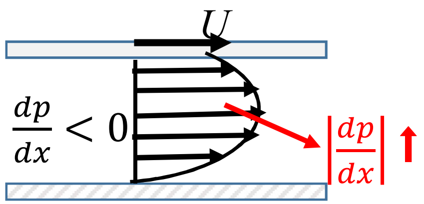
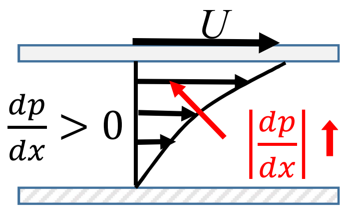
空气与气体动力学

张科

回顾：

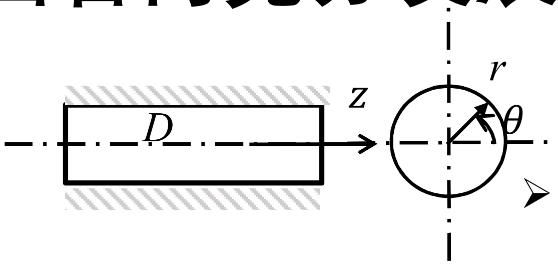
1.压强梯度、速度梯度同时存在





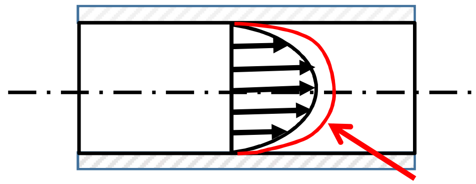
$\frac{dp}{dx} > 0$，
逆压可能发生
流动分离！！

2.圆管内充分发展层流（柱坐标N-S方程简化、求解）



$$\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(r\frac{du_z}{dr}\right)=\frac{1}{\mu}\frac{dp}{dz}$$

$$u_z=\frac{R^2}{4\mu}\left(-\frac{dp}{dz}\right)\left(1-\frac{r^2}{R^2}\right)$$



湍流速度分布，更贴近壁面

3.管内能量损失：$h_{LT}=h_L+h_m$ $\quad Losses=-\int_{CS}\left(\frac{V^2}{2}+gz+\frac{p}{\rho}\right)\rho(\vec{V}\cdot\vec{n})dS$

沿程损失： $h_L=f\left(\frac{L}{D}\right)\frac{\overline{V}^2}{2g}$ 层流：$f=\frac{64}{Re}$ 湍流：$f=f\left(Re,\frac{e}{D}\right)$ 穆迪图(5.28)

6.4圆管内能量损失（9.2~9.4）

例 5.10 水在直径为 6 英寸的钢管内流动，体积流量 $Q = 0.126\,2\ \mathrm{m^3/s}$。(1) 试判断流动是否为湍流；(2) 如管道长 $L = 1\,000$ m，计算摩擦压降 Δp^*；(3) 求维持管内流动所需的功率。

解：(1) 将管径由英寸换算为 m，即

$$D = 6 \times 0.025\,4\ \mathrm{m} = 0.152\,4\ \mathrm{m}$$

计算管截面平均速度和雷诺数

$$V = \frac{4Q}{\pi D^2} = \frac{4 \times 0.126\,2}{3.14 \times 0.152\,4^2}\ \mathrm{m/s} = 6.922\ \mathrm{m/s}$$

$$Re_D = \frac{VD}{\nu} = \frac{6.922 \times 0.152\,4}{1.004 \times 10^{-6}} = 1.051 \times 10^6$$

雷诺数超过 4 000，流动为湍流。

(2) 由表 5.1，钢管粗糙度 $\varepsilon = 0.046$ mm，利用式(5.63)计算摩擦因数

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -1.8\log\left[\left(\frac{0.046 \times 10^{-3}/0.152\,4}{3.7}\right)^{1.11} + \frac{6.9}{1.051 \times 10^6}\right]$$

$$f = 0.015\,59$$

$$\Delta p^* = f\frac{L}{D} \times \frac{1}{2}\rho V^2$$

$$= 0.015\,65 \times \frac{1\,000}{0.152\,4} \times \frac{998 \times 6.922^2}{2}\mathrm{Pa} = 2.455 \times 10^6\ \mathrm{Pa}$$

(3) 注意到 Δp^* 是单位体积流体的摩擦损失，则维持流动所需功率为

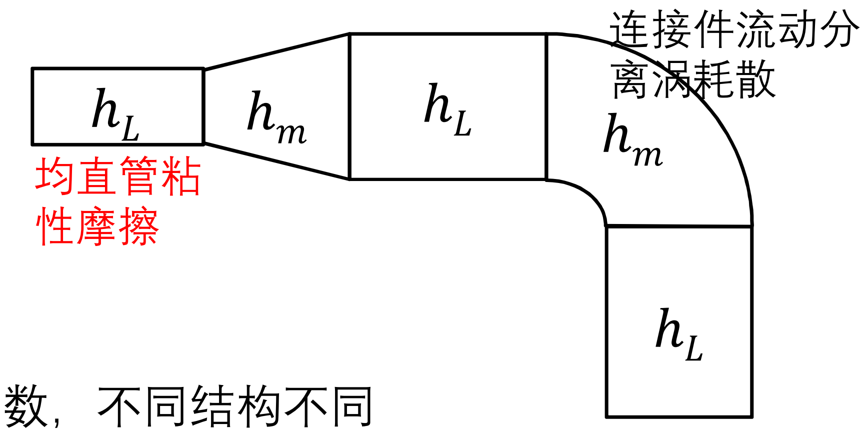
$$\dot{W} = \Delta p^* Q = 2.455 \times 10^6 \times 0.126\,2\ \mathrm{W} = 3.098 \times 10^5\ \mathrm{W}$$

根据Re判断流动状态！

$$\frac{1}{f^{1/2}} = -1.8\log\left[\left(\frac{\varepsilon/D}{3.7}\right)^{1.11} + \frac{6.9}{Re_D}\right]$$

$$h_L = \frac{\Delta p}{\rho g} = f\left(\frac{L}{D}\right)\frac{\overline{V}^2}{2g}$$

