

Enseignes et afficheurs à LED

# Circuits logiques combinatoires



Dr. Mamadou Lamine Ndiaye

# Circuits logiques combinatoires



**Dr. Mamadou Lamine Ndiaye**

- Éléments de base des systèmes logiques
- Algèbre de BOOLE
- Portes logiques
- Expression mathématique d'une fonction logique
- Propriétés de l'Algèbre de BOOLE

# Éléments de base des systèmes logiques



Codage des informations dans les circuits numériques :

- 2 niveaux de tension
- 2 états logiques
- système binaire : **0** et **1**

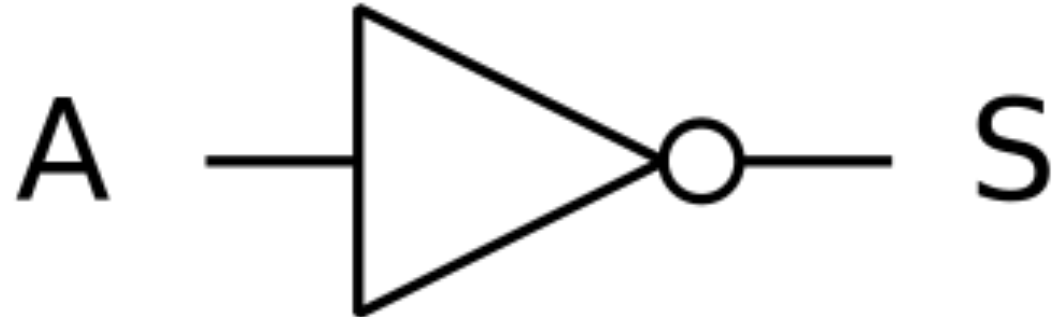
*Exemple en technologie TTL :*

- 0 correspond à une tension entre 0 et 0,8 Volt
- 1 correspond à une tension entre 2,4 et 5 Volt

- Outil mathématique pour représenter les systèmes logiques
- Conçue autour d'**opérateurs logiques** :
  - Le complément logique : **NON**
  - Le **OU** logique
  - Le **ET** logique

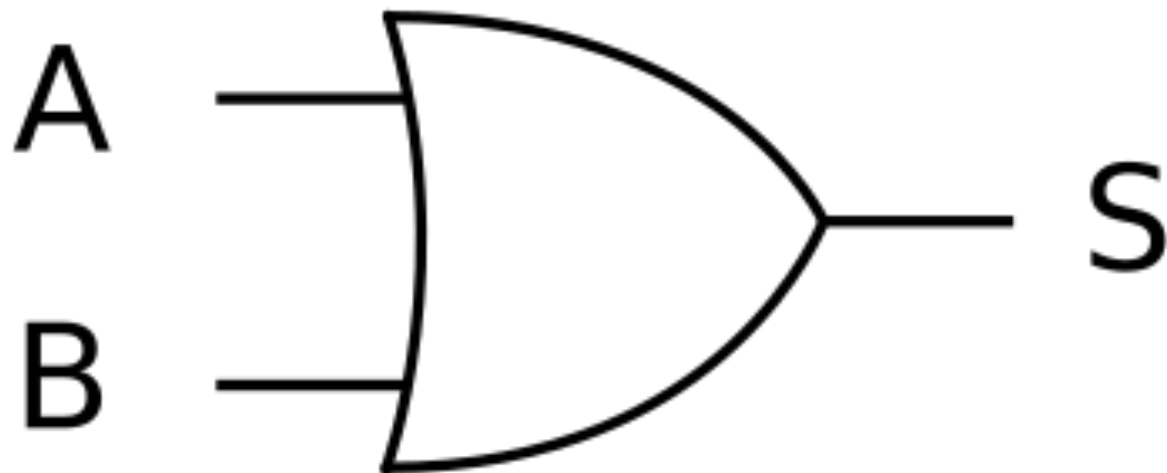
# Porte NON



Fonction	Symbole	Equation	Table de vérité						
<b>NON</b>		$S = \overline{A}$	<table><tr><th>A</th><th>S</th></tr><tr><td>0</td><td>1</td></tr><tr><td>1</td><td>0</td></tr></table>	A	S	0	1	1	0
A	S								
0	1								
1	0								

