sT_f)}, \quad (6.3-12)$$

$$k_r = \frac{1}{8k_p T_\Sigma^2}, T_r = 4T_\Sigma, T_r' = T_1, T_d = T_2, T_d / T_f \approx 10.$$

**B. Performanțe realizate. Eficiența metodei.** În fig.6.3-1 sunt sintetizate informații referitoare la performanțele realizate de SRA cu regulatorul acordat după SO-m ( $k_p=1$  și  $T_\Sigma=1$ ) [21], [25]:

- În domeniul pulsație, fig.6.3-1 (a)-(c):
  - Diagramele Bode  $|H_0(j\omega)|_{dB} = f_1(\lg \omega)$  și  $\arg(H_0(j\omega)) = f_2(\lg \omega)$ ; rezerva de fază:

$$\varphi_{rm} \approx 36^\circ \text{ (valoare maximă) la pulsația de tăiere } \omega_t \approx 1/(2T_\Sigma); \quad (6.3-13)$$

- Modulul complementarei funcției de sensibilitate,  $M_p(\omega) = |H_{ropt}(j\omega)|$  cu valoarea maximă:

$$M_{p\max}(\omega) = 1.682 \text{ pentru } \omega = 0.414/T_\Sigma; \quad (6.3-14)$$

- Diagrama Nyquist  $h_+(H_{0opt}(j\omega))$  pentru  $\omega > 0$ . Valoarea maximă a funcției de sensibilitate:

$$M_{Sopt} = \max |S_{opt}(j\omega)| = 1.682 \text{ pentru } \omega \approx 0.6 \text{ și } M_{Sopt}^{-1} \approx 0.6 \quad (6.3-15)$$

(în domeniul recomandat  $1.2 < M_s < 2$ ).

- În domeniul timp:
  - în raport cu referința, fig.6.3-1 (d):

$$\sigma_{1,r} \approx 43.0\%, t_{r,r} = 16.5T_\Sigma, t_{1,r} = 3.1T_\Sigma. \quad (6.3-16)$$

**Simetria caracteristicii argument-pulsație** a dat denumirea metodei; caracteristica modul-pulsație are o alură antisimetrică.

*Observații:* 1. Caracterul **puternic oscilant** al SRA este datorat polilor complex conjugați  $p_{1,2}$  și zeroului  $z_1$ :

$$p_{1,2} = -\frac{1}{4T_\Sigma} \pm j\frac{\sqrt{3}}{4T_\Sigma}, \quad p_3 = -\frac{1}{2T_\Sigma}, \quad z_1 = -\frac{1}{4T_\Sigma}. \quad (6.3-17)$$

### Acordarea optimă a reguletoarelor utilizând criterii de modul

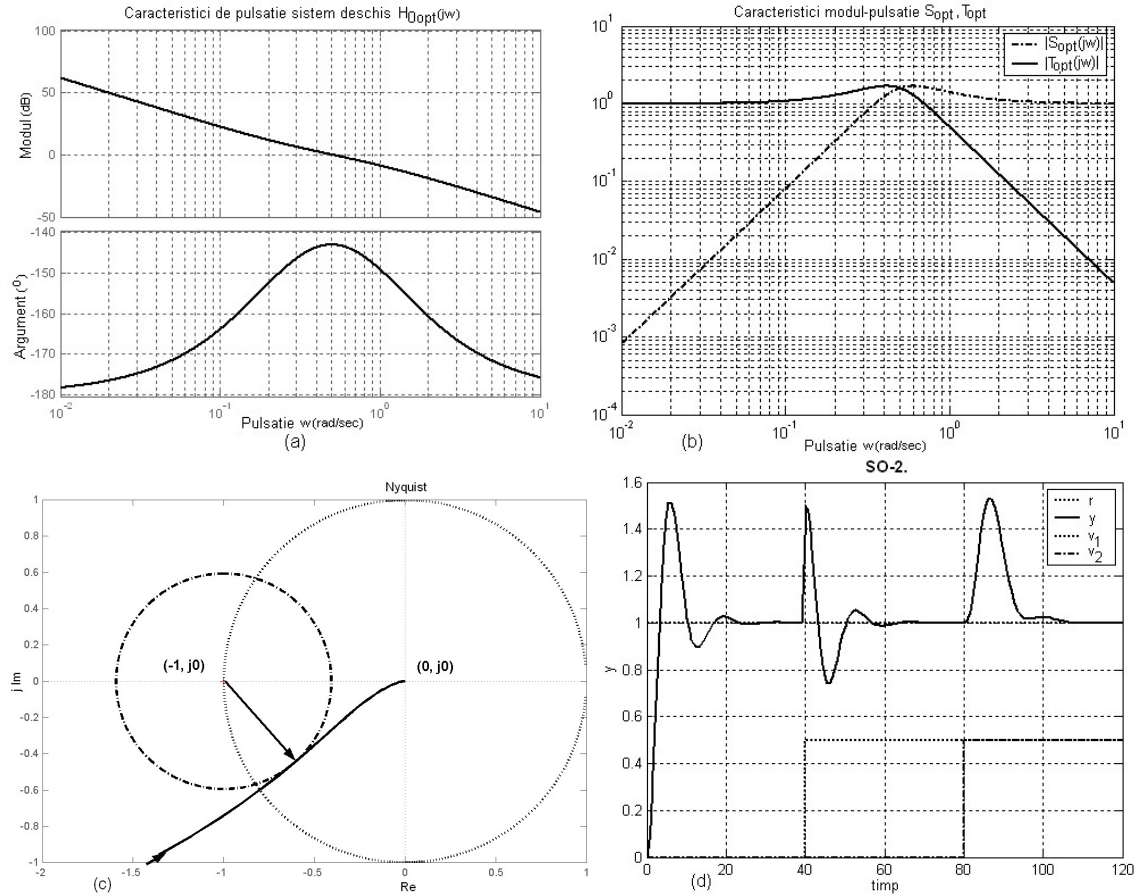


Fig.6.3-1. Diagrame de performanță pentru criteriul SO-m.

2. Suprareglajul de 43% în raport cu referința poate fi redus prin folosirea unor **filtre de referință** adecvate:

- varianta (1): filtru PT1, cu care este compensat zeroul  $z_1$ , (6.3-18) (a),
- varianta (2): filtru PD2T2 cu care sunt compensați polii complex conjugați  $p_{1,2}$  și zeroul  $z_1$ , (6.3-18) (b):

$$F_{r0}(s) = F_1(s) = \frac{1}{1 + 4T_\Sigma s} \quad (a), \quad F_{r0}(s) = F_2(s) = \frac{1 + 2T_\Sigma s + 4T_\Sigma^2 s^2}{(1 + 4T_\Sigma s)(1 + T_f s)} \quad (b). \quad (6.3-18)$$

Efectul celor două filtre este ilustrat în fig.6.3-2 prin alura răspunsului la referință treaptă [21].