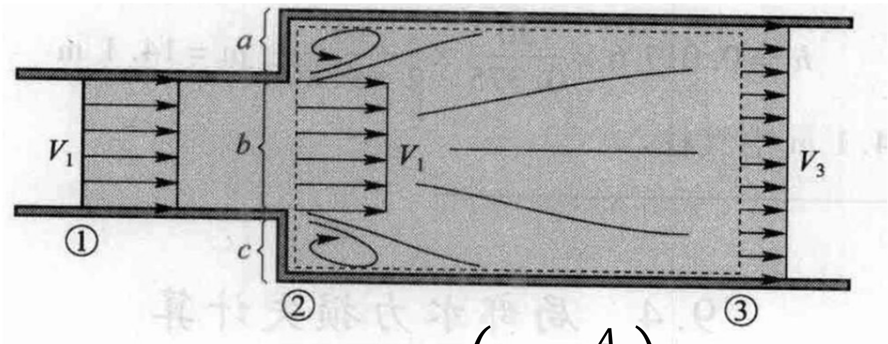
6.4圆管内能量损失（9.2~9.4）

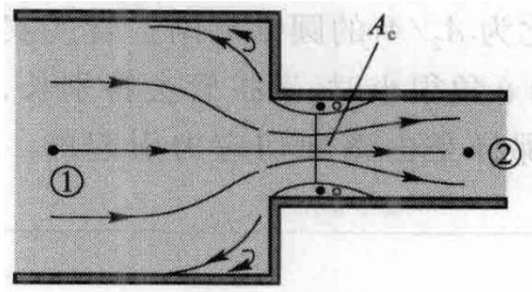


① 水力损失：沿程损失+局部损失

h_{LT} $\qquad$ h_L $\qquad$ h_m

◆ 局部损失h_m： $h_m = K\dfrac{\overline{V}^2}{2g}$ $\quad$ K: 局部损失系数，不同结构不同





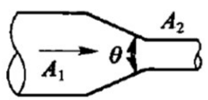
分离(漩涡)区越小，损失越小

$$K_1=\left(1-\frac{A_1}{A_2}\right)^2$$

$$K_2=0.5\left(1-\frac{A_2}{A_1}\right)<K_1$$

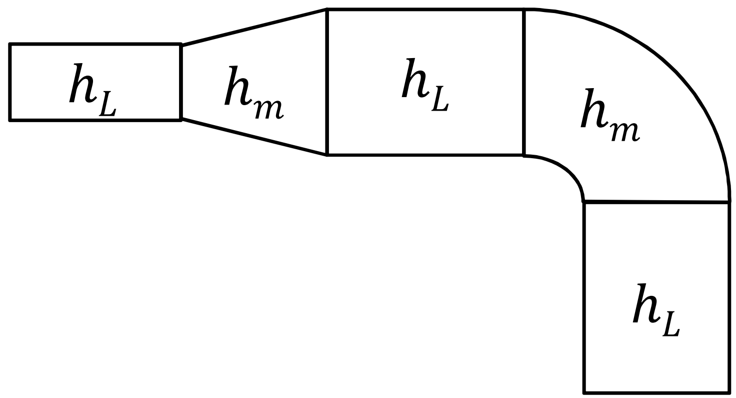
$$\begin{cases} V_1A_1=V_3A_3 \\ p_1A_2\text{-}p_3A_3=\rho V_3A_3(V_3-V_1) \\ h_m=\left(\dfrac{p}{\rho g}+\dfrac{V^2}{2g}\right)_1-\left(\dfrac{p}{\rho g}+\dfrac{V^2}{2g}\right)_3 \end{cases}$$

表 9.3 渐缩管的局部损失因数（圆管和方管）[3]



	收缩角，θ/(°)						
A_2/A_1	10	15～40	50～60	90	120	150	180
0.50	0.05	0.05	0.06	0.12	0.18	0.24	0.26
0.25	0.05	0.04	0.07	0.17	0.27	0.35	0.41
0.10	0.05	0.05	0.08	0.19	0.29	0.37	0.43

6.4圆管内能量损失（9.2~9.4）

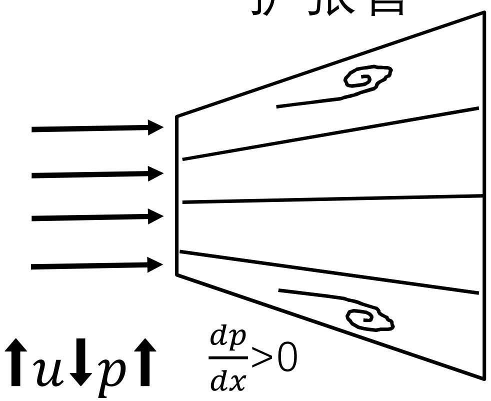


① 水力损失：沿程损失+局部损失

h_{LT}　　h_L　　h_m

◆ 局部损失h_m：　$h_m = K\dfrac{\bar{V}^2}{2g}$

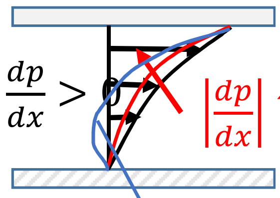
扩张管



$A\uparrow u\downarrow p\uparrow$　$\dfrac{dp}{dx}>0$

K_3

逆压，可能流动分离



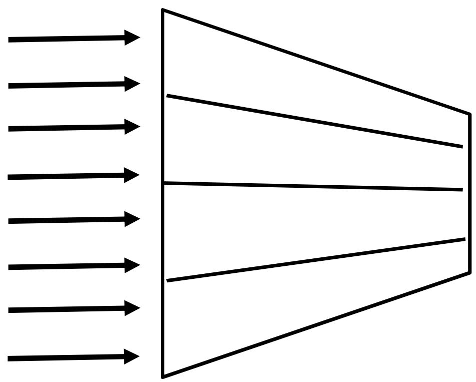
$\left|\dfrac{dp}{dx}\right|\uparrow$

$\dfrac{dp}{dx} > 0$，逆压可能发生流动分离 ！！

压强沿流动方向升高→逆压

有回流，产生漩涡，流动分离

收缩管



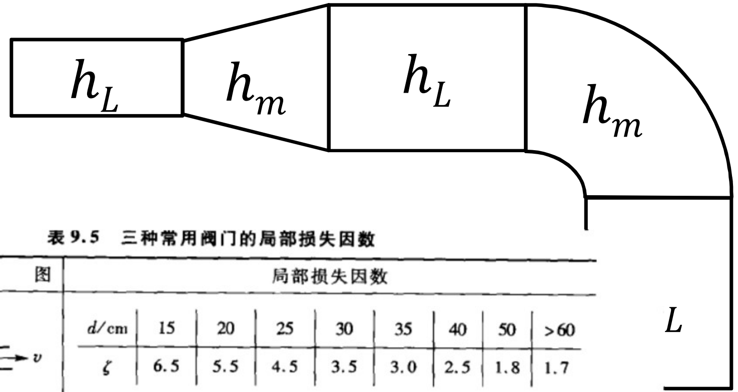
$A\downarrow u\uparrow p\downarrow$

$\dfrac{dp}{dx}<0$

$K_4 < K_3$

顺压，无流动分离

6.4圆管内能量损失（9.2~9.4）



① 水力损失：沿程损失+局部损失

h_{LT}　　h_L　　h_m

- 局部损失h_m：　$h_m = K\dfrac{\overline{V}^2}{2g}$

表 9.4　管件的局部损失因数[2]

