

期中考试

期中考试将于4.29日晚上7:00-9:00线上进行，请同学相互通知。我们将在思源学堂发布试卷，同学们9:00前在思源学堂提交。考试期间我们将使用腾讯视频会议，7：00前邀请同学进入会，**考试期间每位同学必须全程开启视频**。期中考试内容为前9周所学，占总成绩的35%。

开卷考试（可查阅自己的笔记，不能上网搜索），独立完成，严禁相互交流！请同学们自觉遵守考试规则，发现违规按0分处理。

空气与气体动力学

张科

10.32 一架水上飞机的水翼长 750 mm、宽 3.2 m，以 15 m/s 的速度在水中滑行。试求摩擦阻力。设层流向湍流边界层转变的临界雷诺数为 $Re_{x,cr} = 5 \times 10^5$ 。

10-32. 一架水上飞机的水翼长 750 mm、宽 3.2 m，以 15 m/s 的速度在水中

滑行，试求摩擦阻力。设 $Re_{x,cr} = 5 \times 10^5$

解：取 $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ $\mu = 1.519 \times 10^{-3} \text{ N}\cdot\text{s/m}^2$

$$Re_L = \frac{L \times \rho \times U}{\mu} = \frac{0.75 \times 1000 \times 15}{1.519 \times 10^{-3}} = 7.41 \times 10^6 > Re_{x,cr}$$

$$x_{cr} = \frac{Re_{x,cr} \times \mu}{\rho U} = \frac{5 \times 10^5 \times 1.519 \times 10^{-3}}{1000 \times 15} = 0.0306 \text{ m} = 30.6 \text{ mm}$$

层流边界层长度只占整个长度很小的比例，将整个水翼上流动状态都按湍流

$$C_D = \frac{0.455}{(\lg Re_L)^{2.58}} = 0.00315$$

$$F_D = 2 \times \frac{1}{2} \rho U^2 b \cdot L \times C_D = 2 \times \frac{1}{2} \times 1000 \times 15^2 \times 3.2 \times 0.75 \times 0.00315 = 1702.5 \text{ N}$$

1. 粘度用错，一般选 20°C

2. 长度选择错误

10.32 解 $U_\infty = 15 \text{ m/s}$ $C = 0.75 \text{ m}$

$$Re_L = \frac{U_\infty \cdot L}{\nu} = \frac{15 \times 0.75}{1.004 \times 10^{-6}} = 1.125 \times 10^7 \text{ 边界层为混合边界层}$$

可用书 P405 页公式 10.37 计算 C_D 或用公式 10.41

$$C_D = \frac{0.455}{(\lg Re_L)^{2.58}} = \frac{1750}{1260}$$

$$= \frac{2455}{(\lg 1.125 \times 10^7)^{2.58}} = \frac{1750}{1.125 \times 10^7}$$

$$= 2.8 \times 10^{-3}$$

$$F_D = 2 \times \frac{1}{2} \rho U_\infty^2 \cdot C_D \cdot C \cdot b = 2 \times \frac{1}{2} \times 1000 \times 15^2 \times 2.8 \times 10^{-3} \times 0.75 \times 3.2$$

$$= 1512 \text{ (N)}$$

式： $x_{cr} = \frac{Re_{cr} \nu}{U_\infty} = \frac{5 \times 10^5 \times 1 \times 10^{-6}}{15} = 0.033 \text{ m} < 0.75 \text{ m}$ 层流长度短

可用湍流边界层计算

$$C_D = \frac{0.455}{(\lg Re_L)^{2.58}} = 0.00315$$

$$F_D = 1593 \text{ N}$$

10.28 将一长为 0.5 m、宽为 0.25 m 的平板放入水流中，水温 20℃，水流速度 10 m/s，水流方向与长边平行。试求平板所受的阻力。

解：20℃时，取 $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ ， $\mu = 1.0 \times 10^{-3} \text{ N}\cdot\text{s/m}^2$

$$Re_L = \frac{\rho UL}{\mu} = \frac{1000 \times 10 \times 0.5}{1.0 \times 10^{-3}} = 5 \times 10^5$$

$$\text{临界长度 } x = \frac{5 \times 10^5 \times 1.0 \times 10^{-3}}{1000 \times 10} = 0.05 \text{ m}$$

平板前部层流边界层长度只占整个平板长度很小比例，故
可认为整个平板均为湍流状态。

$$C_D = \frac{0.455}{(\lg Re_L)^{2.58}} = \frac{0.455}{[\lg (5 \times 10^5)]^{2.58}} = 0.00235$$

$$F_D = 2 \times C_D \times \frac{1}{2} \rho U^2 b \cdot L = 2 \times 0.00235 \times \frac{1}{2} \times 1000 \times 10^2 \times 0.25 \times 0.5$$

$$= 18.74 \text{ N}$$

10-28 长为 0.5 m 宽 0.25 m 放入水流 水温 20℃ $V = 10 \text{ m/s}$
水流与长边平行，平板所受阻力

$$Re_L = \frac{UL}{\nu} = \frac{10 \times 0.5}{1.0 \times 10^{-6}} = 5 \times 10^6$$

$$\delta = \frac{5.0}{\sqrt{Re_L}} \cdot L = \frac{5.0}{\sqrt{5 \times 10^6}} \times 0.5 = 0.0079$$

$$F_D = C_D \times \frac{1}{2} \rho U^2 b L$$

$$= \frac{1.328}{1581} \times \frac{1}{2} \times 998 \times 100 \times 0.5 \times 0.25$$

$$= 5.25 \text{ N}$$

西安交通大学 教材供应中心 TEL: 029-82668318 (东区) 82655434 (西区)

解：取 $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ ， $\mu = 1 \times 10^{-3} \text{ Pa}\cdot\text{s}$ $Re_L = \frac{\rho UL}{\mu} = \frac{1000 \times 10 \times 0.5}{1 \times 10^{-3}} = 5 \times 10^6$

取临界雷诺数($Re_{x,cr}$)为 5×10^5 $x_{cr} = \frac{Re_{x,cr} \mu}{U \rho} = \frac{5 \times 10^5 \times 1 \times 10^{-3}}{10 \times 1000} \text{ m} = 0.05 \text{ m}$ $\frac{L}{x_{cr}} = 10 < 20$

，按照混合边界层（式10.37）计算

$$C_D = \frac{0.455}{(\lg Re_L)^{2.58}} - \frac{1750}{Re_L} = \frac{0.455}{(\lg 5 \times 10^6)^{2.58}} - \frac{1750}{5 \times 10^6} = 0.00301$$

$$F_D = 2 C_D \times \frac{1}{2} \rho U^2 b L = 2 \times 0.00301 \times 0.5 \times 1000 \times 10^2 \times 0.25 \times 0.5$$

$$= 37.625 \text{ N}$$

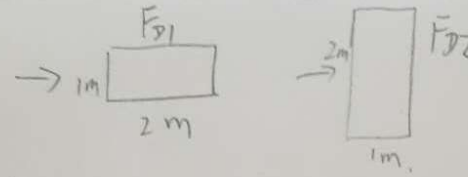
1. 计算错误
2. 计算所用的长度选择错误
3. 阻力系数公式错误

10.25 边长 1x2 的矩形平板放入水流。一种是 1m 边与流平行，另一种是 2m 边平行，分别按层流与湍流求阻力系数

$$\frac{C_{D1}}{C_{D2}} = \frac{\frac{0.664}{\sqrt{Re_{x1}}}}{\frac{0.664}{\sqrt{Re_{x2}}}} = \frac{\sqrt{Re_{x2}}}{\sqrt{Re_{x1}}} = \sqrt{2}$$

$$\frac{C_{D1}'}{C_{D2}'} = \frac{0.074}{Re_{x1}^{1/4}} \cdot \frac{Re_{x2}^{1/4}}{0.074} = \sqrt[4]{2}$$

层流， C_D 公式写错，答案无错。



$$C_f = \frac{\tau_w}{\frac{1}{2} \rho U_\infty^2} = \frac{0.664}{\sqrt{Re_x}}$$

解：层流： $C_D = 1.328 Re_L^{-1/2}$

$$\frac{F_{D1}}{F_{D2}} = \frac{C_{D1} \cdot \frac{1}{2} \rho U_\infty^2 \cdot L_1 \cdot b_1}{C_{D2} \cdot \frac{1}{2} \rho U_\infty^2 \cdot L_2 \cdot b_2} = \frac{Re_{L1}^{-1/2} \cdot L_1 \cdot b_1}{Re_{L2}^{-1/2} \cdot L_2 \cdot b_2} = \frac{\frac{1}{\sqrt{L_1}} \cdot L_1 \cdot b_1}{\frac{1}{\sqrt{L_2}} \cdot L_2 \cdot b_2} = \sqrt{\frac{L_1 \cdot b_1}{L_2 \cdot b_2}} = \sqrt{\frac{1 \cdot 2}{2 \cdot 1}} = \sqrt{1} = 1$$

湍流： $C_D = 0.0742 Re_L^{-1/4}$ 或 $(C_D = 0.027 Re_L^{-1/4})$

$$\frac{F_{D1}}{F_{D2}} = \frac{C_{D1} \cdot \frac{1}{2} \rho U_\infty^2 \cdot L_1 \cdot b_1}{C_{D2} \cdot \frac{1}{2} \rho U_\infty^2 \cdot L_2 \cdot b_2} = \frac{Re_{L1}^{-1/4} \cdot L_1 \cdot b_1}{Re_{L2}^{-1/4} \cdot L_2 \cdot b_2} = \frac{L_1^{3/4} \cdot b_1}{L_2^{3/4} \cdot b_2} = \frac{1^{3/4} \cdot 2}{2^{3/4} \cdot 1} = 2^{1/4} \quad (\text{或 } 2^{1/4})$$

回顾：不可压势流： $\nabla^2\phi = 0$, $\nabla^2\psi = 0$

1. 势流、势函数、流函数：

2. 基本平面势流：

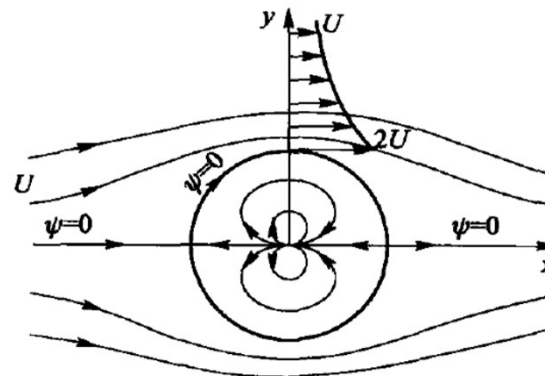
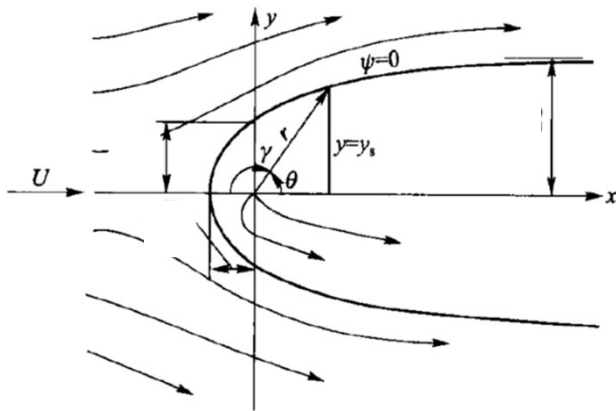
3. 基本势流叠加：

$$u = \frac{\partial\phi}{\partial x} = \frac{\partial\psi}{\partial y}$$

$$v = \frac{\partial\phi}{\partial y} = -\frac{\partial\psi}{\partial x}$$

$$u_r = \frac{\partial\phi}{\partial r} = \frac{1}{r} \frac{\partial\psi}{\partial\theta}$$

