上节课内容回顾

- 材料力学的任务：研究杆类构件的承载能力
- 构件的承载能力：强度、刚度、稳定性
- 变形固体的基本假设：均匀、连续、各向同性、小变形
- 内力、应力（正应力、切应力）
- 变形、应变（线应变、切应变）、胡克定律
- 基本变形形式：轴向拉压、扭转、弯曲、剪切

第二章 轴向拉伸与压缩

- 概述
- 轴向拉压的内力、应力与强度理论 (部分自学)
- 轴向拉压的变形
- 材料拉压的力学性质
- 拉压超静定问题
- 圣文南原理、应力集中、安全因数

学前问题：

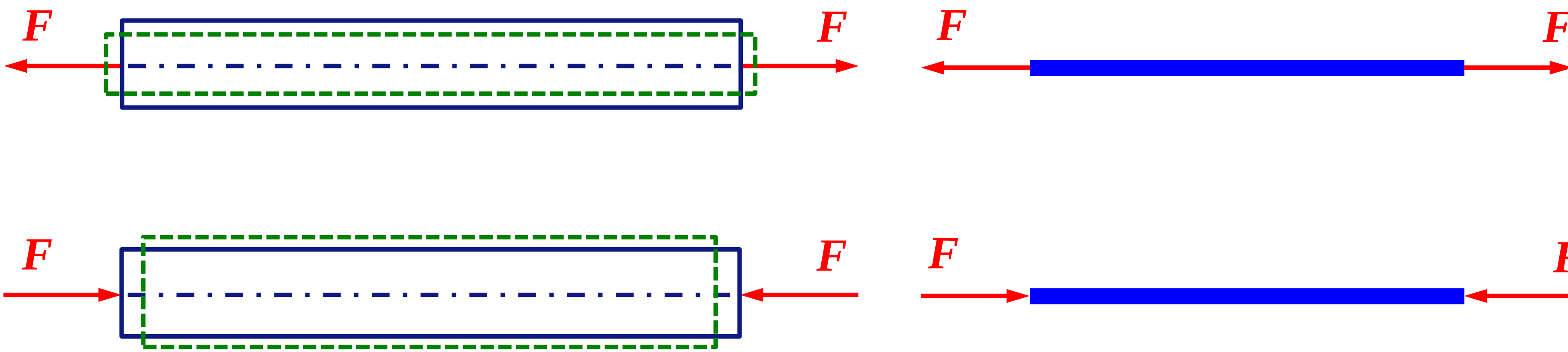
- 拉压杆件的内力、应力?
- 拉压杆件的强度安全?
- 安全余量?