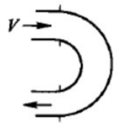
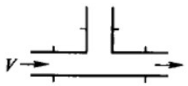
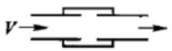
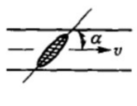
	K	
a. 弯头		
常规 90°，法兰连接	0.3	
常规 90°，螺纹连接	1.5	
长半径 90°，法兰连接	0.2	
长半径 90°，螺纹连接	0.7	
长半径 45°，法兰连接	0.2	
常规 45°，螺纹连接	0.4	
b. 180°弯头		
180°弯头，法兰连接	0.2	
180°弯头，螺纹连接	1.5	
c. 三通		
直线流，法兰连接	0.2	
直线流，螺纹连接	0.9	
分支流，法兰连接	1.0	
分支流，螺纹连接	2.0	
d. 连接管，螺纹连接	0.08	

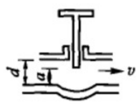
表 9.5　三种常用阀门的局部损失因数

类别	示意图	局部损失因数
截止阀		见下表

d/cm	15	20	25	30	35	40	50	>60
ζ	6.5	5.5	4.5	3.5	3.0	2.5	1.8	1.7

类别	示意图
碟阀	

α°	5	10	15	20	25
ζ	0.24	0.52	0.90	1.54	2.51
α°	30	35	40	45	50
ζ	3.91	6.22	10.8	18.7	32.6
α°	55	60	65	70	90
ζ	58.8	118	256	751	∞

类别	示意图
闸阀	

全开时（即$\frac{a}{d}=0$）

d/mm	15	20 ~ 50	80	100	150
ζ	1.5	0.5	0.4	0.2	0.1

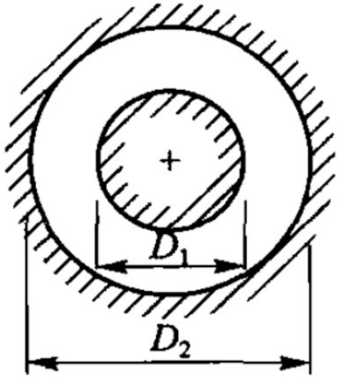
d/mm	200 ~ 250	300 ~ 450	500 ~ 800	900 ~ 1 000
ζ	0.08	0.07	0.06	0.05

各种开度时

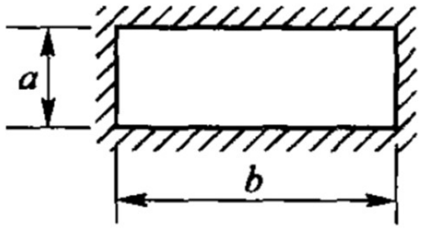
d		开度 a/d					
mm	in	1/8	1/4	3/8	1/2	3/4	1
12.5	1/2	450	60	22	11	2.2	1.0
19	3/4	310	40	12	5.5	1.1	0.28
25	1	230	32	9.0	4.2	0.90	0.23
40	$1\frac{1}{2}$	170	23	7.2	3.3	0.75	0.18
50	2	140	20	6.5	3.0	0.68	0.16
100	4	91	16	5.6	2.6	0.55	0.14
150	6	74	14	5.3	2.4	0.49	0.12
200	8	66	13	5.2	2.3	0.47	0.10
300	12	56	12	5.1	2.2	0.47	0.07

