ÉCOLE POLYTECHNIQUE
FÉDÉRALE DE LAUSANNE

Enseignes et afficheurs à LED

Circuits logiques combinatoires

Dr. Mamadou Lamine Ndiaye

Circuits logiques combinatoires

Dr. Mamadou Lamine Ndiaye

Circuits logiques combinatoires

- Éléments de base des systèmes logiques
- Algèbre de BOOLE
- Portes logiques
- Expression mathématique d'une fonction logique
- Propriétés de l'Algèbre de BOOLE

Éléments de base des systèmes logiques

Codage des informations dans les circuits numériques :

- 2 niveaux de tension
- 2 états logiques
- système binaire : **0** et **1**

Éléments de base des systèmes logiques

Codage des informations dans les circuits numériques :

- 2 niveaux de tension
- 2 états logiques
- système binaire : **0** et **1**

Exemple en technologie TTL :

- 0 correspond à une tension entre 0 et 0,8 V
- 1 correspond à une tension entre 2,4 et 5 V

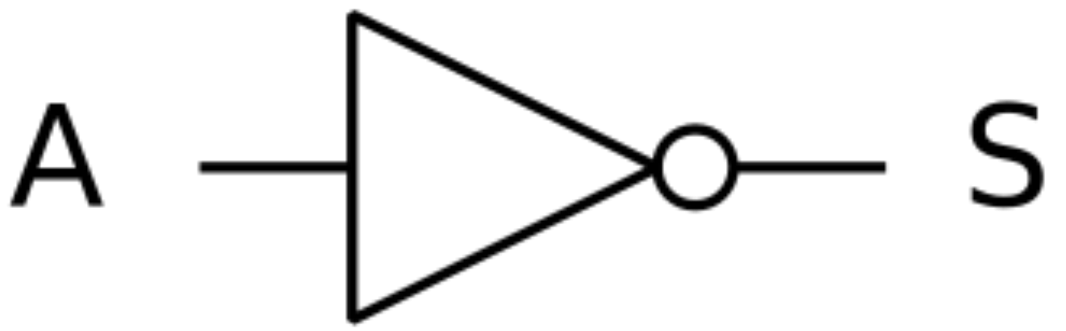
Algèbre de BOOLE

- Outil mathématique pour représenter les systèmes logiques
- Conçue autour d'**opérateurs logiques** de base:

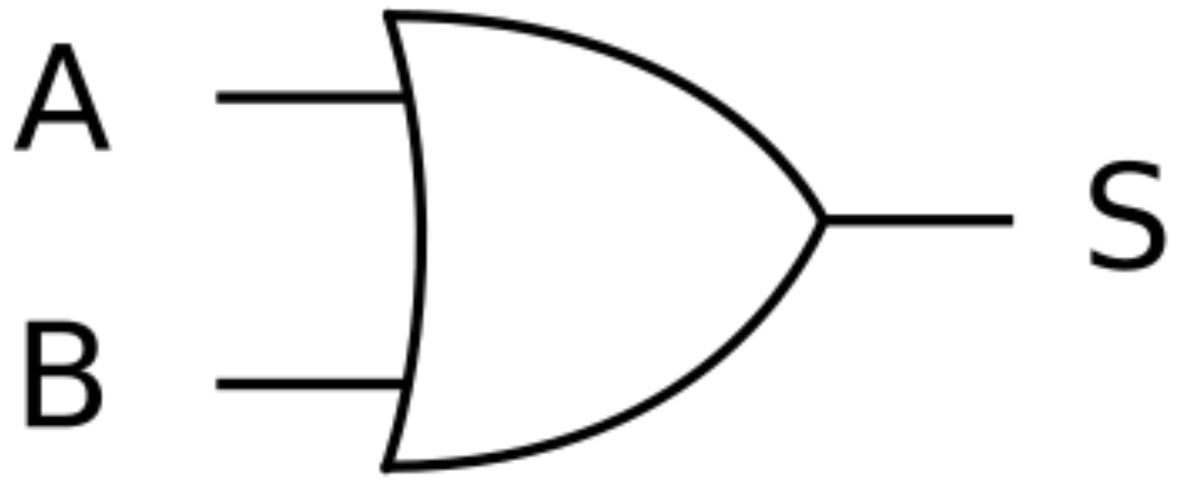
Algèbre de BOOLE

- Outil mathématique pour représenter les systèmes logiques
- Conçue autour d'**opérateurs logiques** de base:
  - Le **NON** logique *(complément logique)*
  - Le **OU** logique *(addition logique)*
  - Le **ET** logique *(multiplication logique)*

