空气与气体动力学

张科

回顾：

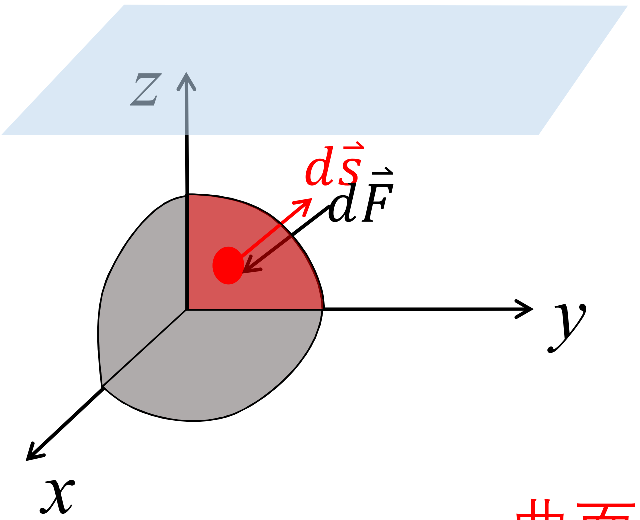
1.流体平衡微分方程$-\vec{\nabla}p+\rho\vec{g}=\rho\vec{a}$**（熟记、理解、应用），非惯性系应用（笛卡尔坐标，圆柱体坐标）；**

2.平面受力$F_R=p_cA$ $y_D=y_c+\frac{I_{xC}}{y_cA}$ $x_D=x_c+\frac{I_{xyC}}{y_cA}$ **（应用）**