6.4圆管内能量损失（9.2~9.4）

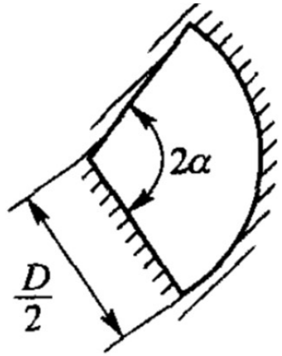
② 非圆管



$$D_h = D_2 - D_1$$



$$D_h = \frac{4ab}{2(a+b)}$$



通道面积

$$当量直径D_h = \frac{4A}{P_r}$$

润湿周长

六. 粘性不可压流动（内流，外流）

粘性不可压内流

通道内流动一般特征（5.6、9.1）、无限大平板间（周向均匀圆管)充分发展层流（5.3、5.4）、管内流能量损失(9.2-9.4)、

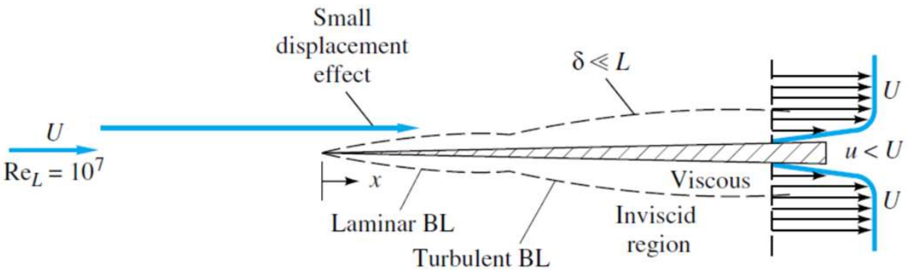
管内流，$\vec{V}$，τ，Q，Δp，h_{LT}

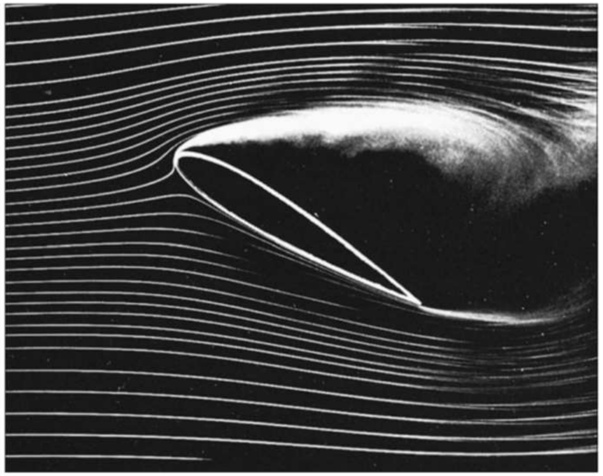
粘性不可压外部扰流

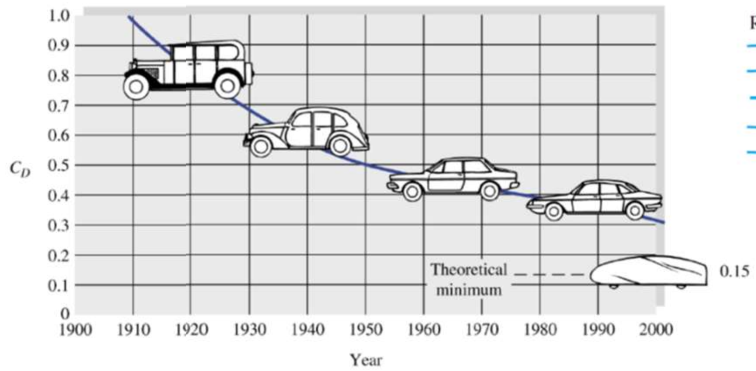
边界层基本概念（10.1）、边界层动量积分方程（10.4）、边界层方程(10.2、10.3)、曲面边界层及边界层分离（10.5）、扰流物体的阻力（10.6）

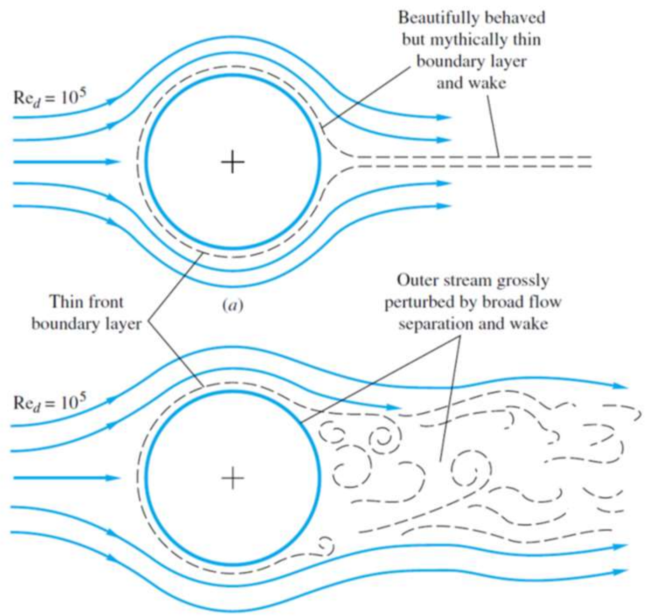
流场分布，u, D, L(飞行器，建筑物，桥梁等)