### Acordarea optimă a reguletoarelor utilizând criterii de modul

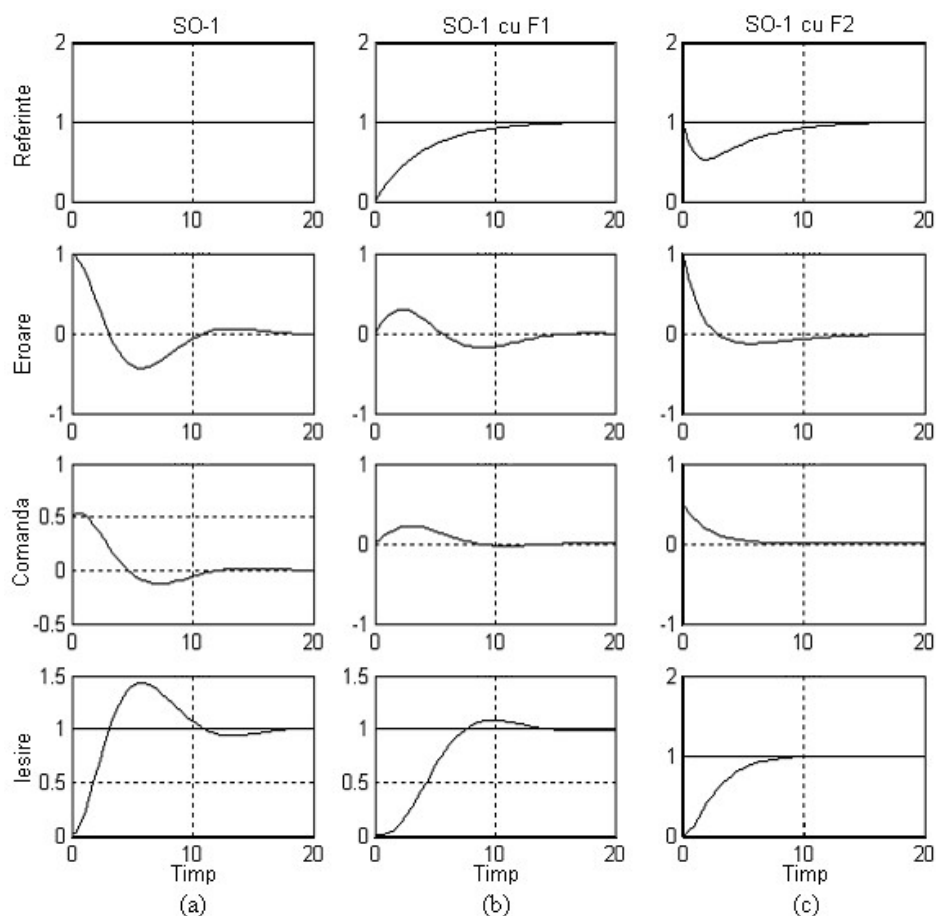


Fig.6.3-2. Efectul filtrului de referință în performanțele în raport cu referința.

Comportarea în raport cu perturbațiile externe trebuie tratată separat pentru cele două tipuri de perturbații  $v_1$  și  $v_2$  și pentru cele trei cazuri enumerate în tabelul 6.3-1. Situația este de interes pentru cazul perturbațiilor de tip sarcină, fig.6.3-3:

- în cazul SO-1 efectul este anihilat relativ rapid;
- în cazurile SO-2 și SO-3, în f.d.t. în raport cu perturbația prezența factorilor

$$\frac{1}{(1+sT_1)} \quad \text{și respectiv} \quad \frac{1}{(1+sT_1)(1+sT_2)},$$

conduce la creșterea timpului de reglare  $t_{r(v2)}$ .



### Acordarea optimă a reguletoarelor utilizând criterii de modul

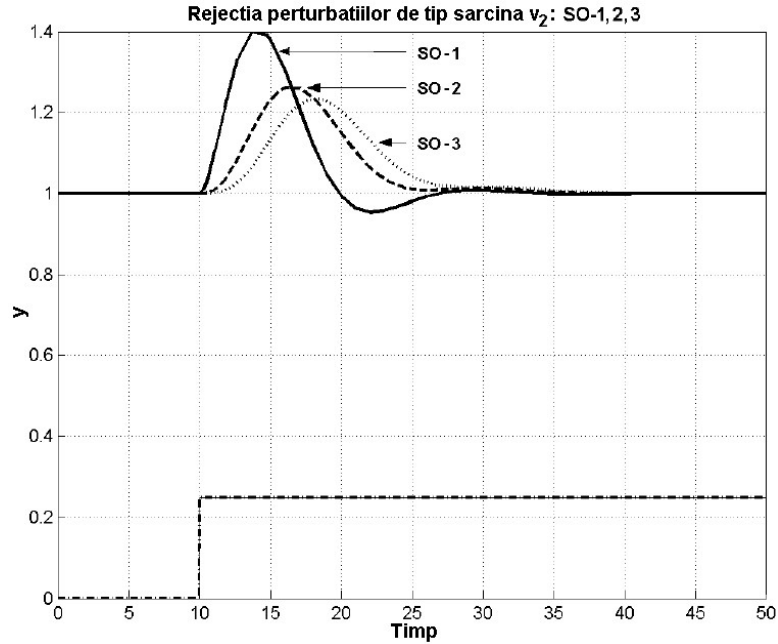


Fig.6.3-3. Răspunsul SRA la perturbație de tip sarcină,  $v_2$ : cazurile SO-1, SO-2, SO-3.

**C. Utilizarea reguletoarelor cu structură neomogenă în raport cu cele două intrări (regulate cu două grade de libertate, 2-DOF sau “two degree(s) of freedom”).** Zeroul  $z_1^* = -1/(4T_\Sigma)$  (și efectele aferente) poate fi evitat dacă RG-PI, respectiv PID sunt realizate astfel încât anumite componente ale RG să se manifeste selectiv, doar în raport cu canalul de reacție, fig.6.3-4, în care blocurile 1, 2 și 3 asigură prelucrările informaționale următoare:

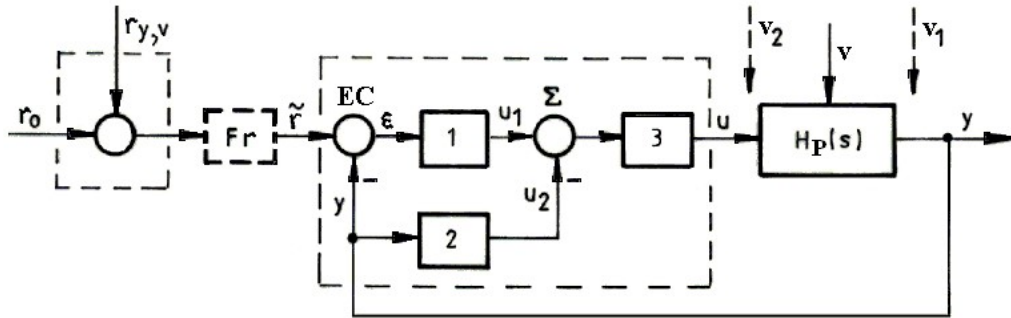


Fig.6.3-4. Utilizarea RG cu comportare neomogenă în raport cu cele două intrări (2-DOF).

- În cazul utilizării unui regulator PI (I) cu structură neomogenă, fig. 6.3-4, în raport cu referința regulatorul asigură o comportare de tip I iar în raport cu perturbația  $v_1$  (măsura  $y$ ) o comportare de tip R-E. Precup, UPT, 2023

### Acordarea optimă a reguletoarelor utilizând criteriile de modul

PI:

- blocul [1] este de tip I cu f.d.t.  $H_{R1}(s) = \frac{1}{sT_i}$ , (a)
- blocul [2] este de tip P cu f.d.t.  $H_{R2}(s) = 1$ , (b)
- blocul [3] este de tip P cu f.d.t.  $H_{R3}(s) = k_R$ . (c)

(6.3-19)

În ansamblu, pentru cele două f.d.t. ale RG rezultă următoarele expresii:

- în raport cu referința,  $\tilde{r}$ , RG-I:  $H_{Rr}(s) = \frac{k_R}{sT_i}$ ,  $k_r = k_R / T_i$ , (6.3-20)

- în raport cu măsura,  $y$ , RG-PI:  $H_{Ry}(s) = \frac{k_R}{sT_i}(1 + sT_i)$  (6.3-21)

$$\text{cu } k_r = k_R / T_i, \quad T_r = T_i.$$

• În cazul utilizării unui regulator PID (PI) cu structură neomogenă, în raport cu referința regulatorul asigură o comportare de tip PI iar în raport cu perturbația o comportare de tip PID:

- blocul [1] este de tip PI cu f.d.t.  $H_{R1}(s) = (1 + \frac{1}{sT_i})$ , (a)
- blocul [2] este de tip D (DT1) cu f.d.t.  $H_{R2}(s) = sT_d$ , (b)
- blocul [3] este de tip P cu f.d.t.  $H_{R3}(s) = k_R$ . (c)

(6.3-22)

În ansamblu, cele două f.d.t. ale RG sunt:

- în raport cu referința,  $\tilde{r}$ , RG de tip PI:  
 $H_{Rr}(s) = \frac{k_R}{sT_i}(1 + sT_i)$  și  $k_r = k_R / T_i$ , (a)

(6.3-23)

- în raport cu măsura,  $y$ , RG de tip PID:  
 $H_{Ry}(s) = \frac{k_R}{sT_i}(1 + sT_i + s^2T_iT_d)$ . (b)

## 6.4. Metoda optimului simetric extins (ESO-m)

Metoda optimului simetric extins, în continuare cu prescurtarea ESO-m (Extended Symmetrical Optimum method) a fost introdusă prin lucrările [21], [25], pentru cazurile în care procesul poate fi caracterizat prin modele matematice de tip benchmark cu componentă integratoare, tabelul 6.3-1. Aplicarea metodei asigură următoarele facilități:

### Acordarea optimă a reguletoarelor utilizând criterii de modul

- posibilitatea utilizării unor relații de acordare bine precizate, legate de valorile parametrilor procesului (nu neapărat cunoscute exact) și în concordanță cu performanțele dorite impuse comportării sistemului de reglare automată;
- posibilitatea creșterii controlate a rezervei de fază, a reducerii sensibilității SRA la variația parametrilor procesului;
- posibilitatea utilizării reguletoarelor cu structură omogenă sau neomogenă în raport cu cele două intrări;
- posibilitatea utilizării unor filtre de referință bine definite în vederea îmbunătățirii comportării în raport cu referința.

**A. Prezentarea metodei.** Metoda are la bază parametrizarea relațiilor de optim sub forma:

$$\beta^{1/2} a_0 a_2 = a_1^2, \quad \beta^{1/2} a_1 a_3 = a_2^2, \quad (6.4-1)$$

în care  $\beta$  este un parametru a cărui valoare poate fi aleasă de către proiectant. Pentru  $\beta=4$  sunt obținute situațiile specifice SO-m. Creșterea valorii lui  $\beta$  abate caracteristica de pulsație de la alura „optimă” (subcapitolul 6.3), dar – în compensație – asigură creșterea rezervei de fază și a robusteții SRA.

Pentru cazurile marcate în tabelul 6.3-1 pot fi determinate expresiile f.d.t. aferente sistemului deschis și sistemului închis:

$$H_0(s) = \frac{k_r k_p (1 + sT_r)}{s^2 (1 + sT_\Sigma)}, \quad H_r(s) = \frac{b_1 s + b_0}{a_3 s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + a_0}, \quad (6.4-2)$$

coeficienții  $a_\nu, b_\mu$  având expresii specifice (este remarcată prezența polului de ordinul 2 în origine).

Aplicând relațiile de optim (6.4-1), pot fi calculate expresiile f.d.t. optimizate pentru sistemul deschis,  $H_{0opt}(s)$ , sistemul închis,  $H_{r opt}(s)$  și funcția de sensibilitate  $S_{opt}(s)$ :

$$H_{0opt}(s) = \frac{(1 + \beta T_\Sigma s)}{\beta^{3/2} T_\Sigma^2 s^2 (1 + sT_\Sigma)} \quad \text{cu} \quad k_0 = k_r k_p = \frac{1}{\beta^{3/2} T_\Sigma^2}, \quad (6.4-3)$$

$$H_{r opt}(s) = \frac{1 + \beta T_\Sigma s}{(1 + \beta^{1/2} T_\Sigma s)(1 + (\beta - \beta^{1/2}) T_\Sigma s + \beta T_\Sigma^2 s^2)}, \quad (6.4-4)$$

$$S_{opt}(s) = \frac{\beta^{3/2} T_\Sigma^2 s^2 (1 + sT_\Sigma)}{(1 + \beta^{1/2} T_\Sigma s)(1 + (\beta - \beta^{1/2}) T_\Sigma s + \beta T_\Sigma^2 s^2)}. \quad (6.4-5)$$

În baza relației (6.4-3) sunt determinate **expresiile parametrilor regulatorului** (relațiile de acordare):

- Cazul ESO-1: regulator PI:

$$H_R(s) = \frac{k_r}{s} (1 + sT_r), \quad k_r = \frac{1}{\beta^{3/2} k_p T_\Sigma^2}, \quad T_r = \beta T_\Sigma, \quad (6.4-6)$$

### Acordarea optimă a reguletoarelor utilizând criteriile de modul

- Cazul ESO-2: regulator PID:

$$H_R(s) = \frac{k_r}{s}(1 + sT_r)(1 + sT_r') \quad \text{cu} \quad k_r = \frac{1}{\beta^{3/2}k_pT_\Sigma^2}, T_r = \beta T_\Sigma, T_r' = T_1, \quad (6.4-7)$$

- Cazul ESO-3: regulator PID extins (PID2T1):

$$H_R(s) = \frac{k_r}{s}(1 + sT_r)(1 + sT_r')\frac{(1 + sT_d)}{(1 + sT_f)} \quad \text{cu}$$

$$k_r = \frac{1}{\beta^{3/2}k_pT_\Sigma^2}, T_r = \beta T_\Sigma, T_r' = T_1, T_d = T_2, T_d / T_f \approx 10. \quad (6.4-8)$$

### B. Performanțe realizabile. Eficiența metodei.

- **În domeniul timp.** În fig.6.4-1 sunt sintetizate informații referitoare la performanțele realizate de SRA cu regulatorul acordat după ESO-m:  $\sigma_{1,r}$  – suprareglajul,  $\hat{t}_{r,r} = t_{r,r} / T_\Sigma$  – timpul de reglare și  $\hat{t}_{1,r} = t_{1,r} / T_\Sigma$  – timpul de primă reglare pentru  $k_p=1$  și  $T_\Sigma=1$  (echivalent cu reprezentarea în valori raportate la valoarea lui  $T_\Sigma$ ).

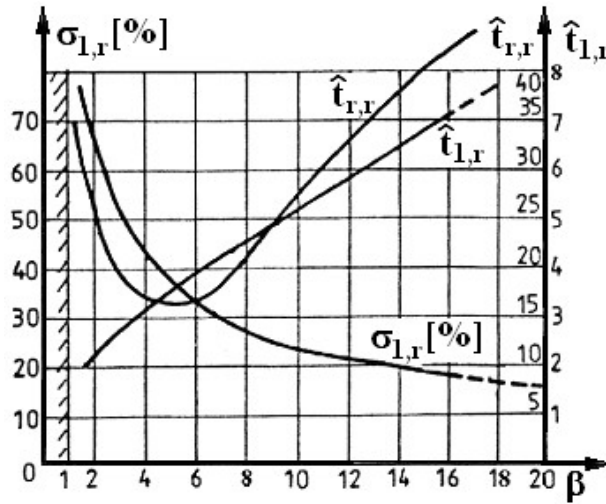


Fig.6.4-1. Indicatori de calitate empirici  $\sigma_{1,r} [\%]$ ,  $\hat{t}_{r,r} = t_{r,r} / T_\Sigma$ ,  $\hat{t}_{1,r} = t_{1,r} / T_\Sigma$  în funcție de  $\beta$ .