2.7流体对曲面作用力

曲面上任一点压力积分？→较复杂

求曲面受力在水平和竖直方向分量F_x，F_y，F_z



$$d\vec{F} = -p d\vec{s}$$

$$dF_x = d\vec{F} \cdot \vec{i}$$

$$= -p \boxed{d\vec{s} \cdot \vec{i}}$$

$$= -p ds x$$

s_x为面积s在yz平面的投影

$$F_x = \int_{s_x} -p\, ds_x$$

曲面受力在x方向的分量F_x等于：
曲面在yz平面投影面s_x所受合力。

投票(匿名) 最多可选1项

设置

是否熟悉向量运算？

A 是

B 否

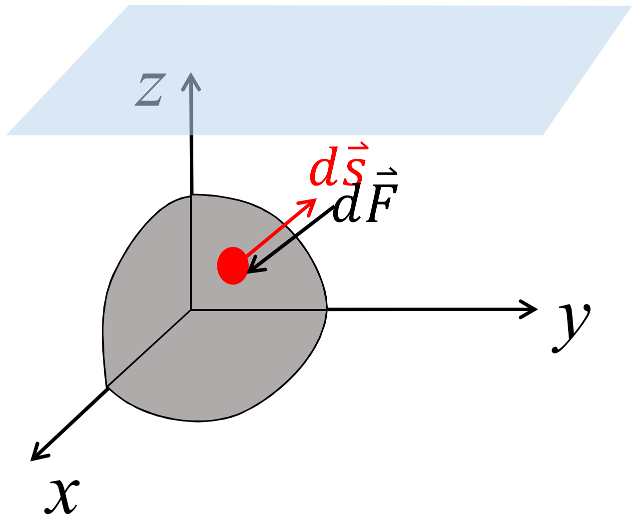
C 还需课后复习

提交

2.7流体对曲面作用力

曲面上任一点压力积分？→较复杂

求曲面受力在水平和竖直方向分量F_x， F_y， F_z



$$F_x = \int_{s_x} -p\, ds_x$$ s_x为面积s在yz平面的投影

$$F_y = \int_{s_y} -p\, ds_y$$ s_y为面积s在xz平面的投影

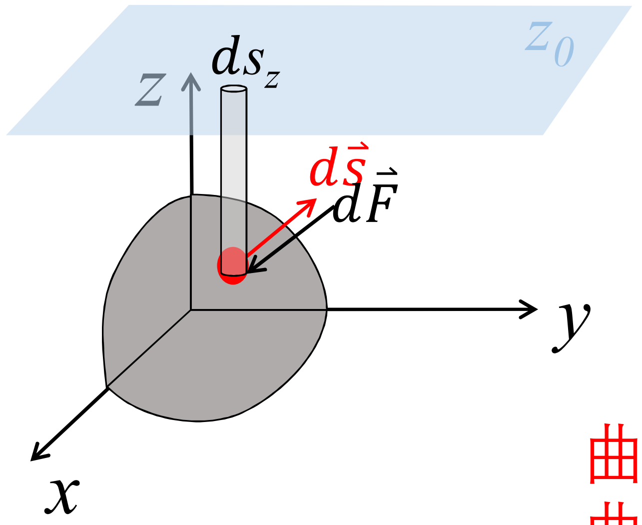
曲面受力在x方向的分量F_x等于：
曲面在yz平面投影面s_x所受合力。

曲面受力在y方向的分量F_y等于：
曲面在xz平面投影面s_y所受合力。

2.7流体对曲面作用力

曲面上任一点压力积分？→较复杂

求曲面受力在水平和竖直方向分量F_x，　F_y，　F_z



$$dF_z = -pds_z \qquad p = \rho g(z_0 - z)$$

$$= -\rho g\boxed{(z_0 - z)ds_z}$$

$$= -\rho g dV_s$$

V_s曲面以上到自由面的体积

$$= -dG$$

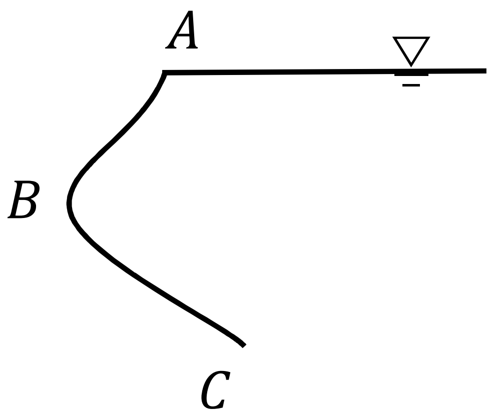
$$F_z = G_{V_s}$$

曲面受力在竖直方向的分量F_z等于：
曲面以上到自由面若充满液体时（压力体）的重力，指向内侧，过几何中心。

2.7流体对曲面作用力

竖直方向分量F_z：

$$F_z = G_{V_s}$$



V_S 曲面以上到自由面$\boxed{\text{压力体}}$所受重力。

