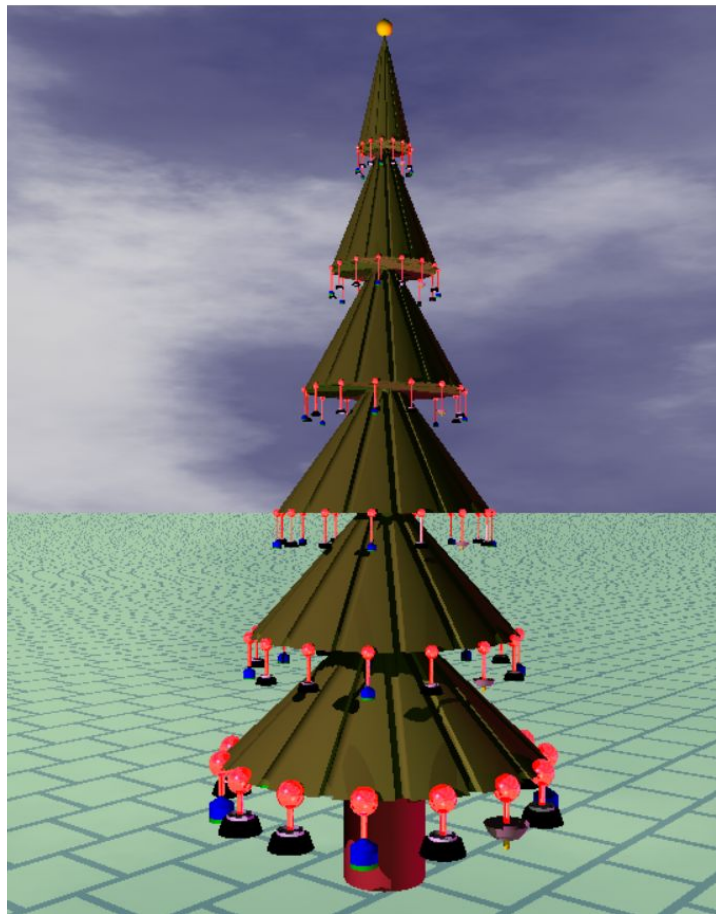


Modélisation 3D

Un sapin de Noël



BOUCQUEMONT Lucie - GENTON Emilie

8 février 2021

SOMMAIRE

INTRODUCTION.....	3
I - ARBRE C. S. G. D'UN ÉTAGE AVEC $N = 3$	3
II - CONSTRUCTION DES LATHES.....	6
III - LES GUIRLANDES.....	8
A - Guirlandes simples.....	8
B - Guirlandes électriques.....	11
CONCLUSION.....	12

TABLES DES FIGURES

Figure 1 : Arbre C.S.G d'un étage avec $n=3$	5
Figure 2 : $n=3$ (Trois cylindres et 3 boules) à gauche et $n=15$ à droite.....	5
Figure 3 : Premier objet : Points de la 1ère lathe en violet, 2ème lathe en gris.....	6
Figure 4 : Deuxième et troisième objet chacun composé de 2 lathes différentes.....	7
Figure 5 : Résultat obtenu pour les trois objets.....	7
Figure 6 : Les trois objets différents placés sur le sapin à 1 étage.....	8
Figure 7 : schéma des courbes de Bézier vue du dessus pour le 1er étage.....	9
Figure 8 : schéma des courbes de Bézier vue en 3 dimensions pour le 1er étage.....	10
Figure 9 : exemple de guirlandes avec gestion aléatoire de la couleur.....	10
Figure 10 : A gauche, toutes les guirlandes - A droite, la guirlande électrique.....	11
Figure 11 : position des points pour l'étage 1, vue du dessus.....	12

INTRODUCTION

Lors de ce projet, il nous est demandé d'écrire un programme POV RAY afin de modéliser un sapin de Noël. Cet arbre devra comporter un tronc et p étages, ces étages symbolisés par un cône avec n cylindres qui permettront de mettre en relief les branches. De plus, il nous est demandé d'ajouter des sphères munies de ficelles avec au bout une lathe présentes sur chaque branche ainsi que des guirlandes dont une munie de boules clignotantes. Le but de ce projet est de mettre en application les connaissances acquises dans la maîtrise de ce logiciel et dans le domaine de la trigonométrie.

