上节课内容回顾

为了保证联接件的使用安全，必须同时对其进行剪切、挤压和拉伸三个方面的强度校核。

联接件强度计算步骤：

1、剪切强度计算

$$\tau = \frac{F_{s}}{A_{s}} \leq [\tau]$$

2、挤压强度计算

$$\sigma_{bs} = \frac{F_{bs}}{A_{bs}} \leq [\sigma_{bs}]$$

3、拉伸强度计算

$$\sigma = \frac{F}{A_{净}} \leq [\sigma]$$

第十二章 动载荷

- 概述
- 惯性力问题
- 冲击应力与变形
- 提高构件动强度的措施(自学)
- *冲击韧度(自学)

学前问题：

- 动荷因数?
- 落体冲击和水平冲击?

西安交通大學
XI'AN JIAOTONG UNIVERSITY

西安交通大学航天航空学院
SCHOOL OF AEROSPACE · XI'AN JIAOTONG UNIVERSITY

航天航空学院--力学中心

12-1　概述

静载荷： 载荷由零缓慢增加，到达某值后保持不变；
(Static loading)

动载荷： 引起构件加速度的载荷或冲击载荷；
(Dynamic loading)

动变形和动应力： 在动载荷下产生的变形和应力；

动载荷问题分类：

- **惯性力问题：** 已知加速度
- **冲击问题：** 未知加速度（能量守衡）
- **疲劳问题：** 持续变化的载荷作用
- **振动问题：** （不涉及）

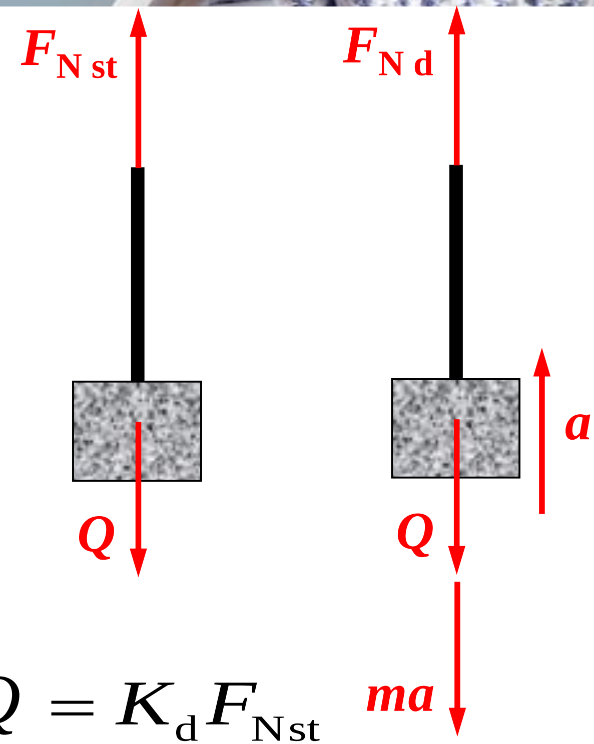
研究基本假设：

✓ 动载荷作用下应力应变仍保持线性关系；

✓ 能量守恒。

12-2　惯性力问题

一、匀加速度直线运动时的应力



静内力： $F_{\mathrm{Nst}} = Q$

静应力： $\sigma_{\mathrm{st}} = \dfrac{F_{\mathrm{Nst}}}{A} = \dfrac{Q}{A}$

静变形： $\Delta_{\mathrm{st}} = \dfrac{F_{\mathrm{Nst}}l}{EA} = \dfrac{Ql}{EA}$

动内力： $F_{\mathrm{Nd}} = Q + ma = (1 + a/g)Q = K_{\mathrm{d}}F_{\mathrm{Nst}}$

动应力： $\sigma_{\mathrm{d}} = \dfrac{F_{\mathrm{Nd}}}{A} = (1 + \dfrac{a}{g})\dfrac{Q}{A} = K_{\mathrm{d}}\sigma_{\mathrm{st}}$

$$K_{\mathrm{d}} = 1 + a/g$$

动变形： $\Delta_{\mathrm{d}} = \dfrac{F_{\mathrm{Nd}}l}{EA} = (1 + \dfrac{a}{g})\dfrac{F_{\mathrm{Nst}}l}{EA} = K_{\mathrm{d}}\Delta_{\mathrm{st}}$

动荷因数

12-2　惯性力问题

$$K_{\mathrm{d}}=\frac{F_{\mathrm{d}}}{F_{\mathrm{st}}}=\frac{\sigma_{\mathrm{d}}}{\sigma_{\mathrm{st}}}=\frac{\Delta_{\mathrm{d}}}{\Delta_{\mathrm{st}}}$$

