力学及其两个模型

(一) 力学：运动学 + 动力学 + 静力学

物体：$\xrightarrow[\text{忽略形变}]{}$ 刚体 $\xrightarrow[\text{忽略大小}]{\text{没有转动}}$ 质点

(二)

1 质点的运动

一维：直线运动

二维：平面运动（eg 抛体 圆周）

三维：较少讨论

公式类比关系

2 刚体的~~运~~转动

一维：定轴转动

二维：eg 进动（轴绕轴转）

三维：eg 章动（轴绕的轴也在转）

刚体 平面平行运动 (2+1)

- 质心的二维平面平动 2个自由度
- 绕质心轴的一维定轴转动 1个自由度

轴的横向平动导致

瞬时转动中心与质心轴分离

3 质点的平衡（无平动）

合外力为0

4 刚体的平衡（无平动也无转动）

合外力为0 且（对任意轴）合外力矩为0

*可以证明，在 $F_{外}=0$ 时 存在一个轴 $M_{外}=0$

则其它轴均为0

(三) 质点直线运动 与 刚体定轴转动之类比

1 动力学公式

$$J_{//} = I\omega \qquad p = mv$$

$$M_{外//} = \frac{dJ_{//}}{dt} = I\frac{d\omega}{dt} \qquad F_{外} = \frac{dp}{dt} = m\frac{dv}{dt}$$

$$\int_0^t M_{外//}dt = I(\omega-\omega_0) \qquad \int_0^t F_{外}dt = m(v-v_0)$$

$$A = \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} M_{外//}d\varphi \qquad A = \int_{x_1}^{x_2} F_{外}\cdot dx$$

$E_k=\frac{1}{2}I\omega^2$.　　　　$E_k=\frac{1}{2}mv^2$.

$E_p=mgh_c$.　　　　$E_p=mgh$.

2. "匀加速运动".

运动学公式

$\omega=\omega_0+\beta t$.　　　　$v=v_0+at$.

$\varphi=\frac{1}{2}\beta t^2$.　　　　$x=\frac{1}{2}at^2$.

$\omega_t^2-\omega_0^2=2\beta\varphi$.　　　　$v_t^2-v_0^2=2ax$.

(四) 平面平行运动为二者之综合

动力学 $\begin{cases} F=m\dfrac{dv_c}{dt} \Longrightarrow \text{动量守恒} \\ M=I_c\dfrac{d\omega}{dt} \Longrightarrow \text{角动量守恒} \end{cases}$

机械能 $\begin{cases} E_p=mgh_c \\ E_k=\frac{1}{2}I_c\omega^2+\frac{1}{2}mv_c^2 \Longleftarrow \text{两部分!} \end{cases}$

(五) 两个补充证明.一个说明.

1. $\vec{M}=\frac{d\vec{J}}{dt}$ 在一切惯性系成立. $\vec{r}'=\vec{R}+\vec{r}$. $\vec{v}'=\vec{v}_0+\vec{v}$

$\vec{M}'=\vec{r}'\times\vec{f}=\vec{R}\times\vec{f}+\vec{r}\times\vec{f}$　　$\vec{J}'=m(\vec{R}+\vec{r})\times(\vec{v}_0+\vec{v})$

$\vec{M}'=\vec{M}+\vec{R}\times\vec{f}$.

$$\frac{d}{dt}\vec{J}'=m\Big[\underbrace{\big(\tfrac{d}{dt}\vec{R}\big)\times\vec{v}_0}_{=\vec{v}_0\times\vec{v}_0=0}+\underbrace{\big(\tfrac{d}{dt}\vec{R}\big)\times\vec{v}}_{=\vec{v}_0\times\vec{v}}+\underbrace{\vec{R}\times\big(\tfrac{d}{dt}\vec{v}\big)}_{\times m\ \Rightarrow\ =\vec{R}\times\vec{f}}+\underbrace{\frac{d\vec{r}}{dt}\times\vec{v}_0}_{=\vec{v}\times\vec{v}_0}+\underbrace{\frac{d\vec{r}}{dt}\times\vec{v}}_{=\vec{v}\times\vec{v}=0}+\underbrace{\vec{r}\times\frac{d\vec{v}}{dt}}_{\times m\ \Rightarrow\ =\vec{r}\times\vec{f}=\vec{M}}\Big]$$

$=\vec{M}'=\vec{R}\times\vec{f}+\vec{M}$

2. $\vec{F}=\sum\vec{f}=0$. $\vec{M}_0=\sum\vec{r}_i\times\vec{f}_i=0$.(以特轴代任意.)

$\vec{M}_1=\sum(\vec{r}_i+\vec{R})\times\vec{f}_i=\sum\vec{r}_i\times\vec{f}_i+\vec{R}\times\sum\vec{f}_i=\vec{M}_0+\vec{R}\times\vec{F}=\vec{M}_0$

故.在 $\vec{F}=0$ 条件下 $\vec{M}_1=\vec{M}_0$.

3. 

外加力矩 $\vec{M}$ 在定轴条件下仅能改变 $J_{//}$.故只考虑 $J_{//}$.

(不算轴约束)