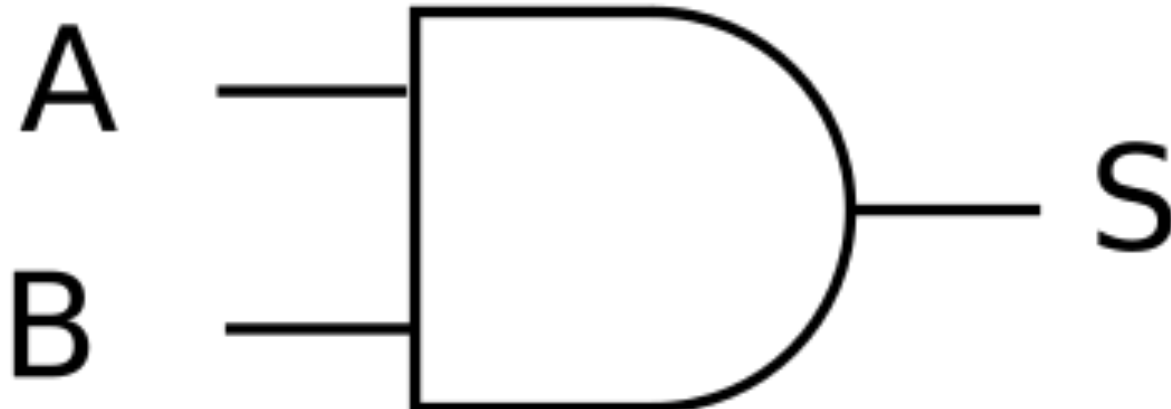
# Porte OU



Fonction	Symbole	Equation	Table de vérité															
<b>OU</b>		$S = A + B$	<table><tr><th>A</th><th>B</th><th>S</th></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>0</td><td>1</td><td>1</td></tr><tr><td>1</td><td>0</td><td>1</td></tr><tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr></table>	A	B	S	0	0	0	0	1	1	1	0	1	1	1	1
A	B	S																
0	0	0																
0	1	1																
1	0	1																
1	1	1																

# Porte ET

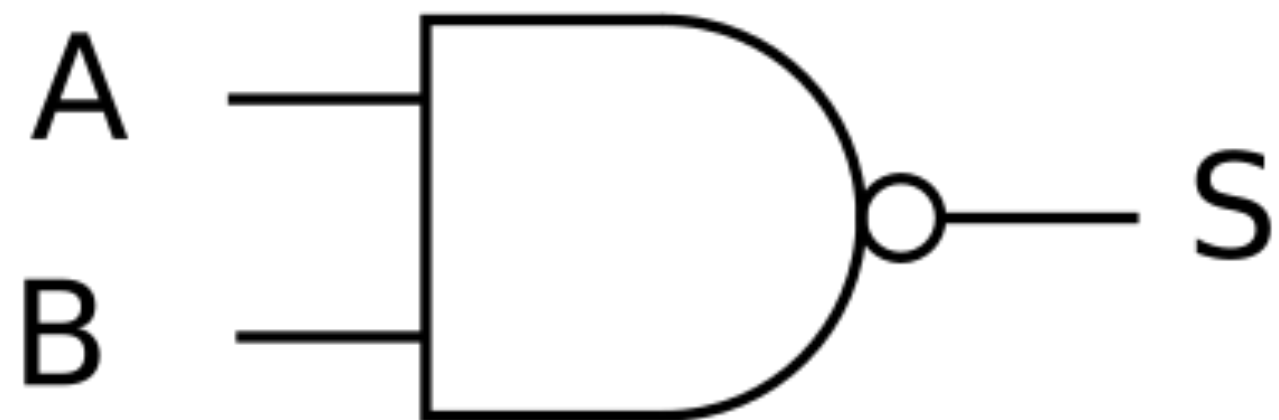


Fonction	Symbole	Equation	Table de vérité															
<b>ET</b>		$S = A \cdot B$	<table><tr><th>A</th><th>B</th><th>S</th></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr><tr><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr></table>	A	B	S	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	1	1
A	B	S																
0	0	0																
0	1	0																
1	0	0																
1	1	1																