西安交通大学 XI'AN JIAOTONG UNIVERSITY

航天航空学院--力学示范中心

2-1 概述

力学模型



计算简图

受力特点：外力的合力与杆的轴线重合。

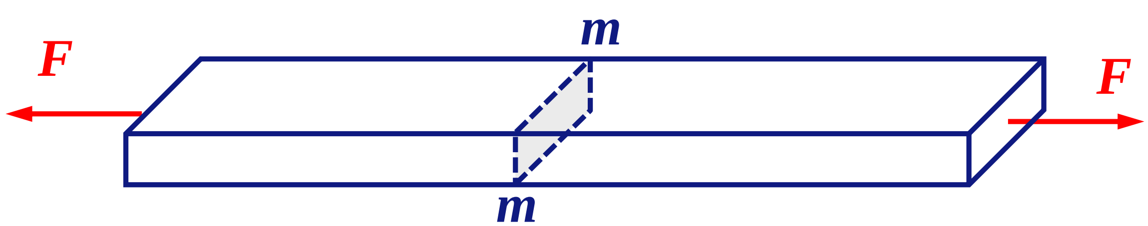
变形特点：沿轴线伸长或缩短。

具有上述受力和变形特点的杆件称为拉（压）杆；拉（压）杆的变形称为轴向拉伸或压缩 (Tension or Compression)。

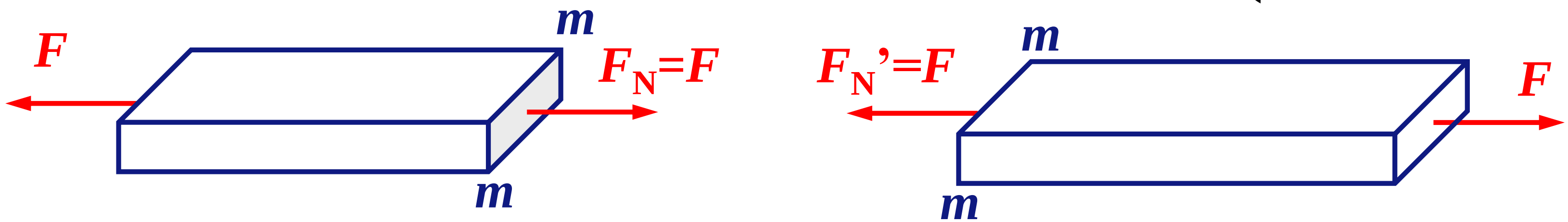
2-2 轴向拉压的内力、应力与强度理论

一、 直杆横截面上的内力

截面法：一截为二，去一留一，平衡求解



轴力(Axial Force): F_N



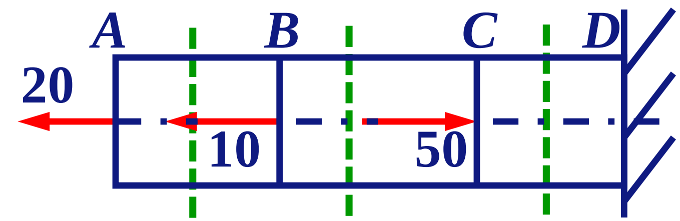
轴力的符号规则：当轴力F_N的方向，与截面外法线一致，轴力为正，此时杆件受拉；反之则为负，杆件受压。

注意：轴力的符号是通过截面的方向定义的，而与坐标方向无关，这样可以确保同一截面上的轴力符号一致！

轴力为正，直杆受拉；轴力为负，直杆受压。

2-2 轴向拉压的内力、应力与强度理论

例2-1 求图示等截面直杆的内力(单位：kN)。

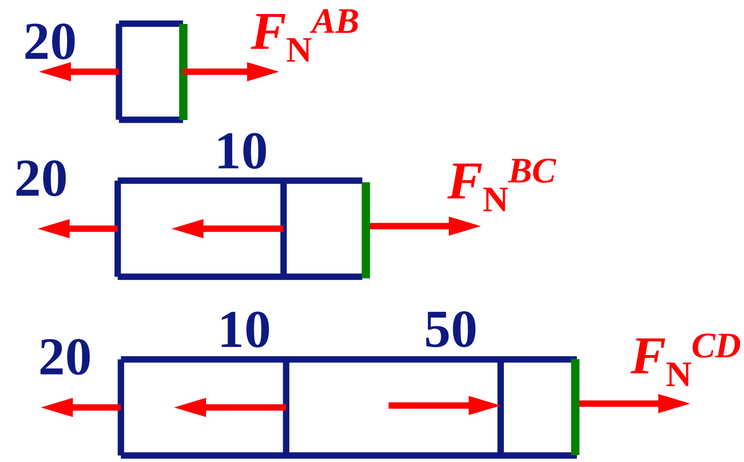


解：分三段求解轴力

$$F_N^{AB} - 20 = 0 \qquad F_N^{AB} = 20$$

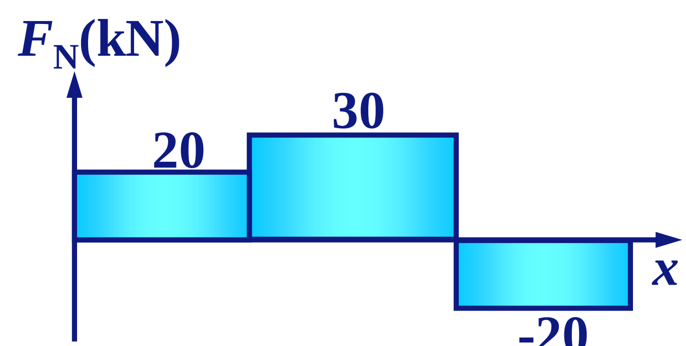
$$F_N^{BC} - 20 - 10 = 0 \qquad F_N^{BC} = 30$$

