Métodos computacionales
Taller 3
Lagrange

---

1. **Punto 1.** Demuestre que el polinomio interpolador es único.

   El teorema — dice que sí tenemos $x_0.x_1, ..., x_n$ distintos y reales, estos dan un valor arbitrario $y_0.y_1, ..., y_n$. Entonces, existe un único polinomio p de grado máximo n tal como el siguiente

   $$p_n(x_i) = y_i \text{ con } i(0 \leqslant i \leqslant n)$$

   Prueba:

   Supongamos lo siguiente, tenemos dos polinomios p_n y g_n. Entonces el polinomio $p_n - g_n$ tendrá la siguiente propiedad $(p_n - g_n)x_i = 0$ para una i que esta entre $(0 \leqslant i \leqslant n)$. Dado que la resta de estos polinomios es como máximo de grado n, por lo que el polinomio puede tener como máximo n ceros, mientras que el polinomio no sea 0.

   Entonces, como las x_i son distintas, $p_n - g_n$ tiene $n + 1$ ceros

   $$R(x) = p(x) - g(x)$$

   $$P(x_i) = q(x_i) = f_i$$

   Tenemos $R(x_i) = 0$ para $1 = 0, 1, ..., n$, o sea $R(x_i)$ solo puede tener como máximo n raíces. Por lo que, $R(x_i)$ no puede tener $n + 1$ raíces, entonces

   $$R(x) = 0 \text{ y } P(x) = a(x)$$

   Esto significa que el polinomio $R(x)$ es único.