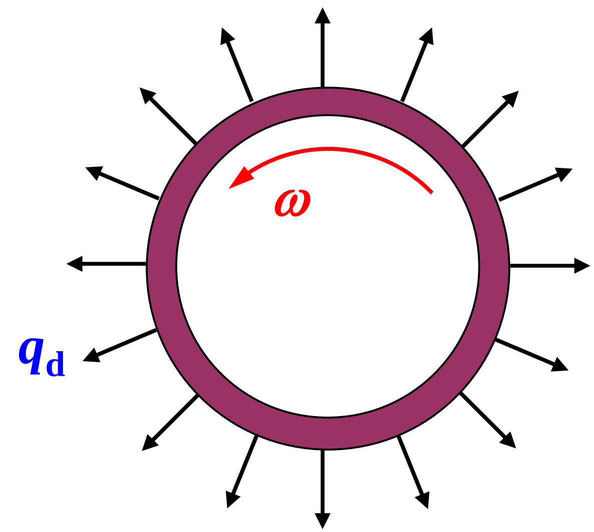
动荷因数： 动内力与静内力之比；
动应力与静应力之比；
动变形与静变形之比。

由于构件在静载荷作用下的内力、应力和变形的计算已经掌握，所以在此基础上计算出动荷因数，就可以求解动内力、动应力和动变形了。所以，解决动载荷问题的关键是**确定动荷因数**。

12-2 惯性力问题

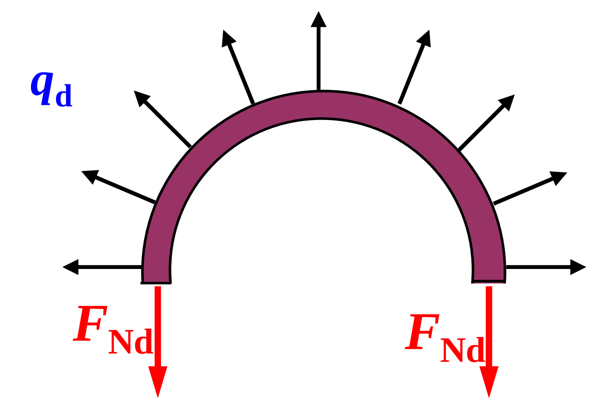
二、匀角速转动时的应力

飞轮平均直径为D，横截面面积为A，厚度为 t，材料每单位体积的重量为 γ，飞轮转动的角速度为ω。试计算轮缘横截面上的动应力。



ds微段上的离心惯性力： $\mathrm{d}F_{\mathrm{d}} = \mathrm{d}m \cdot a_{\mathrm{n}} = \dfrac{A\gamma \mathrm{d}s}{g} \cdot \dfrac{D\omega^2}{2}$

ds微段上的离心惯性力集度： $q_{\mathrm{d}} = \dfrac{\mathrm{d}F_{\mathrm{d}}}{\mathrm{d}s} = \dfrac{A\gamma D\omega^2}{2g}$



横截面上的动内力： $F_{\mathrm{Nd}} = \dfrac{q_{\mathrm{d}} D}{2} = \dfrac{A\gamma D^2\omega^2}{4g}$

横截面上的动应力： $\sigma_{\mathrm{d}} = \dfrac{F_{\mathrm{Nd}}}{A} = \dfrac{\gamma D^2\omega^2}{4g} = \dfrac{\gamma v^2}{4g}$

- 轮缘横截面上的应力与轮缘轴线上各点的线速度v及材料比重有关，与横截面面积无关。
- 为了保证轮缘的强度，对轮缘的转速应有一定的限制，增加横截面面积并不能提高飞轮的强度。