În fig.6.4-2 sunt prezentate alurile răspunsului la referință treaptă  $y(t)$  și evoluția erorii de reglare  $\varepsilon(t)$  în aceste cazuri. La creșterea valorii lui  $\beta$  se asigură reducerea suprareglajului. Valorile recomandate pentru  $\beta$  sunt în intervalul  $[4, 16]$ .

### Acordarea optimă a reguletoarelor utilizând criterii de modul

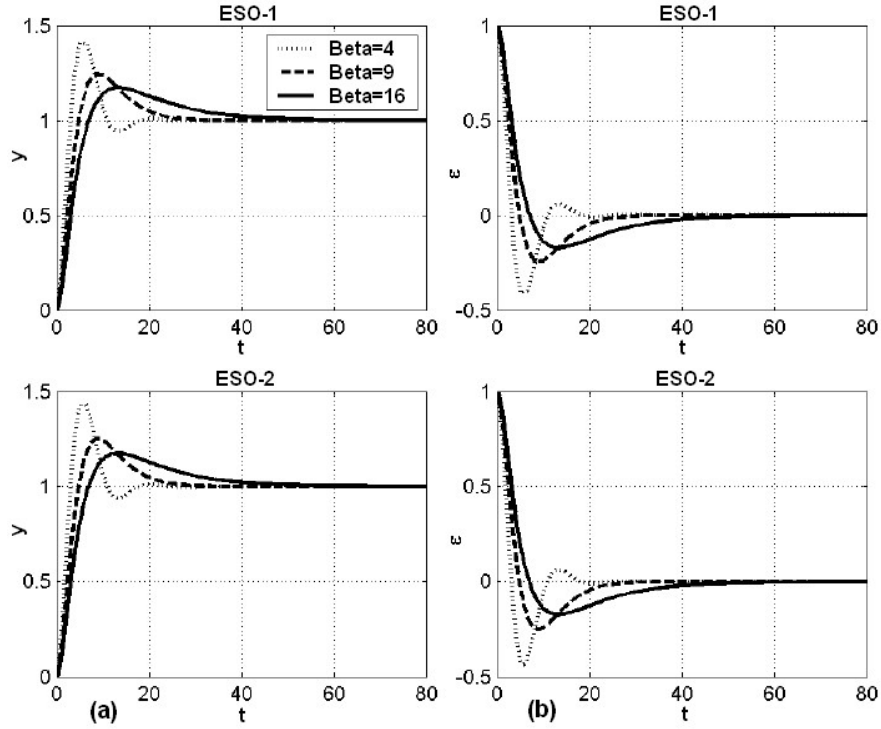


Fig.6.4-2. Alurile răspunsului la referință treaptă  $y(t)$  (a) și evoluția erorii de reglare  $\varepsilon(t)$  (b),  $\beta$  parametru.

#### • În domeniul pulsație:

- Diagramele Bode  $|H_{0opt}(j\omega)|_{dB} = f_1(\lg\omega)$  și  $\arg(H_{0opt}(j\omega)) = f_2(\lg\omega)$  sunt date în fig.6.4-3 pentru  $\beta \in \{4, 9, 16\}$ ; rezerva de fază are expresia (maximizare prin acordarea parametrilor):

$$\varphi_r = \varphi_{r\max} = \arg(H_{0opt}(j\omega_t)) + \pi = \arctg(\beta T_\Sigma \omega_t) - \arctg(T_\Sigma \omega_t), \quad (6.4-9)$$

$$\text{pentru } \omega_t = \frac{1}{\sqrt{\beta} T_\Sigma} \text{ rezultă: } \varphi_r = \arctg\left(\frac{\beta-1}{2\sqrt{\beta}}\right); \quad (6.4-10)$$

în fig.6.4-4 este prezentat graficul rezervei de fază  $\varphi_r$ , cu  $\beta$  parametru; valori  $\beta > 16$  conduc la o rezervă de fază nejustificat de mare;

- Diagramele Nyquist pentru  $\beta \in \{4, 9, 16\}$  și cele trei cercuri  $M_{Sopt} = f(\beta)$  sunt ilustrate în fig.6.4-5 (a), (b), (c).

### Acordarea optimă a reguletoarelor utilizând criterii de modul

Poate fi observată creșterea razei  $M_{Sopt}^{-1}$ , ceea ce evidențiază **creșterea robusteții SRA** la creșterea valorii lui  $\beta$ .

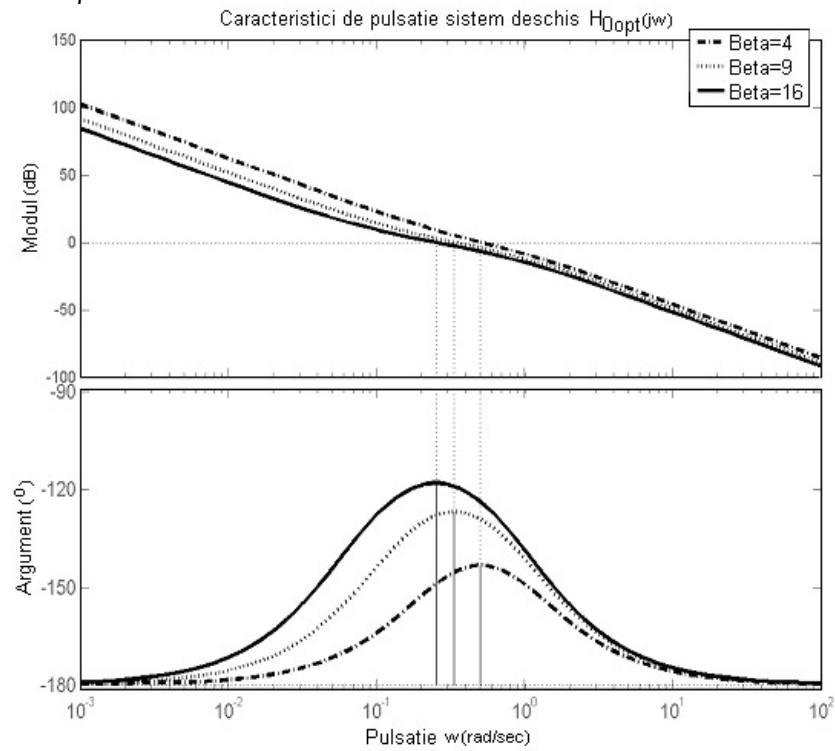


Fig.6.4-3. Diagramele Bode pentru  $\beta \in \{4, 9, 16\}$ .

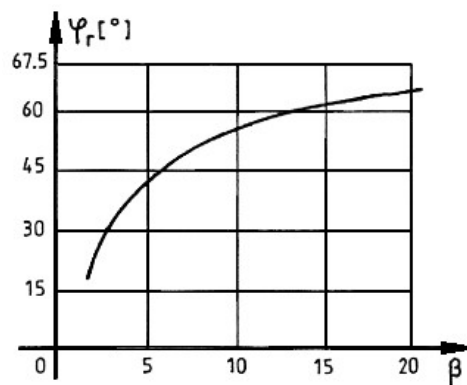


Fig.6.4-4. Graficul rezervei de fază în funcție de parametrul  $\beta$ .

### Acordarea optimă a reguletoarelor utilizând criterii de modul

*Observație:* Relația (6.4-10) poate fi utilizată pentru calculul valorii  $\beta$  necesare pentru atingerea unei rezerve de fază dorite. Este menținută simetria caracteristicii fază-pulsație.

- Caracteristicile modului funcției de sensibilitate complementară, fig.6.4-6 (a)-(c),  
 $M_p(\beta) = \max |H_{r_{opt}}(j\omega)| = f(\beta)$ ,  
care ilustrează creșterea robusteței sistemului.