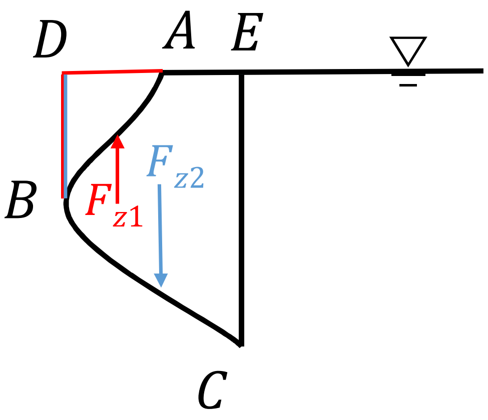
ABC受力沿竖直方向分量F_z=？

V_S？？

2.7流体对曲面作用力

竖直方向分量F_z：

$$F_z = G_{V_S}$$



V_S 曲面以上到自由面$\boxed{\text{压力体}}$所受重力。

ABC受力沿竖直方向分量F_z=？

V_S？？

AB受力：F_{z1}=$G_{V_{ABD}}$，向上

BC受力：F_{z2}=$G_{V_{DBCE}}$，向下

ABC受力：$F_z = F_{z2} - F_{z1}$=$G_{V_{DBCE}} - G_{V_{ABD}} = G_{V_{ABCE}}$，向下

2.7流体对曲面作用力

例． 已知h=2.5m，D=1.5m,求半球面受水平方向力F_H和竖直方向力F_Z（单位宽度）及作用点。

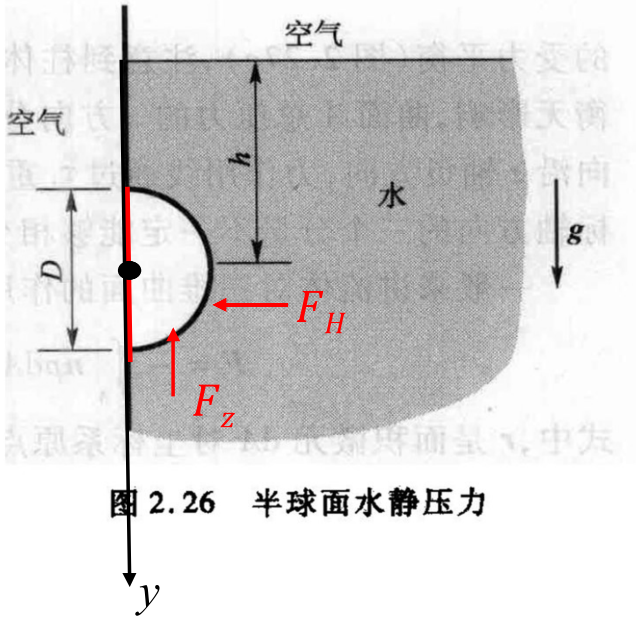


图 2.26 半球面水静压力

解： 水平方向: $F_H = P_C\, A$

$$= \rho g h_c A$$

$$= \rho g h D = 36.79kN/m$$

$$y_H = y_c + \frac{I_{xc}}{y_c A} \qquad I_{xc} = \frac{bL^3}{12}$$

$$= h + \frac{\frac{1}{12}\cdot 1\cdot D^3}{hD} = 2.575m$$

2.7流体对曲面作用力

例． 已知h=2.5m, D=1.5m,求半球面受水平方向力F_H和竖直方向力F_Z（单位宽度）及作用点。

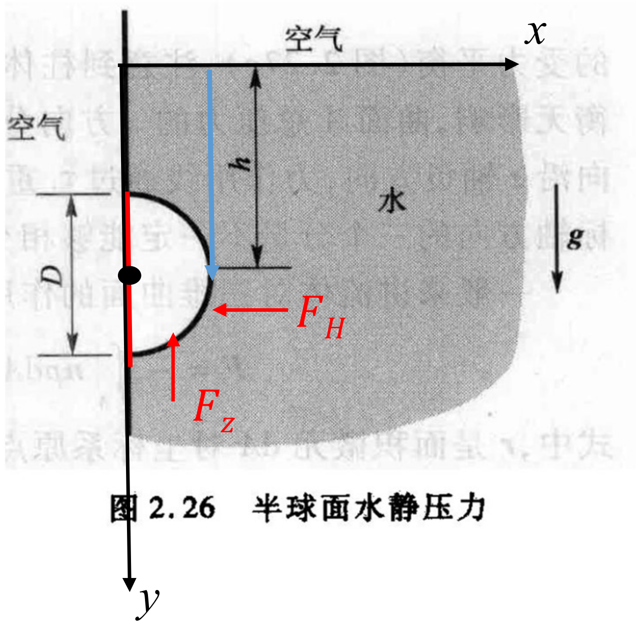


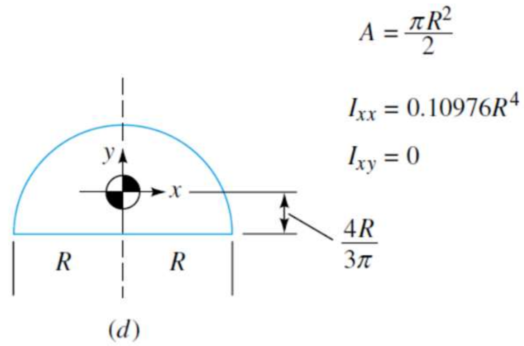
图 2.26 半球面水静压力

解: 竖直方向: $F_z = G_{V_s}$

$$= \rho g V_S \qquad V_S = \frac{\pi D^2}{4}$$

$$= \rho g \frac{\pi D^2}{4} \cdot 1 = 0.87kN/m$$

$$x_Z = \frac{2D}{3\pi}$$



作业:

P66 . 2.20

多多练习!