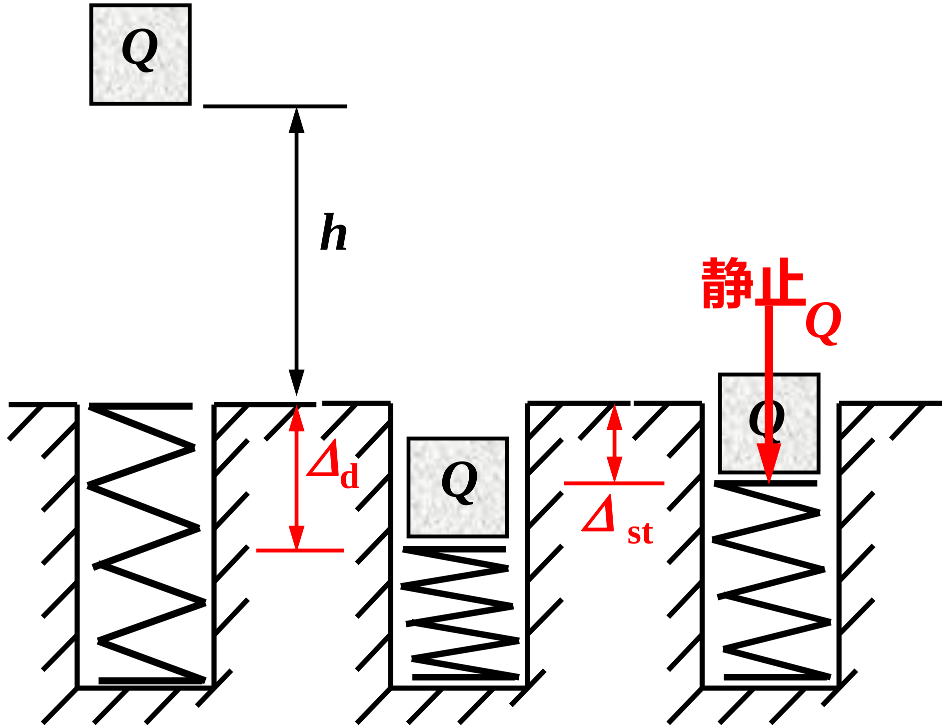
12-3 冲击应力与变形

冲击力学模型的建立：

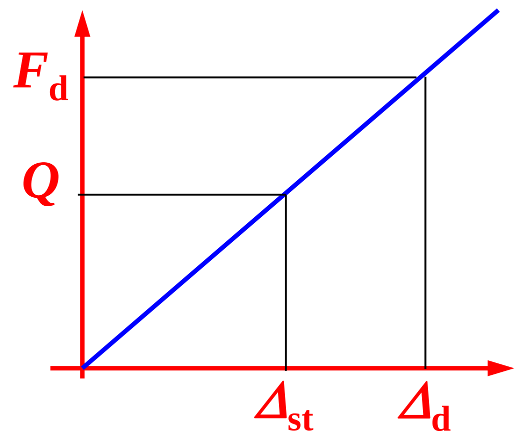
运动物体与静止物体之间的相互作用称为**冲击(Impact)**，运动的物体称为**冲击物**，静止的物体称为**被冲击物**。

冲击物给被冲击物作用一个**惯性力**，当冲击物的速度减为零时，该惯性力达到最大F_d，被冲击物的变形Δ_d也达到最大，被冲击物处在**最危险状态**。

冲击过程是一个瞬间过程，难以求得加速度值，工程中用**能量守恒**方法来确定冲击系统的**动荷因数**。



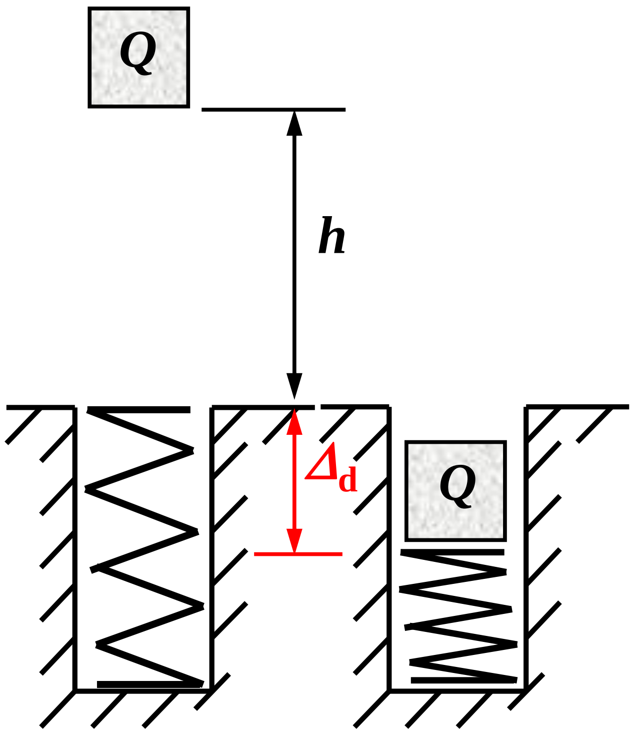
$$\frac{F_d}{Q}=\frac{\Delta_d}{\Delta_{st}}=K_d$$



12-3 冲击应力与变形

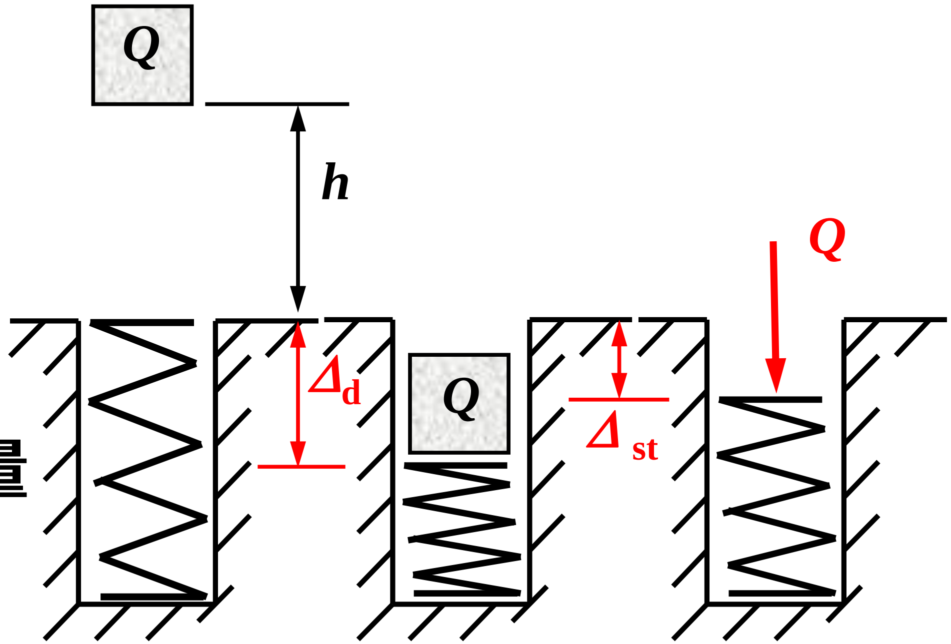
简化假设：

- □冲击过程中，被冲击物的变形始终处于线弹性范围之内；
- □冲击物为刚性，冲击时冲击物的变形及变形能不计；
- □支撑被冲击物的支座和基础不变形，不运动，也不吸收能量；
- □冲击物的质量远远大于被冲击物的质量，被冲击物的势能变化略而不计；
- □冲击过程其它能量损失不计。