六. 粘性不可压流动（外流）



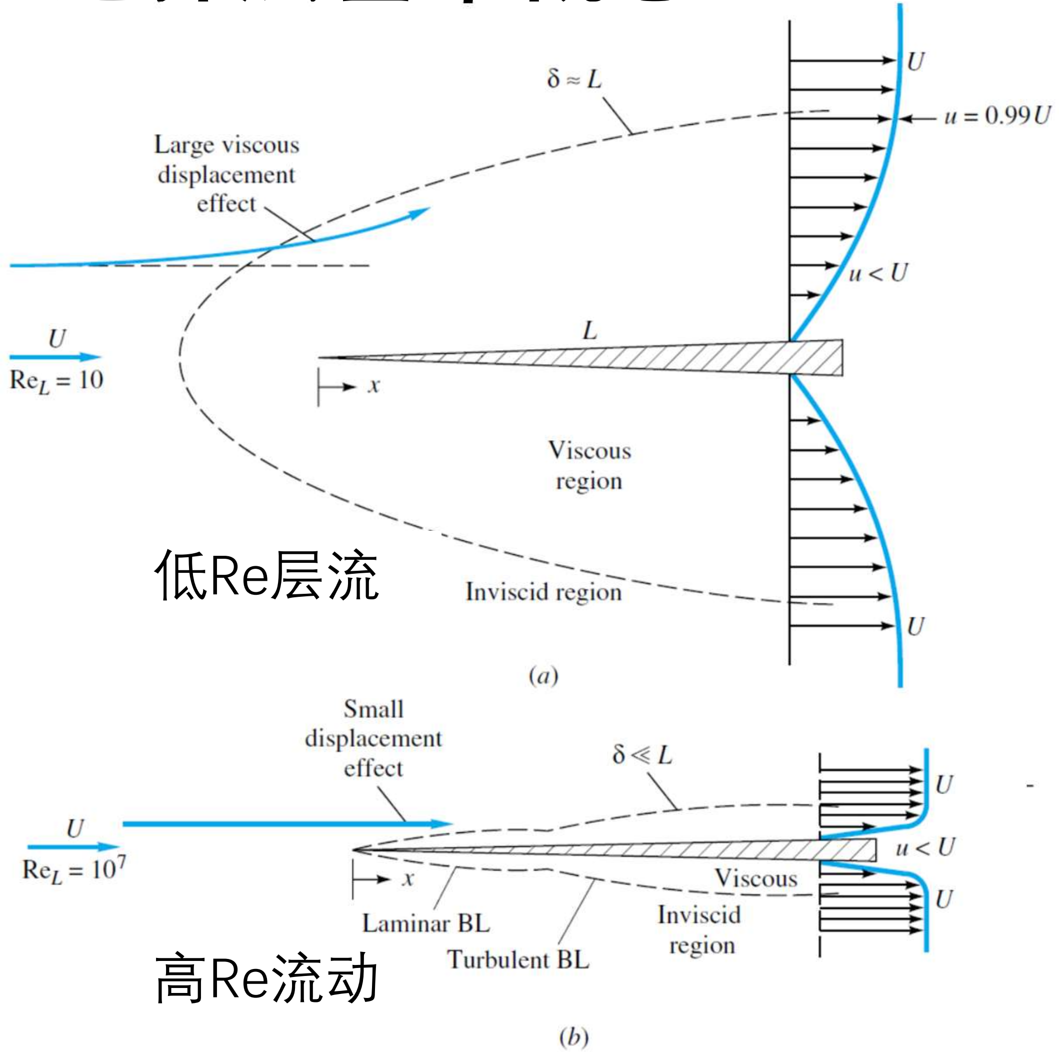


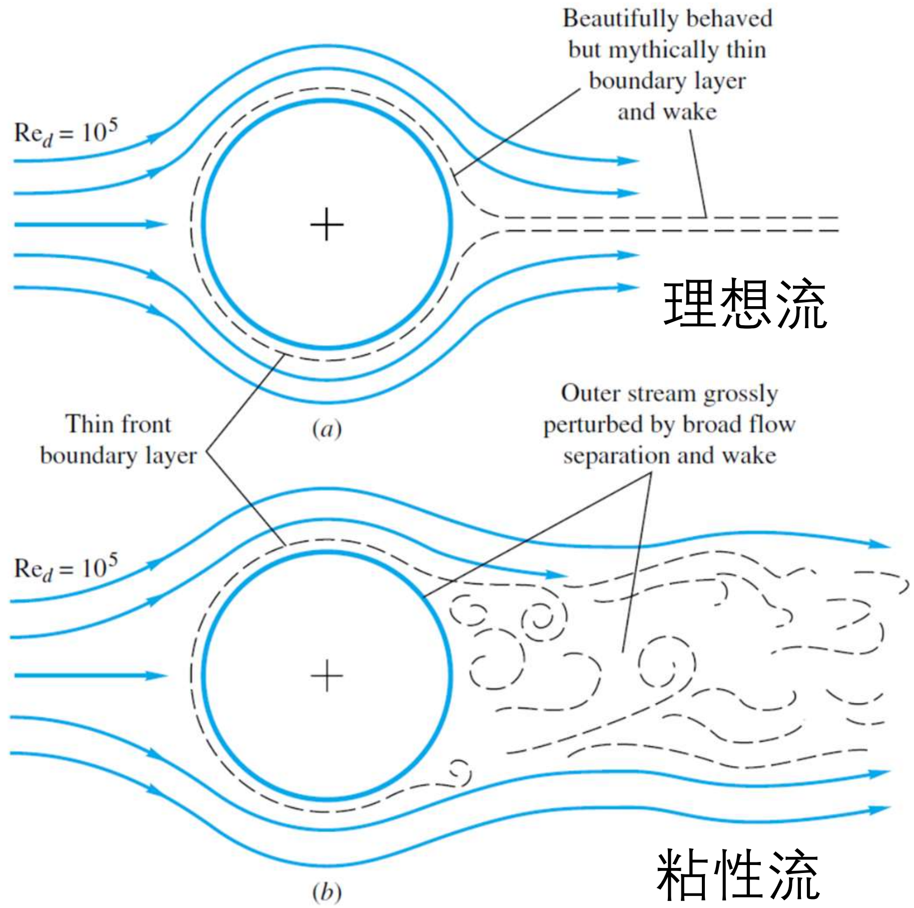




边界层基本概念、边界层动量积分方程、边界层方程、曲面边界层及边界层分离、扰流物体的阻力

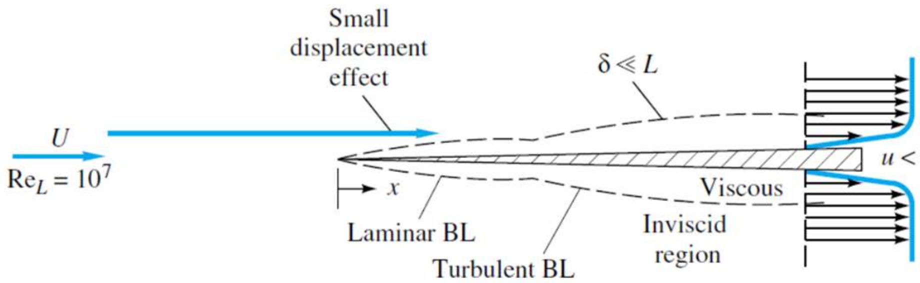
6.5边界层基本概念（10.1）





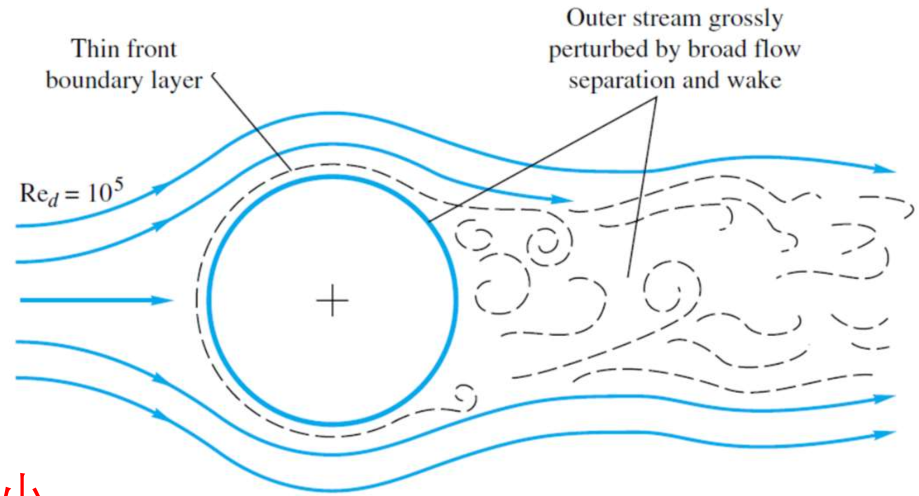
6.5边界层基本概念（10.1）

1. 大Re下，粘性影响局限在物体壁面附近一薄层，及其后的尾迹流中；其它区域速度梯度小，粘性影响小，可按理想流势流理论处理。



2. 物体壁面附近的薄层内存在很大速度梯度和$\boxed{\text{漩涡}}$，粘性不可忽略。这一薄层为边界层。

$$\Omega_z = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}$$



通常，边界层厚度在厘米量级，与主流区比很小。

6.5边界层基本概念（10.1）

1. 平板边界层（尖前缘，零迎角，薄平板，半无穷）

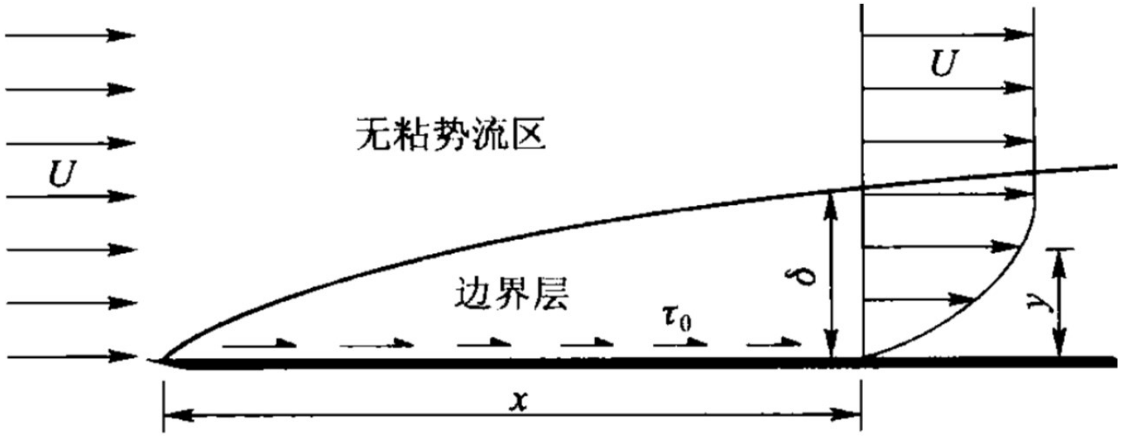


图 10.1　平板边界层

① 流体过平板上流动分两个区：边界层（板附近一薄层，τ大），主流区（边界层以外，τ可忽略）

② 边界层厚度δ（名义厚度）：

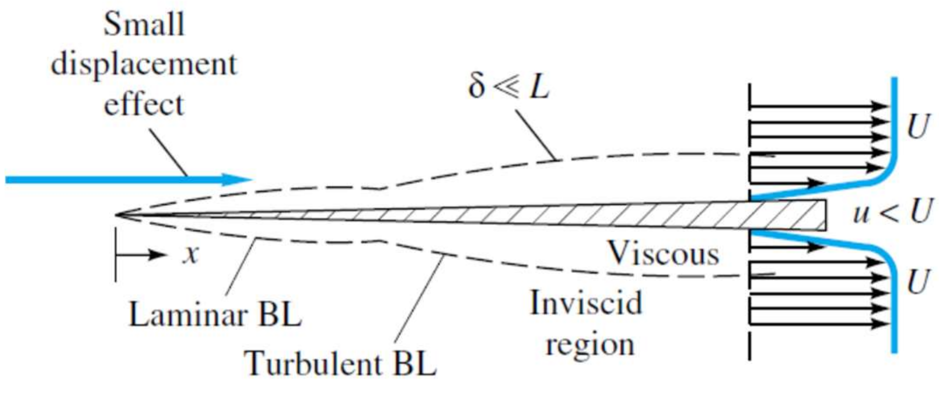
$$\delta = y\Big|_{u=0.99U}$$

$u = 0.99U$处为边界层外缘。

边界层概念为Prandtle 1904年提出，边界层理论是现代流体力学的开始。

6.5边界层基本概念（10.1）

1. 平板边界层（尖前缘，零迎角，薄平板，半无穷）