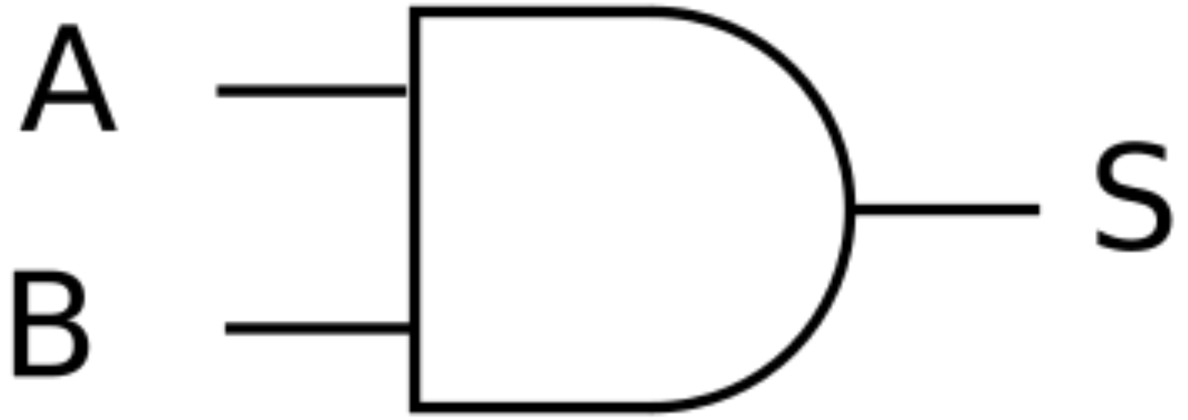
Porte NON

Fonction	Symbole	Equation	Table de vérité
NON		$S = \overline{A}$	A | S 0 | 1 1 | 0

Porte OU

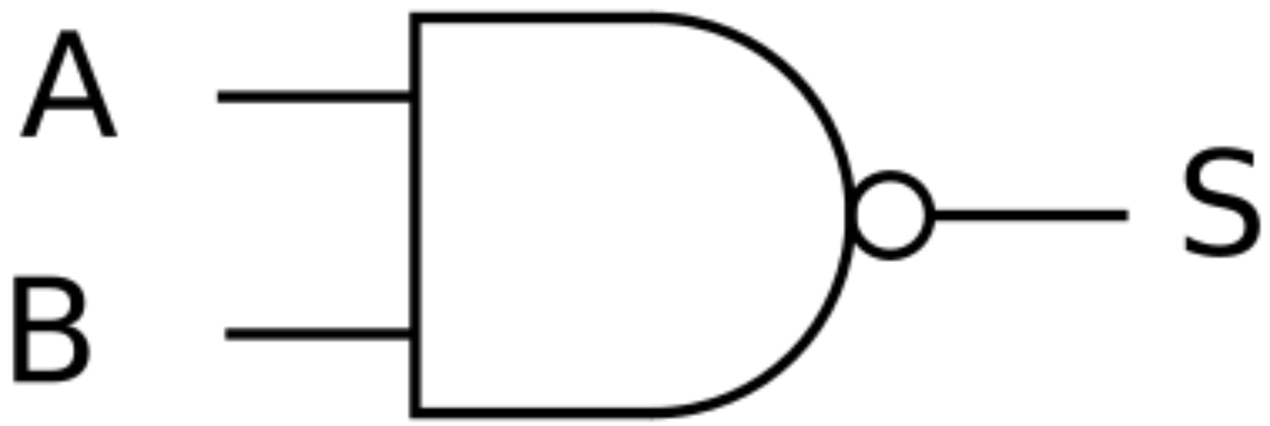
<table>
<tr><th>Fonction</th><th>Symbole</th><th>Equation</th><th>Table de vérité</th></tr>
<tr><td>OU</td><td>
</td><td>$S = A + B$</td><td>
<table>
<tr><th>A</th><th>B</th><th>S</th></tr>
<tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr>
<tr><td>0</td><td>1</td><td>1</td></tr>
<tr><td>1</td><td>0</td><td>1</td></tr>
<tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr>
</table>
</td></tr>
</table>

