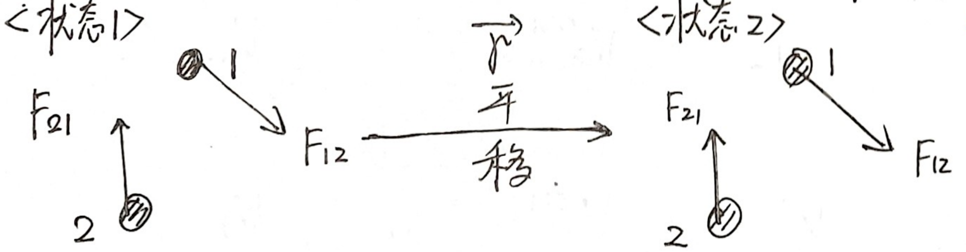
对称性与守恒律

(U) 1. 空间平移不变性 $\Rightarrow$ 动量守恒（牛三定律）.



* U 仅与相对位置有关
与绝对位置 {平移后 旋转后
与时间平移与否
均无关

F_{12} 为1受到2给的力. F_{21} 同理.

从<状态1>到<状态2>. 只有空间发生了平移.

由空间平移不变性可知 $U_1 = U_2$（两体系统势能不变）.

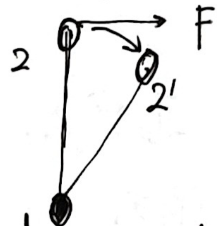
$$\Delta U = (-\vec{F}_{12}\cdot\vec{r}) + (-\vec{F}_{21}\cdot\vec{r}) = -(\vec{F}_{12}+\vec{F}_{21})\cdot\vec{r} = 0.$$

对于任意的 $\vec{r}$ 均成立. 所以 $\vec{F}_{12}+\vec{F}_{21}=0$.

$$\frac{d\vec{p}_1}{dt} + \frac{d\vec{p}_2}{dt} = \frac{d(\vec{p}_1+\vec{p}_2)}{dt} = \frac{d\vec{P}}{dt} = 0 \Leftrightarrow \vec{P} \text{ 守恒}.$$

(U) 2. 空间旋转不变性 $\Rightarrow$ 角动量守恒（力矩为 $\vec{0}$）

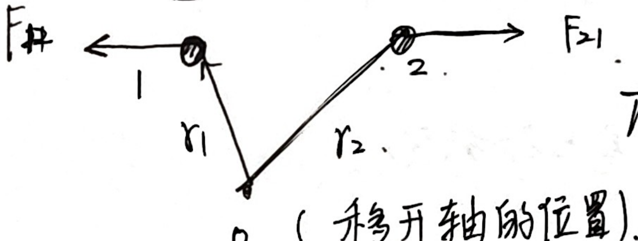
仅存在有心力（共线）.



若存在切向力 $\vec{F}$.

$\Delta U = -\vec{F}\cdot\Delta\vec{s} = 0$. 且 $\vec{F} \parallel \Delta\vec{s} \Rightarrow \vec{F}=0$

[$\vec{M} = \frac{d\vec{J}}{dt} = 0 \Rightarrow \vec{J}$ 守恒] 作用力与物体连线共线 *



（移开轴的位置）.

$\vec{M}_1 = \vec{r}_1\times\vec{F}_{12}$; $\vec{M}_2 = \vec{r}_2\times\vec{F}_{21}$

$\vec{M} = \vec{M}_1 + \vec{M}_2 = \vec{r}_1\times\vec{F}_{12} - \vec{r}_2\times\vec{F}_{12} = \vec{r}_{12}\times\vec{F}_{12} = 0$

$\vec{M} = \frac{d\vec{J}}{dt} = 0 \Rightarrow \vec{J}$ 守恒

(U) 3. 时间平移不变性 $\Rightarrow$ 能量守恒？ （可逆）.

* 此外 保守系的运动规律（$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$）具有时间反演不变性

即 令 $\vec{p}' = -\vec{p}$, $t' = -t$ 时 $\frac{d\vec{p}'}{dt'} = \frac{d\vec{p}}{dt}$ 且 $\vec{F}' = \vec{F} \Rightarrow \vec{F}' = \frac{d\vec{p}'}{dt'}$

（速度反向，方程不变. 轨迹相同）.