(b)

◆ x ↑ δ ↑

② 边界层厚度δ（名义厚度）：

$$\delta = y\big|_{u=0.99U}$$

$$\delta（x）=\begin{cases} \sim xRe_x^{-1/2} & 层流 \\ \sim xRe_x^{-1/7} & 湍流 \end{cases}$$

③ 边界层Re：　$Re_\delta \sim Re_x^{1/2}$

$$Re_x = \frac{\rho U x}{\mu} = \frac{U x}{\nu}$$

$$Re_\delta = \frac{\rho U \delta}{\mu} = \frac{U \delta}{\nu}$$

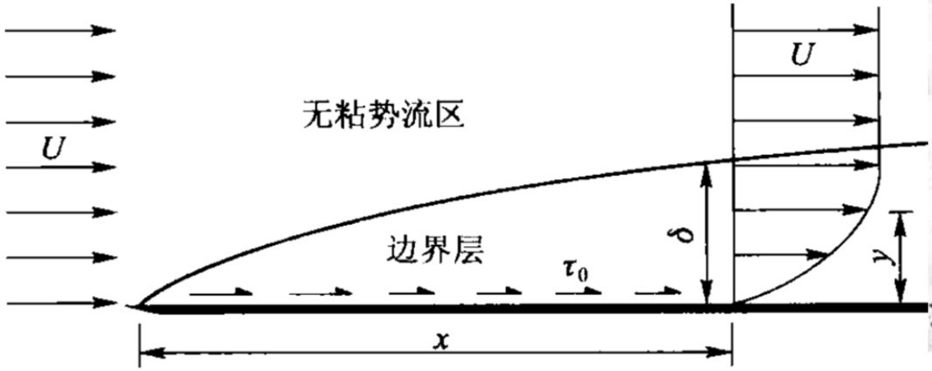
◆ x ↑ Re ↑

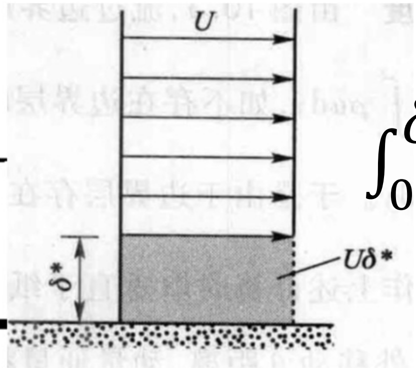
◆ $Re_x > 5 \times 10^5$ 后转变为湍流边界层

◆ 边界层内τ重要

6.5边界层基本概念（10.1）

1. 平板边界层（尖前缘，零迎角，薄平板，半无穷）





$$\int_0^{\delta} \rho U dy - \int_0^{\delta} \rho u(y)\, dy = \rho U\delta^*$$

$$\int_0^{\delta} \rho[U - u(y)]\, dy = \rho U\delta^*$$

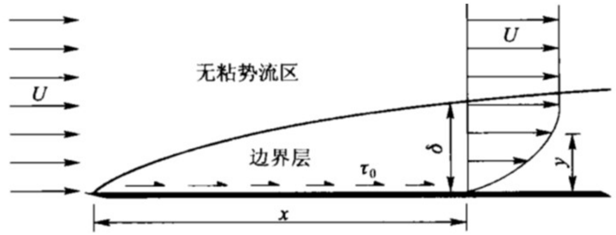
④ 位移厚度δ^*：

$$\delta^* = \int_0^{\delta} [1 - \frac{u(y)}{U}]\, dy$$

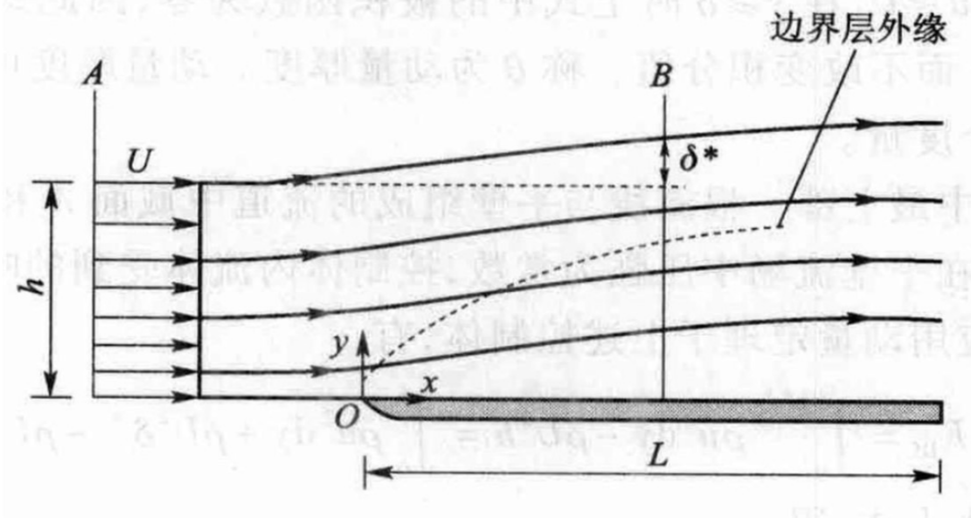
$$= \int_0^{\infty} [1 - \frac{u(y)}{U}]\, dy$$