Porte ET

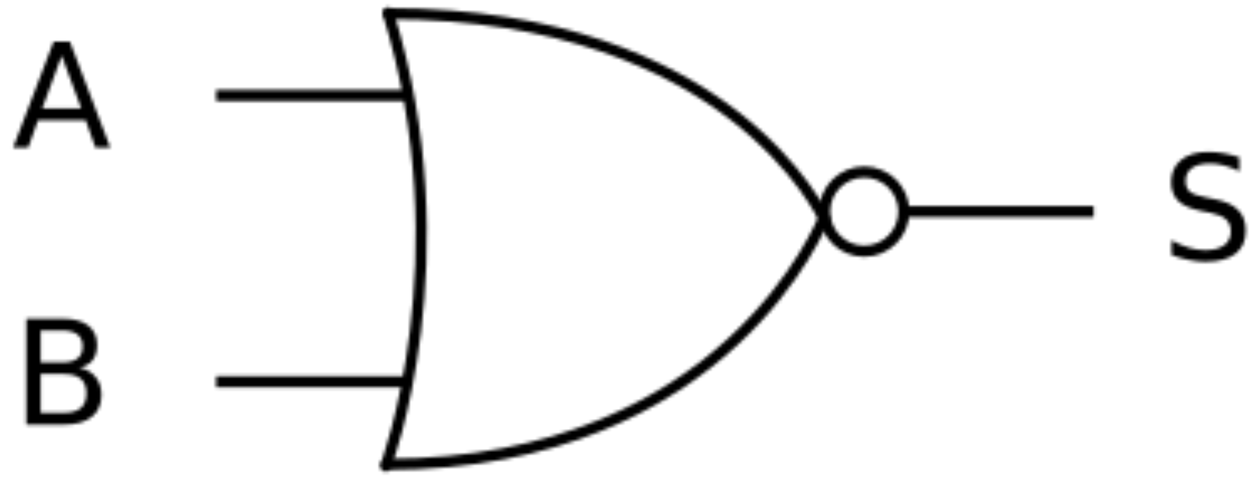
Fonction	Symbole	Equation	Table de vérité
ET		$S = A \bullet B$	

A	B	S
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

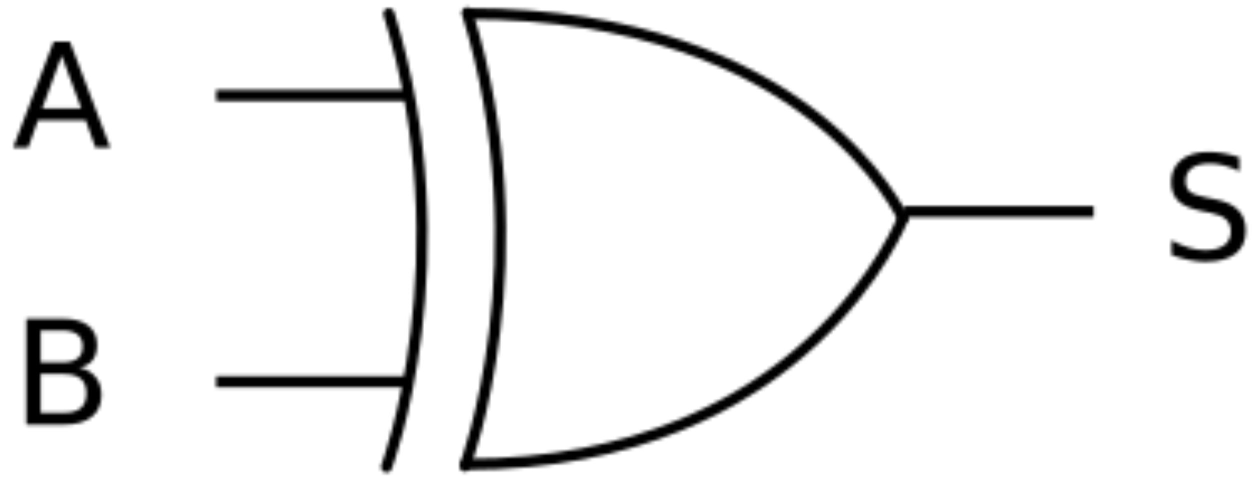
Porte NAND

<table>
<tr><th>Fonction</th><th>Symbole</th><th>Equation</th><th>Table de vérité</th></tr>
<tr><td>NAND</td><td>
</td><td>$S = \overline{A \cdot B}$</td><td>
<table>
<tr><th>A</th><th>B</th><th>S</th></tr>
<tr><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr>
<tr><td>0</td><td>1</td><td>1</td></tr>
<tr><td>1</td><td>0</td><td>1</td></tr>
<tr><td>1</td><td>1</td><td>0</td></tr>
</table>
</td></tr>
</table>

