空气与气体动力学

张科

回顾：

1.椭圆升力分布:

$\Gamma(y) = \Gamma_0\sqrt{1-(\frac{2y}{b})^2}$ $\boxed{\alpha_i = \frac{C_L}{\pi AR}}$ $\boxed{C_{D,i} = \frac{{C_L}^2}{\pi AR}}$ $\boxed{c(y) = C_0\sqrt{1-(\frac{2y}{b})^2}}$

2.一般升力分布：$\Gamma(\theta) = 2bV_\infty\sum_{n=1}^{N} A_n \sin n\theta$

$\boxed{C_{D,i} = \frac{{C_L}^2}{\pi AR}(1+\delta)}$ $\delta \geq 0$诱导阻力修正因子 $\boxed{C_D = C_d + \frac{{C_L}^2}{\pi e AR}}$

3.升力线斜率：$C_L = a(\alpha - \alpha_{L=0})$

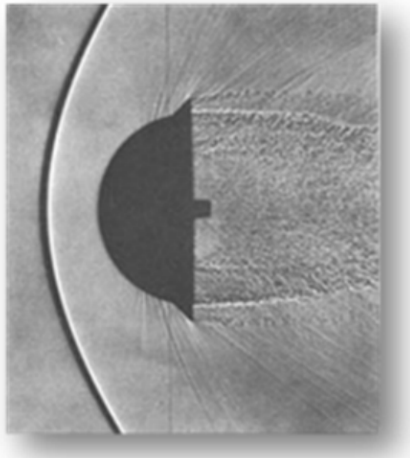
$\boxed{\text{椭圆升力分布：} a = \frac{dC_L}{d\alpha} = \frac{a_0}{1+\frac{a_0}{\pi AR}}}$ $\boxed{\text{一般升力分布：} a = \frac{dC_L}{d\alpha} = \frac{a_0}{1+\frac{a_0}{\pi AR}(1+\tau)}}$

4.平直机翼失速特性；

5.升力面理论，涡格法。

十一. 可压缩流动基础（空6，7，8）

b：79.8m　　S：845m^2　　χ=33.5°



$0.3 < Ma < 1$;　　　$Ma > 1$

可压缩流动特性，激波特性？

十一. 可压缩流动基础（空6，7，8）

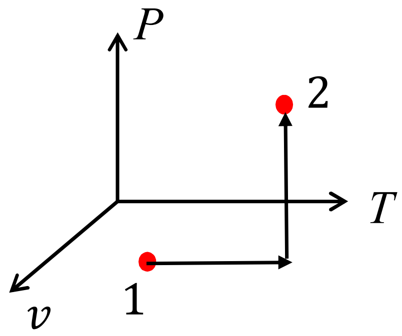
11.1热力学基础知识
11.2声速和马赫数
11.3高速一维定常无粘流
11.4马赫波与膨胀波
11.5正激波
11.6斜激波
11.7激波的相交与反射
11.8激波膨胀波应用

$Ma > 0.3$,运动流体P,$\vec{V}$,ρ,T,e如何求解？

质量、动量、能量方程(5个)+状态方程(2个)

11.1热力学基础知识(6.2)

1. 状态方程（状态参数间关系）：



热力系统，工质，状态参数（$P,\rho,T,\hat{u},h,s$），热力过程。

状态方程：① 完全气体：

$$Pv = RT,\ v=1/\rho \text{ 比体积}$$

②单位质量内能：$\hat{u} = C_v T$　　(Cv:定容比热)

焓：$h = \hat{u} + {}^{P}/_{\rho}$ (取决于热力状态的能量)

$h = C_p T$　　(Cp:定压比热)

$$h = C_p T = \hat{u} + {}^{P}/_{\rho} = C_v T + RT = (C_v + R)T$$

$C_p = C_v + R$, 比热比$\gamma = C_p/C_v$ ⟹ $C_p = \frac{\gamma}{\gamma-1}R$，$C_v = \frac{1}{\gamma-1}R$

标准大气：$\gamma = 1.4$

11.1热力学基础知识(6.2)