注意：上述简化，将使计算偏安全。

一、自由落体冲击



$$\Delta T+\Delta V=\Delta U$$

ΔT 为冲击物的动能减小量

ΔV 为冲击物的势能减小量

ΔU 为被冲击物的变形能增加量

$$\Delta T=0$$

$$\Delta V=Q(h+\Delta_d)=Q(h+K_d\Delta_{st})$$

$$\Delta U=\frac{1}{2}F_d\Delta_d=\frac{1}{2}K_d{}^2Q\Delta_{st}$$

代入能量守衡表达式，得：

$$K_d{}^2\Delta_{st}-2K_d\Delta_{st}-2h=0$$

$$K_d=1+\sqrt{1+\frac{2h}{\Delta_{st}}}$$

12-3 冲击应力与变形

$$K_d = 1 + \sqrt{1 + \frac{2h}{\Delta_{st}}}$$

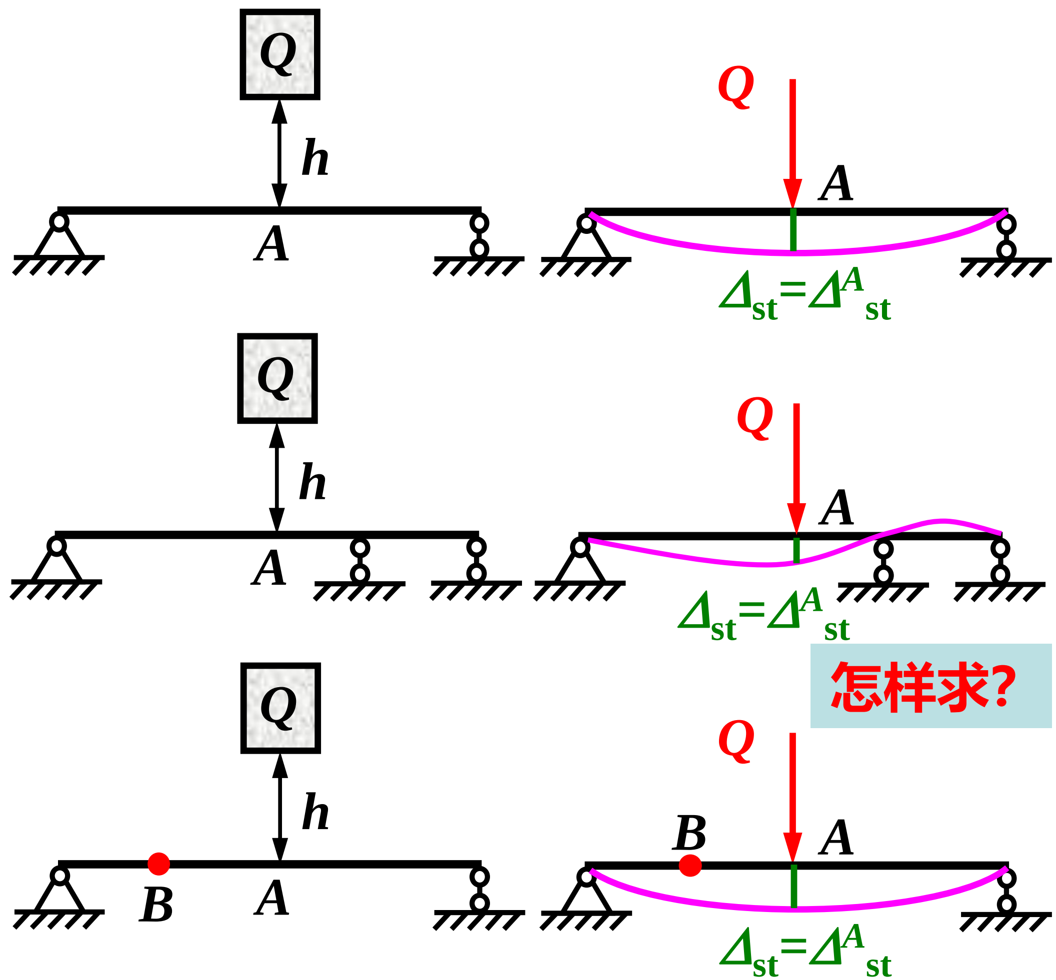
讨论：

- 公式中的Δ_{st}为：以冲击物的重量为静载荷，沿冲击方向作用在冲击点，使冲击点沿冲击方向发生的线位移；
- 公式适用于任何自由落体线性系统（静定或超静定）；
- 整个系统只有一个动荷因数；动荷因数只通过冲击点的静变形计算得到。

$$\sigma_d^A = K_d \sigma_{st}^A \qquad \Delta_d^A = K_d \Delta_{st}^A$$

$$\sigma_d^B = K_d \sigma_{st}^B \qquad \Delta_d^B = K_d \Delta_{st}^B$$

始终 $$K_d = 1 + \sqrt{1 + \frac{2h}{\Delta_{st}^A}}$$



12-3 冲击应力与变形

- 若$h=0$，$K_d=2$，突加载荷；

$$K_d = 1 + \sqrt{1 + \frac{2h}{\Delta_{st}}}$$

- 公式的其它形式：

$$K_d = 1 + \sqrt{1 + \frac{2h}{\Delta_{st}}} = 1 + \sqrt{1 + \frac{Qh}{\frac{1}{2}Q\Delta_{st}}} = 1 + \sqrt{1 + \frac{V_0}{U_{st}}}$$