$$F_N^{CD} + 50 - 20 - 10 = 0 \qquad F_N^{CD} = -20$$



讨论：

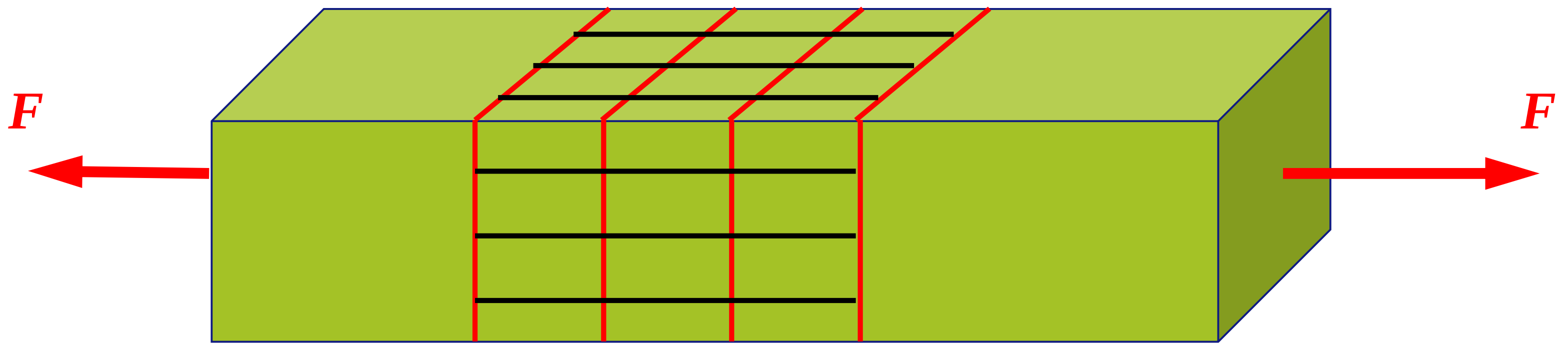
由于三个截面上的轴力未知，所以先假设其为正值，最后求出来若为正，说明假设正确，其值就是为正。此方法称为**设正法**。