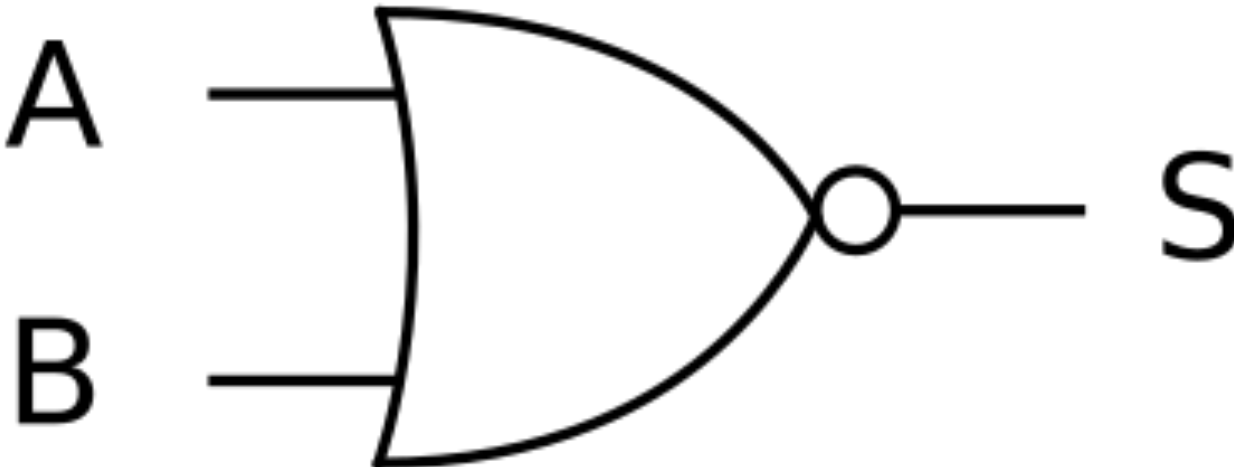
# Porte NAND



Fonction	Symbole	Equation	Table de vérité															
<b>NAND</b>		$S = \overline{A \cdot B}$	<table><tr><th>A</th><th>B</th><th>S</th></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr><tr><td>0</td><td>1</td><td>1</td></tr><tr><td>1</td><td>0</td><td>1</td></tr><tr><td>1</td><td>1</td><td>0</td></tr></table>	A	B	S	0	0	1	0	1	1	1	0	1	1	1	0
A	B	S																
0	0	1																
0	1	1																
1	0	1																
1	1	0																