Dans un premier temps, nous expliquerons comment nous avons créé le sapin via un arbre de C.S.G. Pour continuer, nous nous intéresserons à la construction des différentes lathes dont nous avons eu besoin. Pour finir, nous nous pencherons sur la réalisation des guirlandes.

I - ARBRE C. S. G. D'UN ÉTAGE AVEC $N = 3$

Dans un premier temps, nous avons donc réalisé l'arbre C.S.G. correspondant, pour un sapin avec un étage et n cylindres et sphères. Pour commencer, nous avons listé toutes les formes devant apparaître dans l'arbre :

ÉLÉMENT DU SAPIN	FORME
Tronc	Cylindre
Premier étage	Cône
Branches (x3)	Cylindre (x3)
Boules (x3)	Sphère (x3)

Ensuite, nous expliquons comment nous avons réalisé le premier étage du sapin, sachant que cela reste valable pour tous les autres étages.

Pour le cylindre du tronc, nous l'avons positionné en <0,0,0> et nous avons défini une hauteur de 3 et un diamètre à 2.

Pour construire les branches, nous prenons un cône auquel, pour matérialiser les branches, nous effectuons une différence entre celui-ci et un nombre défini de cylindres. Pour calculer leurs rotations, nous calculons un θ de cette manière : $\theta = \frac{2\pi j}{nbCylindreSapin}$ avec nbCylindreSapin correspondant au nombre total de cylindres utilisés pour “construire” les branches et j le nombre de cylindres qui varie entre 0 et nbCylindreSapin-1. Grâce à cette valeur, nous pouvons calculer les coordonnées des points composant chaque cylindre avec :

$$P1 (rayonC \times \cos(\theta) ; rayonC \times \sin(\theta) ; monZ)$$

$$P2 (rayonC2 \times \cos(\theta) ; rayonC2 \times \sin(\theta) ; monZ2)$$

Le rayon des deux points constituant chaque cylindre est adapté en fonction de l'étage du sapin et du rayon du cône. Les rayons rayonC et rayonC2 sont calculés automatiquement en fonction de l'étage.

Concernant les boules de Noël, leurs caractéristiques sont également calculées en fonction de l'étage du sapin. Ainsi leur rayon, θ et la position de Z sont calculés pour chaque étage. Le θ est d'ailleurs calculé en fonction de la boule afin de pouvoir la placer de manière précise sur le sapin avec une rotation qui permet de décaler les boules entre chaque stries de sapin. Ce qui nous donne comme calcul : $\theta_2 = \frac{2\pi k}{nbBoulesSapin} + rotation$.

Nous avons maintenant défini tous les éléments composant un étage du sapin. Celui-ci est construit suivant l'arbre C.S.G de la figure 1.