轴力图

二、 直杆横截面上的应力

变形 → 应变 → 胡克定律 → 应力

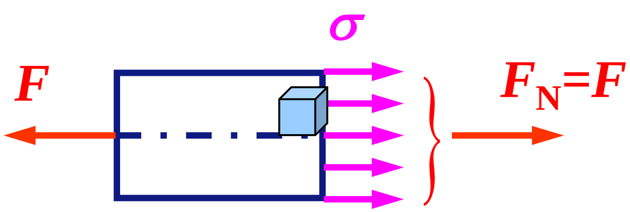


现象：纵线仍平行于轴线，且各线段均匀伸长；
横线仍为直线，且垂直于轴线和纵线。

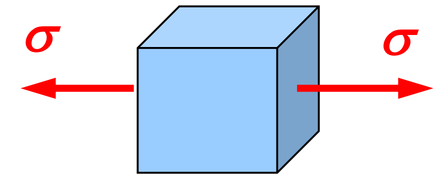
假设：变形前横截面内各点，变形后仍在同一平面内。

由实验和假设可以得出，在横截面内各点沿轴线方向的变形是均匀的，因此沿轴线方向的线应变是均匀的，应力也是均匀的。

2-2 轴向拉压的内力、应力与强度理论

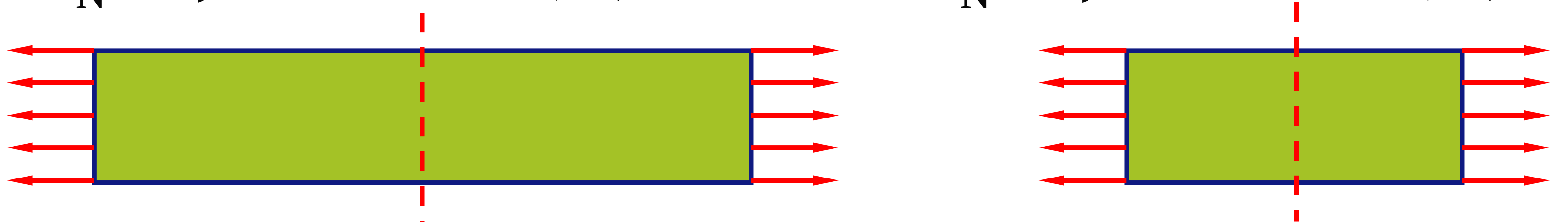


$$\sigma = \frac{F_N}{A}$$

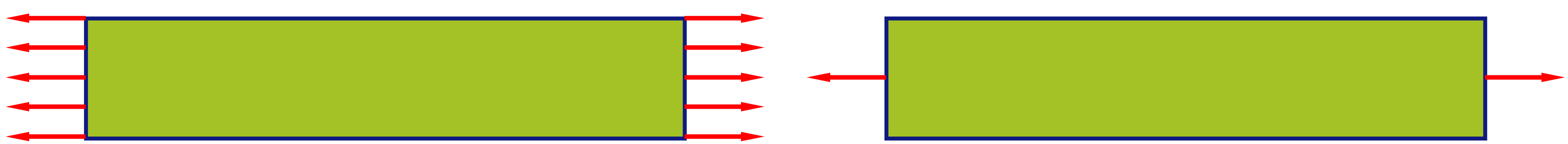


（单向拉伸应力）

$F_N > 0,\quad \sigma > 0$　拉应力　　$F_N < 0,\quad \sigma < 0$　压应力