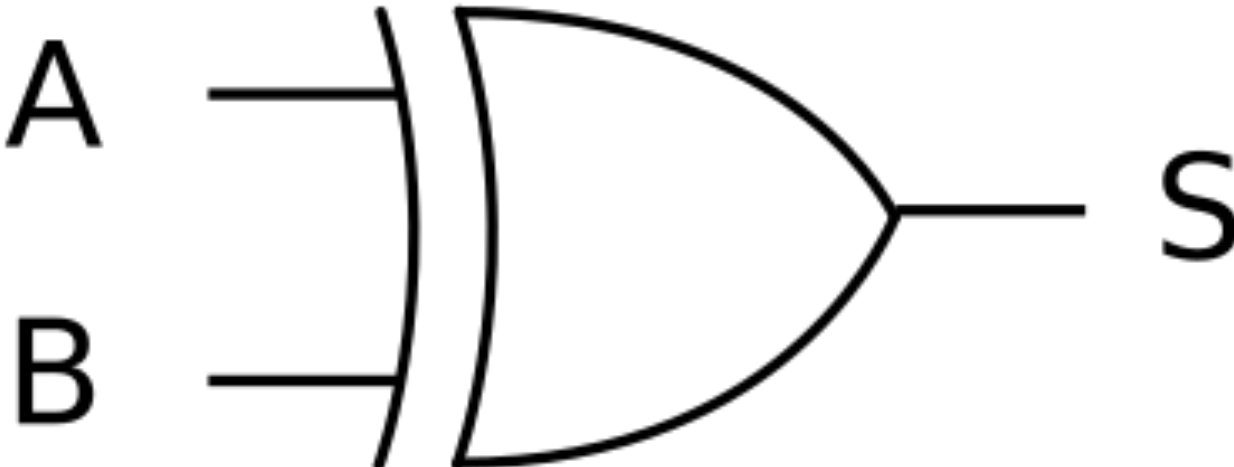
# Porte NOR



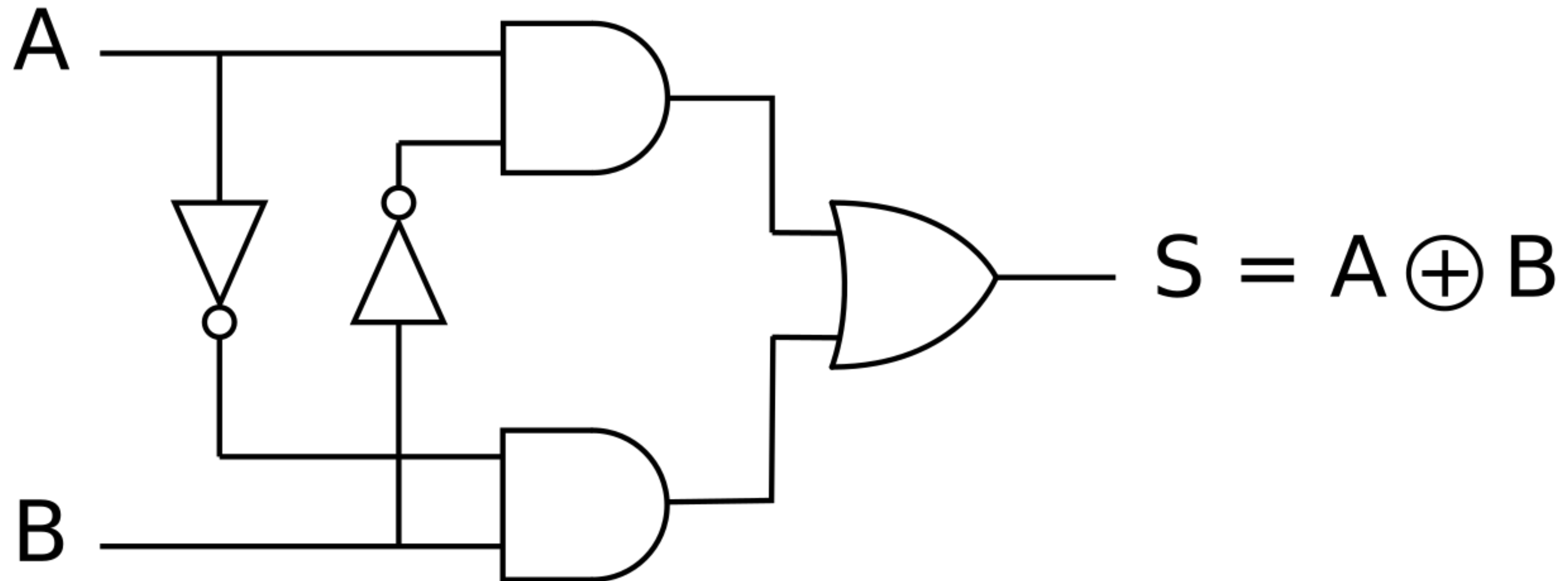
Fonction	Symbole	Equation	Table de vérité															
<b>NOR</b>		$S = \overline{A + B}$	<table><tr><th>A</th><th>B</th><th>S</th></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr><tr><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr><tr><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>1</td><td>1</td><td>0</td></tr></table>	A	B	S	0	0	1	0	1	0	1	0	0	1	1	0
A	B	S																
0	0	1																
0	1	0																
1	0	0																
1	1	0																