- 若还有初速度v_0：

$$K_d = 1 + \sqrt{1 + \frac{V_0 + T_0}{U_{st}}} = 1 + \sqrt{1 + \frac{2gh + v_0^2}{g\Delta_{st}}}$$

- 若只有初速度v_0，即$h=0$：

$$K_d = 1 + \sqrt{1 + \frac{v_0^2}{g\Delta_{st}}}$$

- 若 $h \gg \Delta_{st}$： $K_d \approx \sqrt{\frac{2h}{\Delta_{st}}}$

即忽略了因被冲击物变形而引起的冲击物势能的减少

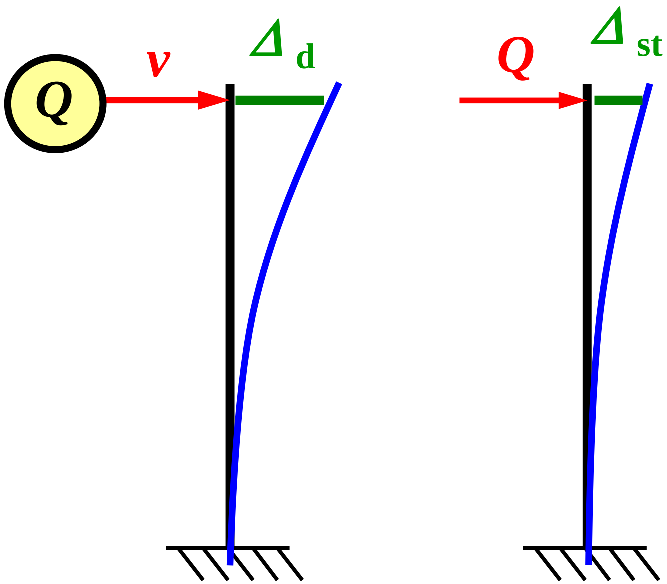
二、水平冲击

$$\Delta T + \Delta V = \Delta U$$

$$\Delta T = \frac{Q}{2g} v^2 \qquad \Delta V = 0$$

$$\Delta U = \frac{1}{2} P_d \Delta_d = \frac{1}{2} K_d^2 Q \Delta_{st}$$

$$\boxed{K_d = \frac{v}{\sqrt{g\Delta_{st}}}}$$



- 与自由落体冲击相似，理解静变形Δ_{st}的含义！
- 公式适用于任何水平冲击线性系统（静定或超静定）。

12-3 冲击应力与变形

三、冲击载荷下的强度条件

- 试验表明，材料在冲击载荷作用下，其冲击强度比静强度略高一些。

- 方便起见，建立冲击载荷作用下的光滑构件强度条件时，仍采用静载荷时的许用应力：

$$(\sigma_d)_{max} = K_d(\sigma_{st})_{max} \le [\sigma] \qquad (\tau_d)_{max} = K_d(\tau_{st})_{max} \le [\tau]$$

- 上述强度条件，只适用于承受冲击载荷作用的光滑构件，对于带有缺口的构件不适用。试验表明，带有凹槽、缺口或截面尺寸突变的构件，其承受冲击载荷的能力，远小于光滑构件承受冲击载荷的能力，此称之为“缺口效应”。带有缺口的构件，我们暂不研究！

12-3 冲击应力与变形

冲击问题的求解步骤：

- 确定动荷因数计算公式：自由落体冲击或水平冲击或其他

$$K_d = 1 + \sqrt{1 + \frac{2h}{\Delta_{st}}}$$

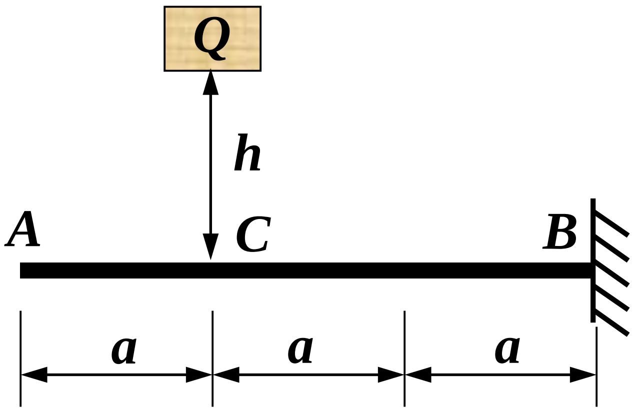
$$K_d = \frac{v}{\sqrt{g\Delta_{st}}}$$

- 计算冲击点沿冲击方向的静变形（若为超静定结构，先解多余约束），最终确定动荷因数；
- 计算静载荷下的静内力、静应力、静变形；
- 相应与动荷因数相乘，得到动载荷下的动内力、动应力、动变形；
- 进行强度或刚度的计算。

12-3 冲击应力与变形

例12-1　求图示等截面梁的最大动挠度和最大动应力。已知 a=0.5m，h=500mm，自重Q=0.1kN，弹性模量E=200GPa。梁截面为10#工字钢，惯性矩I_z=245cm^4，工字钢高H=100mm。