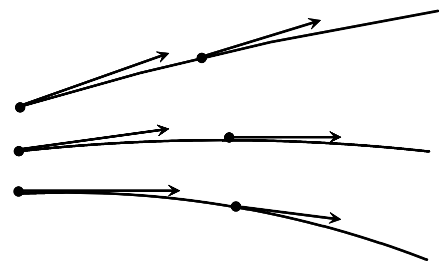
三. 流体运动学基础

3.1 描述流体运动的方法

3.2 物质导数（随体导数）

3.3 迹线、流线、脉线和时间线

3.1 描述流体运动的方法



流体运动过程如何描述？

以质点为对象，描述质点运动有何问题？

通常流体力学问题，关注对象不是流体质点！

流体力学问题关注什么？

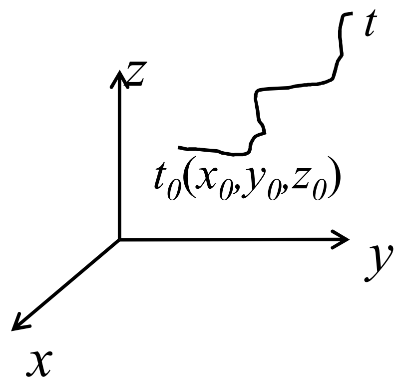
空间物理量分布！

空间为对象，物理方程有何问题？

基本物理方程以质点为对象。

3.1 描述流体运动的方法

① 拉格朗日法（以质点为对象）：



- 流体质点的物理量随时间的变化

$$f = f(a,b,c;t)$$

位移、速度、加速度、密度、压强、温度等物理量

$$f = f(x_0,y_0,z_0;t)$$

- 例：

$$\begin{cases} x = x(a,b,c;t) \\ y = y(a,b,c;t) \\ z = z(a,b,c;t) \end{cases}$$

$$\vec{\mathbf{v}} = \vec{\mathbf{v}}(a,b,c;t)$$

$$p = p(a,b,c;t)$$

跟随质点的坐标为随体（拉格朗日）坐标！

- 物理量的**随体**变化！

质点过多时，该方法不便！

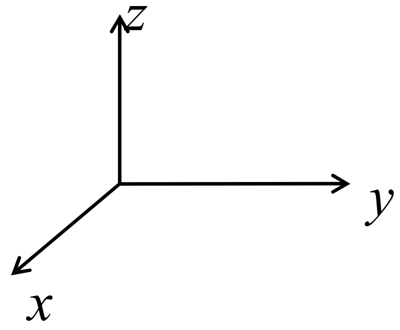
3.1 描述流体运动的方法

② 欧拉法（以空间点为对象）：

- 空间点上物理量随时间的变化

$$f = F(x,y,z,t)$$

~~位移~~、速度、加速度、密度、压强、温度等物理量

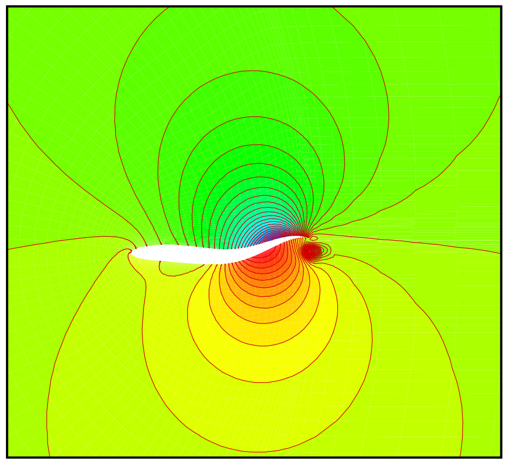


空间坐标也称欧拉坐标！

- 例： $\vec{\mathbf{v}} = \vec{\mathbf{v}}(x, y, z; t)$

$$p = p(x, y, z; t)$$

$$\rho = \rho(x, y, z; t)$$



- 物理量的空间变化

3.1 描述流体运动的方法

③ 两种运动描述(观点)的对比

Lagrange描述	Euler描述
描述物理量的随体变化	描述物理量的空间变化
着眼于质点	着眼于空间点
有限质点	场
强调历史相关(如轨迹)	强调瞬时的空间相关
不适合描述流体微元的运动变形特征	适合描述流体微元的运动变形特征
表达式较为复杂, 但便于定理应用 此方法很重要	表达式简单, 在流体力学中常用

3.2随体导数（物质导数）

随体导数：质点的物理量随时间的变化！

Lagrange描述$f(a,b,c;t)$：$\dfrac{\partial f}{\partial t}$

Euler描述$F(x,y,z,t)$: $\dfrac{DF}{Dt}$

在Euler坐标下看质点,
其位置随时间变化！

$$\frac{DF}{Dt}=\frac{\partial F}{\partial x}\cdot\frac{\partial x}{\partial t}+\frac{\partial F}{\partial y}\cdot\frac{\partial y}{\partial t}+\frac{\partial F}{\partial z}\cdot\frac{\partial z}{\partial t}+\frac{\partial F}{\partial t}$$

$$\frac{\partial x}{\partial t}=u,\frac{\partial y}{\partial t}=v,\frac{\partial z}{\partial t}=w$$

$$=\boxed{\frac{\partial F}{\partial x}\cdot u+\frac{\partial F}{\partial y}\cdot v+\frac{\partial F}{\partial z}\cdot w}+\frac{\partial F}{\partial t}$$

$$\vec{V}=(u,v,w)$$

$$\vec{\nabla}=\frac{\partial}{\partial x}\vec{i}+\frac{\partial}{\partial y}\vec{j}+\frac{\partial}{\partial z}\vec{k}$$

$$=(\vec{V}\cdot\vec{\nabla})F+\frac{\partial F}{\partial t}$$

投票(匿名) 最多可选1项

设置

是否熟悉向量运算？

A 是

B 否

C 还需课后复习

提交

3.2随体导数（物质导数）

$\vec{V} = (u, v, w)$

$\vec{\nabla} = \frac{\partial}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial}{\partial z}\vec{k}$