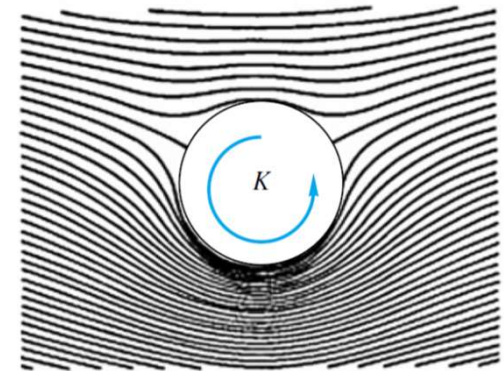
$$u_\theta = \frac{1}{r} \frac{\partial\phi}{\partial\theta} = -\frac{\partial\psi}{\partial r}$$



$$C_p = 1 - 4\sin^2\theta$$

$$F_x = -\int_0^{2\pi} (p_s - p_\infty) \cos\theta R d\theta = 0$$

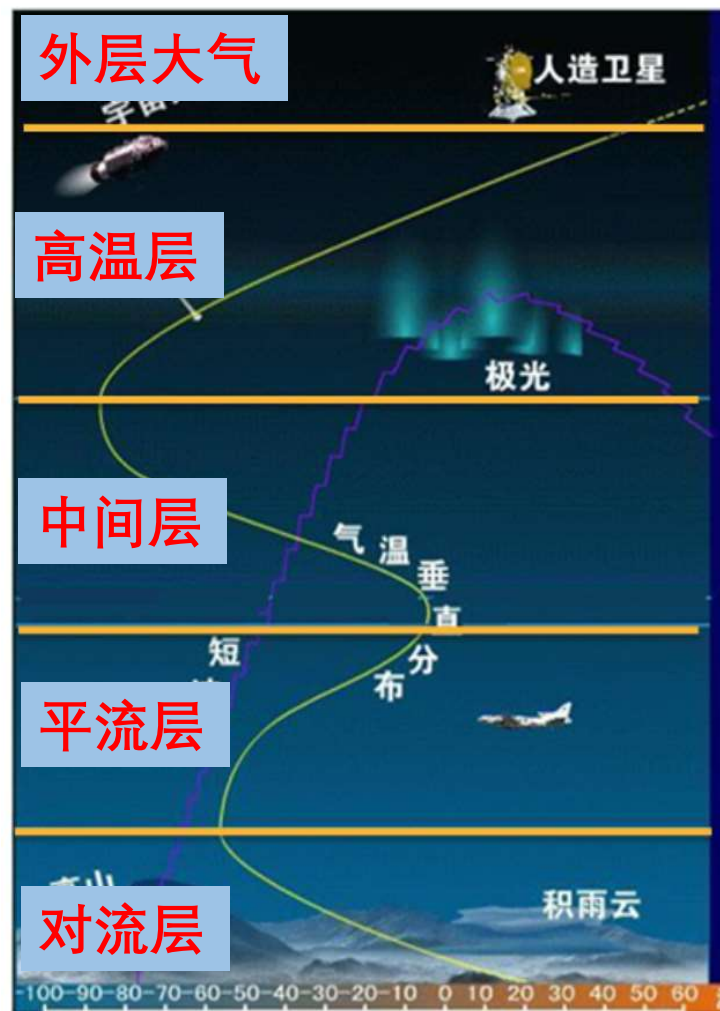
$$F_y = -\int_0^{2\pi} (p_s - p_\infty) \sin\theta R d\theta = 0$$



$$D = F_x = 0$$

$$L = F_y = -\rho U \Gamma$$

9.1标准大气 (p.10~13)



大气条件(参数)影响飞行器性能,

标准大气：海平面,

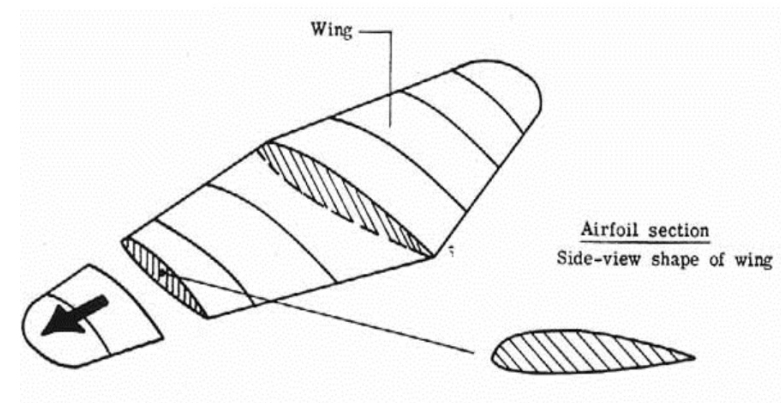
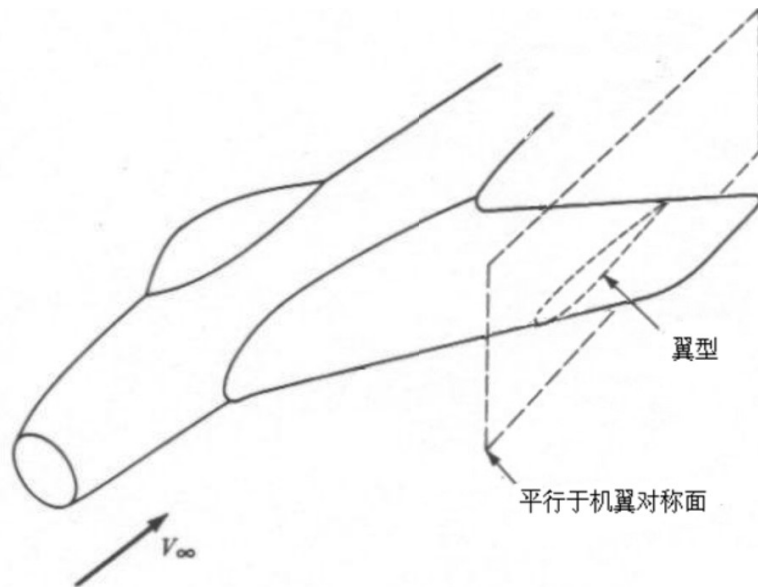
$$T = 15^{\circ}\text{C}, \quad p = 101.325\text{kpa},$$

$$\rho = 1.225\text{kg}/\text{m}^3$$

大气参数表1.1 (p13.)

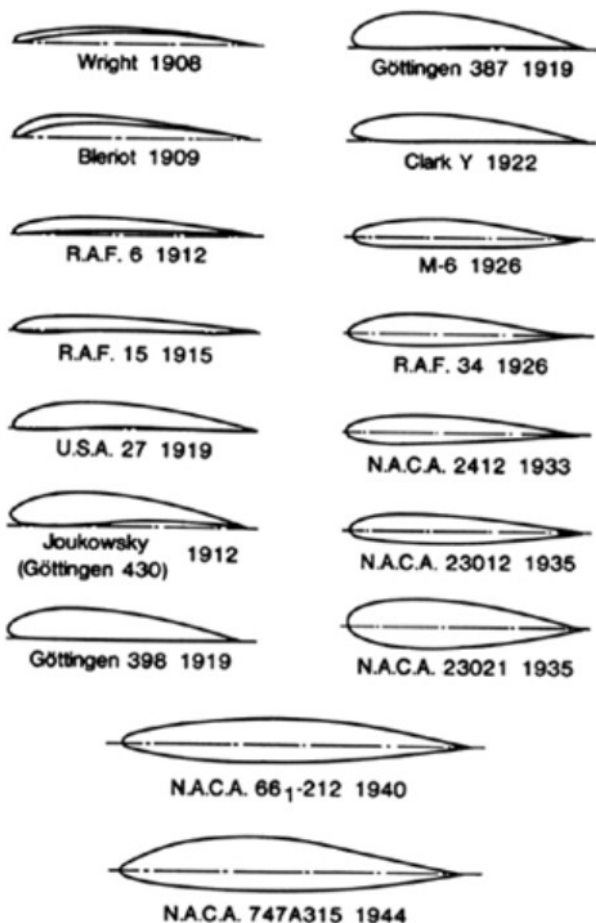
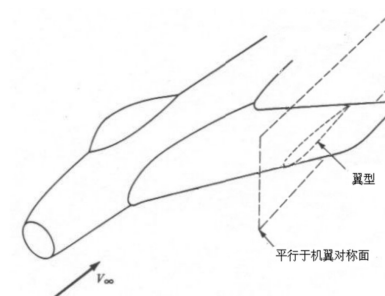
9.2翼型几何、气动参数 (4.2, 4.3)

1. 翼型：平行于飞机对称面的机翼剖面



9.2翼型几何、气动参数 (4.2, 4.3)

1. 翼型：平行于飞机对称面的机翼剖面



英国RAF

德国Göttingen

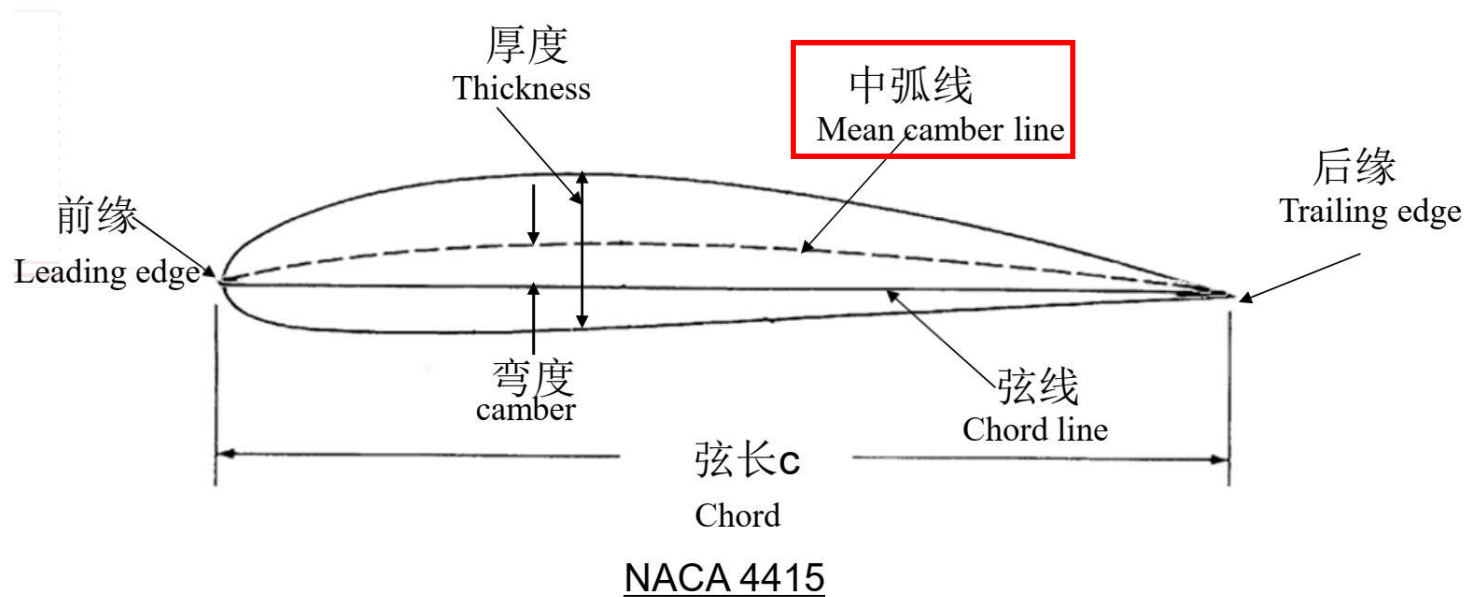
俄国茹科夫斯基

1930s美国NACA

1920s后，NACA研究翼型几何形状与气动特性，大量全面数据（理论、实验、应用）。

9.2翼型几何、气动参数 (4.2, 4.3)