# Porte OU-exclusif

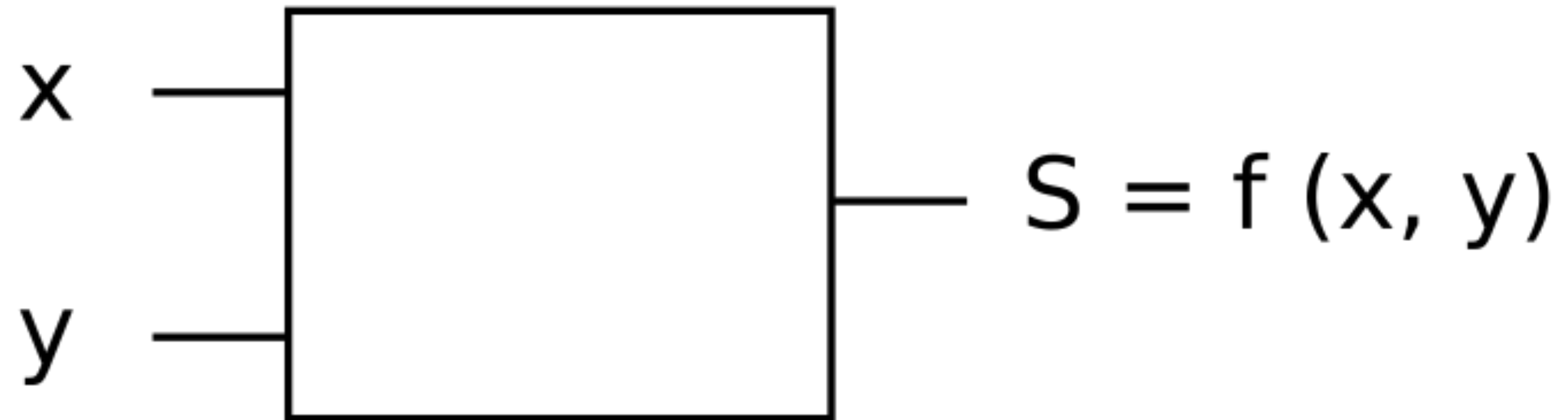


Fonction	Symbole	Equation	Table de vérité															
<b>XOR</b>		$S = A \oplus B$	<table><tr><th>A</th><th>B</th><th>S</th></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>0</td><td>1</td><td>1</td></tr><tr><td>1</td><td>0</td><td>1</td></tr><tr><td>1</td><td>1</td><td>0</td></tr></table>	A	B	S	0	0	0	0	1	1	1	0	1	1	1	0
A	B	S																
0	0	0																
0	1	1																
1	0	1																
1	1	0																

# Porte OU-exclusif



# Expression mathématique d'une fonction logique



# Expression mathématique d'une fonction logique



# Expression mathématique d'une fonction logique



A	B	C	S
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	0

# Expression mathématique d'une fonction logique



A	B	C	S	Minterme
0	0	0	0	$\bar{A} \cdot \bar{B} \cdot \bar{C} = 0$
0	0	1	0	$\bar{A} \cdot \bar{B} \cdot C = 0$
0	1	0	1	$\bar{A} \cdot B \cdot \bar{C} = 1$
0	1	1	1	$\bar{A} \cdot B \cdot C = 1$
1	0	0	0	$A \cdot \bar{B} \cdot \bar{C} = 0$
1	0	1	1	$A \cdot \bar{B} \cdot C = 1$
1	1	0	1	$A \cdot B \cdot \bar{C} = 1$
1	1	1	0	$A \cdot B \cdot C = 0$