随体导数：质点的物理量随时间的变化！

$$\frac{DF}{Dt} = \frac{\partial F}{\partial x}\cdot u + \frac{\partial F}{\partial y}\cdot v + \frac{\partial F}{\partial z}\cdot w + \frac{\partial F}{\partial t} = \boxed{(\vec{V}\cdot\vec{\nabla})F} + \boxed{\frac{\partial F}{\partial t}}$$

$(\vec{V}\cdot\vec{\nabla})F$: 质点空间位置变化引起的$F$变化（非均匀场）为位变导数或对流导数

$\frac{\partial F}{\partial t}$: 时间变化引起的$F$变化（非定常）为局部导数或当地导数

均匀场(uniform)：$\vec{\nabla}F$=0，定常(steady)：$\frac{\partial F}{\partial t}$ =0

单选题 2分

设置

此题未设置答案，请点击右侧设置按钮

若某流场中速度为均匀场，则该流场中速度不随___变化。

A 时间

B 空间

C 位置

提交

单选题 2分

设置

此题未设置答案，请点击右侧设置按钮

若某流动为定常流动，则该流场中某点速度不随___变化。

A 时间

B 空间

C 位置

提交

投票 最多可选1项

设置

是否能区分和正确定义如下流动：

Steady
Unsteady

Inviscid
Viscous

Incompressible
Compressible

Gas
Liquid

A 可以

B 基本可以

C 有困难

提交

3.2随体导数（物质导数）

例. 非定常2D流场： $\vec{V}=u(x,y,t)\vec{i}+v(x,y,t)\vec{j}$

求空间坐标系下质点的加速度$\vec{a}=?$

解:

$$\vec{a}=\frac{D\vec{V}}{Dt}=\frac{D(u\vec{i}+v\vec{j})}{Dt}$$

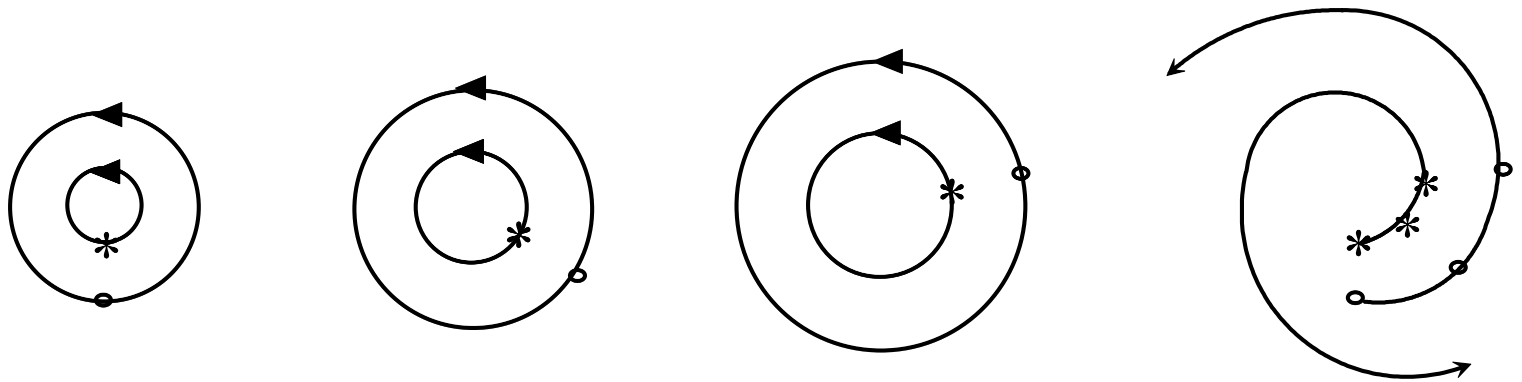
$$\frac{DF}{Dt}=\frac{\partial F}{\partial x}\cdot u+\frac{\partial F}{\partial y}\cdot v+\frac{\partial F}{\partial z}\cdot w+\frac{\partial F}{\partial t}$$

$$=\frac{Du}{Dt}\vec{i}+\frac{Dv}{Dt}\vec{j}$$

$$=\left(\frac{\partial u}{\partial x}\cdot u+\frac{\partial u}{\partial y}\cdot v+\frac{\partial u}{\partial t}\right)\vec{i}+\left(\frac{\partial v}{\partial x}\cdot u+\frac{\partial v}{\partial y}\cdot v+\frac{\partial v}{\partial t}\right)\cdot\vec{j}$$

3.3迹线、流线、脉线和时间线

① 迹线(pathline)：同一流体质点的运动轨迹。



(a) (b)

欧拉坐标下：$\frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{V}(x, y, z, t)$, 其中$x, y, z$是$t$ 的函数。