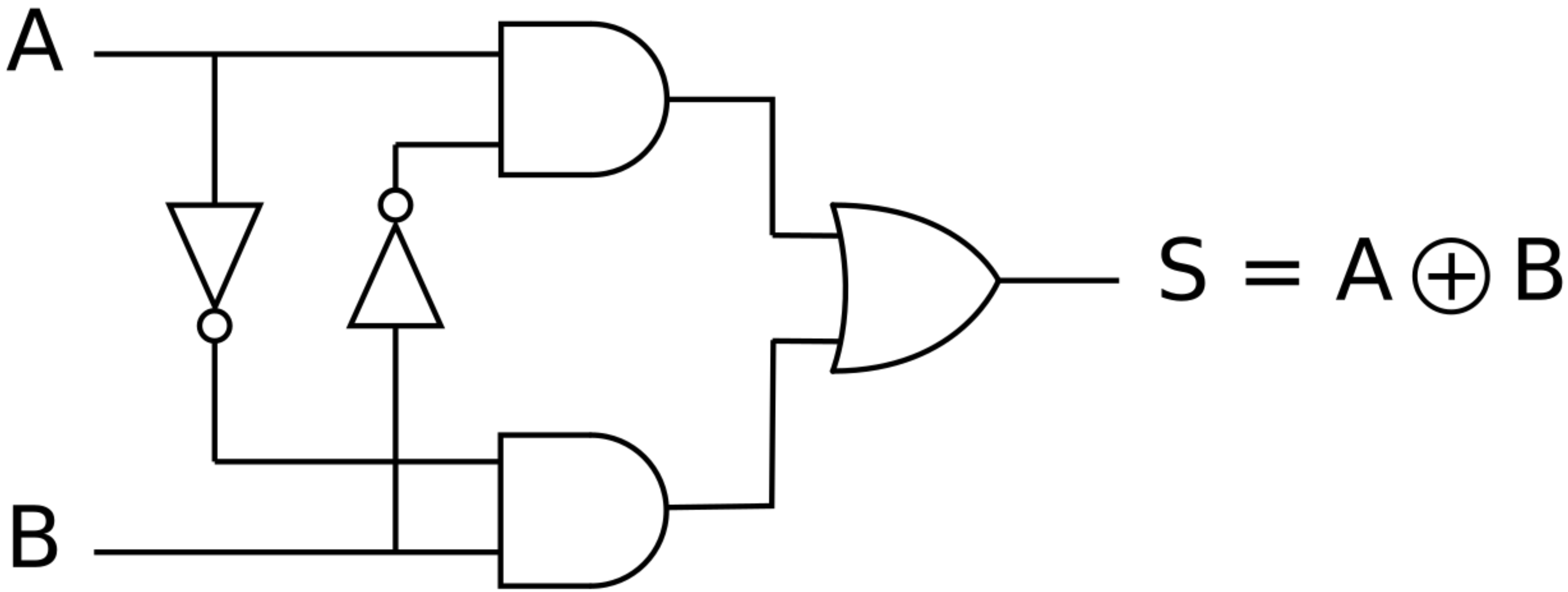
Porte NOR

<table>
<tr><th>Fonction</th><th>Symbole</th><th>Equation</th><th>Table de vérité</th></tr>
<tr>
<td>NOR</td>
<td>
</td>
<td>$S = \overline{A + B}$</td>
<td>
<table>
<tr><th>A</th><th>B</th><th>S</th></tr>
<tr><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr>
<tr><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr>
<tr><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr>
<tr><td>1</td><td>1</td><td>0</td></tr>
</table>
</td>
</tr>
</table>

