

a).

$$(x_0, f(x_0)), (x_1, f(x_1)), (x_2, f(x_2)), (x_3, f(x_3))$$

$$L_0 = \left(\frac{x - x_2}{x_0 - x_2} \cdot \frac{x - x_1}{x_0 - x_1} \right) f(x_0) = \frac{x^2 - x_1 - x_2 + (x_1 \cdot x_2)}{x_0^2 - x_1 - x_2 + (x_1 \cdot x_2)} f(x_0)$$

$$L_1 = \left(\frac{x - x_0}{x_1 - x_0} \cdot \frac{x - x_2}{x_1 - x_2} \right) f(x_1) = \frac{x^2 - x_0 - x_2 + (x_0 \cdot x_2)}{x_1^2 - x_0 - x_2 + (x_0 \cdot x_2)} f(x_1)$$

$$L_2 = \left(\frac{x - x_0}{x_2 - x_0} \cdot \frac{x - x_1}{x_2 - x_1} \right) f(x_2) = \frac{x^2 - x_0 - x_1 + (x_0 \cdot x_1)}{x_2^2 - x_0 - x_1 + (x_0 \cdot x_1)} f(x_2)$$

$$P(x) = \left(\frac{x - x_2}{x_0 - x_2} \cdot \frac{x - x_1}{x_0 - x_1} \right) f(x_0) + \left(\frac{x - x_0}{x_1 - x_0} \cdot \frac{x - x_2}{x_1 - x_2} \right) f(x_1) + \left(\frac{x - x_0}{x_2 - x_0} \cdot \frac{x - x_1}{x_2 - x_1} \right) f(x_2)$$

Entonces, como cada componente del polinomio es un polinomio de grado 2, la suma de cada uno de estos no resulta en un polinomio de grado 2.

$$p(x) = L_0 + L_1 + L_2$$

b).

$$p'(x_0) = L'_0 \quad \text{Reemplazo } x, \text{ por } x_0$$

$$L'_0 = \frac{2x_0(x_0^2 - x_1 - x_2 + (x_1 \cdot x_2)) - 2x_0(x_0^2 - x_1 - x_2 + (x_1 \cdot x_2))}{(x_0^2 - x_1 - x_2 + (x_1 \cdot x_2))^2} f(x_0)$$

$$= \frac{-2x_0 \cdot x_1 - 2x_0 \cdot x_2 + 2x_0(x_1 \cdot x_2)}{(x_0^2 - x_1 - x_2 + (x_1 \cdot x_2))^2}$$