Metodos computacionales 1
Taller de probabilidad

Axiomas de probabilidad:

1. $P(\Omega) = 1$

2. $P(A \geq 0) = 1$

3. Siempre que se tienen eventos $A_1, A_2, A_3...$, si $P(A_1 \cap A_2 \cap A_3...) = \emptyset$. Entonces la probabilidad de la union se puede escribir como $P(A_1 \cup A_2 \cup A_3...) = P(A_1) + P(A_2) + P(A_3)...$

3. Demuestre las siguientes propiedades basicas de esta medida usando los axiomas de Kolmogorov y diagramas de Venn

a. $P(\emptyset) = 0$
El espacio muestral Ω se puede escribir como la union con el conjunto vacio

$$\Omega = \Omega \cup \emptyset$$

Y si tomamos la interseccion entre Ω y el conjunto vacio

$$\Omega \cap \emptyset = \emptyset$$

Como la interseccion entre estos es $\emptyset$ y, por el axioma 3, la probabilidad del espacio muestral Ω se puede escribir como

$$P(\Omega) = P(\Omega \cup \emptyset) = P(\Omega) + P(\emptyset)$$

Pero sabemos por el axioma 1 que $P(\Omega) = 1$
Entonces,

$$1 = 1 + P(\emptyset)$$

Y ahora se despeja la probabilidad del conjunto vacio

$$1 - 1 = P(\emptyset)$$

Y se logra obtener que la probabilidad de de tener un evento imposible es 0

$$0 = P(\emptyset)$$

b. $P(A^c) = 1 - P(A)$
Comenzamos diciendo que el espacio muestral esta doado por la union entre el conjunto A y su complemento A^c

$$\Omega = A \cup A^c$$

Y la interseccion entre estos es

$$\emptyset = A \cap A^c$$

Como la interseccion entre estos es $\emptyset$, por el axioma 3, la probabilidad del espacio muestral Ω se puede escribir como

$$P(\Omega) = P(A \cup A^c) = P(A) + P(A^c)$$

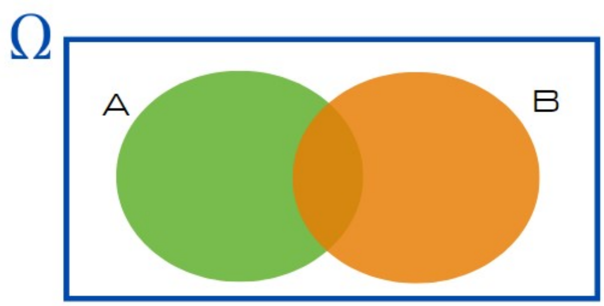
Pero sabemos por el axioma 1 que $P(\Omega) = 1$
Entonces,

$$1 = P(A) + P(A^c)$$

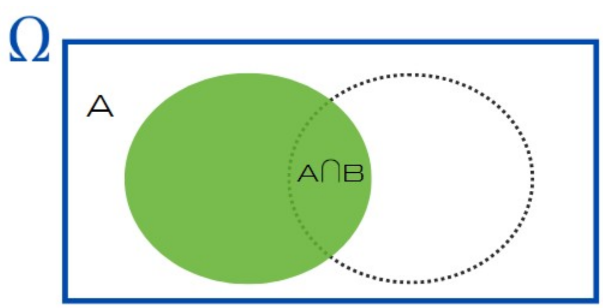
Y despejando a A^c obtenemos que la probabilidad de obtener el complemento es 1 menos la probabilidad de A

$$P(A^c) = 1 - P(A)$$

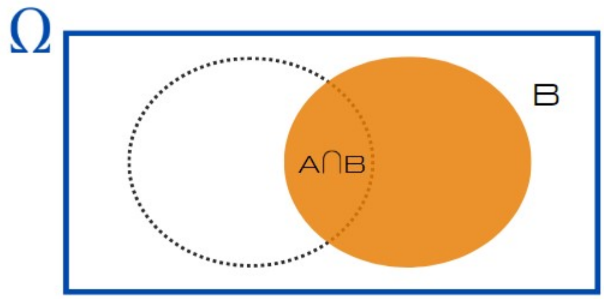
f. $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
Mediante diagramas de Venn, consideramos dos conjuntos A y B



Para obtener A union B, consideramos primero todo el conjunto de A, esto sera $P(A)$



Y ahora consideramos el conjunto de B, esto sera $P(B)$



Luego, solo nos queda sumar cada probablidad, porque la union es considerar tanto la probabilidad de A como la de B

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

Pero nos damos cuenta que en cada consideracion tomamos dos veces la misma interseccion $A \cap B$, entonces solo debemos restar una vez esta interseccion.

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$