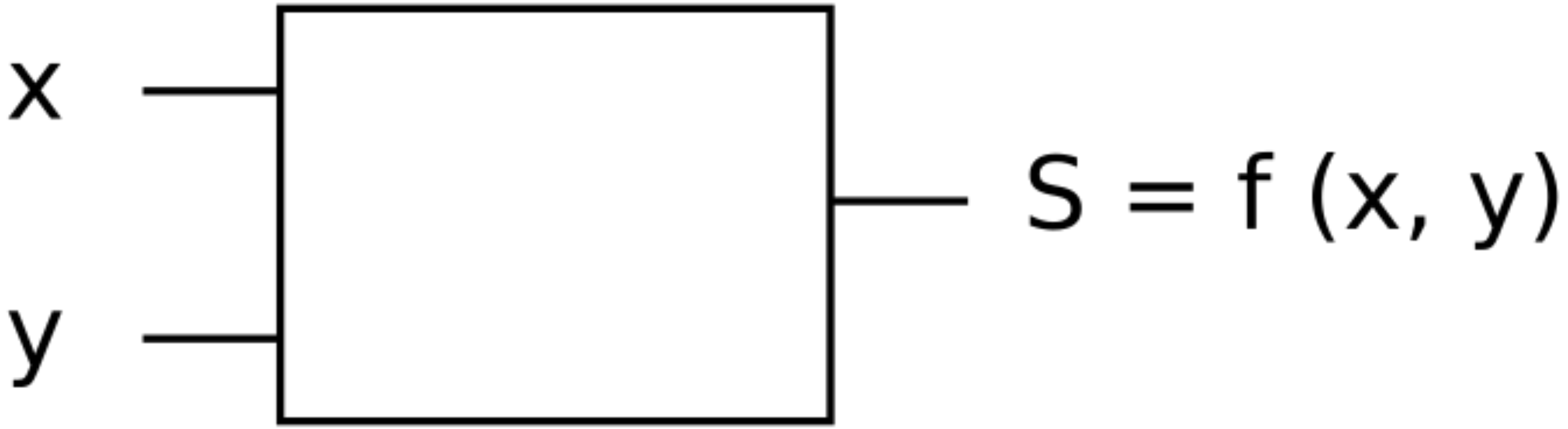
Porte OU-exclusif

<table>
<tr><th>Fonction</th><th>Symbole</th><th>Equation</th><th>Table de vérité</th></tr>
<tr><td>XOR</td><td>
</td><td>$S = A \oplus B$</td><td><table><tr><th>A</th><th>B</th><th>S</th></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>0</td><td>1</td><td>1</td></tr><tr><td>1</td><td>0</td><td>1</td></tr><tr><td>1</td><td>1</td><td>0</td></tr></table></td></tr>
</table>

Porte OU-exclusif



Expression mathématique d'une fonction logique



Expression mathématique d’une fonction logique

Expression mathématique d’une fonction logique

A	B	C	S
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	0

Expression mathématique d’une fonction logique

A	B	C	S	Minterme
0	0	0	0	$\overline{A}\bullet\overline{B}\bullet\overline{C} = 0$
0	0	1	0	$\overline{A}\bullet\overline{B}\bullet C = 0$
0	1	0	1	$\overline{A}\bullet B\bullet\overline{C} = 1$
0	1	1	1	$\overline{A}\bullet B\bullet C = 1$
1	0	0	0	$A\bullet\overline{B}\bullet\overline{C} = 0$
1	0	1	1	$A\bullet\overline{B}\bullet C = 1$
1	1	0	1	$A\bullet B\bullet\overline{C} = 1$
1	1	1	0	$A\bullet B\bullet C = 0$

Somme de produits :

$$S = \overline{A}\bullet B\bullet\overline{C} + \overline{A}\bullet B\bullet C + A\bullet\overline{B}\bullet C + A\bullet B.\,\overline{C}$$

Expression mathématique d'une fonction logique

A	B	C	S
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	0

Maxterme
$A+B+C = 0$
$A+B+\overline{C} = 0$
$A+\overline{B}+C = 1$
$A+\overline{B}+\overline{C} = 1$
$\overline{A}+B+C = 0$
$\overline{A}+B+\overline{C} = 1$
$\overline{A}+\overline{B}+C = 1$
$\overline{A}+\overline{B}+\overline{C} = 0$