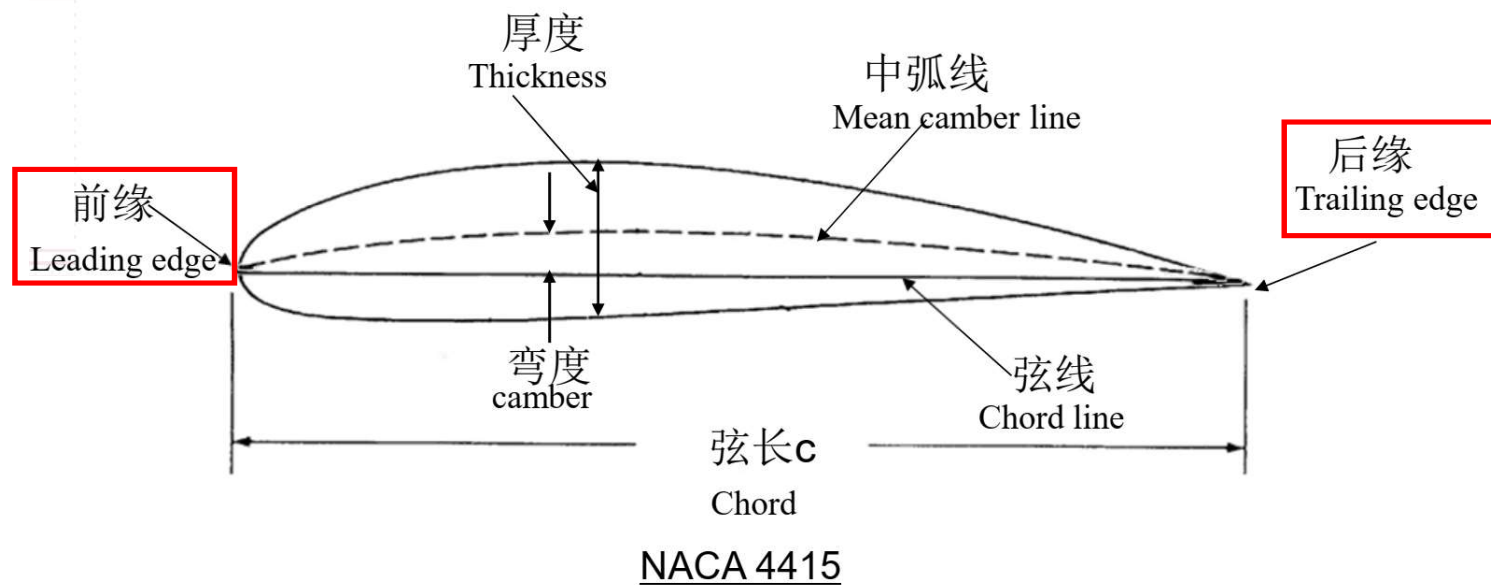
2. 翼型几何参数



① **中弧线**：上下表面中点(垂直于中弧线)连线。

9.2翼型几何、气动参数 (4.2, 4.3)

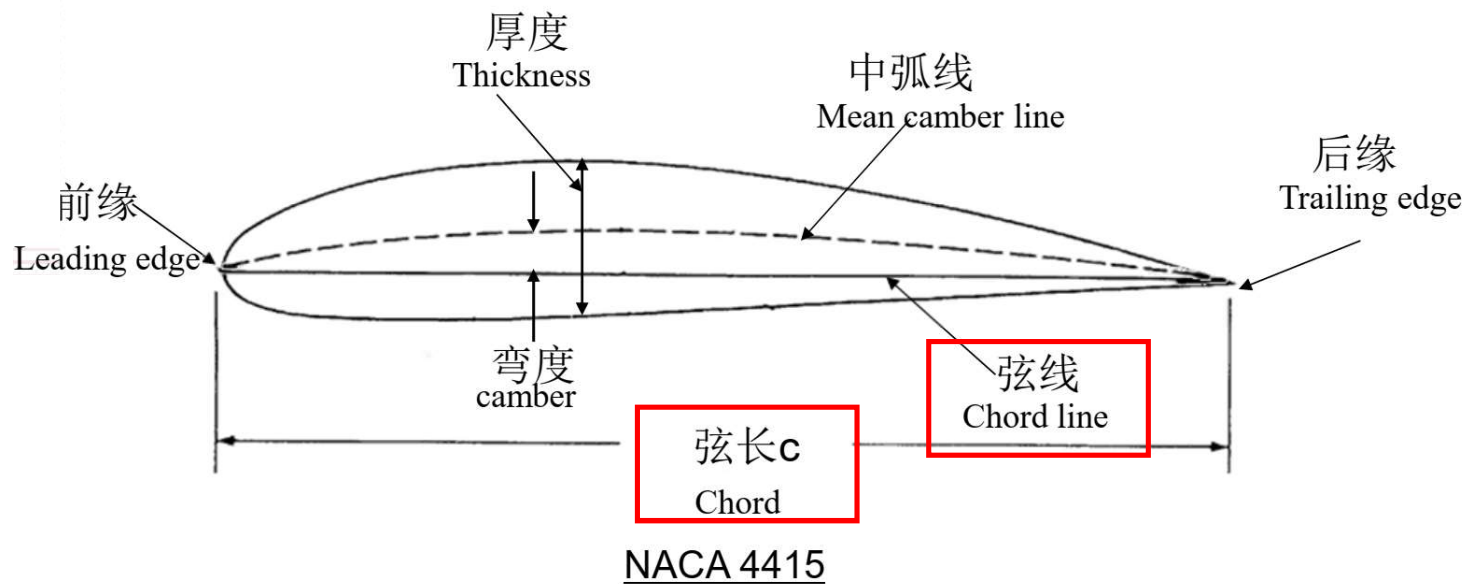
2. 翼型几何参数



② 前、后缘：中弧线最前、后点。

9.2翼型几何、气动参数 (4.2, 4.3)

2. 翼型几何参数

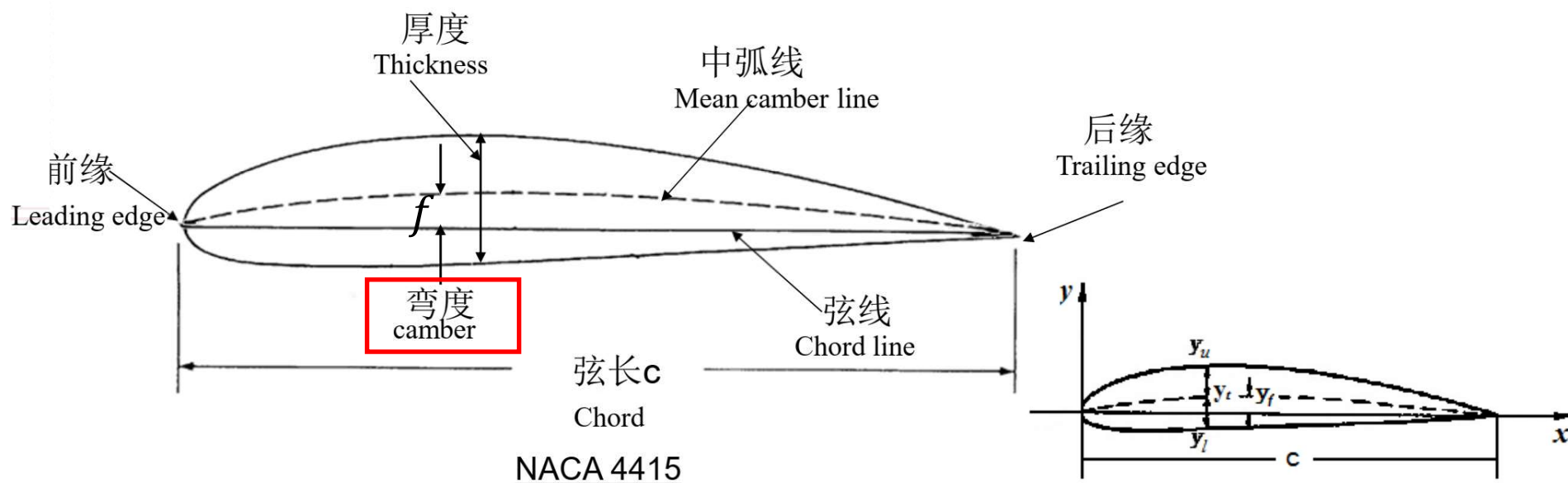


③ 弦线：前后缘连线。

④ 弦长：弦线长度 (c)。

9.2翼型几何、气动参数 (4.2, 4.3)

2. 翼型几何参数

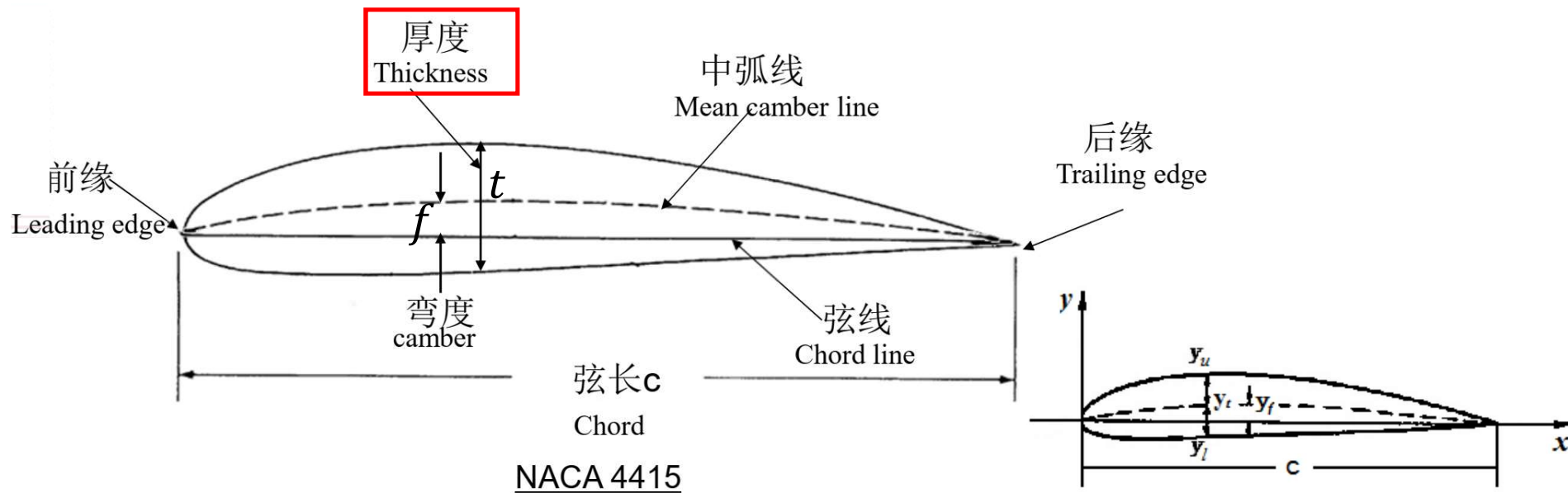


⑤ 弯度：垂直弦线，中弧线距弦线最大距离(f)。 $f = 2\%c$

弯度函数： $\bar{y}_f(\bar{x}) = \frac{y_f}{c} = \frac{1}{2}(\bar{y}_u + \bar{y}_l)$, \bar{y}_u, \bar{y}_l 上下表面 $\bar{y}(\frac{y}{c})$