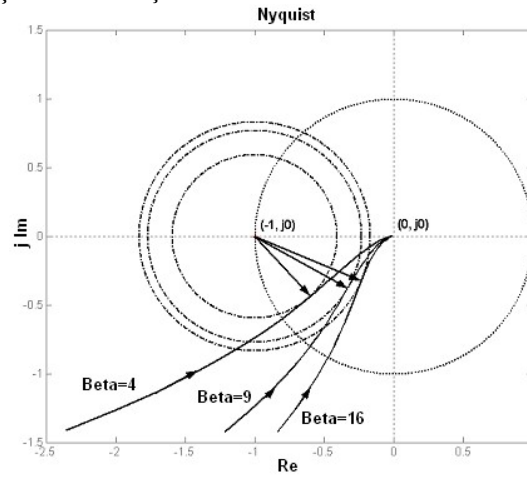


Fig.6.4-5. Diagramele Nyquist și cercurile  $M_{Sopt}^{-1}$  pentru  $\beta \in \{4, 9, 16\}$ .

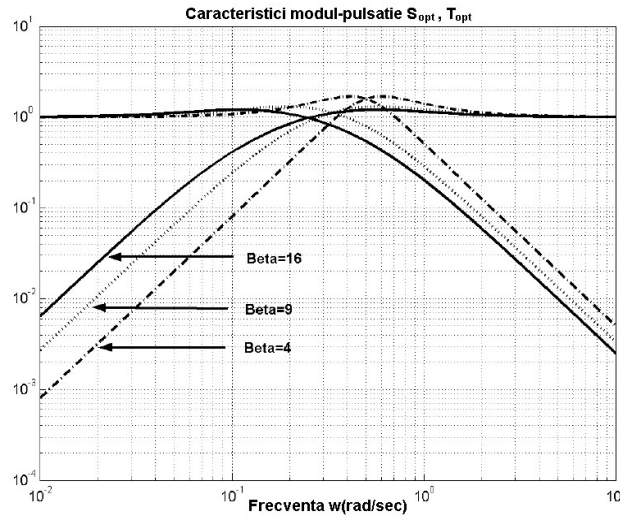


Fig.6.4-6. Graficul modului funcției de sensibilitate complementară pentru  $\beta \in \{4, 9, 16\}$ . Rezultate:  
 $M_{pmax}(\beta=4) \approx 1.6823$ ,  $M_{pmax}(\beta=9) \approx 1.2990$ ,  $M_{pmax}(\beta=16) \approx 1.1978$ .

### Acordarea optimă a reguletoarelor utilizând criterii de modul

- **Îmbunătățirea performanțelor în raport cu referința** este asigurată pe două căi:
  - ♦ Prin utilizarea unor filtre de referință  $F_r(s)$  corespunzător dimensionate poate fi îmbunătățită comportarea în raport cu referința. Sunt recomandate două astfel de filtre:

- varianta (1): filtru PT1, cu care este compensat zero-ul  $z_1$ :

$$F_r(s) = \frac{1}{1 + \beta T_\Sigma s} \quad \text{și}$$

$$\tilde{H}_r(s) = F_r(s)H_{r_{opt}}(s) = \frac{1}{(1 + \beta^{1/2}T_\Sigma s)[1 + (\beta - \beta^{1/2})T_\Sigma s + \beta T_\Sigma^2 s^2]}; \quad (6.4-11)$$

- varianta (2): filtru PD2T2 cu care sunt compensați polii complex conjugați  $p_{1,2}$  și zero-ul  $z_1$ :

$$F_r(s) = \frac{1 + (\beta - \beta^{1/2})T_\Sigma s + \beta T_\Sigma^2 s^2}{(1 + \beta T_\Sigma s)(1 + T_f s)} \quad \text{și} \quad \tilde{H}_r(s) = \frac{1}{(1 + \beta T_\Sigma s)(1 + T_f s)}. \quad (6.4-12)$$

- ♦ Utilizarea reguletoarelor cu structură neomogenă. Acest mod de abordare a corecției constituie un prim pas la trecerea la reguletoarele cu două grade de libertate (2-DOF) în variantă tipizată PI sau PID [21], [26]. În acest caz componenta derivativă este creată paralel cu componenta integratoare și numai în raport cu mărimea de reacție.

**C. Comportarea în raport cu perturbațiile.** Comportarea în raport cu perturbațiile trebuie tratată selectiv pentru diferitele variante ale criteriului și diferite tipuri de perturbații ( $v_2$  sau  $v_1$ ). Rezultatele de simulare din fig.6.4-7 pentru  $k_p=1$ ,  $T_\Sigma=1$ ,  $T_1=10$  și  $T_2=4$  conduc la următoarele concluzii:

- Perturbații de tip  $v_1$ : în toate situațiile de proiectare SRA se comportă bine:

$$H_{v1_{opt}}(s) = \frac{\beta^{3/2}T_\Sigma^2 s^2 (1 + sT_\Sigma)}{1 + \beta T_\Sigma s + \beta^{3/2}T_\Sigma^2 s^2 + \beta^{3/2}T_\Sigma^3 s^3}; \quad (6.4-13)$$

- Perturbații de tip  $v_2$ : comportarea SRA depinde de numărul și valoarea constantelor de timp mari ale procesului:
  - În cazul ESO-1 comportarea sistemului este acceptabilă.
  - În cazurile ESO-2, ESO-3 efectele unor perturbații de acest tip sunt înlăturate relativ lent datorită tocmai constantelor de timp mari ale procesului.

Metoda de proiectare ESO-m poate fi aplicată cu succes în aplicații legate de servosistemele electromecanice. În [11] sunt prezentate conexiunile metodei ESO-m cu metodele de proiectare bazate pe utilizarea indicatorilor integrali  $I_{2e}$  - indicatorul pătratic ISE,  $I_{2g}$  - indicatorul pătratic generalizat și  $I_{2c}$  - indicatorul pătratic generalizat de optimizare multiobiectiv:



#### Acordarea optimă a reguletoarelor utilizând criterii de modul

$$I_{2e} = \int_0^{\infty} e^2(t)dt, \quad I_{2g} = I_{2e} + \tau^2 \int_0^{\infty} \dot{e}^2(t)dt, \quad I_{2c} = I_{2e} + \rho^2 \int_0^{\infty} u^2(t)dt, \quad (6.4-14)$$

în care  $\tau$  și  $\rho$  sunt coeficienți de ponderare. Studiul evidențiază faptul că principalii algoritmi de optimizare asociați acestor indicatori integrali pot fi reduși la alegerea favorabilă a valorii parametrului  $\beta$ .