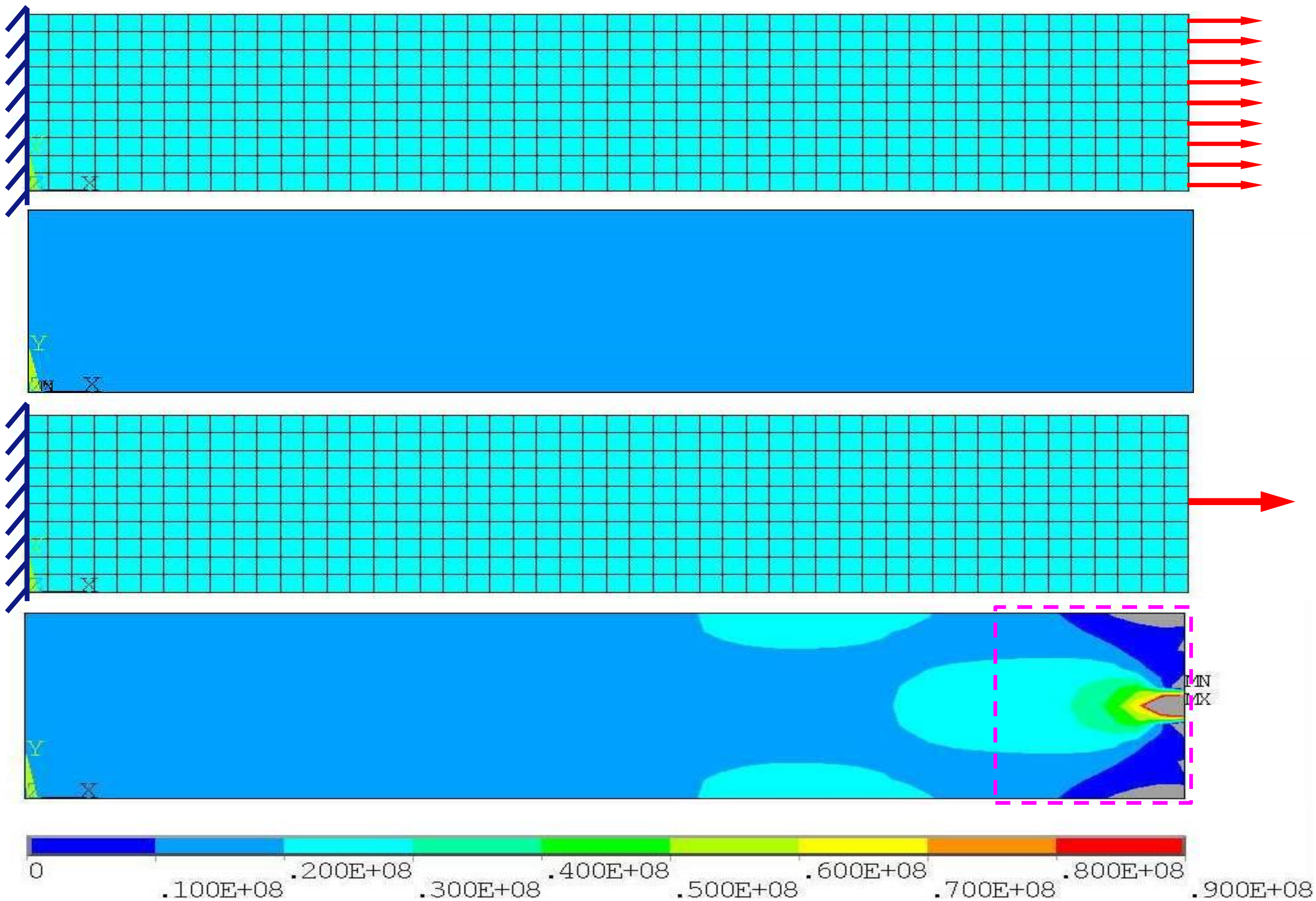


如此继续分割下去，即可得到平截面假设，则应力均匀！



圣文南原理(Saint-Venant’s Principle)：在静力等效的条件下，不同的加载方式只对加载处附近区域的应力分布有影响，而在离加载处较远的区域，其应力分布没有显著的差别。

2-2 轴向拉压的内力、应力与强度理论



2-2 轴向拉压的内力、应力与强度理论

三、 拉压强度理论

- 使材料发生破坏的最小应力称为极限应力，用σ^0表示。
- 为使构件能够正常工作，其工作应力应小于材料的极限应力

强度条件
(Strength Condition)

$$\boxed{\sigma = \frac{F_{\mathrm{N}}}{A} \le \frac{\sigma^0}{n} = [\sigma]}$$

n：安全因数
(Factor of Safety)

$[\sigma]$：许用应力
(Allowable Stress)