2. 热力学第一定理（能量方程）：

$$\dot{Q} - \dot{W} = E, \qquad e = \hat{u} + {V^2}/_2 + gz$$

对静止热力学系统，忽略${V^2}/_2$，gz变化：

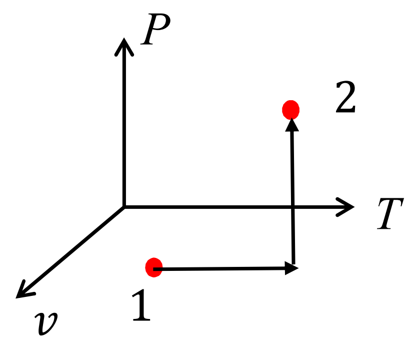
$$d\hat{u} = \delta q - \delta w$$

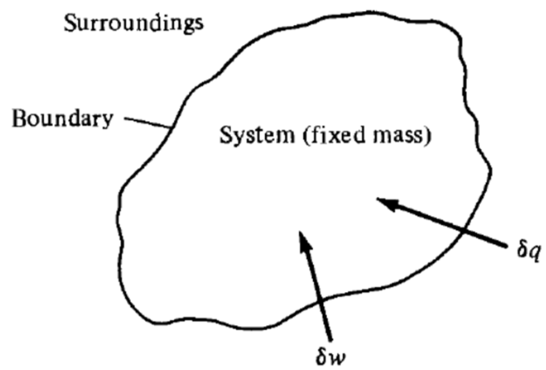
状态参数与过程无关

由过程决定

热力过程
- 绝热：δq=0
- 可逆：无耗散（质、动、能）$\delta w = pdv$
- 等熵：绝热 +可逆

过程+热力学定律→状态参数





11.1热力学基础知识(6.2)

3. 热力学第二定理（熵、过程发展方向）：

$$ds = \frac{\delta q}{T} + ds_{irrev}$$

可逆： $ds_{irrev} = 0$

绝热： $\delta q = 0 \rightarrow ds \geq 0$ （过程发展方向）

冰 T_1	$\leftarrow$	热铁板T_2	绝热系统

$$T_1 < T_2 \quad \frac{\delta q}{T_1} > \frac{\delta q}{T_2}$$

$$ds = \frac{\delta q}{T_1} - \frac{\delta q}{T_2} > 0 \quad \surd$$

$$ds = -\frac{\delta q}{T_1} + \frac{\delta q}{T_2} < 0 \quad \times$$

11.1热力学基础知识(6.2)

4. 可逆过程：

可逆： $ds_{irrev} = 0$

$$ds = \frac{\delta q}{T} + ds_{irrev} = \frac{\delta q}{T}$$

热力学第一定理：$d\hat{u} = \delta q - \delta w$

可逆： $d\hat{u} = Tds - \delta w$　可逆：$\delta w = pdv$

$\Rightarrow d\hat{u} = Tds - pdv$

$$\boxed{Tds = d\hat{u} + pdv \quad ①}$$

$h = \hat{u} + pv \Rightarrow dh = d\hat{u} + pdv + vdp$

$$\Rightarrow \boxed{Tds = dh - vdp \quad ②}$$

可逆过程热力学第一、二定理
(能量方程)

完全气体： $d\hat{u} = C_v dT$， $dh = C_p dT$ $\Rightarrow$ $\boxed{\begin{aligned} Tds &= C_v dT + pdv \\ Tds &= C_p dT - vdp \end{aligned}}$

11.1热力学基础知识(6.2)

$$P = \rho RT$$

4. 可逆过程：

$$Tds = C_v dT + pdv$$
$$Tds = C_p dT - vdp$$

$$\Rightarrow$$

$$ds = C_v \frac{dT}{T} + \rho R dv$$
$$ds = C_p \frac{dT}{T} - \frac{R}{p} dp$$

$$\Rightarrow \boxed{\begin{aligned} s_2 - s_1 &= C_v ln\frac{T_2}{T_1} + Rln\frac{\rho_1}{\rho_2} \\ s_2 - s_1 &= C_p ln\frac{T_2}{T_1} - Rln\frac{p_2}{p_1} \end{aligned}}$$