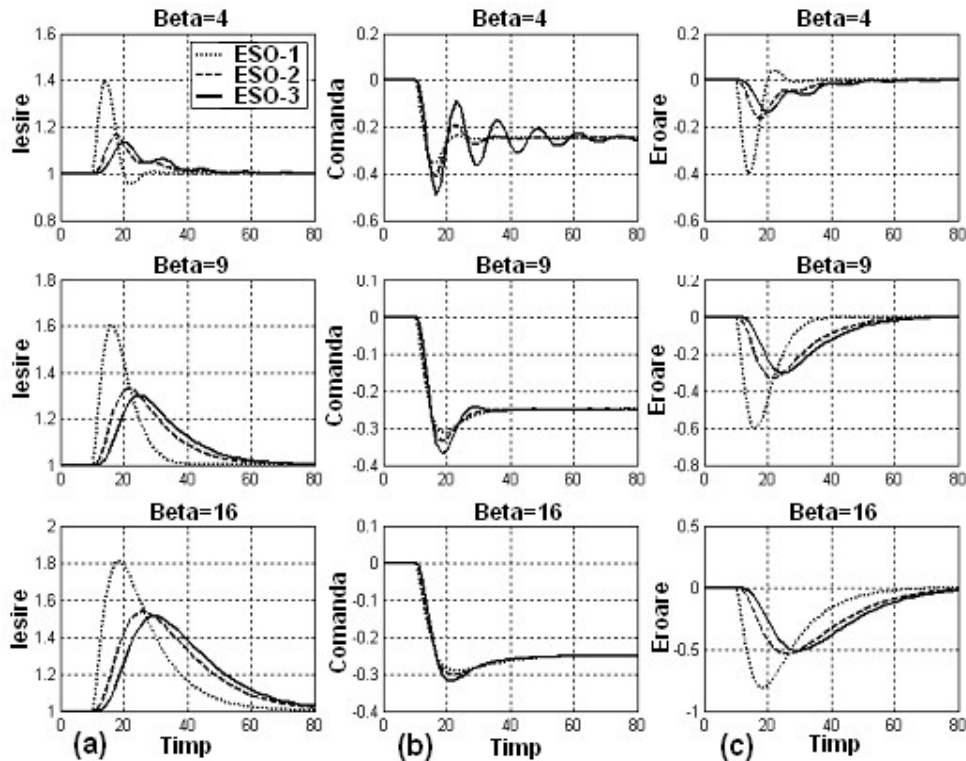


Fig.6.4-7. Răspunsuri caracteristice la o variație treaptă a perturbației  $v_1$ : ieșirea (a), comanda (b), eroarea de reglare (c), pentru cazurile ESO-1 -2,-3 și  $\beta$  parametru [26].

#### 6.5. Dubla parameterizare a metodei optimului simetric: metoda 2p-SO-m

Metoda este o extensie a criteriului SO-m (*extension through a double parameterization of the Symmetrical (Optimum) method, 2p-SO-m*) [21], [26], ce oferă o alternativă foarte bună pentru îmbunătățirea comportării sistemului în raport cu perturbația în cazul în care f.d.t. a procesului nu conține componentă integratoare, având forma dată de relația:

#### Acordarea optimă a reguletoarelor utilizând criteriile de modul

$$H_P(s) = \frac{k_P}{(1+sT_1)(1+sT_2)(1+s\tau_1)(1+s\tau_2)\dots(1+s\tau_k)} e^{-sT_m}. \quad (6.5-1)$$

În situația în care constantele de timp  $\tau_v, v = \overline{1, k}$ , împreună cu timpul mort  $T_m$  sunt toate suficient de mici, atunci poate fi utilizată aproximarea (teorema constantelor de timp mici):

$$H_P(s) = \frac{k_P}{(1+sT_\Sigma)(1+sT_1)(1+sT_2)}, \quad T_1 > T_2 \gg T_\Sigma, \quad T_\Sigma = \sum_{v=1}^k \tau_v + T_m. \quad (6.5-2)$$

Dacă  $T_2 \ll T_1$  și  $T_\Sigma = \sum_{v=1}^k \tau_v + T_2 + T_m$ , rezultă:

$$H_P(s) = \frac{k_P}{(1+sT_\Sigma)(1+sT_1)}, \quad T_1 \gg T_\Sigma. \quad (6.5-3)$$

Metoda are la bază dubla parameterizare a relațiilor de proiectare specifice SO-m:

- (1) În condițiile în care  $H_P(s)$  are una din formele (6.5-2) sau (6.5-3) și  $T_\Sigma / T_1 \ll 1$ , este introdusă o primă parametrizare:

$$m = T_\Sigma / T_1, \quad (6.5-4)$$

prezentând interes numai situațiile  $m \ll 1$ .

- (2) Relațiile de optim specifice criteriului optimului simetric sunt generalizate în maniera specifică metodei ESO-m:

$$\beta^{1/2} a_0 a_2 = a_1^2, \quad \beta^{1/2} a_1 a_3 = a_2^2. \quad (6.5-5)$$

Aplicarea metodei asigură facilitățile următoare:

- posibilitatea utilizării unor relații de acordare bine precizate, legate de valorile parametrilor procesului (nu neapărat cunoscute exact) și în concordanță cu performanțele dorite impuse comportării sistemului de reglare;
- posibilitatea modificării controlate a rezervei de fază, a reducerii sensibilității SRA la variața parametrilor procesului;
- posibilitatea utilizării reguletoarelor cu structură omogenă sau neomogenă în raport cu cele două intrări;
- posibilitatea utilizării unor filtre de referință bine definite în vederea îmbunătățirii comportării în raport cu referința;
- posibilitatea obținerii unei comportări mai bune în raport cu perturbația, comparativ cu alte metode de proiectare frecvent recomandate și utilizate.

În tabelul 6.5-1 sunt sintetizate situațiile de bază specifice metodei 2p-SO-m.

Acceptând combinațiile {regulator-proces} menționate și compensarea parțială poli-zero-uri (nu a celui mai dominant pol), rezultă:

### Acordarea optimă a reguletoarelor utilizând criteriile de modul

$$H_0(s) = \frac{k_r k_p (1 + sT_r)}{s(1 + sT_1)(1 + sT_\Sigma)},$$

$$H_r(s) = \frac{k_r k_p + s k_r k_p T_r}{k_r k_p + s(1 + k_r k_p T_r) + s^2(T_1 + T_\Sigma) + s^3 T_1 T_\Sigma}. \quad (6.5-6)$$

Expresia (6.5-6) este echivalentă unui sistem de ordinul trei cu componentă derivativă (PDT3) cu coeficienții de forma:

$$\begin{aligned} a_0 &= k_r k_p, & a_1 &= 1 + k_r k_p T_r, & a_2 &= T_1 + T_\Sigma, & a_3 &= T_1 T_\Sigma \\ b_0 &= k_r k_p, & b_1 &= k_r k_p T_r. \end{aligned} \quad (6.5-7)$$

Tabelul 6.5-1. Situații de bază specifice metodei 2p-SO-m.

Cazul	Proces $H_P(s)$	Tip	Regulator $H_R(s)$	Notații
0	1	2	3	4
1.	$\frac{k_p}{(1 + sT_\Sigma)(1 + sT_1)}$	PI	$\frac{k_r}{s}(1 + sT_r), \quad T_r = T_1$	2p-SO-1 (MO-2.1)
2.	$\frac{k_p}{(1 + sT_\Sigma)(1 + sT_1)(1 + sT_2)}$ $T_1 > T_2 > T_\Sigma$	PIDT1	$\frac{k_r}{s}(1 + sT_r) \frac{(1 + sT_r')}{(1 + sT_f')}$ $T_r' = T_2, \quad T_r' / T_f' \approx 10$ $\frac{k_r}{s}(1 + sT_r)(1 + sT_r'), T_r' = T_2$	2p-SO-2 (MO-3.1)
3.	$\frac{k_p}{(1 + sT_\Sigma)(1 + sT_1)(1 + sT_2)(1 + sT_3)}$ $T_1 > T_2 > T_3 > T_\Sigma, \quad T_\Sigma / T_1 < 0.2$	PID2T2	$\frac{k_r}{s}(1 + sT_r) \frac{(1 + sT_r')(1 + sT_d')}{(1 + sT_f')(1 + sT_f')}$ $T_r' = T_2, \quad T_r' / T_f' \approx 10$ $T_d' = T_3, \quad T_d' / T_f' \approx 10$	2p-SO-3 (MO-3.2) (cazul nu este detaliat)