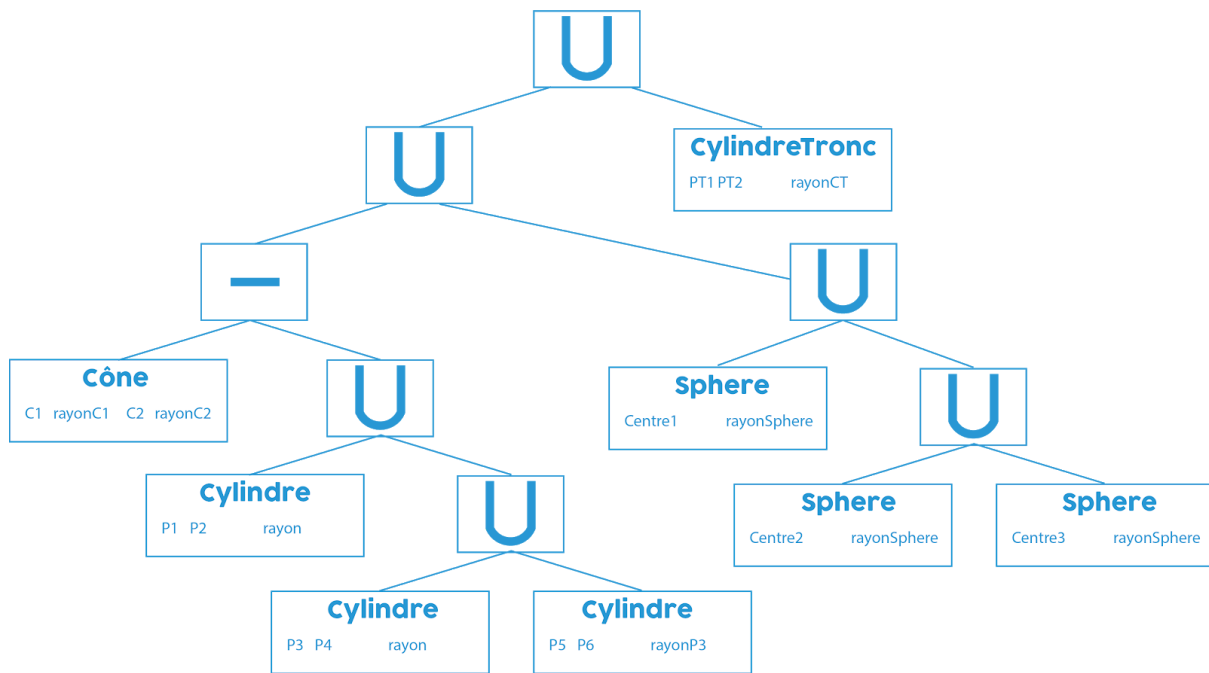


Figure 1 : Arbre C.S.G d'un étage avec $n=3$

Voici ce que nous obtenons pour un sapin avec

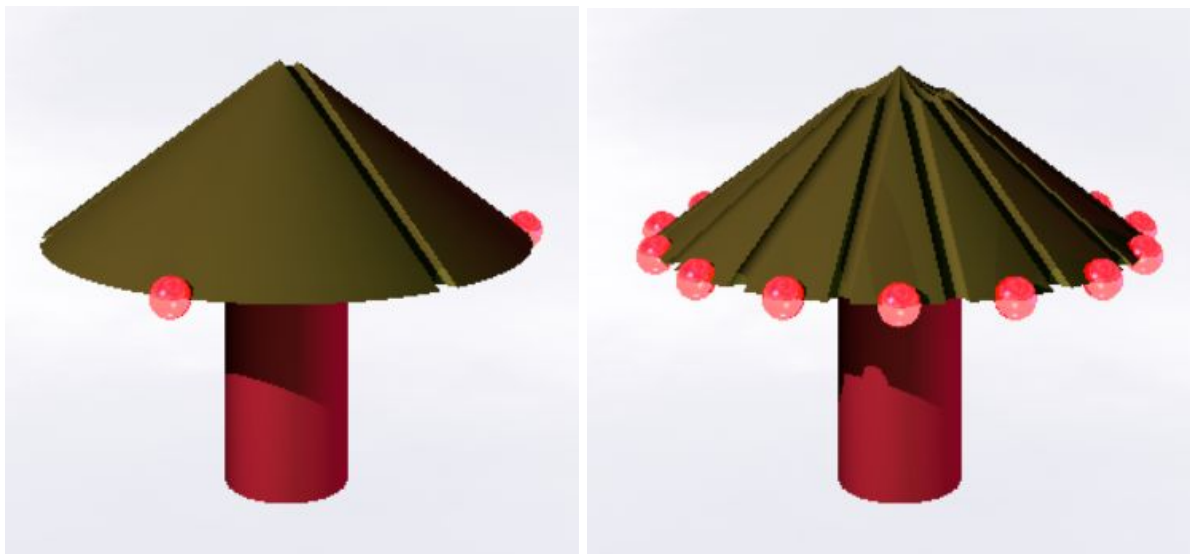
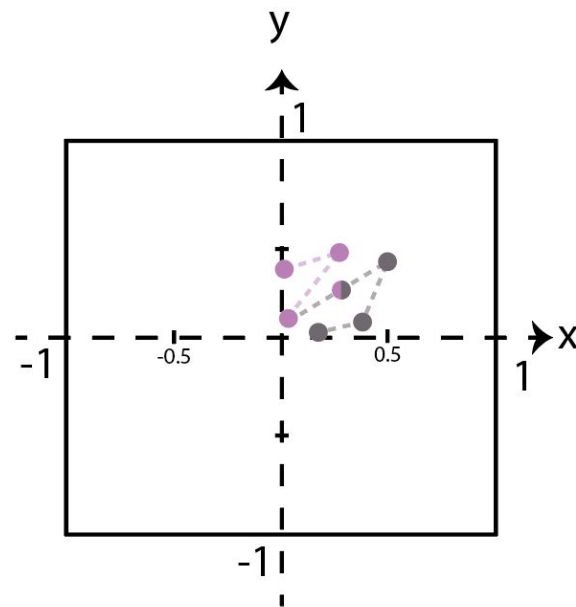


Figure 2 : $n=3$ (Trois cylindres et 3 boules) à gauche et $n=15$ à droite

Sur la figure 2, nous visualisons le résultat de la modélisation du sapin tout en respectant l'arbre mis en place et les critères demandés. Comme nous pouvons le voir, cette manière de construire le sapin permet de généraliser à n boules et stries.