9.2翼型几何、气动参数 (4.2, 4.3)

2. 翼型几何参数

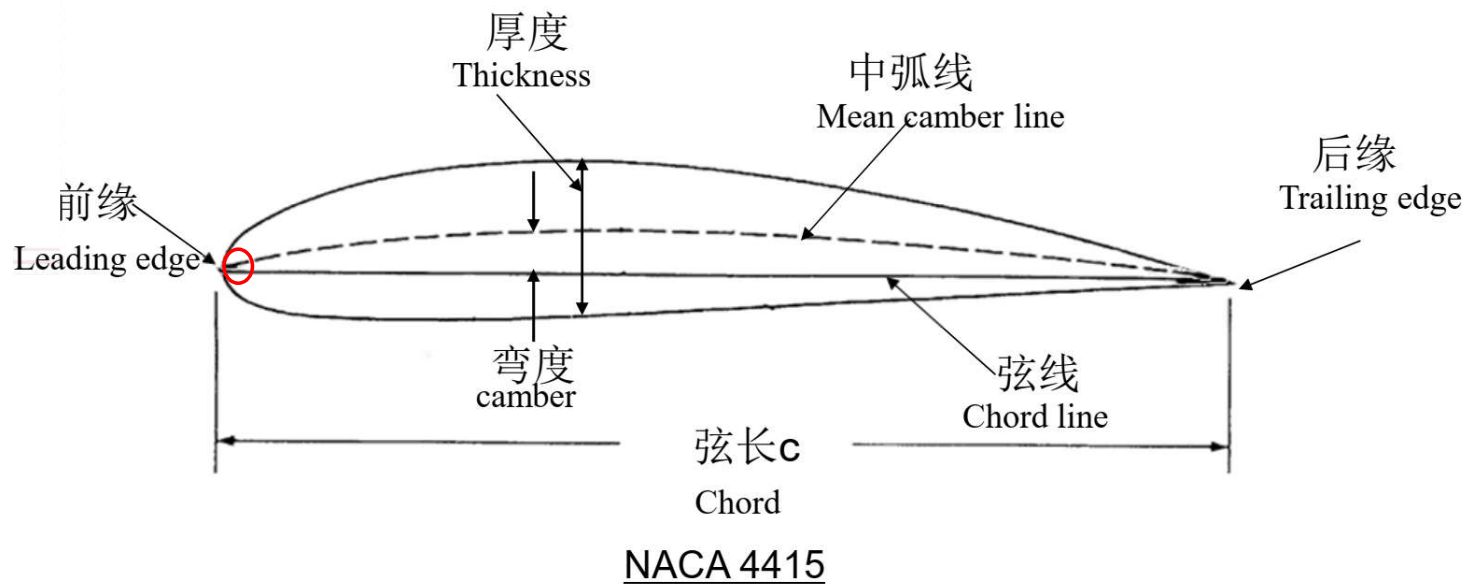


⑥ 厚度：垂直弦线，上下表面间最大距离(t)。 $t = 12\%c$

厚度分布函数： $\bar{y}_t(\bar{x}) = \frac{1}{2}(\bar{y}_u - \bar{y}_l)$,

9.2翼型几何、气动参数 (4.2, 4.3)

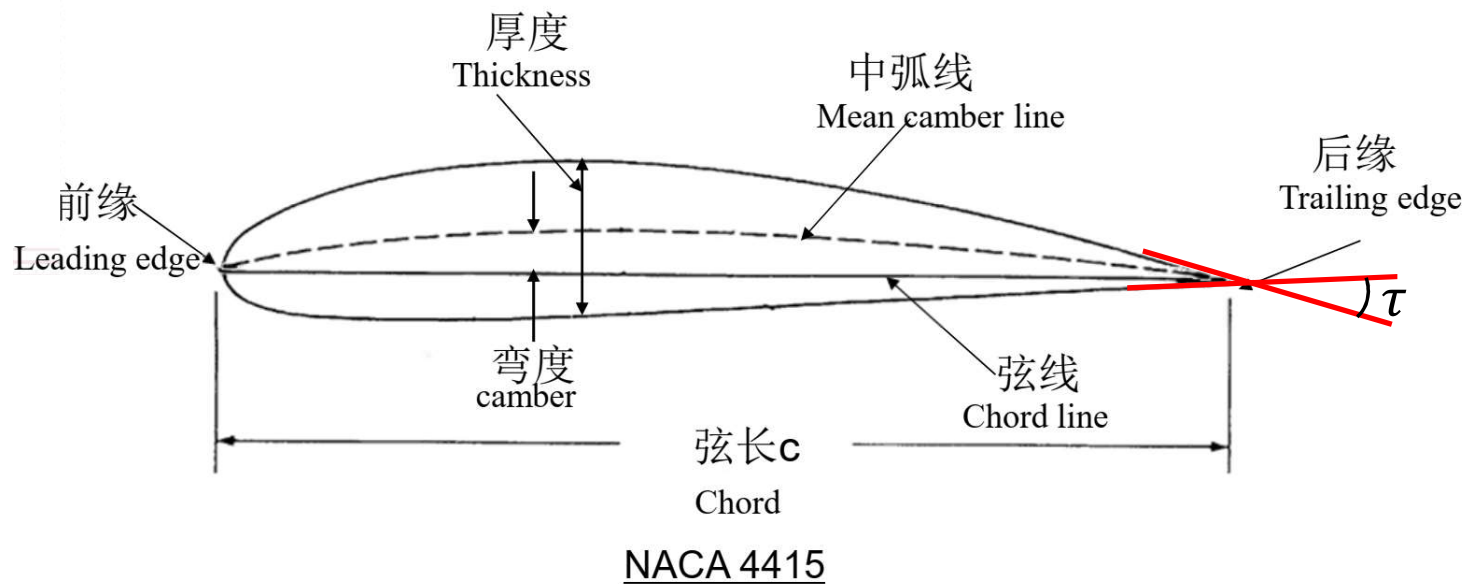
2. 翼型几何参数



⑦ 前缘半径：圆心在中弧线，与前缘相切(r)。 $r = 0.02c$

9.2翼型几何、气动参数 (4.2, 4.3)

2. 翼型几何参数

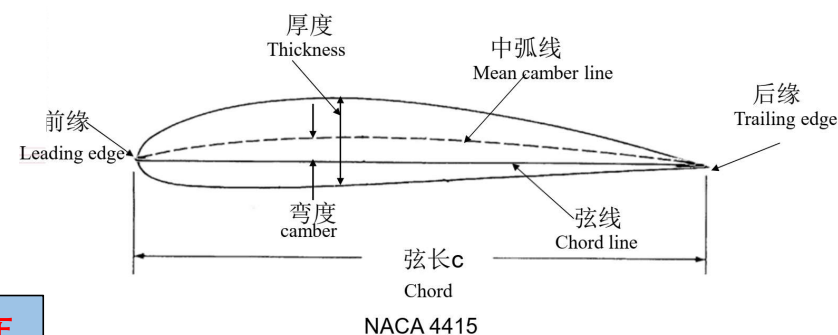
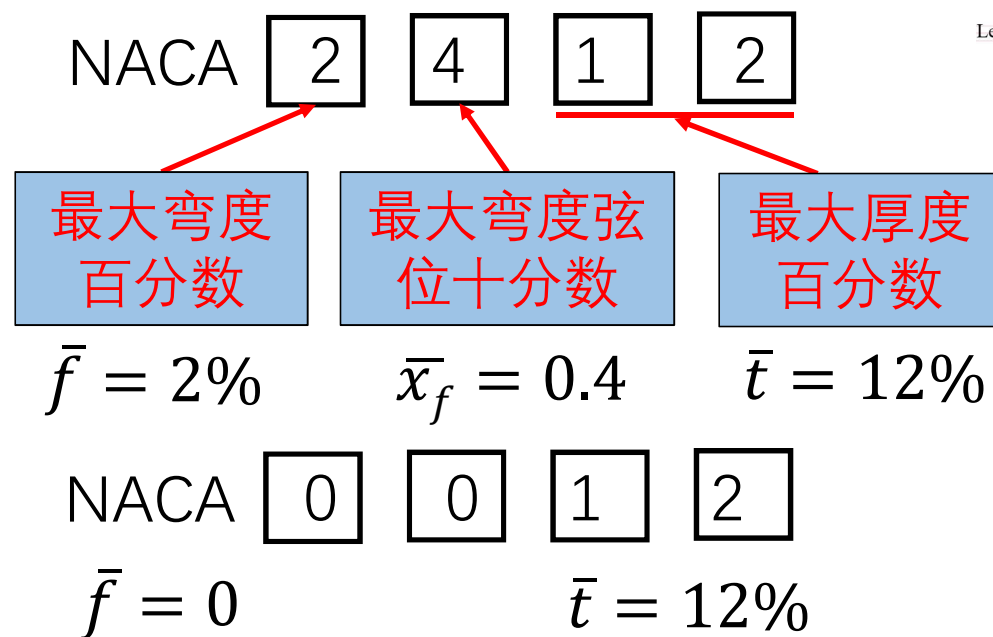


⑧ 后缘角：上下表面在后缘切线夹角 τ 。

9.2翼型几何、气动参数 (4.2, 4.3)