解：1、计算自由落体冲击的动荷因数

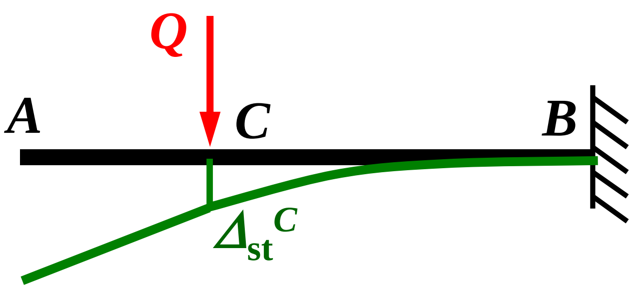


$$K_d = 1 + \sqrt{1 + 2h/\Delta_{st}^{\ C}}$$

$$\Delta_{st}^{\ C} = \frac{Q(2a)^3}{3EI_z} = 0.068\text{mm}$$

$$K_d = 122.2 \qquad K_d \approx \sqrt{2h/\Delta_{st}^{\ C}} = 121.2$$

2、计算最大静、动挠度

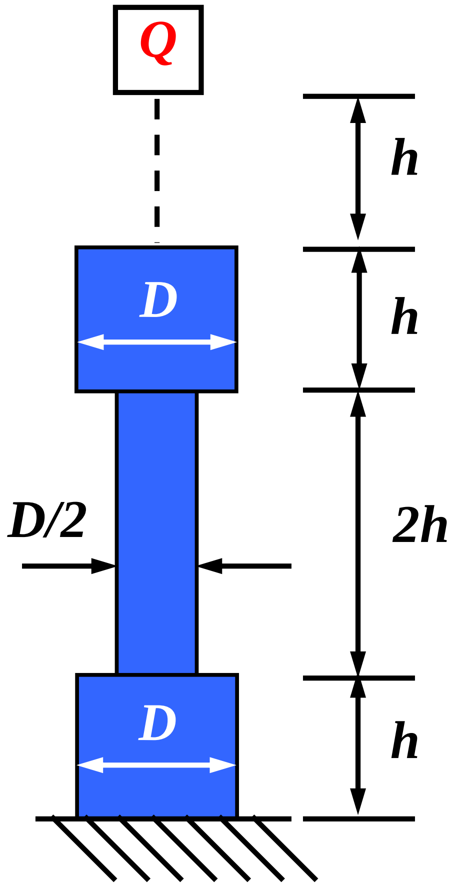


$$\Delta_{st}^{\ A} = \frac{14Qa^3}{3EI_z} = 0.119\text{mm}$$

$$\Delta_d^{\ A} = K_d \Delta_{st}^{\ A} = 14.55\text{mm}$$

3、计算最大静、动应力

$$M_{st}^{\ B} = 2Qa \qquad \sigma_{st}^{\ B} = \frac{M_{st}^{\ B}}{I_z}\frac{H}{2} = 2.04\text{MPa} \qquad \sigma_d^{\ B} = K_d\sigma_{st}^{\ B} = 249.4\text{MPa}$$



例12-2 已知变截面（圆截面）的立柱受到自由落体冲击，试计算立柱的最大动应力和动变形。已知立柱材料的弹性模量为E。

解：1、计算动荷因数 $K_d \approx \sqrt{\dfrac{2h}{\Delta_{st}}}$

$$\Delta_{st} = \frac{2Qh}{E\dfrac{\pi}{4}D^2} + \frac{2Qh}{E\dfrac{\pi}{4}(\dfrac{D}{2})^2} = \frac{40Qh}{\pi E D^2}$$

$$K_d \approx \sqrt{\frac{\pi E D^2}{20Q}}$$

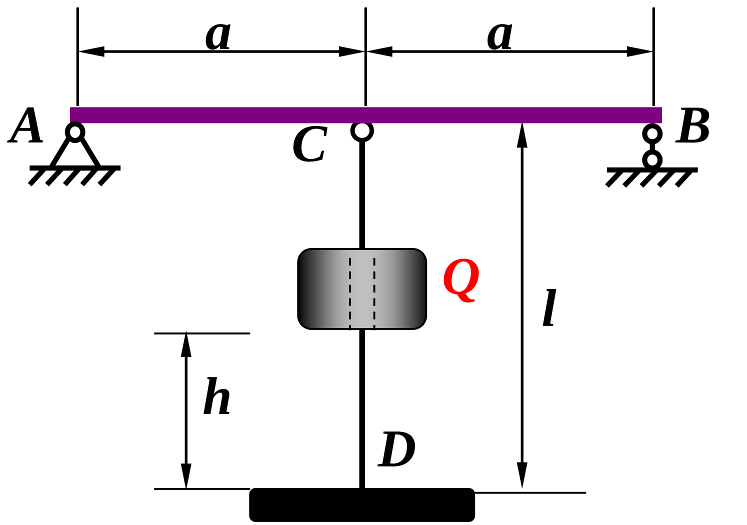
2、计算最大静、动应力

$$\sigma_{st\max} = \frac{Q}{\dfrac{\pi}{4}(\dfrac{D}{2})^2} = \frac{16Q}{\pi D^2}$$