II - CONSTRUCTION DES LATHES

Pour cette partie, nous avons utilisé des lathes pour habiller les cylindres accrochés aux boules. Tout d'abord, nous allons expliquer ce qu'est une jointure G^1 , avec l'alignement de 3 points. Pour ce faire, nous avons fait l'union de deux surfaces de révolution que nous créons à l'aide de deux lathes. Nous avons utilisé *linear_spline* afin de pouvoir que la courbe soit tournée autour de l'axe des Y. En effet, nous nous plaçons dans le plan $z=0$, puis nous spécifions 4 points pour pouvoir tracer notre surface de révolution. Pour notre premier objet, voici ce que nous obtenons :



Points des lathes pour $i=0$

Figure 3 : Premier objet : Points de la 1ère lath en violet, 2ème lath en gris

La jointure G^1 est permise par le point bicolore. Nous faisons donc l'union de ces deux lathes grâce à ce point pour créer un objet plus complexe et dont nous pouvons différencier les différents éléments par des couleurs, comme nous l'avons fait pour notre projet.

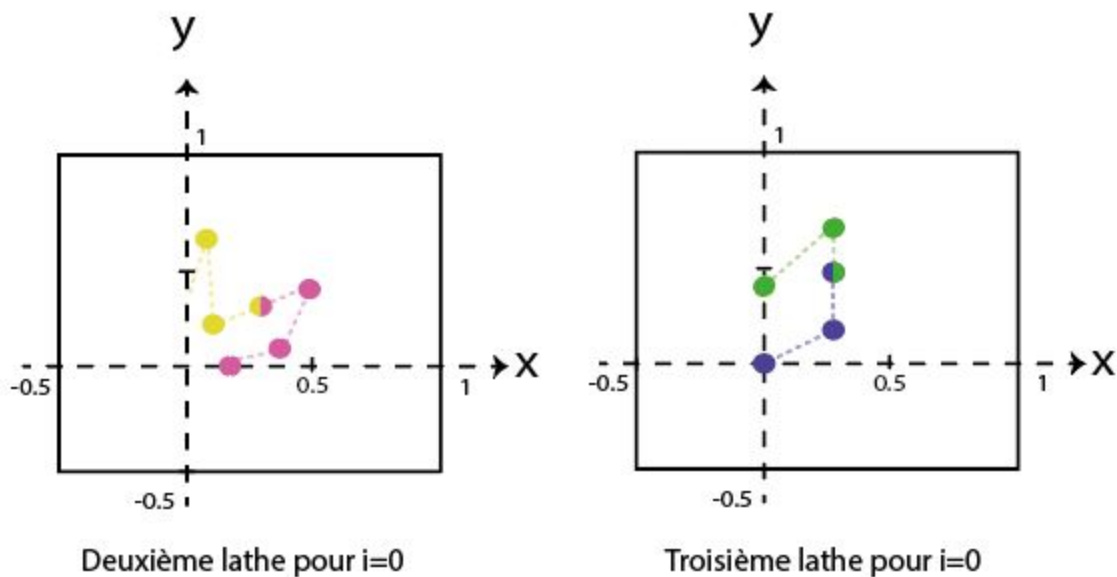


Figure 4 : Deuxième et troisième objet chacun composé de 2 lathes différentes

Pour le deuxième, et le troisième objet, nous avons procédé de la même manière en positionnant les points différemment, faisant en sorte que les deux points autour de la jointure soient alignés ce qui donne lorsque nous compilons les trois formes :