- 强度条件的应用

(1)强度校核：已知$[\sigma]$，A，F_{N}； 定性

(2) 设计截面面积：已知F_{N}，$[\sigma]$； 定形

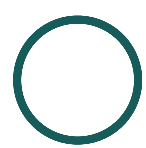
(3) 确定许可载荷：已知$[\sigma]$，A。 定载

- 公式适用范围

(1) 截面突跳处不适用

(2) 集中力作用处不适应

(3) 可推广适用于微曲杆



$R \geq 10d$

- 注意：强度条件中的应力均只考虑应力的数值。

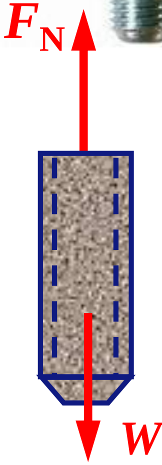
2-2 轴向拉压的内力、应力与强度理论

例2-2 电机重量 W=1.2 kN，M6吊环螺栓外径 D=6mm，内径 d=4.9mm，[σ] =70MPa，校核螺栓强度。

解： $F_{\mathrm{N}} = W = 1.2\ \mathrm{kN}$

$$\sigma = \frac{F_{\mathrm{N}}}{A} = \frac{4W}{\pi d^2}$$

$$= \frac{4\times 1200}{3.14\times 0.0049^2} = 63.6\mathrm{MPa} < [\sigma]$$



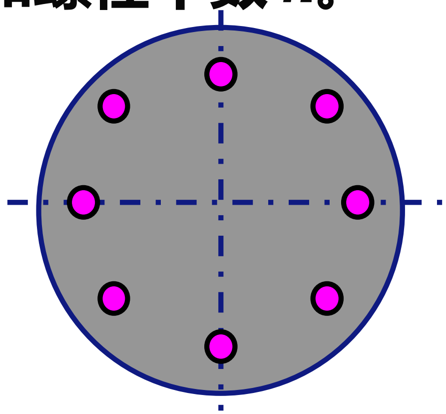
结论：螺栓强度安全! **（这个不能少！）**

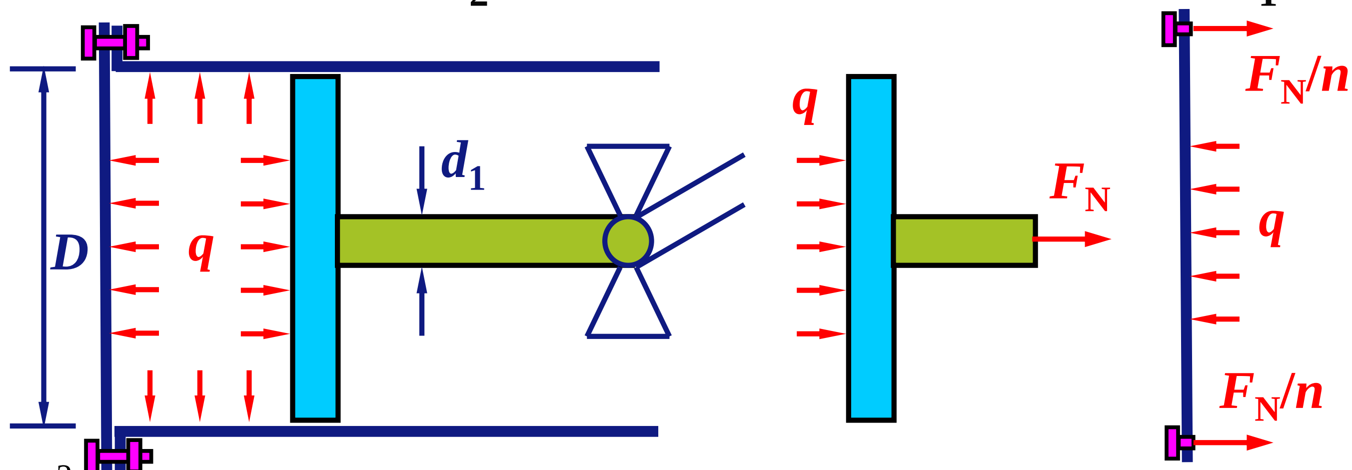
讨论： $A^* = \dfrac{F_{\mathrm{N}}}{[\sigma]} < A$ $F^* = A[\sigma] > F_{\mathrm{N}}$

工程上，通过比较尺寸或载荷得到结论，是不允许的!

解题思路：外力→内力→应力→强度条件→结果或结论

例2-3 汽缸D= 400mm，q=1.2 MPa，缸盖用 M20 螺栓(d_2 =18 mm)与汽缸联接，活塞杆$[\sigma]_1$=50MPa，螺栓 $[\sigma]_2$ = 40 MPa。求：活塞杆直径 d_1 和螺栓个数 n。





解： $F_N = -qA = -\dfrac{q\pi D^2}{4}$

$$|\sigma_1| = \frac{4|F_N|}{\pi d_1^{\,2}} \leqslant [\sigma]_1$$ **(压应力)** $$d_1 \geqslant \sqrt{\frac{qD^2}{[\sigma]_1}} = 62\text{mm}$$

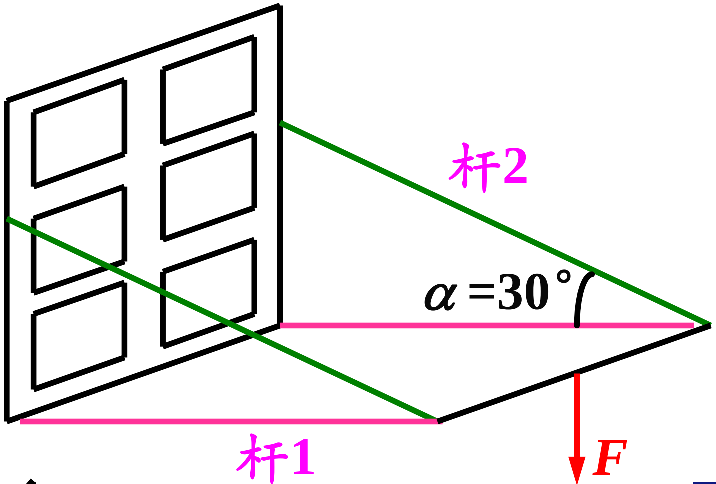
$$\sigma_2 = \frac{4F_N}{n\pi d_2^{\,2}} \leqslant [\sigma]_2$$ **(拉应力)** $$n \geqslant \frac{qD^2}{d_2^{\,2}[\sigma]_2} = 14.8$$

考虑加工方便取 n=16。

讨论：加工16个螺栓孔，只装配15个螺栓，合理吗?