3.3迹线、流线、脉线和时间线

① 迹线(pathline)：同一流体质点的运动轨迹。

例：已知速度分布，$\begin{cases} u = x \\ v = -y \end{cases}$，求迹线方程　　$\dfrac{d\vec{r}}{dt} = \vec{V}(x, y, z, t),$

解：

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = u = x \\ \dfrac{dy}{dt} = v = -y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = c_1 e^{t} \\ y = c_2 e^{-t} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = ae^{t} \\ y = be^{-t} \end{cases}$$

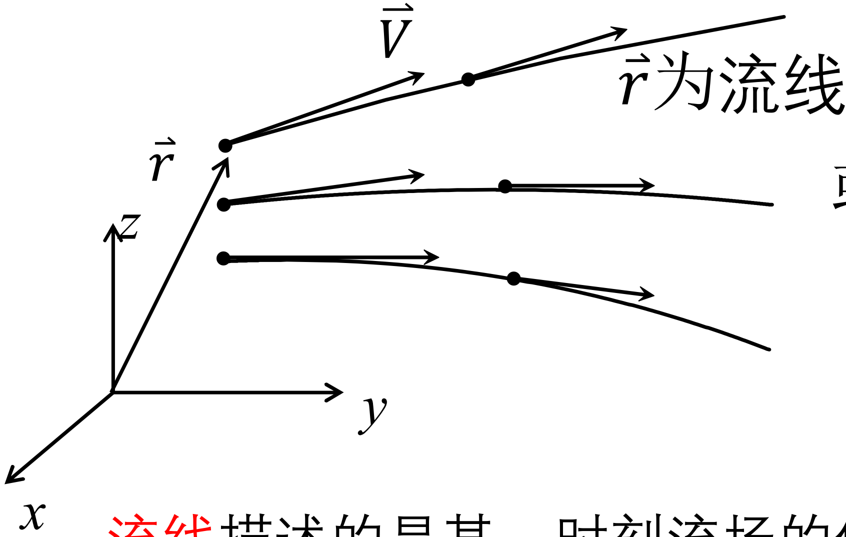
$x = a, y = b$

when $t = 0$

or $xy = ab$

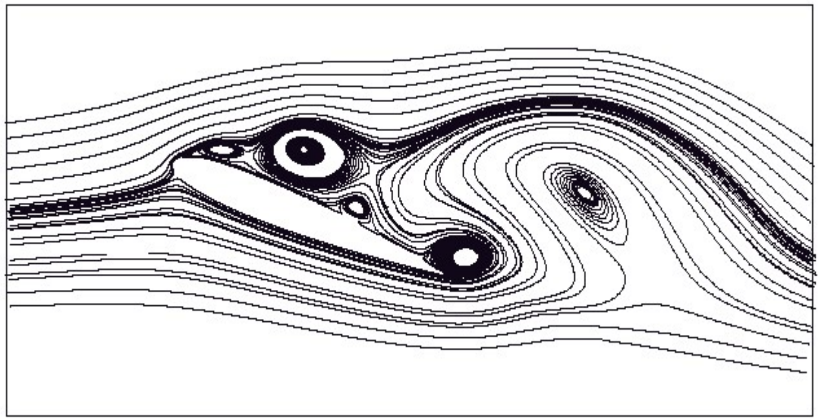
3.3迹线、流线、脉线和时间线

② 流线(streamline)：某时刻t，流场中的一条曲线，其上各点的速度矢量均与此线相切。



$$d\vec{r}\times\vec{V}=0$$

或，$\dfrac{dx}{u(x,y,z,t)}=\dfrac{dy}{v(x,y,z,t)}=\dfrac{dz}{w(x,y,z,t)}$ 其中t 为常数。



流线描述的是某一时刻流场的信息

迹线描述的是某一质点位置随时间的变化(轨迹)