3. NACA翼型(翼族：定义厚度弯度分布函数，不同弯度、厚度)

① 四位数翼型

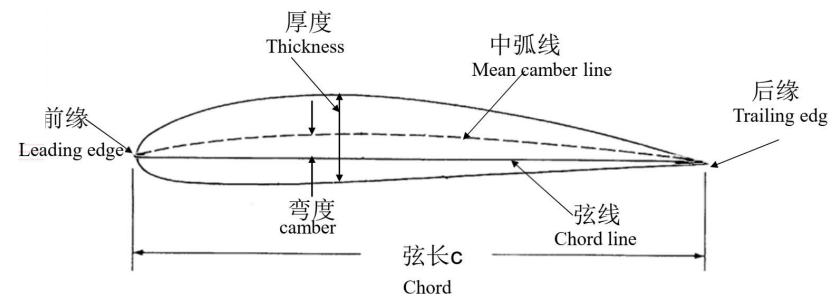
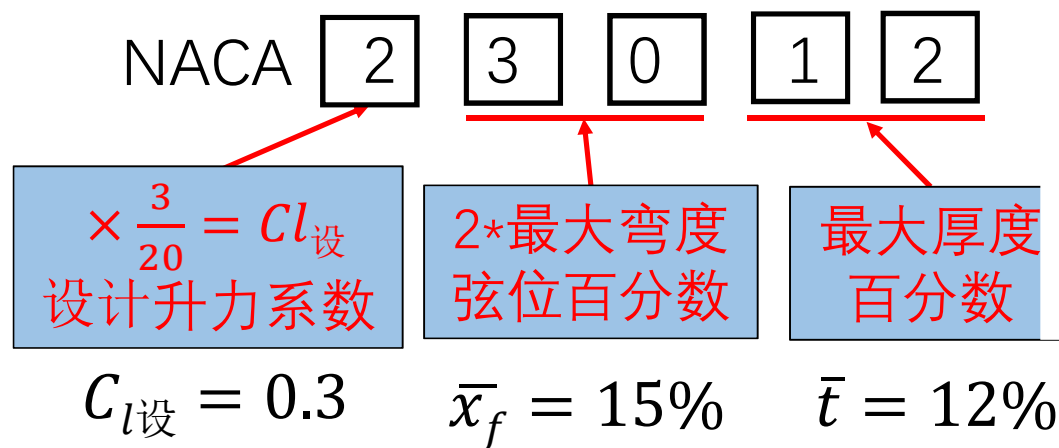


对称翼型：中弧线与弦线重合

9.2翼型几何、气动参数 (4.2, 4.3)

3. NACA翼型(翼族：定义厚度弯度分布函数，不同弯度、厚度)

② 五位数翼型 厚度分布与四位数翼型相同，弯度分布(中弧线)不同。

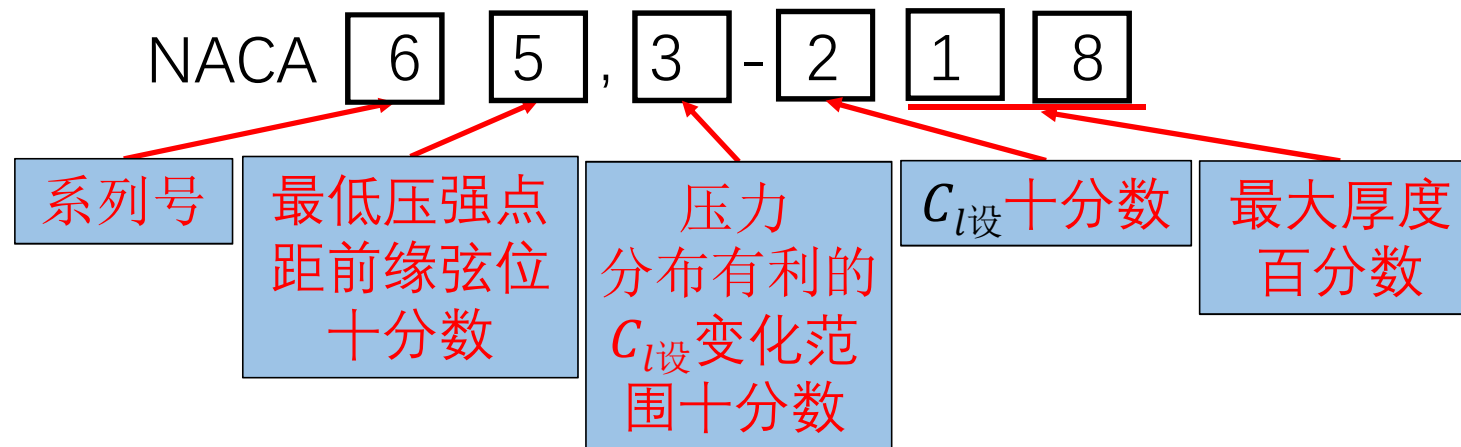


设计升力系数 $C_{l\text{设}}$ ：阻力最小时的升力系数

9.2翼型几何、气动参数 (4.2, 4.3)

3. NACA翼型(翼族：定义厚度弯度分布函数，不同弯度、厚度)

③ 层流翼型 (延迟流动分离)



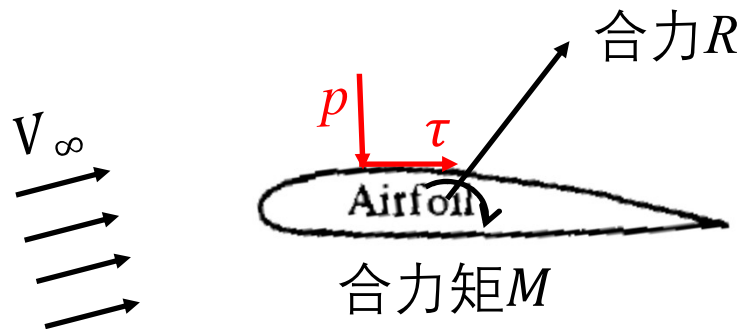
9.2翼型几何、气动参数 (4.2, 4.3)

3. NACA翼型(翼族：定义厚度弯度分布函数，不同弯度、厚度)

Airplane	Airfoil
Beechcraft Sundowner	NACA63A415
Beechcraft Bonanza	NACA23016.5 (at root) NACA23012 (at tip)
Cessna 150 (赛斯纳150)	NACA2412
Fairchild A-10 (A10雷霆二式攻击机)	NACA6716 (at root) NACA6713 (at tip)
Gates Learjet 24D (24D盖茨·利尔喷气飞机)	NACA64A109
General Dynamics F-16 (F16战隼战斗机)	NACA64A204
Lockheed G-5 Galaxy	NACA0012 (modified)

9.2翼型几何、气动参数 (4.2, 4.3)

4. 翼型气动参数



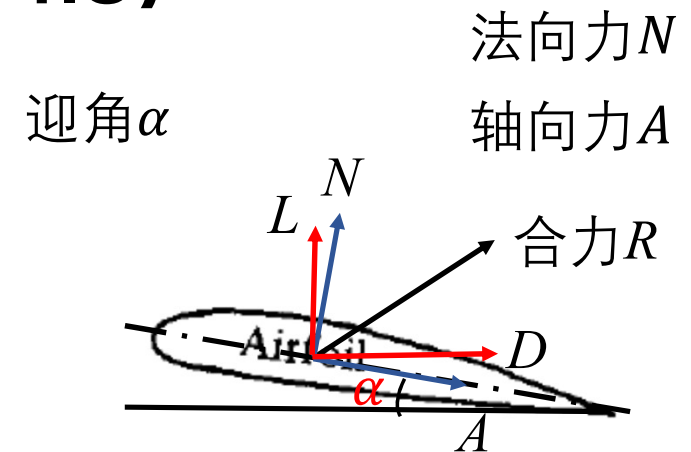
气动参数：升力 L ，阻力 D ，力矩 M

升力系数： $C_l = \frac{L}{q_\infty S} = \frac{L}{q_\infty c}$ $q_\infty = \frac{1}{2} \rho V_\infty^2$

阻力系数： $C_d = \frac{D}{q_\infty c}$

力矩系数： $C_m = \frac{M}{q_\infty c^2}$

压强系数： $C_p = \frac{p - p_\infty}{\frac{1}{2} \rho V_\infty^2}$

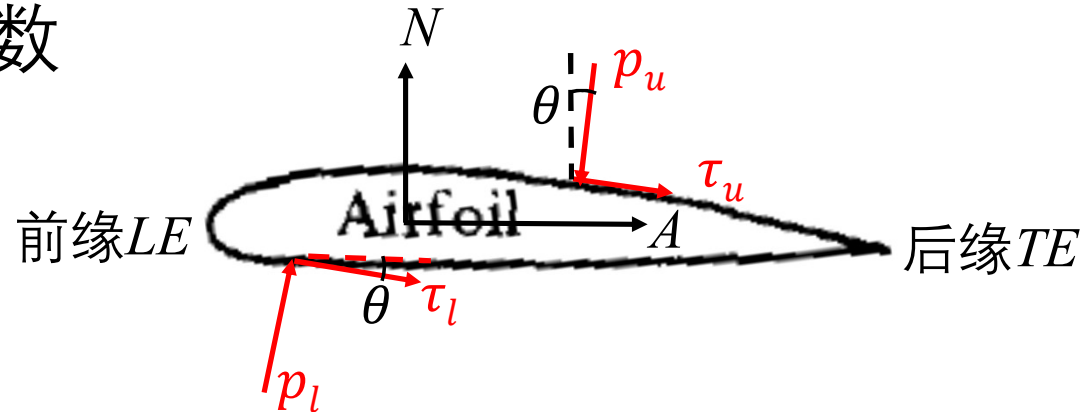


升力 $L = N \cos \alpha - A \sin \alpha$

阻力 $D = N \sin \alpha + A \cos \alpha$

9.2翼型几何、气动参数 (4.2, 4.3)

4. 翼型气动参数



$$\text{法向力 } N = - \int_{LE}^{TE} (p_u \cos \theta + \tau_u \sin \theta) ds_u + \int_{LE}^{TE} (p_l \cos \theta - \tau_l \sin \theta) ds_l$$

$$\text{轴向力 } A = \int_{LE}^{TE} (-p_u \sin \theta + \tau_u \cos \theta) ds_u + \int_{LE}^{TE} (p_l \sin \theta + \tau_l \cos \theta) ds_l$$

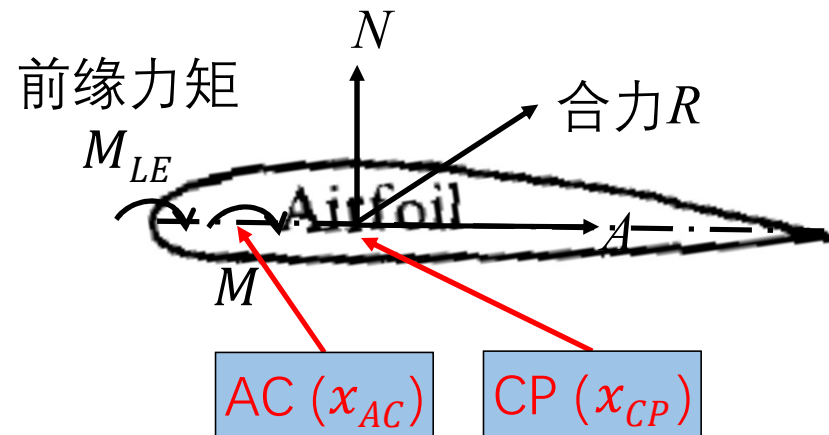
9.2翼型几何、气动参数 (4.2, 4.3)