解题思路：外力→内力→应力→强度条件→结果或结论

2-2 轴向拉压的内力、应力与强度理论

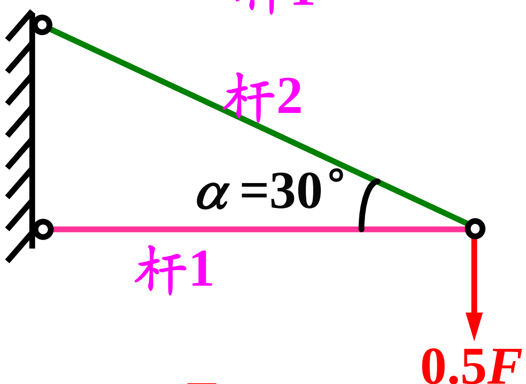


例2-4 $A_1=1200\text{mm}^2, [\sigma]_1=7\text{MPa},$

$A_2=7\text{mm}^2, [\sigma]_2=160\text{MPa},$

求许可吊重 F。

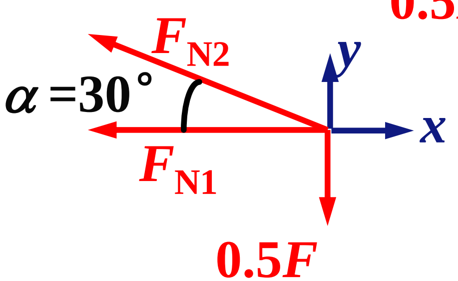
解：1) 建立计算的力学模型



2) 求内力（轴力）

$$\sum F_x=0 \quad -F_{N1}-F_{N2}\cos\alpha=0 \quad F_{N1}=-\frac{\sqrt{3}F}{2}$$

$$\sum F_y=0 \quad F_{N2}\sin\alpha-0.5F=0 \quad F_{N2}=F$$



3) 按强度条件确定许可吊重F

$$|\sigma_1|=\frac{|F_{N1}|}{A_1}\le[\sigma]_1, \quad [F]_1\le\frac{2}{\sqrt{3}}A_1[\sigma]_1=9.7\text{kN}$$

$$\sigma_2=\frac{F_{N2}}{A_2}\le[\sigma]_2, \quad [F]_2\le A_2[\sigma]_2=1.12\text{kN}$$

解题思路：外力→内力→应力→强度条件→结果或结论

$$[F]=1.12\text{kN}$$

四、 拉压直杆斜截面上的应力

α角符号：从 x 逆时针转到α截面的外法线 n 时， α为正值，反之为负。

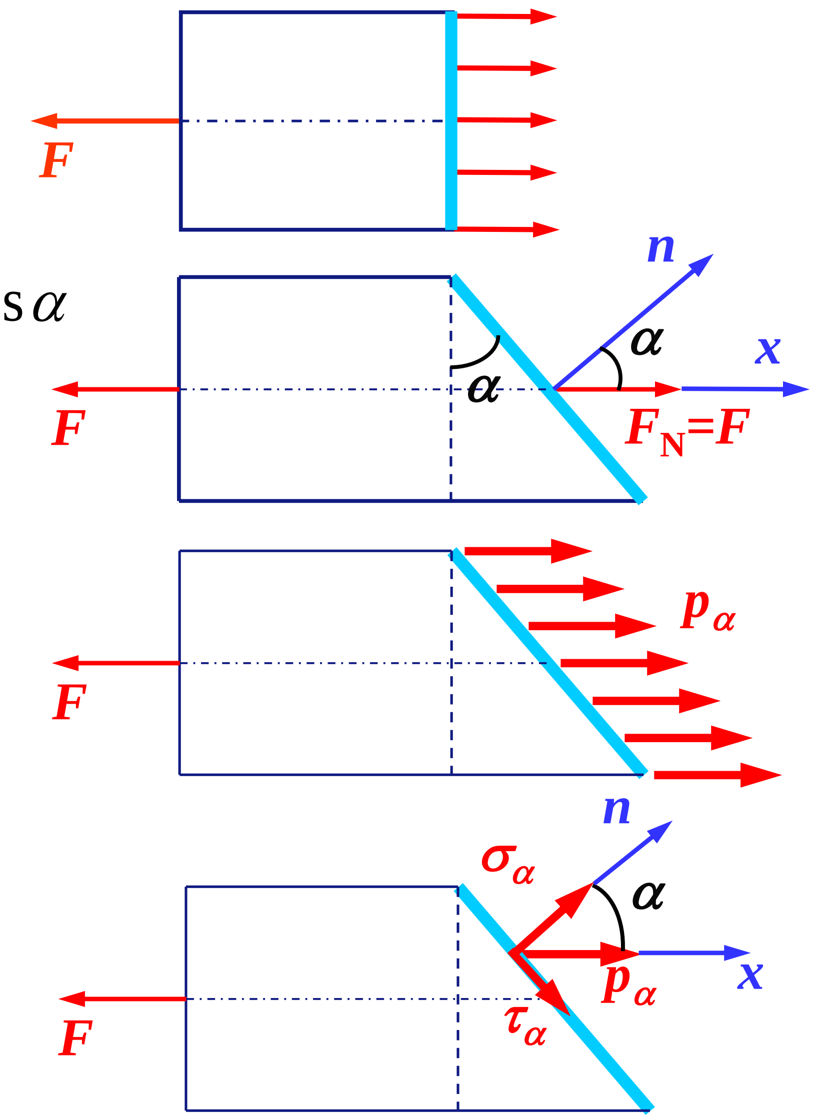
$$p_\alpha = \frac{F_N}{A_\alpha} \qquad A_\alpha = \frac{A}{\cos\alpha} \qquad p_\alpha = \frac{F_N}{A}\cos\alpha = \sigma\cos\alpha$$