$$\sigma_{d\max} = K_d \sigma_{st\max} = \frac{8}{5D}\sqrt{\frac{5EQ}{\pi}}$$

3、计算动变形 $\Delta_d = K_d \Delta_{st} = \dfrac{4h}{D}\sqrt{\dfrac{5Q}{\pi E}}$

例12-3 已知重为Q的物体从高为h处落下。已知：AB梁EI、W，CD杆EA，试求梁和杆的最大动应力。



解：1、计算动荷因数

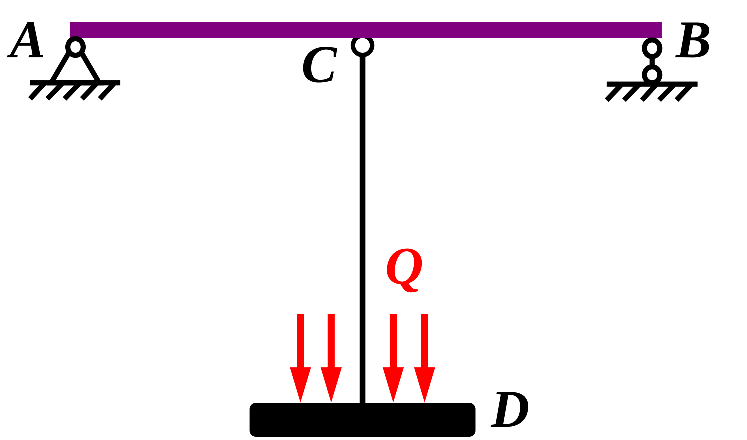
$$K_d = 1 + \sqrt{1 + 2h/\Delta_{st}^D}$$

$$\Delta_{st}^D = \frac{Q(2a)^3}{48EI} + \frac{Ql}{EA} = \frac{Qa^3}{6EI} + \frac{Ql}{EA}$$

2、计算AB梁的最大静、动应力

C截面为危险截面： $M_{st\max} = \frac{1}{2}Qa$

$$\sigma_{st}^{AB} = \frac{Qa}{2W} \qquad \sigma_d^{AB} = K_d \frac{Qa}{2W}$$



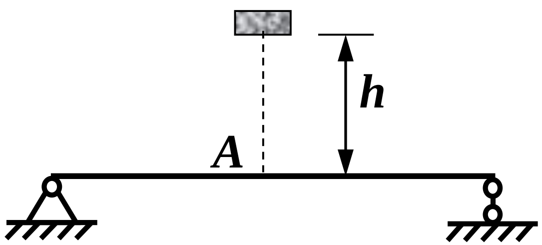
3、计算CD杆的最大静、动应力

$$F_{Nst} = Q \qquad \sigma_{st}^{CD} = \frac{Q}{A} \qquad \sigma_d^{CD} = K_d \frac{Q}{A}$$

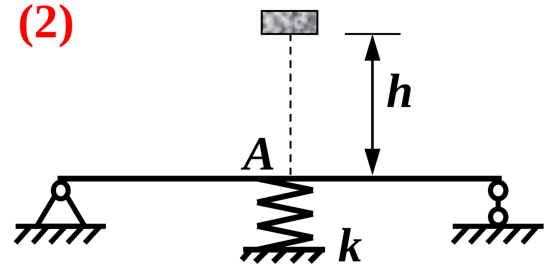
4、讨论：若动强度不够，有何措施?

讨论：图示四个相同的梁受到相同的冲击载荷，请将各动荷因数按大小排序。

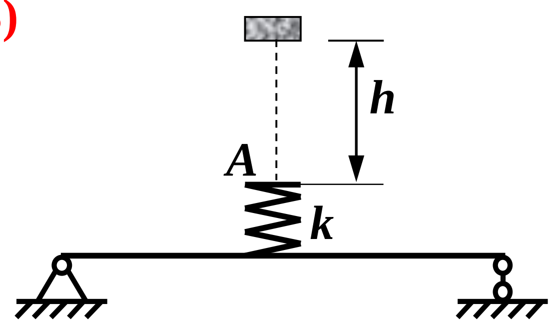
(1)



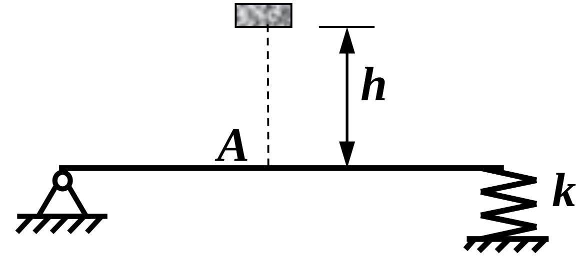
(2)



(3)



(4)