4. 翼型气动参数

压力中心(CP)：合力矩为0处。

气动中心(AC)：过该点力矩大小不随 α 变化。

$$x_{CP} = -\frac{M_{LE}}{N} \approx -\frac{M_{LE}}{L}$$

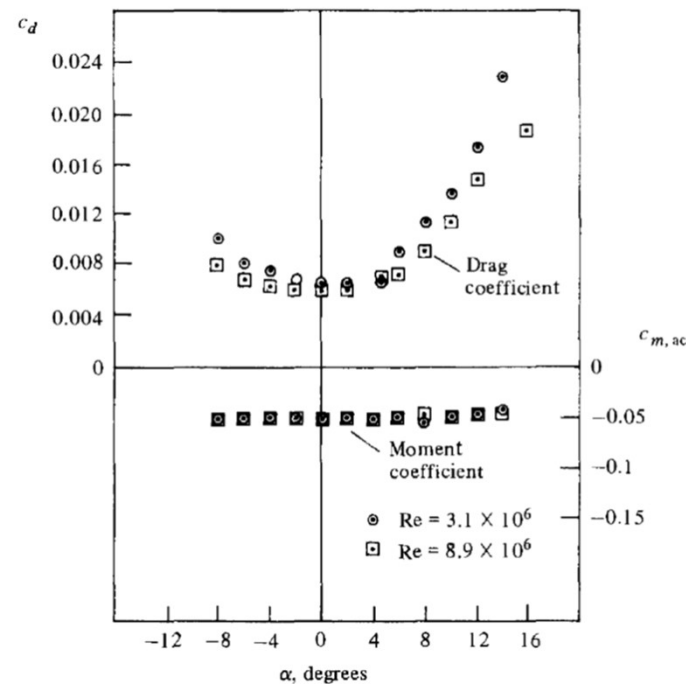
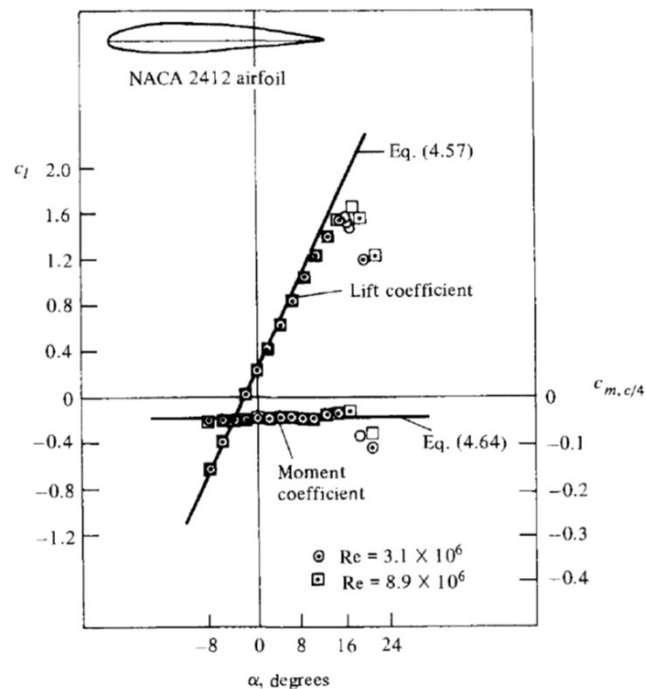


9.3翼型气动特性 (4.3)

$$C_l = f_l(Re, Ma, \alpha) \quad C_d = f_d(Re, Ma, \alpha) \quad C_m = f_m(Re, Ma, \alpha)$$

$$\text{低速翼型: } C_l = f_l(Re, \alpha) \quad C_d = f_d(Re, \alpha) \quad C_m = f_m(Re, \alpha)$$

1930s~1940s NACA低速风洞实验研究。



9.3翼型气动特性 (4.3)

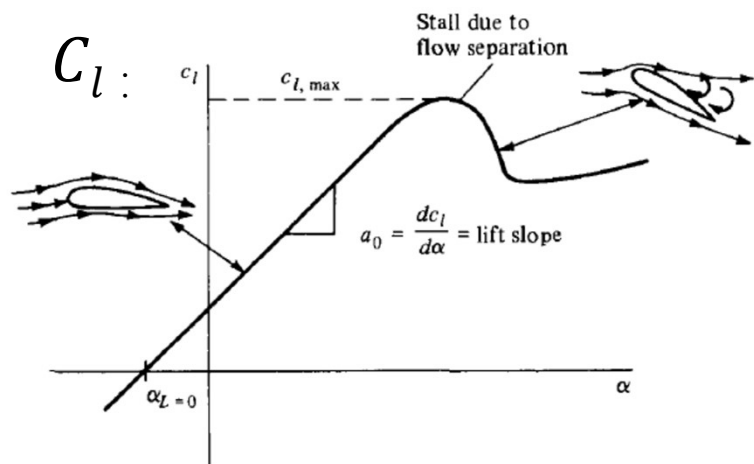
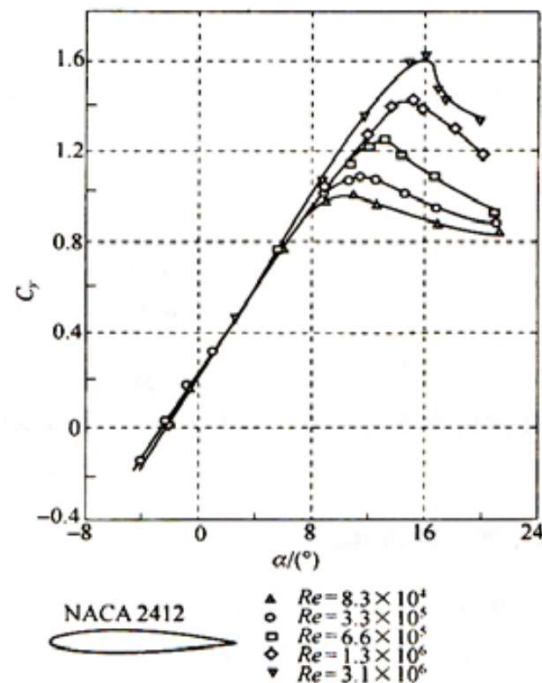


Figure 4.4 Schematic of lift-coefficient variation with angle of attack for an airfoil.



① 小 α 下： $C_l \propto \alpha$ ；

$a_0 = \frac{dC_l}{d\alpha}$, 升力线斜率(C_l^α), 与 Re (粘性)无关；

翼型上下表面无流动分离。

9.3翼型气动特性 (4.3)

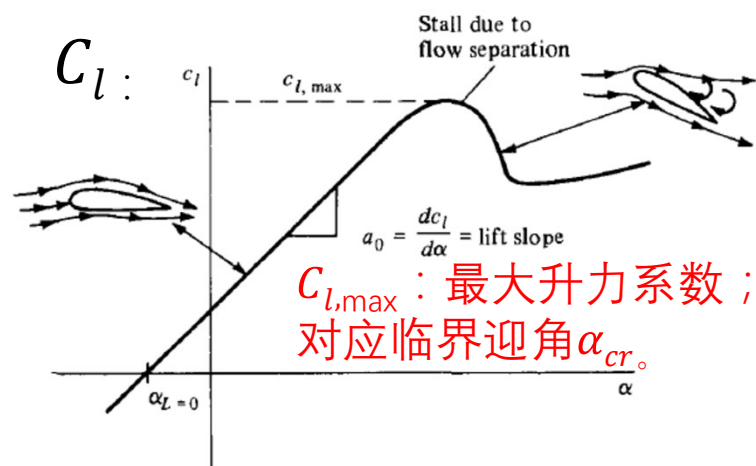
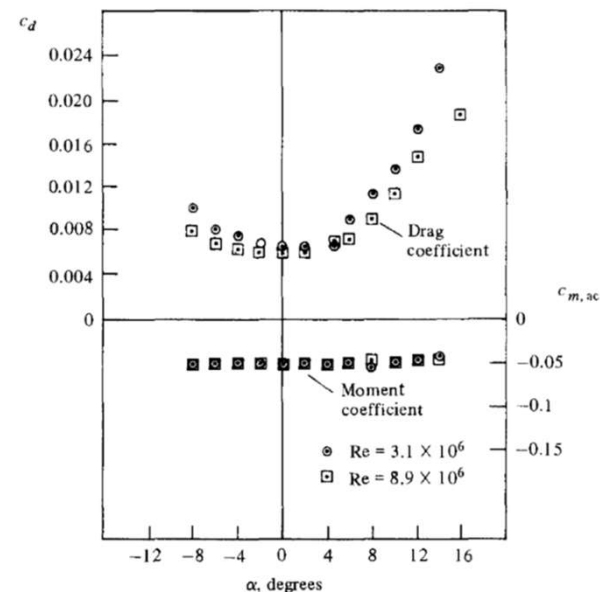
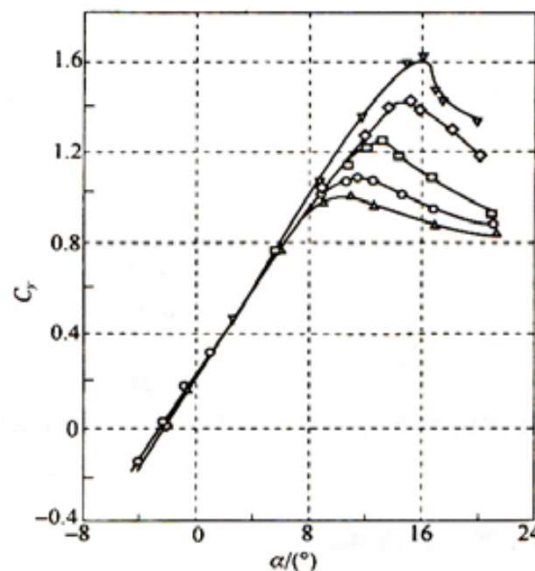


Figure 4.4 Schematic of lift-coefficient variation with angle of attack for an airfoil.



② 大 α 下： C_l 骤降；

C_l , $C_{l,max}$ 与 Re (粘性)有关；

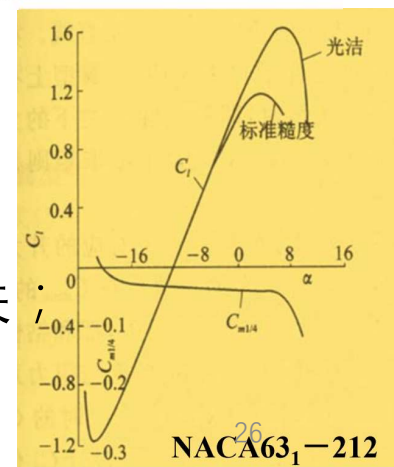
翼型上表面大流动分离区，回流漩涡。

失速(stall)：迎角大于临界迎角 α_{cr} 后， C_l 随 α 增加快速下降，同时阻力大大增加。

大 α 下，

C_l , $C_{l,max}$ 也与粗糙度有关

光洁度 $\uparrow C_{l,max} \uparrow \alpha_{cr} \uparrow$



9.3翼型气动特性 (4.3)

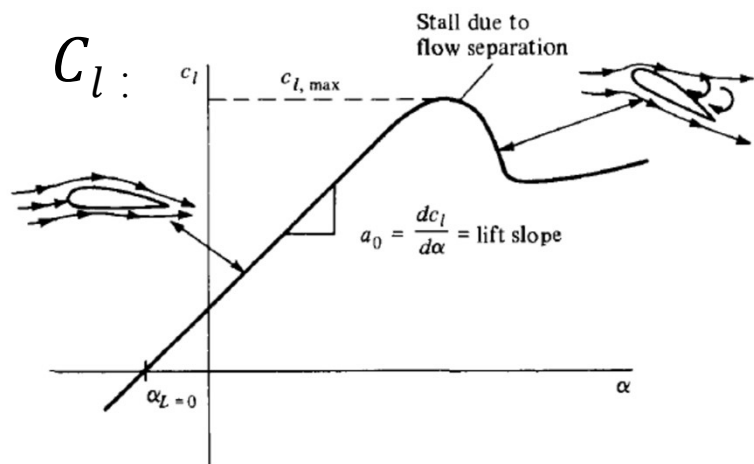
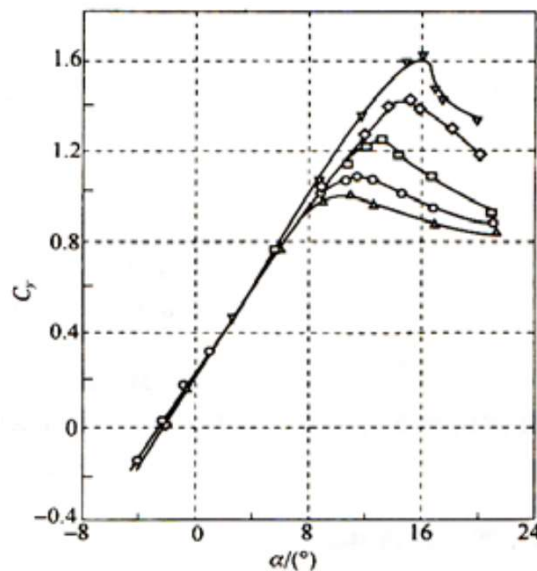


Figure 4.4 Schematic of lift-coefficient variation with angle of attack for an airfoil.