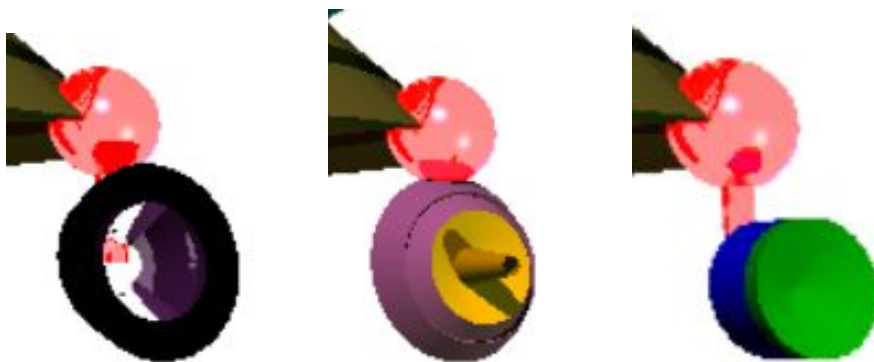


Figure 5 : Résultat obtenu pour les trois objets

Nous retrouvons ainsi les trois objets définis par les lathes. Ceux-ci sont positionnés grâce à des modules afin de permettre une alternance entre ceux-ci. Par la suite, nous avons effectué une rotation sur l'axe des x de -90 degrés afin de bien les placer, la tête vers le bas.

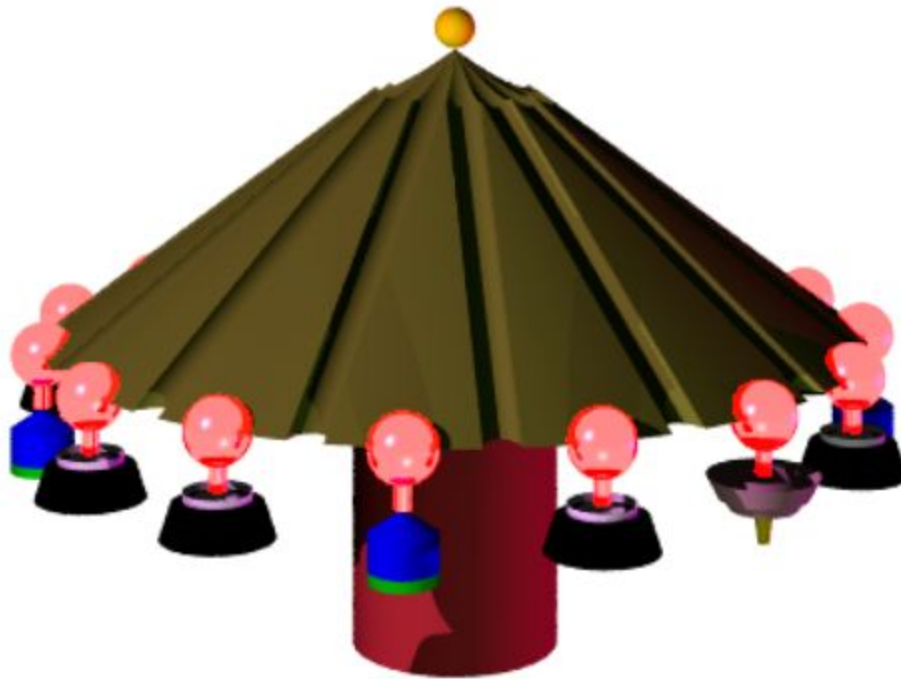


Figure 6 : Les trois objets différents placés sur le sapin à 1 étage

III - LES GUIRLANDES

A - Guirlandes simples

Pour réaliser les guirlandes, nous avons utilisé les courbes de Bézier avec 4 points de contrôle allié à des jointures G^1 . Pour ce faire, nous avons utilisé les polynômes de Bernstein de degré 4.

Pour ce faire, nous avons créé deux tableaux différents, le premier contenant des points de contrôle P_0, P_1, P_2, P_3 et P_4 et le deuxième avec M_0, M_1, M_2, M_3 et M_4 . Dans un premier temps, nous calculons les polynômes de Bernstein que nous stockons dans un nouveau tableau grâce à la formule suivante :

$$\overrightarrow{\Omega M} = B_0(t)\overrightarrow{\Omega P_0} + B_1(t)\overrightarrow{\Omega P_1} + B_2(t)\overrightarrow{\Omega P_2} + B_3(t)\overrightarrow{\Omega P_3} + B_4(t)\overrightarrow{\Omega P_4}$$

avec

$$B_0(t) = (1-t)^4, B_1(t) = 4t(1-t)^3, B_2(t) = 6t^2(1-t)^2, B_3(t) = 4t^3(1-t) \text{ et } B_4(t) = t^4$$

t étant compris entre 0 et 1, nous faisons une boucle où nous répétons cette formule en fonction du nombre de cylindres que nous souhaitons créer (les cylindres permettant de relier les points).