Ținând seama de parametrizarea (6.5-4) și impunând condițiile de optim generalizat (6.5-5) sunt deduse următoarele relații pentru calculul parametrilor reguletoarelor (de acordare a parametrilor):

$$k_r = \frac{(1 + m)^2}{\beta^{3/2} k_p T_1 \frac{T_\Sigma}{T_1} m} (1 + m) \quad \text{cu notația} \quad T_\Sigma = T_\Sigma' (1 + m), \quad (6.5-8)$$

#### Acordarea optimă a reguletoarelor utilizând criteriile de modul

$$k_r = \frac{(1+m)^2}{m} \frac{1}{\beta^{3/2} k_p T_\Sigma'} = \frac{(1+m)^3}{m} \frac{1}{\beta^{3/2} k_p T_\Sigma}, \quad \text{respectiv:} \quad (6.5-9)$$

$$T_r = \beta T_\Sigma \frac{[1 + (2 - \beta^{1/2})m + m^2]}{(1+m)^3} \quad \text{sau} \quad T_r = \beta T_{\Sigma m} \quad \text{\textbf{\textit{și}}} \quad (6.5-10)$$

$$\Delta_m(m) = [1 + (2 - \beta^{1/2})m + m^2] \quad , \quad T_{\Sigma m} = T_\Sigma' \frac{\Delta_m(m)}{(1+m)^2} = T_\Sigma \frac{\Delta_m(m)}{(1+m)^3}. \quad (6.5-11)$$

Celelalte constante de timp sunt impuse din condiții de compensare poli-zero-uri și de realizabilitate fizică a regulatorului. Expresiile optimizate ale funcțiilor de transfer ale sistemului deschis,  $H_{0opt}(s)$ , și sistemului închis,  $H_{r opt}(s)$ , rezultă pe baza unui calcul relativ simplu:

$$H_{0opt}(s) = \frac{1 + \beta T_{\Sigma m} s}{\beta^{3/2} T_\Sigma' \frac{m}{(1+m)^2} s(1 + s T_1)(1 + s T_\Sigma)} \quad (6.5-12)$$

$$H_{r opt}(s) = \frac{(1 + \beta T_{\Sigma m} s)}{\beta^{3/2} T_\Sigma'^3 s^3 + \beta^{3/2} T_\Sigma'^2 s^2 + \beta T_\Sigma' s + 1} = \frac{(1 + \beta T_{\Sigma m} s)}{(1 + \beta^{1/2} T_\Sigma' s)[1 + (\beta - \beta^{1/2}) T_\Sigma' s + \beta T_\Sigma'^2 s^2]}.$$

F.d.t. și comportarea SRA în raport cu perturbația  $v_2$ ,  $H_{v2opt}(s)$ , depind esențial de f.d.t. a procesului:

$$\text{Cazul 1:} \quad H_{v2opt}(s) = \frac{\beta^{3/2} k_p T_\Sigma' \frac{m}{(1+m)^2} s}{\beta^{3/2} T_\Sigma'^3 s^3 + \beta^{3/2} T_\Sigma'^2 s^2 + \beta T_\Sigma' s + 1}; \quad (6.5-13)$$

$$\text{Cazul 2:} \quad H_{v2opt}(s) = H_{v2opt(1)}(s) \frac{1}{(1 + s T_2)}. \quad (6.5-14)$$

Similar pot fi calculate și expresiile funcției  $S_{opt}(s)$ .

**Performanțele SRA în raport cu referința pot fi corectate pe cele două căi cunoscute:**

- Prin utilizarea unor filtre de referință  $F_r(s)$ ; sunt recomandate două astfel de filtre:
  - Filtu trece jos de ordinul întâi (PT1): compensează zeroul din f.d.t.  $H_{r opt}(s)$ :

$$F_r(s) = \frac{1}{1 + \beta T_{\Sigma m} s} \quad \text{\textbf{\textit{și}}}$$

#### Acordarea optimă a reguletoarelor utilizând criteriile de modul

$$\tilde{H}_r(s) = F_r(s)H_{r_{opt}}(s) = \frac{1}{(1 + \beta^{1/2}T_{\Sigma}'s)[1 + (\beta - \beta^{1/2})T_{\Sigma}'s + \beta T_{\Sigma}'^2s^2]}; \quad (6.5-15)$$

- Filtru de ordinul 2 (PD2T2): compenzează zeroul și perechea de poli complex conjugați:

$$F_r(s) = \frac{1 + (\beta - \beta^{1/2})T_{\Sigma}'s + \beta T_{\Sigma}'^2s^2}{(1 + \beta T_{\Sigma m}s)(1 + T_f s)} \quad \text{și}$$

$$\tilde{H}_r(s) = \frac{1}{(1 + \beta T_{\Sigma}'s)(1 + T_f s)}. \quad (6.5-16)$$

- Prin utilizarea reguletoarelor cu structură neomogenă (2-DOF).

Metoda prezentată dă rezultate foarte bune în cazul sistemelor de acționare electrică pentru care constanta de timp mecanică ( $T_m$ ) este mult mai mare decât cea electrică ( $T_e$ ) și sistemul este supus la perturbații frecvente de tip sarcină. Mai mult, alegând valori  $\beta$  suficient de mari, poate fi asigurată și robustețea sistemului la modificările parametrilor procesului condus. Pentru ilustrarea domeniilor diverse de aplicații ale metodelor prezentate în cadrul acestui capitol sunt exemplificate câteva lucrări reprezentative [44]–[49] în care este aplicată și citată lucrarea de referință [25].

## BIBLIOGRAFIE

- [1] Horowitz, I.M. *Synthesis of Feedback Systems*. Academic Press, 1963.
- [2] Åström, K.J., Hägglund, T. *The future of PID Control*. Preprints of IFAC Workshop on Digital Control: Past, Present and Future of PID Control PID'00, Terrassa, Spain, 2000, pp.19-30.
- [3] Åström, K.J., Hägglund, T. *PID Controllers. Theory, Design and Tuning*. Research Triangle Park, NC, 1995.
- [4] Lutz, H., Wendt, W. *Taschenbuch der Regelungstechnik*. Libri Verlag, 1998.
- [5] Calin, S. *Reguletoare automate*. Editura Didactică și Pedagogică, București, 1976.
- [6] Isermann, R. *Digitale Regelungssysteme, vol. I-II*. Springer Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, 1991.
- [7] Åström, K.J., Wittenmark, B. *Computer Controlled Systems, Theory and Design*. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1997.
- [8] Åström, K.J., Hägglund, T. *Benchmark Systems for PID Control*. Preprints of IFAC Workshop on Digital Control: Past, Present and Future of PID Control PID'00, Terrassa, Spain, 2000, pp.181-182.
- [9] Åström, K.J. *Model Uncertainty and Robust Control. Chapter on Control Theory*. Internet presentation, 2002, pp.63-100.