NACA 2412

- ▲ $Re = 8.3 \times 10^4$
- $Re = 3.3 \times 10^5$
- $Re = 6.6 \times 10^5$
- ◇ $Re = 1.3 \times 10^6$
- ▼ $Re = 3.1 \times 10^6$

NACA2412:

$$\alpha_{L=0} = -2.1^\circ \quad (\alpha_{L=0} = -f * 100)$$

$$C_l^\alpha = 0.9 \times 2\pi(1 + 0.8\bar{t})$$

$$C_{l,max} = 1.6, \alpha_{cr} = 16^\circ (Re = 3.1 \times 10^6)$$

③ $\alpha_{L=0}$: 零升 ($C_l = 0$)迎角;

$$\text{小}\alpha\text{下} : C_l = a_0(\alpha - \alpha_{L=0}) ;$$

$\alpha_{L=0}$ 与 Re (粘性)无关 ;

确定升力特性曲线三参数 :

$$\alpha_{L=0}, a_0(C_l^\alpha), C_{l,max}(\alpha_{cr})$$

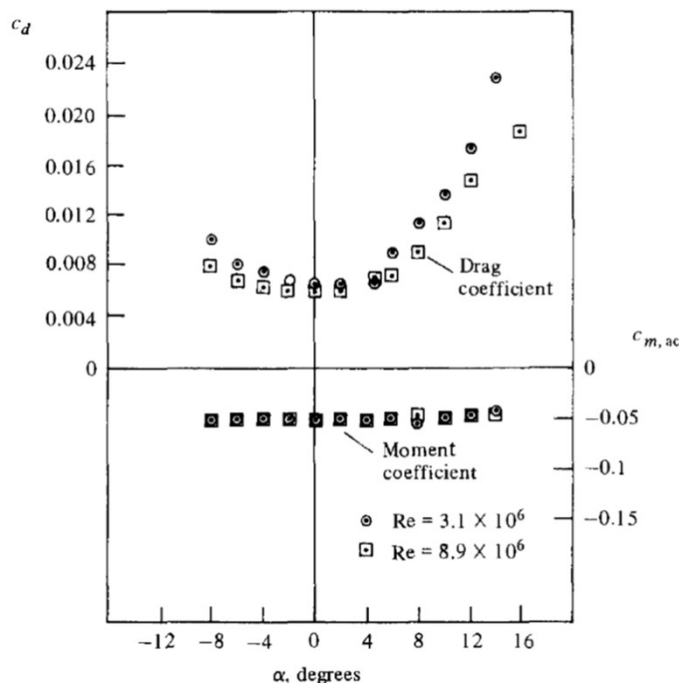
9.3翼型气动特性 (4.3)

C_d :

摩擦阻力

压差阻力

粘性 !



- ① 与 Re 有关, $Re \uparrow C_d \downarrow$;
- ② 小 α 下摩擦阻力为主, C_d 随 α 变化不大;
- ③ 大 α 下流动分离, 压差阻力为主; $\alpha > \alpha_{cr}$ 阻力大增。

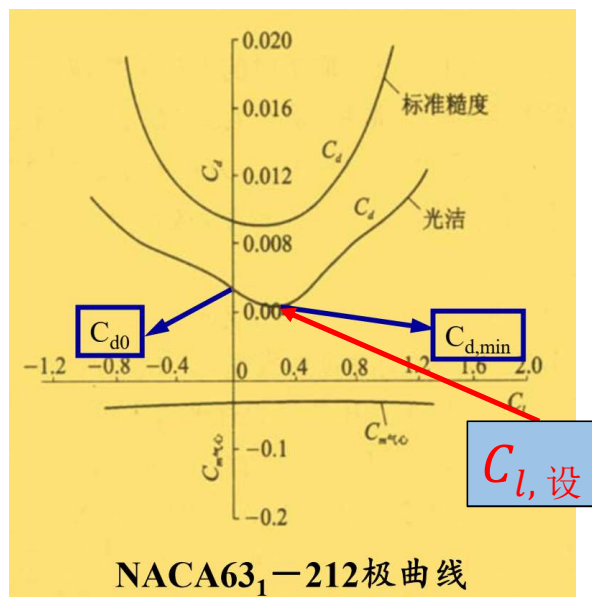
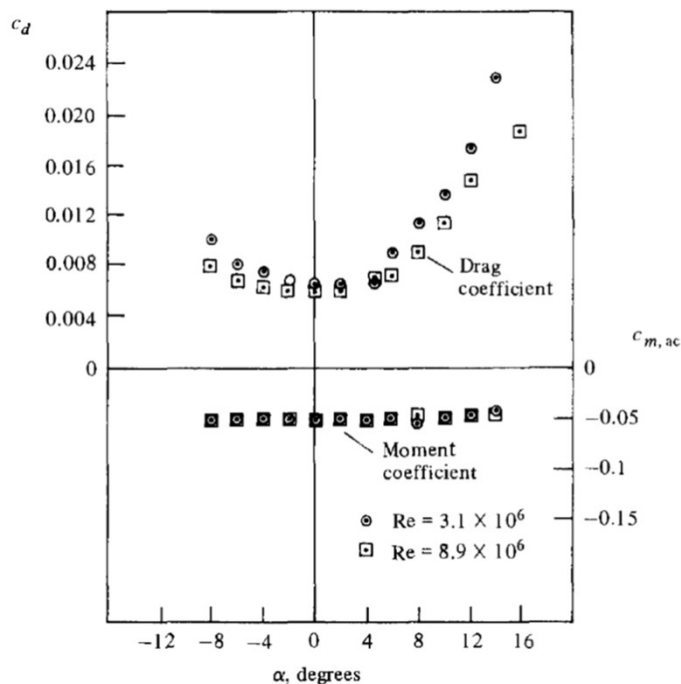
9.3翼型气动特性 (4.3)

C_d :

摩擦阻力

压差阻力

粘性 !



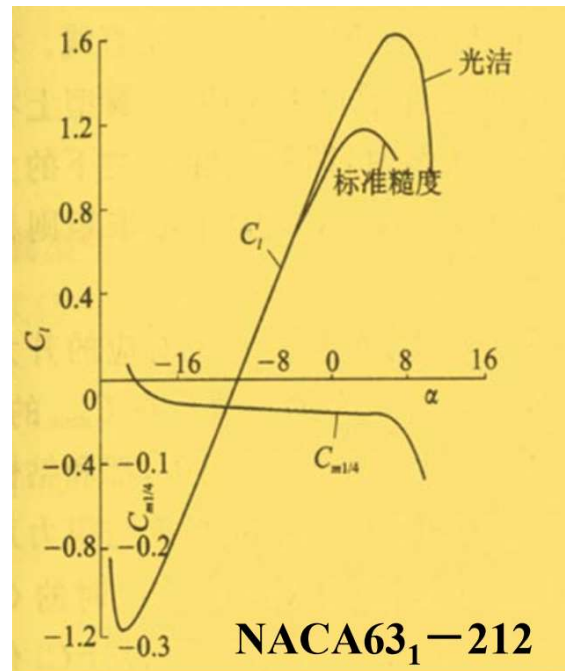
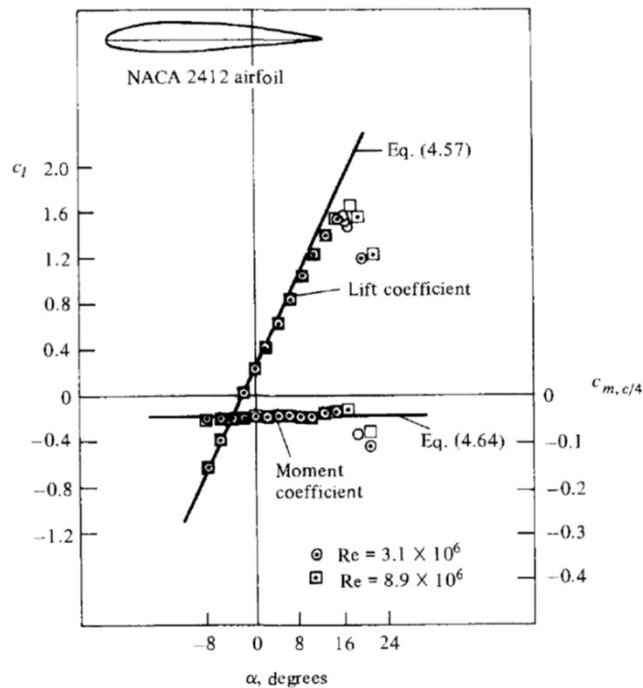
$C_d \sim C_l$
极曲线

④ 粗糙度 $\downarrow C_d \downarrow$ 。

升阻比： $K = C_l / C_d$
(升阻特性重要指标)

9.3翼型气动特性 (4.3)

C_m :



- ① 小 α 下： $C_{m, c/4} = \text{constant}$ ，与 Re 无关；
- ② 大 α 下： $C_{m, c/4}$ 与 Re 有关， $\alpha > \alpha_{cr}$ 低头力矩大增。
(翼型上表面大流动分离区)

9.3翼型气动特性 (4.3)

例5-1 NACA2412翼型弦长 $c=0.64\text{m}$ ，该翼型的 $\alpha_0=-2.1^\circ$ ，升力线斜率 $C_l^\alpha=0.1066/^\circ$ 。标准状态的自由空气流以 $V_\infty=70\text{m/s}$ 的绕过该翼型，产生的升力为 1254N/m 。求，产生该升力对应的迎角 α 。

解：标准状态空气密度 $\rho_\infty = 1.23\text{kg/m}^3$

$$C_l = \frac{L}{\frac{1}{2}\rho V_\infty^2 c} = \frac{1254}{\frac{1}{2} \times 1.23 \times 70^2 \times 0.64} = 0.65$$

$$C_l = C_l^\alpha (\alpha - \alpha_{L=0})$$

$$\alpha = \frac{C_l}{C_l^\alpha} + \alpha_{L=0} = \frac{0.65}{0.1066} - 2.1 = 4^\circ$$