由于粘性存在引起边界层内质量流量减少=
理想流体向外平移δ^*产生的质量流量减少

6.5边界层基本概念（10.1）



1. 平板边界层（尖前缘，零迎角，薄平板，半无穷）



$$Uh=\int_0^{h+\delta^*} u(y)\,dy$$

$$Uh=\int_0^{h} u(y)\,dy+U\delta^*$$

$$\delta^*=\int_0^{h}\left[1-\frac{u(y)}{U}\right]dy$$

$$=\int_0^{\infty}\left[1-\frac{u(y)}{U}\right]dy$$

④ 位移厚度δ^*：

由于粘性存在流线向外偏移的距离。

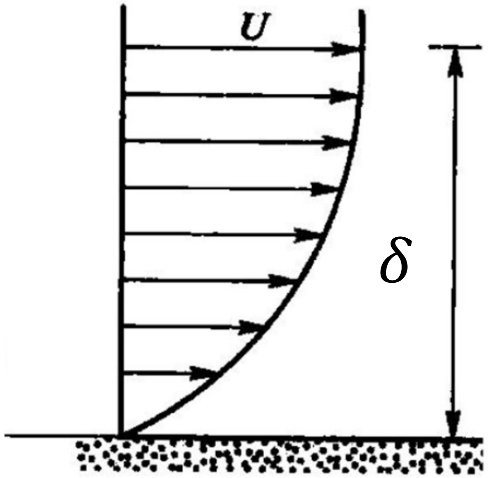
◆ 边界层外缘不是流线！质点不断进入边界层！

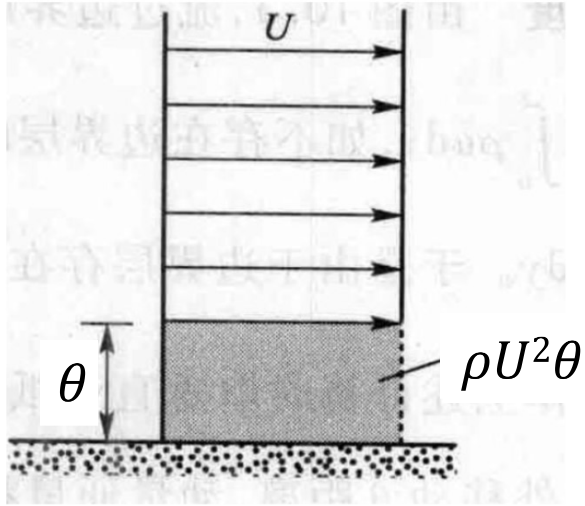
6.5边界层基本概念（10.1）

$\theta<\delta^*<\delta$

1. 平板边界层（尖前缘，零迎角，薄平板，半无穷）

⑤ 动量厚度θ：





边界层内质量流量= $\int_0^\delta \rho u(y)\,dy$

其携带动量= $\int_0^\delta \rho u^2(y)\,dy$

理想流体相同质量流体携带动量

$= \int_0^\delta \rho U u\,(y)\,dy$

粘性引起的动量流率损失 $=\int_0^\delta \rho U u\,(y)\,dy - \int_0^\delta \rho u^2(y)\,dy$

=将理想流外移θ动量减少 $\rho U^2\theta$ ➡ $\rho U^2\theta=\int_0^\delta \rho U u\,(y)\,dy - \int_0^\delta \rho u^2(y)\,dy$

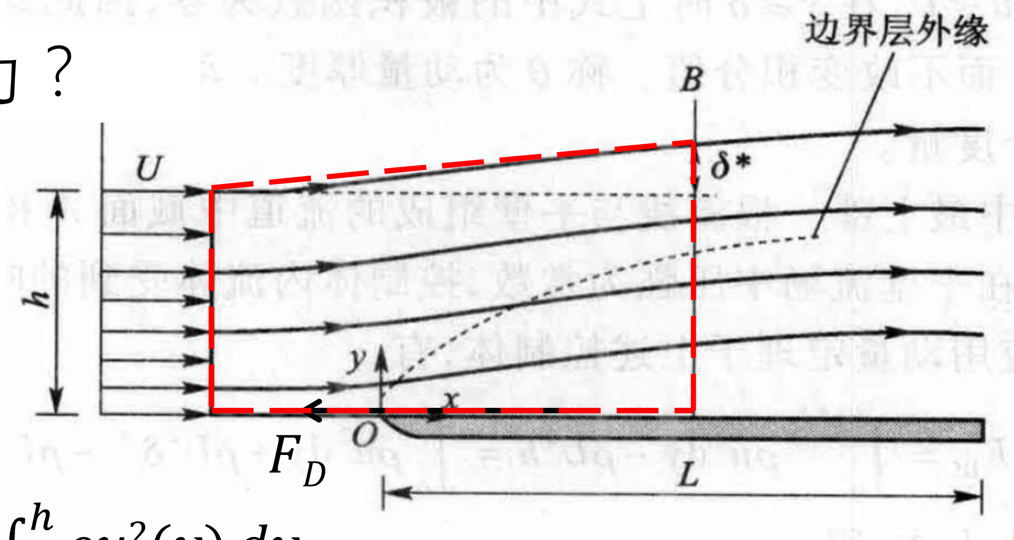
$$\theta=\int_0^\delta \frac{u\,(y)}{U}\left(1-\frac{u\,(y)}{U}\right)dy=\int_0^\infty \frac{u\,(y)}{U}\left(1-\frac{u\,(y)}{U}\right)dy$$