Nous avons décidé de créer une fonction permettant de générer une guirlande, qui est composée de 2 courbes de Bézier, pour un étage donné. Nous avons utilisé une jointure G^1 en alignant les points P3, P4=M0 et M1. Ainsi, nous pouvons choisir l'étage, la couleur souhaitée et l'épaisseur de la guirlande. Ainsi, pour le premier étage, nous avons positionné les points comme la figure ci-dessous :

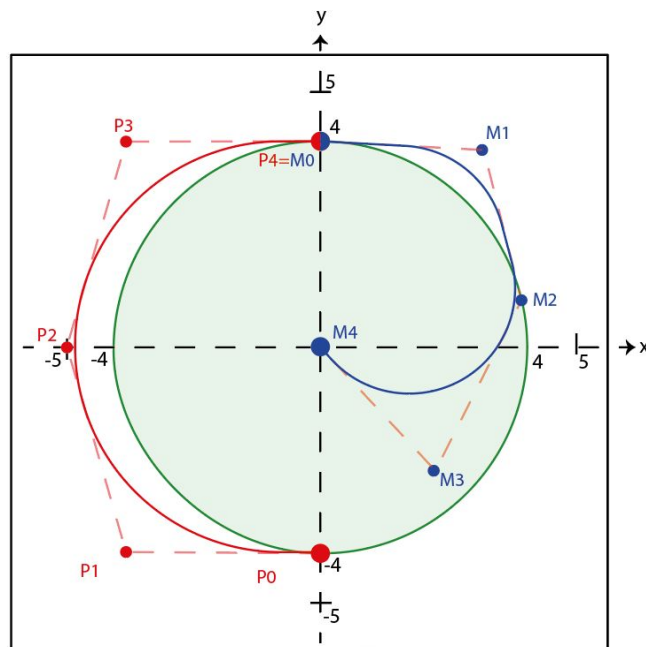


Figure 7 : schéma des courbes de Bézier vue du dessus pour le 1er étage

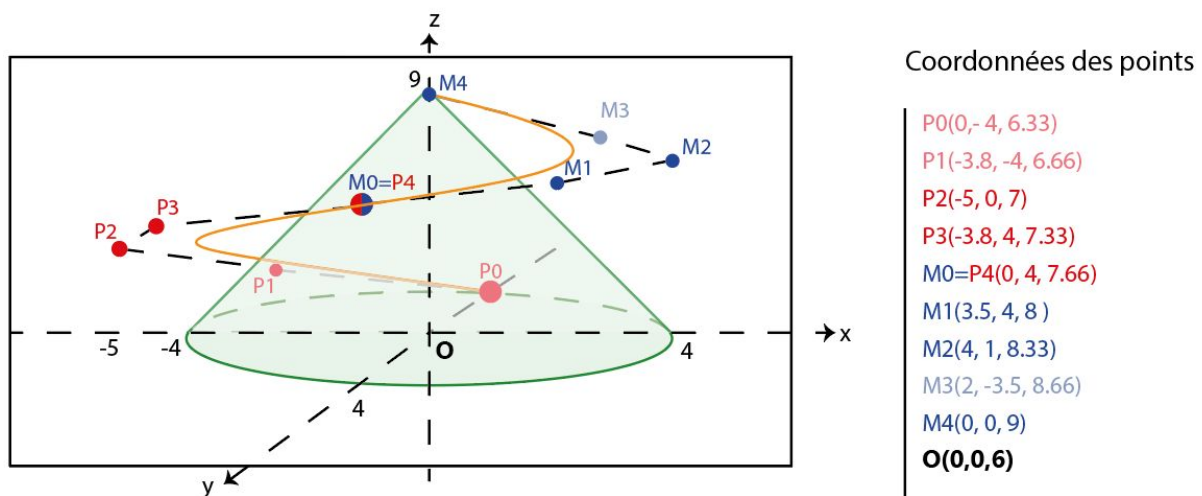


Figure 8 : schéma des courbes de Bézier vue en trois dimensions pour le 1er étage

Ainsi, Povray tracera ces courbes de Bézier en considérant plusieurs paramètres en fonction de l'étage. Les différents points de contrôle s'adapteront automatiquement selon l'étage, ce qui nous permet de positionner différemment les guirlandes :



Figure 9 : exemple de guirlandes avec gestion aléatoire de la couleur

Par ailleurs, les points P0 et M3 sont positionnés sur le sapin, avec P0 à sur le rebord du cône et M3 sur le sommet de celui-ci, comme nous pouvons le constater sur la figure 7 et la figure 8.