*Somme de produits :*

$$S = \bar{A} \cdot B \cdot \bar{C} + \bar{A} \cdot B \cdot C + A \cdot \bar{B} \cdot C + A \cdot B \cdot \bar{C}$$



# Expression mathématique d'une fonction logique



A	B	C	S
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	0

Maxterme
$A+B+C = 0$
$A+B+\bar{C} = 0$
$A+\bar{B}+C = 1$
$A+\bar{B}+\bar{C} = 1$
$\bar{A}+B+C = 0$
$\bar{A}+B+\bar{C} = 1$
$\bar{A}+\bar{B}+C = 1$
$\bar{A}+\bar{B}+\bar{C} = 0$

*Produit de somme :*

$$S = (A+B+C) \cdot (A+B+\bar{C}) \cdot (\bar{A}+B+C) \cdot (\bar{A}+\bar{B}+\bar{C})$$

# Expression mathématique d'une fonction logique

A	B	C	S	Minterme	Maxterme
0	0	0	0	$\bar{A} \cdot \bar{B} \cdot \bar{C} = 0$	$A+B+C = 0$
0	0	1	0	$\bar{A} \cdot \bar{B} \cdot C = 0$	$A+B+\bar{C} = 0$
0	1	0	1	$\bar{A} \cdot B \cdot \bar{C} = 1$	$A+\bar{B}+C = 1$
0	1	1	1	$\bar{A} \cdot B \cdot C = 1$	$A+\bar{B}+\bar{C} = 1$
1	0	0	0	$A \cdot \bar{B} \cdot \bar{C} = 0$	$\bar{A}+B+C = 0$
1	0	1	1	$A \cdot \bar{B} \cdot C = 1$	$\bar{A}+B+\bar{C} = 1$
1	1	0	1	$A \cdot B \cdot \bar{C} = 1$	$\bar{A}+\bar{B}+C = 1$
1	1	1	0	$A \cdot B \cdot C = 0$	$\bar{A}+\bar{B}+\bar{C} = 0$

*Somme de produits :*

$$S = \bar{A} \cdot B \cdot \bar{C} + \bar{A} \cdot B \cdot C + A \cdot \bar{B} \cdot C + A \cdot B \cdot \bar{C}$$

*Produit de somme :*

$$S = (A+B+C) \cdot (A+B+\bar{C}) \cdot (\bar{A}+B+C) \cdot (\bar{A}+\bar{B}+\bar{C})$$

# Propriété de l'algèbre de Boole



# Propriété de l'algèbre de Boole

- Commutativité

$$A \bullet B = B \bullet A$$

$$A + B = B + A$$

- Idempotence

$$A \bullet A = A$$

$$A + A = A$$

- Constantes

$$A \bullet 0 = 0$$

$$A \bullet 1 = A$$

$$A + 0 = A$$

$$A + 1 = 1$$

- Complémentation

$$A \bullet \overline{A} = 0$$

$$A + \overline{A} = 1$$

# Propriété de l'algèbre de Boole

- Distributivité

$$A \bullet (B + C) = (A \bullet B) + (A \bullet C)$$

$$A + (B \bullet C) = (A + B) \bullet (A + C)$$

- Associativité

$$A \bullet (B \bullet C) = (A \bullet B) \bullet C = A \bullet B \bullet C$$

$$A + (B + C) = (A + B) + C = A + B + C$$

- De Morgan

$$\overline{A \bullet B} = \overline{A} + \overline{B}$$

$$\overline{A + B} = \overline{A} \bullet \overline{B}$$

- Éléments de base des systèmes logiques
- Algèbre de BOOLE
- Portes logiques
- Expression mathématique d'une fonction logique
- Propriétés de l'Algèbre de BOOLE