Produit de somme :

$$S = (A+B+C) \bullet (A+B+\overline{C}) \bullet (\overline{A}+B+C) \bullet (\overline{A}+\overline{B}+\overline{C})$$

Expression mathématique d’une fonction logique

A	B	C	S	Minterme	Maxterme
0	0	0	0	$\overline{A}\bullet\overline{B}\bullet\overline{C} = 0$	$A+B+C = 0$
0	0	1	0	$\overline{A}\bullet\overline{B}\bullet C = 0$	$A+B+\overline{C} = 0$
0	1	0	1	$\overline{A}\bullet B\bullet\overline{C} = 1$	$A+\overline{B}+C = 1$
0	1	1	1	$\overline{A}\bullet B\bullet C = 1$	$A+\overline{B}+\overline{C} = 1$
1	0	0	0	$A\bullet\overline{B}\bullet\overline{C} = 0$	$\overline{A}+B+C = 0$
1	0	1	1	$A\bullet\overline{B}\bullet C = 1$	$\overline{A}+B+\overline{C} = 1$
1	1	0	1	$A\bullet B\bullet\overline{C} = 1$	$\overline{A}+\overline{B}+C = 1$
1	1	1	0	$A\bullet B\bullet C = 0$	$\overline{A}+\overline{B}+\overline{C} = 0$

Somme de produits :

$$S = \overline{A}\bullet B\bullet\overline{C} + \overline{A}\bullet B\bullet C + A\bullet\overline{B}\bullet C + A\bullet B.\,\overline{C}$$

Produit de somme :

$$S = (A+B+C) \bullet (A+B+\overline{C}) \bullet (\overline{A}+B+C) \bullet (\overline{A}+\overline{B}+\overline{C})$$

Propriété de l'algèbre de Boole

Propriété de l'algèbre de Boole

- Commutativité

$$A \bullet B = B \bullet A$$

$$A + B = B + A$$

Propriété de l'algèbre de Boole

- Commutativité

$$A \bullet B = B \bullet A$$

$$A + B = B + A$$

- Idempotence

$$A \bullet A = A$$

$$A + A = A$$

Propriété de l'algèbre de Boole

- Commutativité

$$A \bullet B = B \bullet A$$

$$A + B = B + A$$

- Idempotence

$$A \bullet A = A$$

$$A + A = A$$

- Constantes

$$A \bullet 0 = 0$$

$$A \bullet 1 = A$$

$$A + 0 = A$$

$$A + 1 = 1$$

Propriété de l'algèbre de Boole

- Commutativité

$$A \bullet B = B \bullet A$$

$$A + B = B + A$$

- Idempotence

$$A \bullet A = A$$

$$A + A = A$$

- Constantes

$$A \bullet 0 = 0$$

$$A \bullet 1 = A$$

$$A + 0 = A$$

$$A + 1 = 1$$

- Complémentation

$$A \bullet \overline{A} = 0$$

$$A + \overline{A} = 1$$

Propriété de l'algèbre de Boole

- Distributivité

$$A \bullet (B + C) = (A \bullet B) + (A \bullet C)$$

$$A + (B \bullet C) = (A + B) \bullet (A + C)$$

Propriété de l'algèbre de Boole

- Distributivité

$$A \bullet (B + C) = (A \bullet B) + (A \bullet C)$$

$$A + (B \bullet C) = (A + B) \bullet (A + C)$$

- Associativité

$$A \bullet (B \bullet C) = (A \bullet B) \bullet C = A \bullet B \bullet C$$

$$A + (B + C) = (A + B) + C = A + B + C$$

Propriété de l'algèbre de Boole

- Distributivité

$$A \bullet (B + C) = (A \bullet B) + (A \bullet C)$$

$$A + (B \bullet C) = (A + B) \bullet (A + C)$$

- De Morgan

$$\overline{A \bullet B} = \overline{A} + \overline{B}$$

$$\overline{A + B} = \overline{A} \bullet \overline{B}$$

- Associativité

$$A \bullet (B \bullet C) = (A \bullet B) \bullet C = A \bullet B \bullet C$$

$$A + (B + C) = (A + B) + C = A + B + C$$

Circuits logiques combinatoires

- Éléments de base des systèmes logiques
- Algèbre de BOOLE
- Portes logiques
- Expression mathématique d'une fonction logique
- Propriétés de l'Algèbre de BOOLE