$$\sigma_\alpha = p_\alpha \cos\alpha = \frac{\sigma}{2}(1+\cos 2\alpha)$$

$$\tau_\alpha = p_\alpha \sin\alpha = \frac{\sigma}{2}\sin 2\alpha$$

切应力的符号规定：截面外法线顺时针转90度后，其方向与切应力方向相同为正，相反为负。

$$\sigma = F_N / A$$



2-2 轴向拉压的内力、应力与强度理论

$$\sigma_\alpha = p_\alpha \cos\alpha = \frac{\sigma}{2}(1+\cos 2\alpha)$$

$$\tau_\alpha = p_\alpha \sin\alpha = \frac{\sigma}{2}\sin 2\alpha$$

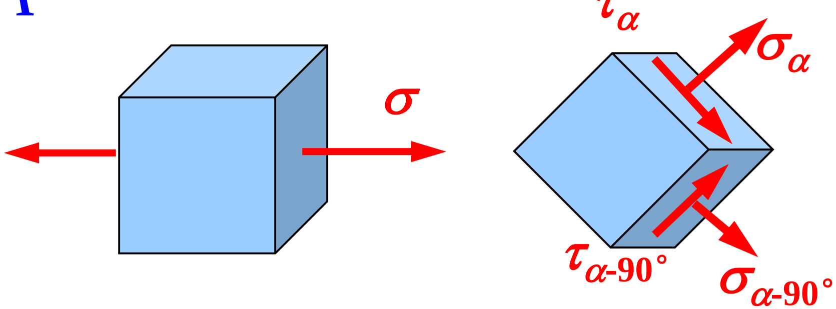
$\alpha = 0$： $\sigma_\alpha = \sigma_{\max} = \sigma$， $\tau_\alpha = 0$

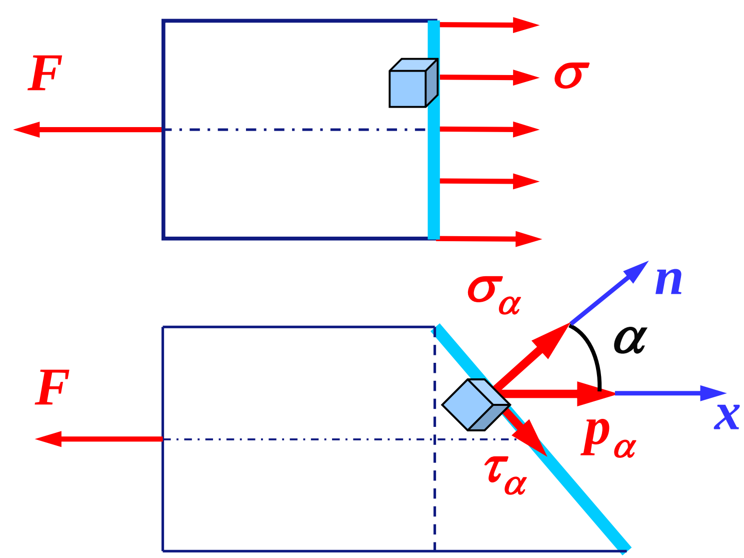
$\alpha = 90$： $\sigma_\alpha = \tau_\alpha = 0$

$\alpha = 45$： $\tau_\alpha = \tau_{\max} = \sigma/2$

问题：为什么建立强度条件的时候用的是横截面上的应力?

$$\sigma = \frac{F_{\mathrm{N}}}{A} \le [\sigma]$$





$$\sigma_{\max} = \sigma_{横截面} = \frac{F_{\mathrm{N}}}{A} \le [\sigma]$$

今 日 作 业

2-2、 2-8