## Bibliografie

- [10] Dumitrache, I. *Ingineria reglării automate*. Editura Politehnica Press, București, 2005.
- [11] Quevedo, J., Escobet, T. (Editors) *IFAC workshop on Digital Control. Past, Present and Future of PID Control PID'00*. Preprints, Terrassa, Spain, 2000.
- [12] Föllinger, O. *Regelungstechnik*. Elitera Verlag, Berlin, 1978.
- [13] Goodwin, G.C., Graebe, S.F., Salgado, M.E. *Control System Design*. Prentice-Hall, Upper Saddle River, NJ, 2000.
- [14] Lantos, B. *Irányítási rendszerek elmélete és tervezése*. Akadémia Kiadó, Budapest, 2001.
- [15] Csáki, F.: *Szabályozások Dinamikája*. Akademia Kiadó, Budapest, 1974.
- [16] Dumitrache, I., Dumitriu, S., Mihiu, I., Munteanu, F., Muscă, Gh., Calcev, G. *Automatizări electronice*. Editura Didactică și Pedagogică, București, 1993.
- [17] O'Dwyer, A. *A Summary of PI and PID Controller Tuning Rules for Processes with Time delay, Part 1 and Part 2*. Preprints of IFAC Workshop on Digital Control: Past, Present and Future of PID Control PID'00, Terrassa, Spain, 2000, pp.175-180, 242-247.
- [18] Kessler C. *Über die Vorausberechnung Optimal abgestimmter Regelkreise*. Regelungstechnik, vol. 2 (1954), H12, pp. 274-281.
- [19] Kessler, C. *Über die Vorasberechnung optimal abgestimmter Regelkreise Teil III: Die optimale Einstellung des Regler nach dem Betragsoptimum*. Regelungstechnik, vol. 3 (1955), no. 2, pp. 40-49.
- [20] Voda, A.A., Landau, I.D. *A method for the auto-calibration of PID Controllers*. Automatica, vol. 31 (1995), no. 1, pp.41-53.
- [21] Preitl, St., Precup, R.-E. (editori). *Regulatoare pentru servosisteme. Metode de proiectare*. Editura Orizonturi Universitare, Timișoara, 2007.
- [22] Leonhard, W. *Regelung in der Antriebstechnik*. B. G. Teubner Verlag, Stuttgart, 1974.
- [23] Preitl, St., Precup, R.-E. *Introducere în ingineria reglării automate*. Editura Politehnica, Timișoara, 2001.
- [24] Dragomir, T.-L., Preitl, St. *Elemente de teoria sistemelor și reglaj automat, vol I, II, curs*. Centrul de multiplicare al Institutului Politehnic "Traian Vuia" din Timișoara, Timișoara, 1979.
- [25] Preitl, St., Precup R.-E. *An Extension of Tuning Relations after Symmetrical Optimum Method for PI and PID Controllers*. Automatica, vol. 35 (1999), no. 10, pp.1731-1736.
- [26] Preitl, Zs. *Model Based Design Methods for Speed Control Applications*, Doctoral Thesis, Politehnica University of Timișoara, 2008, Editura Politehnica, 2008, Seria 1: Automatică, nr. 8.
- [27] Preitl, Zs., Bars, R. *A Youla-parameterization Approach for Controller Design Based on ESO and 2E-SO Methods for Electrical Drives (low order benchmarks)*. Proceedings of 2<sup>nd</sup> Romanian-Hungarian Joint Symposium on Applied Computational Intelligence, Timișoara, România, 2005, pp. 319-332.
- [28] Evans, G.W. *Bringing Root Locus to the Classroom. The story of Walter R. Evans and his Textbook Control-System Dynamics*. IEEE Control Systems Magazine, vol. 24 (2004), no. 6, pp. 74-81.

## Bibliografie

- [29] Lundberg, K.H. *Pole-zero Phase Maps*. IEEE Control Systems Magazine, vol. 25 (2005), no. 1, pp. 84–87.
- [30] Tsiotras, P. *The Relation Between the 3-D Bode Diagram and the Root Locus*. IEEE Control Systems Magazine, vol. 25 (2005), no. 1, pp. 88-96.
- [31] Krajewski, W., Viaro, U. *Root-locus Invariance. Exploiting Alternative Arrival and Departure Points*. IEEE Control Systems Magazine, vol. 27 (2007), no. 1, pp. 36-43.
- [32] Voicu, M. *Introduce în automatică*. Editura Polirom, Iași, 2002.
- [33] Dragomir, T.-L., Preitl, St., Trica, A.R. *Regulatoare automate, vol. II, curs*. Centrul de multiplicare al Institutului Politehnic “Traian Vuia” din Timișoara, Timișoara, 1989.
- [34] Matlab. *Control System Toolbox User's Guide*. The MathWorks, Inc., Natick, MA, 2001.
- [35] Youla, D., Bongiorno, J.Jr., Jabr, H.A. *Modern Wiener-Hopf design of optimal controllers. Part I: the single-input-single output case*. IEEE Transactions on Automatic Control, vol. 21 (1976), no. 1, pp. 3-13.
- [36] Kucera, V. *Diophantine Equations in Control - A Survey*. Automatica, vol. 29 (1993), no. 6, pp. 1361-1375.
- [37] Morari, M., Zafiriou, E. *Robust Process Control*. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1989.
- [38] Ackermann, J. *Robuste Regelung*. Springer Verlag, Berlin Heidelberg, New York, 1993.
- [39] Müller, K. *Entwurf robuster Regelungen*. B. G. Teubner Verlag, Stuttgart, 1996.
- [40] Taguchi, H., Araki, M. *Two degree of freedom PID controllers. Their functions and optimal tuning*. Preprints of IFAC Workshop on Digital Control: Past, Present and Future of PID Control PID'00, Terrassa, Spain, 2000, pp. 154 – 159.
- [41] Brosilow, C., Babu, J. *Techniques of Model-Based Control*, Prentice Hall International, 2001.
- [42] Contract de cercetare *Analiza și dezvoltarea sistemelor inteligente de conducere cu regulatoare fuzzy dedicate servosistemelor*, Grant CNCIS Nr. 98GR/11.06.2008, Tema 14, cod 370.
- [43] Grant de cercetare *Analysis and Development of Intelligent Systems*, în cadrul *Protocolului celei de a treia sesiuni a Comisiei Mixte de Cooperare științifică și tehnologică Româno-Ungară*, 24-25 nov. 2005, anexa II. nr.crt. 35, ID nb. 17.
- [44] Bodson, M. *Reconfigurable Nonlinear Autopilot*. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, vol. 26 (2003), no. 5, pp. 719-727.
- [45] Machaba, M., Braee, M. *Explicit Damping Factor Specification in Symmetrical Optimum Tuning of PI controllers*. Proceedings of 1<sup>st</sup> African Control Conference AFCON 2003, Cape Town, South Africa, 2003, pp. 399-404.
- [46] Cooper, S., Kuperman, A., Rabinovici, R. *Controlling an Electrical Motion system by a Load Instruction Decoding Algorithm Using FPGA*. Proceedings of the 2004 11<sup>th</sup> IEEE International Conference on Electronics, Circuits and Systems ICECS 2004, Capri Italy, 2004, pp. 443-446.
- [47] Aydin, O., Akdag, A., Stefanutti, P., Hugo, N. *Optimum Controller Design for a Multilevel AC-DC Converter System*. Proceedings of 20<sup>th</sup> Annual IEEE Applied Power Electronics Conference and Exposition APEC 2005, Austin, TX, USA, 2005, vol. 3, pp. 1660-1666.

### Bibliografie

- [48] Szabat, K., Orłowska-Kowalska, T. *Vibration Suppression in a Two-Mass Drive System Using PI Speed Controller and Additional Feedbacks - Comparative Study*. IEEE Transactions on Industrial Electronics, vol. 54 (2007), no. 2, pp. 1193-1206.
- [49] Bajracharya, C., Molinas, M., Suul, J.A., Undeland, T.M. *Understanding of Tuning Techniques of Converter Controllers for VSC-HVDC*. Proceedings of Nordic Workshop on Power and Industrial Electronics NORPIE/2008, Espoo, Finland, 2008, paper index urn011658, 8 pp.
- [50] Preitl, St., Precup, R.-E., Preitl, Zs. *Structuri și algoritmi pentru conducerea automată a proceselor, vol. 1*. Editura Orizonturi Universitare, Timișoara, 2009.
- [51] Preitl, St., Precup, R.-E., Preitl, Zs. *Structuri și algoritmi pentru conducerea automată a proceselor, vol. 2*. Editura Orizonturi Universitare, Timișoara, 2009.