可逆过程热力学第一、二定理
(能量方程) (状态参数关系)

11.1热力学基础知识(6.2)

$$s_2 - s_1 = C_v ln\frac{T_2}{T_1} + Rln\frac{\rho_1}{\rho_2}$$

$$s_2 - s_1 = C_p ln\frac{T_2}{T_1} - Rln\frac{p_2}{p_2}$$

5. 等熵过程：

$$ds = \frac{\delta q}{T} + ds_{irrev}$$ 绝热＋可逆→等熵过程$ds=0$

$$C_v ln\frac{T_2}{T_1} + Rln\frac{\rho_1}{\rho_2} = 0$$
$$C_p ln\frac{T_2}{T_1} - Rln\frac{p_2}{p_2} = 0$$

→

$$\frac{\rho_1}{\rho_2} = \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{-Cv/R}$$
$$\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{C_p/R}$$

→

$$\frac{\rho_1}{\rho_2} = \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{-1}{\gamma-1}}$$
$$\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$$

$$C_p = \frac{\gamma}{\gamma-1}R, \quad C_v = \frac{1}{\gamma-1}R$$

$$\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{\rho_2}{\rho_1}\right)^{\gamma} = \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$$ 等熵过程状态参数关系 $\frac{p}{\rho^{\gamma}} = C$

边界层外绝热可逆→等熵

11.1热力学基础知识(6.2)

$$\boxed{\frac{p_2}{p_1}=(\frac{\rho_2}{\rho_1})^{\gamma}=(\frac{T_2}{T_1})^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}}$$

5. 等熵过程：

例：火箭发动机喷嘴，完全气体等熵膨胀，燃烧室内$p_1=15atm, T_1=2500K$，分子量$M=12$， $C_p=4157J/kgK$，求喷嘴出口$T_2=1350K$，$p_2=$？

解： $R=\frac{\bar{R}}{M}=\frac{8312}{12}=692.8\ J/kgK$

$$C_v=C_p-R=3464\ J/kgK$$

$$\gamma=\frac{C_p}{C_v}=1.2$$

$$\frac{p_2}{p_1}=(\frac{T_2}{T_1})^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}=(\frac{1350}{2500})^{\frac{1.2}{1.2-1}}=0.0248$$

$$p_2=0.0248p_1=0.372\ atm$$

11.1热力学基础知识(6.2)

$$\frac{p_2}{p_1}=(\frac{\rho_2}{\rho_1})^{\gamma}=(\frac{T_2}{T_1})^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$$

5. 等熵过程：

Boeing747飞机在10km高空飞行，机翼上某点压强p=1.92×10⁴pa

求：该点的温度T。

解：10km高空大气参数为：$p_\infty=0.265\times10^5$pa，$T_\infty=223.3$K

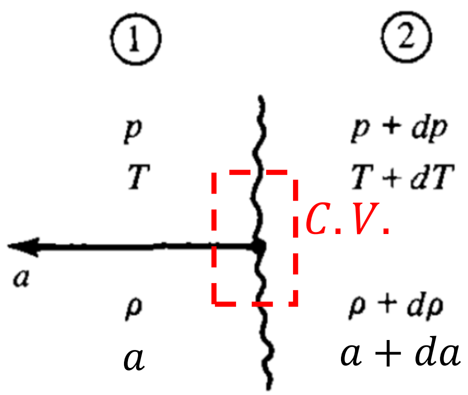
根据等熵过程方程：

$$\frac{p_\infty}{p}==\left(\frac{T_\infty}{T}\right)^{\gamma/(\gamma-1)}$$

$$T=T_\infty\left(\frac{p}{p_\infty}\right)^{(\gamma-1)/\gamma}=223.3\times\left(\frac{1.92}{2.65}\right)^{0.4/1.4}=203.7K$$

11.2声速和马赫数(6.4)