Le dernier étage ne possède pas de guirlande, mais une petite boule sur son sommet pour le décorer.

B - Guirlandes électriques

Maintenant que nous avons construit nos guirlandes, nous en créons une autre qui aura des sphères à chaque extrémité de cylindre qui changeront de couleurs afin de pouvoir créer un gif. Celle-ci sera composée de courbes de Bézier de degré 2, donc composé de trois points. Dans la figure X, nous avons généré une guirlande électrique avec des courbes de Bézier de degré 4.



Figure 10 : A gauche, toutes les guirlandes - À droite, la guirlande électrique

Nous avons donc, comme expliqué précédemment, utilisé les polynômes de Bernstein mais cette fois de degré 2.

$$\overrightarrow{\Omega M} = B_0(t)\overrightarrow{\Omega P_0} + B_1(t)\overrightarrow{\Omega P_1} + B_2(t)\overrightarrow{\Omega P_2}$$

$$\text{avec } B_0(t) = (1-t)^2, B_1(t) = 2t(1-t), B_2(t) = t^2$$

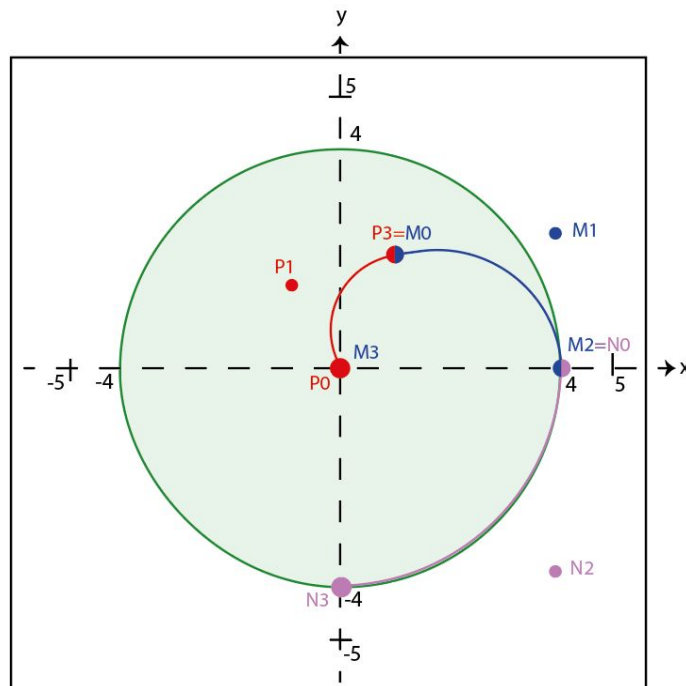


Figure 11 : position des points pour l'étage 1, vue du dessus

Pour réaliser l'animation de la guirlande électrique, nous avons créé un fichier .ini qui permet de définir tous les paramètres nécessaires pour animer notre sapin. Nous avons donc défini le début à 0 et la fin de la variable *clock* à 20 ainsi que le nombre de frames à 30. La variable *Cyclic_Animation* a été activée et nous avons fait boucler l'animation. De plus, nous avons lié les deux fichiers grâce à la commande *Input_File_Name*. Pour simuler l'alternance des couleurs et donc le clignotement, nous avons utilisé un modulo qui en fonction de la *clock* coloriera les sphères en rouge ou en vert. Celles-ci sont d'ailleurs placées à la jointure. Vous pourrez trouver ci-joint un gif du sapin (main.gif) avec la guirlande électrique.

CONCLUSION

Pour conclure, nous avons pu réaliser un sapin qui comprenait des paramètres pouvant changer comme le nombre d'étages, le nombre de sphères à afficher ou encore le nombre de cylindres faisant les stries des branches. De plus, nous avons pu appliquer les notions théoriques vues pendant les cours magistraux ou encore les TD, notamment en utilisant les courbes de Bézier avec les polynômes de Bernstein. Nous avons pu découvrir le logiciel Povray et apprendre comment l'utiliser pour réaliser des formes de bases comme des formes plus complexes.