6.5边界层基本概念（10.1）

$$\delta^* = \int_0^{\infty} [1 - \frac{u(y)}{U}]\, dy$$

1. 平板边界层（尖前缘，零迎角，薄平板，半无穷）

⑤ 动量厚度θ：~平板受粘性摩擦力？



对C.V. 动量方程：

$$-F_D = \int_0^{h+\delta^*} \rho u^2(y)\, dy - \rho U^2 h$$

$$= \int_0^{h} \rho u^2(y)\, dy + \rho U^2 \delta^* - \rho U^2 h$$

$$F_D = \cancel{\rho U^2 h} - \rho U^2 \int_0^{h} \left[\cancel{1} - \frac{u(y)}{U}\right] dy - \int_0^{h} \rho u^2(y)\, dy$$

$$= \rho U^2 \int_0^{h} \frac{u(y)}{U} dy - \int_0^{h} \rho u^2(y)\, dy$$

$$= \rho U^2 \int_0^{h} [\frac{u(y)}{U}\left(1 - \frac{u(y)}{U}\right)]\, dy$$

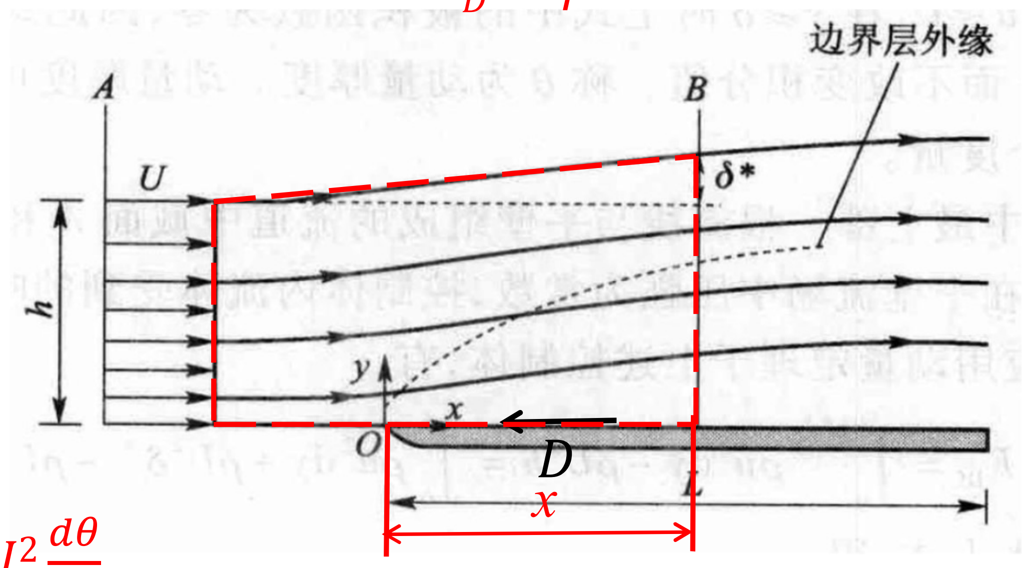
$$= \rho U^2 \theta$$

$$F_D = \rho U^2 \theta$$

6.6边界层动量积分方程（10.4）

顺流($\frac{dp}{dx}$=0)平板： $D(x) = \rho U^2\theta(x)$

顺流($\frac{dp}{dx}$=0)平板动量积分方程：



$$D = \int_0^x \tau_w\, dx$$

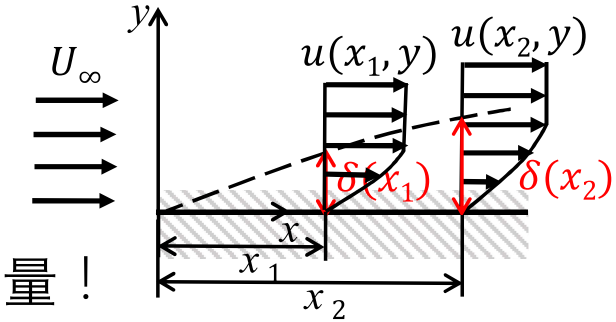
$$D = \rho U^2\theta(x) \Rightarrow \left.\begin{aligned} \tau_w &= \frac{dD}{dx} \\ \frac{dD}{dx} &= \rho U^2\frac{d\theta}{dx}\end{aligned}\right\} \Rightarrow \tau_w = \rho U^2\frac{d\theta}{dx}$$

$\tau_w = \mu\frac{du}{dy}$由$u(y)$决定

$\theta = \int_0^\delta \frac{u(y)}{U}\left(1-\frac{u(y)}{U}\right)dy$，由$u(y)$决定

顺流($\frac{dp}{dx}$=0)平板动量积分方程：$\tau_w = \rho U^2\frac{d\theta}{dx}$ 可求解$\boldsymbol{u(y)}$!

6.6边界层动量积分方程（10.4）



假设$u(y)$, 利用$\tau_w = \rho U^2 \frac{d\theta}{dx}$，求解$u(y)$。 $\delta(x)$为未知量！

例：层流边界层，假设$u(y) = U\left(\frac{2y}{\delta} - \frac{y^2}{\delta^2}\right)$, $0 \le y \le \delta(x)$。求δ，τ_w。

解：
$$\theta = \int_0^\delta \frac{u(y)}{U}\left(1 - \frac{u(y)}{U}\right) dy$$
$$= \int_0^\delta \left(\frac{2y}{\delta} - \frac{y^2}{\delta^2}\right)\left(1 - \frac{2y}{\delta} + \frac{y^2}{\delta^2}\right) dy$$
$$= \frac{2}{15}\delta$$
$$\tau_w = \mu \frac{du}{dy}\Big|_{y=0} = 2\mu \frac{U}{\delta}$$

$$\tau_w = \rho U^2 \frac{d\theta}{dx}$$
$$2\mu \frac{U}{\delta} = \rho U^2 \frac{2}{15}\frac{d\delta}{dx}$$
$$\frac{15\mu}{\rho U} = \delta \frac{d\delta}{dx} = \frac{1}{2}\frac{d\delta^2}{dx}$$
$$\frac{d\delta^2}{dx} = \frac{30\nu}{U}$$
$$\delta^2 = \frac{30\nu}{U}x$$
$$\frac{\delta}{x} = 5.5\sqrt{\frac{\nu}{Ux}} = 5.5 Re_x^{-1/2}$$

精确解$\frac{\delta}{x} = 5.0 Re_x^{-1/2}$

壁面切应力因数：$C_f = \frac{\tau_w}{1/2\rho U^2} = 0.73 Re_x^{-1/2}$

精确解$C_f = 0.664 Re_x^{-1/2}$

作业：

复习笔记！

10.3，10.10，10.11, 10.16