声波：弱扰动波（小压强扰动波，由分子热运动传播）。声速？



a ：声波传播速度（声速）

对C.V.，连续方程：

$$\rho_1 a_1 A_1 = \rho_2 a_2 A_2$$

$$\rho a = (\rho + d\rho)(a + da)$$

$$\cancel{\rho a} = \cancel{\rho a} + a d\rho + \rho da + \cancel{da d\rho}$$

$$\Rightarrow \quad a = -\rho \frac{da}{d\rho} \qquad ①$$

对C.V.，动量方程：$(p_1 - p_2)A = \rho_2 a_2^2\, A - \rho_1 a_1^2\, A$

$$-dp = (\rho + d\rho)(a + da)2 - \rho a^2$$

$$-dp = 2a\rho da + a^2\, d\rho$$

$$\Rightarrow \quad da = \frac{dp + a^2\, d\rho}{-2a\rho} \qquad ②$$

$$①+② \rightarrow \quad a = \frac{dp/d\rho + a^2}{2a} \quad \Rightarrow \quad \boxed{a^2 = \frac{dp}{d\rho}}$$

11.2声速和马赫数(6.4)

声速: $\boxed{a^2 = \frac{dp}{d\rho}}$　声波为弱扰动波，等熵变化 $\frac{p}{\rho^\gamma} = C$

$$a^2 = \left(\frac{dp}{d\rho}\right)_s = \gamma\frac{p}{\rho}$$

$\Rightarrow$ $\boxed{a = \sqrt{\gamma\frac{p}{\rho}} = \sqrt{\gamma RT}}$　a与气体种类、温度有关。$\boxed{\text{声速} \sim \text{内能}}$

标准气体：$a = 340.9m/s$

分子热运动平均速度$= \sqrt{\frac{8RT}{\pi}}$，分子热运动→声速

流体压缩性：弹性模量$E_v = \rho\frac{dp}{d\rho} = \rho a^2$

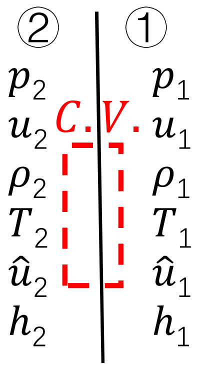
$a = \sqrt{E_v/\rho}$　a与E_v有关，$E_v\uparrow a\uparrow$

$\Rightarrow$ $Ma = \frac{V}{a}$ 可压缩性

$$\frac{\text{动能}}{\text{内能}} = \frac{V^2/2}{C_vT} = \frac{V^2/2}{\frac{1}{\gamma-1}RT} = \frac{\gamma V^2/2}{\frac{1}{\gamma-1}a^2} = \frac{\gamma(\gamma-1)}{2}Ma^2$$

11.3高速一维定常无粘流(绝热dq=0,7.2,7.3)

1. 基本方程：



$$\begin{cases} \rho_1 u_1 = \rho_2 u_2 & \text{连续方程} \\ p_1 + \rho_1 u_1^2 = p_2 + \rho_2 u_2^2 & \text{动量方程} \\ h_1 + \dfrac{u_1^2}{2} = h_2 + \dfrac{u_2^2}{2} & \text{绝热能量方程} \end{cases}$$

$$(p_2 - p_1)A = \rho_1 u_1^2\, A - \rho_2 u_2^2\, A$$
$$p_1 + \rho_1 u_1^2 = p_2 + \rho_2 u_2^2$$

绝热能量方程：
$$\begin{cases} C_p T_1 + \dfrac{u_1^2}{2} = C_p T_2 + \dfrac{u_2^2}{2} = C \\ \dfrac{\gamma}{(\gamma-1)} R T_1 + \dfrac{u_1^2}{2} = \dfrac{\gamma}{(\gamma-1)} R T_2 + \dfrac{u_2^2}{2} \\ \dfrac{a_1^2}{(\gamma-1)} + \dfrac{u_1^2}{2} = \dfrac{a_2^2}{(\gamma-1)} + \dfrac{u_2^2}{2} \end{cases}$$

不可压能量方程：
$$p + \frac{\rho u^2}{2} = C$$

绝热一维定常可压流动参数变化关系

参考点？

作业:

复习笔记!

空气动力学书6.1~6.3,6.5~6.7