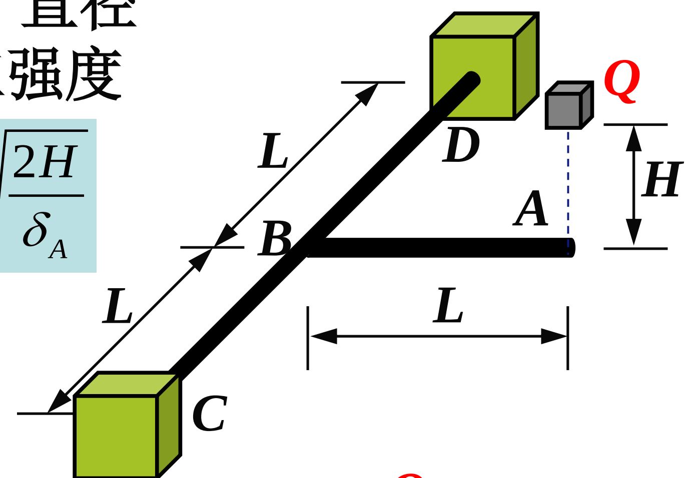


答案：（2） （1） （4） （3） （从大到小）

12-3 冲击应力与变形

课外题：水平平面内折杆为圆截面，$G=0.5E$，直径为d，一重物自高度$H=7L$处自由落下，按第三强度理论计算CD梁中点的最大动应力。

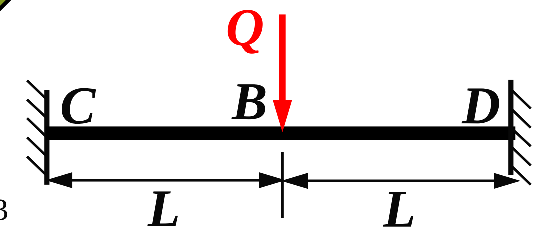
$$K_{\rm d} \approx \sqrt{\frac{2H}{\delta_A}}$$



解：1、用逐段刚化法计算A点静变形：

1）AB段弯曲变形 $\delta_{A1} = \dfrac{QL^3}{3EI}$

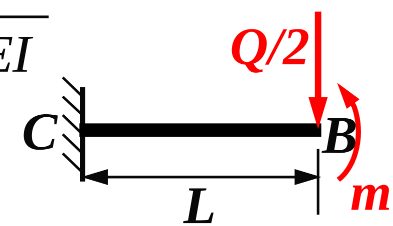
2）CD段扭转变形 $\delta_{A2} = \dfrac{QL \times L}{2GI_{\rm p}} \times L = \dfrac{QL^3}{2EI}$



3）CD段弯曲变形 $\theta_B = \dfrac{QL^2}{4EI} - \dfrac{mL}{EI} = 0 \qquad m = \dfrac{QL}{4}$

$$\delta_{A3} = \frac{QL^3}{24EI}$$

A点总挠度 $\delta_A = \delta_{A1} + \delta_{A2} + \delta_{A3} = \dfrac{21QL^3}{24EI}$



2、动荷因数：$K_{\rm d} \approx \sqrt{\dfrac{2H}{\delta_A}} = \sqrt{\dfrac{48HEI}{21QL^3}} = \dfrac{d^2}{2L}\sqrt{\dfrac{\pi E}{Q}}$

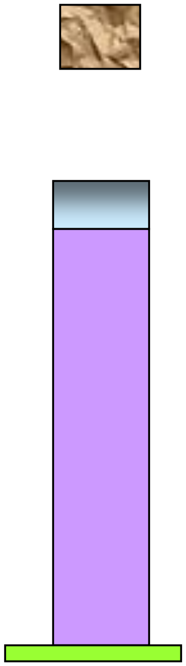
3、弯扭组合变形：$M_B = m = QL/4 \quad T_B = QL/2$

$$\sigma_{\rm d} = K_{\rm d}\sigma_{\rm r3} = \frac{K_{\rm d}}{W}\sqrt{M_B{}^2 + T_B{}^2} = \frac{\sqrt{5}K_{\rm d}QL}{4W} = \frac{4}{d}\sqrt{\frac{5QE}{\pi}}$$

12-4　提高构件动强度的措施

具体措施：

- 减小冲击高度，或减小接触构件之间的间隙；
- 减小冲击速度，或减小动能改变量；
- 在不降低静强度前提下，降低被冲击物的刚度，增大静变形；或增加软垫、弹簧等缓冲装置；
- 避免采用脆性材料；
- 冲击对应力集中很敏感，应避免采用有凹槽、缺口、截面突变的构件。



12-5 *冲击韧度

- 工程中通常用**冲击韧度** ***(Impact Temper)*** 来衡量材料抵抗冲击的能力。

- 冲击韧度通过冲击试验得到。试件为带有切槽（U型、V型）的标准弯曲试件。

$$\alpha_{\mathrm{k}} = \frac{W}{A}$$

*A*为试件切槽断口处面积；

*W*为试件被冲断所吸收的能量。

- 冲击韧度α_{k}的单位是焦耳/米^2（$\mathrm{J/m^2}$）。

12-5 *冲击韧度

- 冲击韧度越大，材料抗冲击的能力越好。一般塑性材料的抗冲击能力远高于脆性材料。

- 试件切槽的目的是为了是材料处在最不利的应力状态下。由于槽底附近有应力集中现象，所以即使是塑性很好的材料，受冲击时也会呈现脆性断裂。

- 冲击韧度α_k随着温度的降低而减小。当温度降低到某一温度值时，其α_k值突然变小，这一现象称为“冷脆现象”，此温度称为“转变温度”。低碳钢的转变温度约为-40度。

- 并不是所有的金属都有冷脆现象，例如铝、铜等材料就没有明显的冷脆现象。

学前问题：

- 动荷因数?
- 落体冲击和水平冲击?

第十二章的基本要求

1．明确动载荷的概念，了解动载荷问题的求解思路；

2．掌握自由落体冲击和水平冲击时动荷因数的计算；

3．了解提高构件承受冲击能力的途径。

今 日 作 业

12-7 、12-12

12-12题提示：该结构为超静定结构。

请预习

第十三章“疲劳强度”