3.3迹线、流线、脉线和时间线

② 流线(streamline)：

$$\frac{dx}{u(x,y,z,t)}=\frac{dy}{v(x,y,z,t)}=\frac{dz}{w(x,y,z,t)}$$

例：已知速度场，$u=x+t$，$v=-y-t$

求：(1) 过(1,1)点的流线；(2) $t=1$时，过(1,1)点的质点轨迹。

解：（1）流线：$\frac{dx}{x+t}=\frac{dy}{-y-t}$，$t$为常数

$$\ln(x+t)=-ln(y+t)+C$$

$$\ln(x+t)(y+t)=C$$

$$(x+t)(y+t)=C_1$$

流线过(1,1)点：$(1+t)(1+t)=C_1$

$$\Rightarrow (x+t)(y+t)=(1+t)^2$$

3.3迹线、流线、脉线和时间线

② 流线(streamline)：

$$\frac{d\vec{r}}{dt}=\vec{V}(x,y,z,t),$$

例：已知速度场，$u=x+t$，$v=-y-t$

求：(1) 过(1,1)点的流线；(2) $t=1$时，过(1,1)点的质点轨迹。

解：（2）迹线：

$$\frac{dx}{dt}=x+t \qquad \frac{dy}{dt}=-y-t$$

$$\Rightarrow \quad x=c_1e^t-t-1, \quad y=c_2e^{-t}-t+1$$

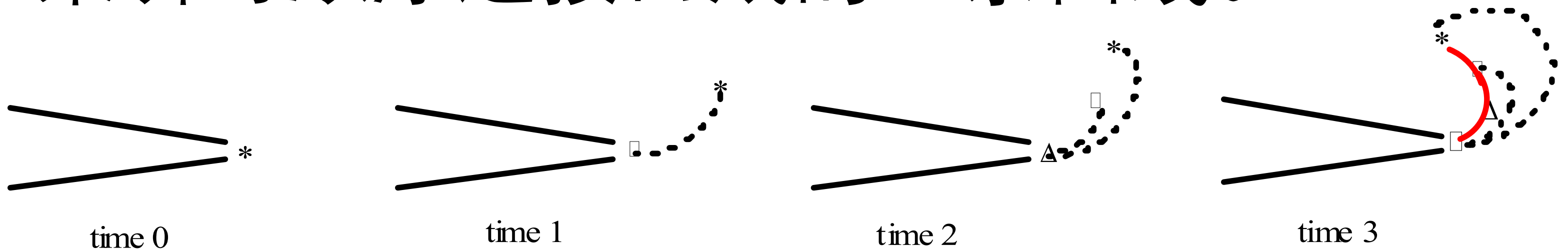
$t=1$时，x=1, y=1 $\Rightarrow$

$$x=3e^{t-1}-t-1$$

$$y=e^{1-t}-t+1$$

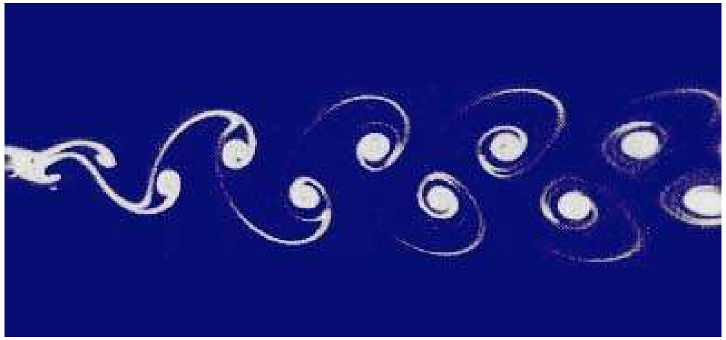
3.3迹线、流线、脉线和时间线

③ 脉线(streak line)：经过流场中某空间点的流体质点，在某瞬时顺序连接而成的一条曲线。



A sketch for examplaining the definition of a streak line

流动显示实验时，在固定点上放置染色体，不同时刻流经该处被染了色的流体质点在其后的某个时刻会组成一条染色曲线，称为脉线(又名烟线、染色线或条纹线)。



3.3迹线、流线、脉线和时间线

③ 脉线(streak line)：

火柴燃烧时的脉线(烟线)

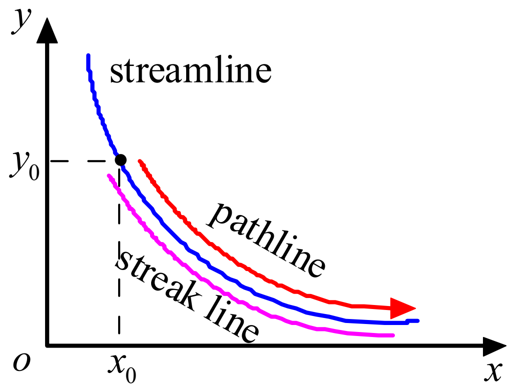
3.3迹线、流线、脉线和时间线

流线、迹线和脉线的关系:

在非定常流场中，三者通常是彼此不同的曲线；在定常流动中，三者彼此重合。

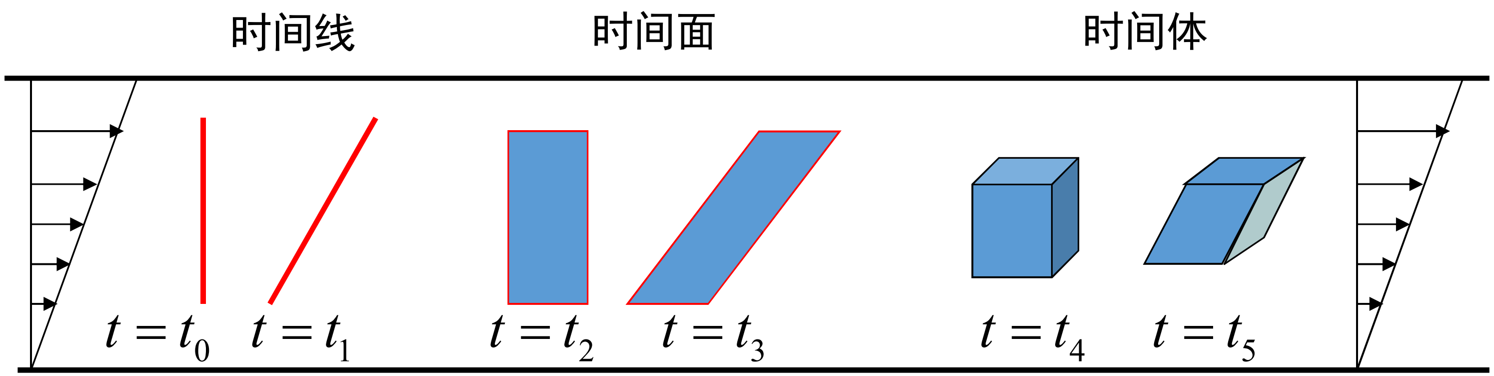
- 例：定常流动的速度分布，$\begin{cases} u = x \\ v = -y \end{cases}$

- 流线方程 $xy = c$
- 迹线方程 $xy = ab$
- 脉线方程 $xy = x_0 y_0$



3.3迹线、流线、脉线和时间线

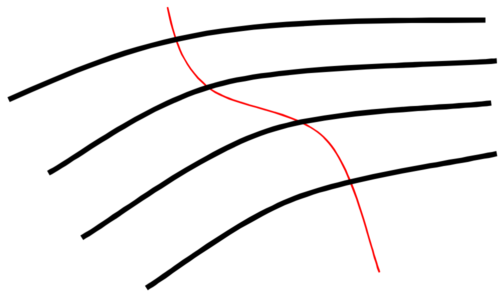
④ 时间线(time line)：t_0时刻，在流场中任意取的一条线。该线上的每个流体质点在t时刻运动到新的位置，构成新的时间线，通常时间线也被称作流体线。



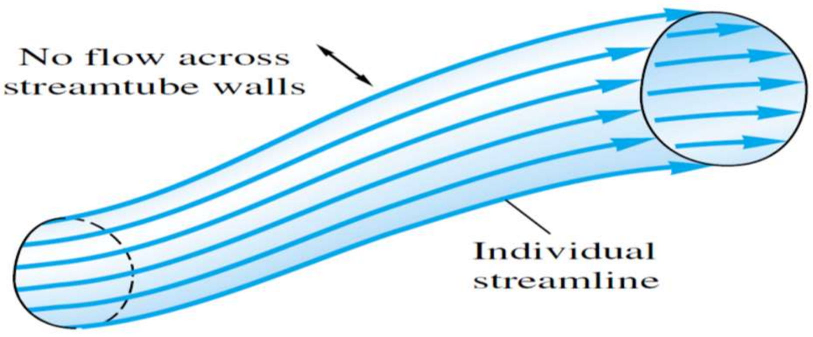
3.3迹线、流线、脉线和时间线

⑤ 流管、流面：

- 流面：某一时刻，在流场中作一非流线的曲线，经过该曲线上每点作流线，这些流线在空间就形成一个面，即为流面。



- 流管：经流场中一非流线的封闭曲线作流线，构成流管。



3.3迹线、流线、脉线和时间线

http://web.mit.edu/hml/ncfmf.html

作业:

复习笔记!

P66 . 2.20

P98 . 3.2，3.4, 3.7，3.9~3.12

回顾：

1.曲面受力、应用：F_x，F_y，F_z，压力体；

2.描述流体运动的两种方法：拉格朗日、欧拉；

3.物质导数（随体导数）$\frac{DF}{Dt} = \frac{\partial F}{\partial x} \cdot u + \frac{\partial F}{\partial y} \cdot v + \frac{\partial F}{\partial z} \cdot w + \frac{\partial F}{\partial t} = (\vec{V} \cdot \vec{\nabla})F + \frac{\partial F}{\partial t}$

4.迹线、流线、脉线、时间线、流管