9.3翼型气动特性 (4.3)

例5-2 根据实验数据，NACA2412翼型在 $Re=3.1 \times 10^6$ 时，不同迎角下的升力和阻力系数如下表所示。计算和比较不同迎角下的升阻比。

$\alpha(^{\circ})$	C_l	C_d	$K = C_l/C_d$
0	0.25	0.0065	38.5
4	0.65	0.0070	93
8	1.08	0.0113	96
12	1.44	0.017	85

实际飞机升阻比约10~20。

9.3翼型气动特性 (4.3)

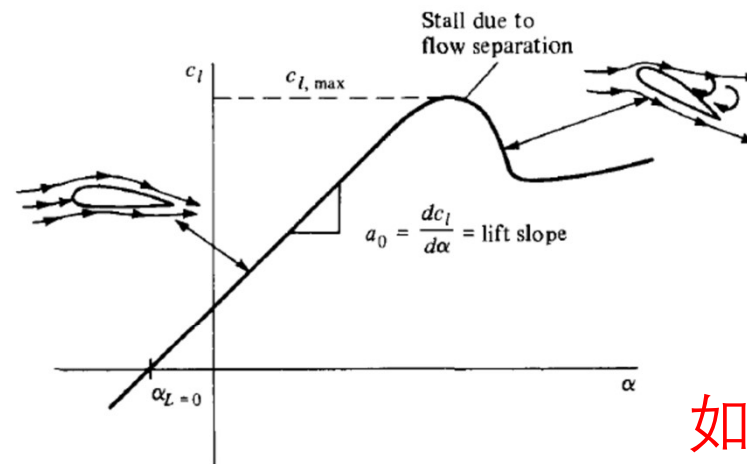
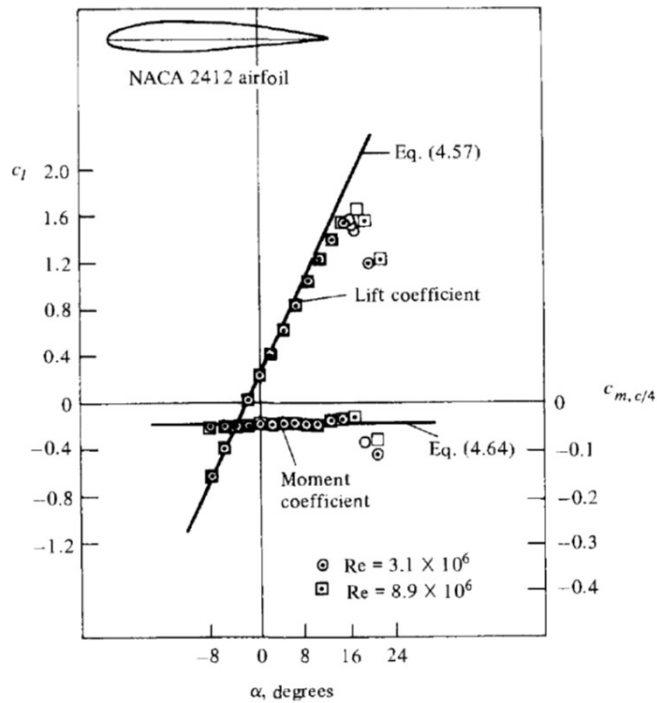
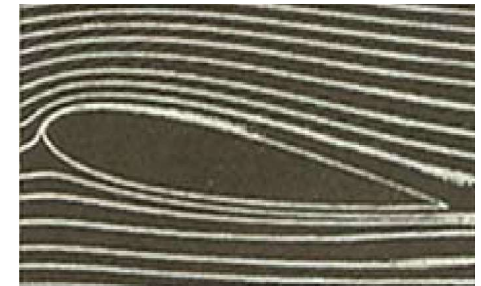


Figure 4.4 Schematic of lift-coefficient variation with angle of attack for an airfoil.

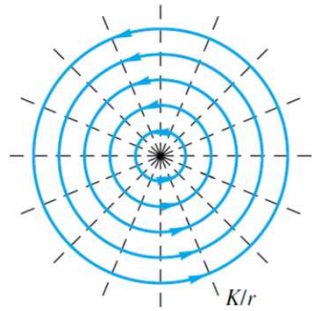


如何建立无粘翼型扰流？？

小迎角，翼型表面无分离， C_l 与 Re 无关；
边界层外流动为无粘流 $\rightarrow C_l$ 。

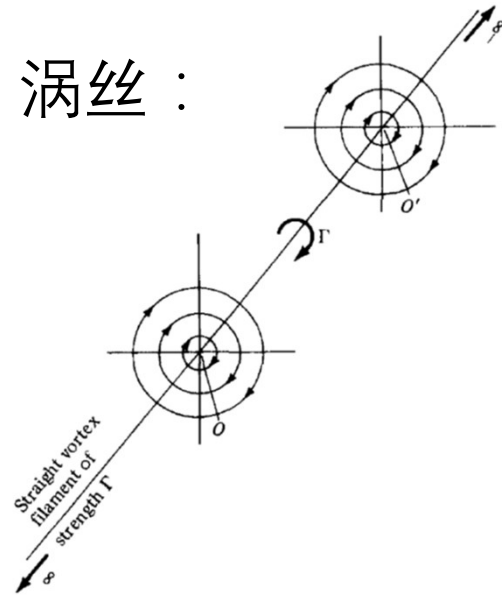
9.4 涡面理论 (4.4)

① 点涡：



$$V_{\theta} = \frac{\Gamma}{2\pi r} = \frac{K}{r}$$

② 涡丝：



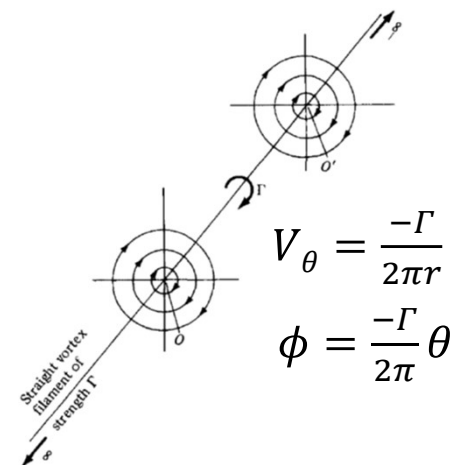
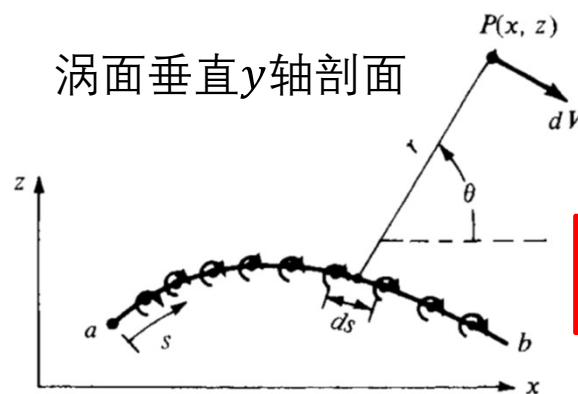
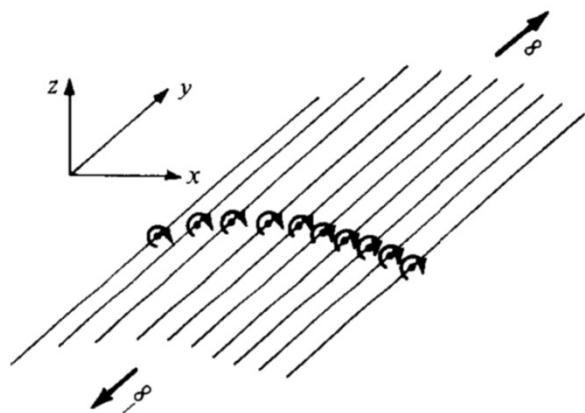
过o点，两端无线延伸，强度为 Γ 的直线涡丝。

顺时针 $\Gamma > 0$ 。

$$V_{\theta} = \frac{-\Gamma}{2\pi r} \quad \phi = \frac{-\Gamma}{2\pi} \theta$$

9.4 涡面理论 (4.4)

③ 涡面： 无穷多条涡丝，排列一起，形成涡面。



$$\phi(x, z) = -\frac{1}{2\pi} \int_a^b \gamma(s) \theta ds$$

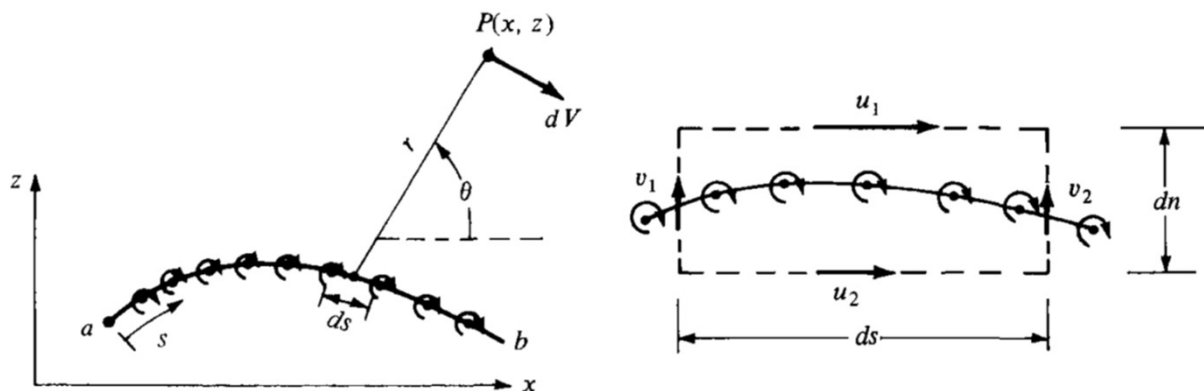
$\gamma(s)$ ：沿 s 单位长度涡面强度。

微元 ds 涡强 $\gamma(s)ds$ ，在 P 处诱导速度 $d\vec{V} = \frac{-\gamma(s)ds}{2\pi r}$ ，速度势函数 $d\phi = \frac{-\gamma(s)ds}{2\pi} \theta$ 。

整个涡面在某点 (x, z) 速度势函数 $\phi(x, z) = - \int_a^b \frac{\gamma(s)\theta}{2\pi} ds$

9.4 涡面理论 (4.4)

③ 涡面： 跨涡面速度关系：跨涡面切向速度差=涡面当地强度



涡面上下切向速度不连续。

$$\begin{aligned} \text{绕封闭虚线环量: } \Gamma &= v_1 dn + u_1 ds - v_2 dn - u_2 ds \\ &= (u_1 - u_2) ds + (v_1 - v_2) dn \end{aligned}$$

$$\Gamma = \gamma(s) ds \quad \longrightarrow \quad \gamma(s) ds = (u_1 - u_2) ds + (v_1 - v_2) dn$$

$$\text{涡面 } dn \rightarrow 0 \quad \longrightarrow \quad \gamma(s) ds = (u_1 - u_2) ds$$

$$\gamma(s) = (u_1 - u_2)$$

作业：

复习笔记！

空气动力学书4.1