

## Feuille de Travaux Dirigés 1

Opérations sur les langages  
Expressions régulières et automates

**Exercice 1** Soient  $L_1 = \{a^n b^n / n \in \mathcal{N}\}$  et  $L_2 = \{b^n a^n / n \in \mathcal{N}\}$ . Calculer  $L_1 \cup L_2, L_1.L_2, L_1^2$ .

**Exercice 2** Soit l'alphabet  $\Sigma = \{a, b\}$ . Calculer  $A.B$  pour les ensembles suivants :

1.  $A = \{a, ab, bb\}$  et  $B = \{\epsilon, b, aa\}$
2.  $A = \{\epsilon\}$  et  $B = \{b, aba\}$
3.  $A = \{aa, ab, ba\}$  et  $B = \Sigma^*$
4.  $A = \{aa, ab, ba\}$  et  $B = \Sigma^+$
5.  $A = \{\epsilon, aa, ab, ba\}$  et  $B = \Sigma^*$
6.  $A = \{\epsilon, aa, ab, ba\}$  et  $B = \Sigma^+$

**Exercice 3** Soit  $L_p = \{\omega / |\omega| \text{ paire} \}$  l'ensemble des mots sur  $\{a, b\}^*$  de longueur paire et  $L_i = \{\omega / |\omega| \text{ impaire} \}$  l'ensemble des mots sur  $\{a, b\}^*$  de longueur impaire. Calculer  $L_p.L_p, L_p^+, L_p^*, L_p.L_i, L_i.L_p, L_i.L_i, L_i^*, L_i^+$ , et démontrer les résultats.

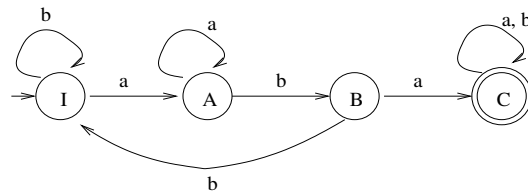
**Exercice 4** Construire une expression régulière et un automate fini déterministe pour chaque ensemble décrit ci-dessous :

1. l'ensemble des chaînes sur  $\{a, b, c\}$  dans lesquelles tous les  $a$  précèdent tous les  $b$ , qui à leur tour, précèdent tous les  $c$ .
2. même ensemble que ci-dessus mais sans le mot vide.
3. l'ensemble des chaînes sur  $\{a, b\}$  dans lesquelles la sous-chaîne  $aa$  apparaît exactement une fois.
4. l'ensemble des chaînes sur  $\{a, b, c\}$  avec une longueur plus petite que 3.
5. l'ensemble des chaînes sur  $\{a, b, c\}$  qui commencent par  $a$ , contiennent exactement deux  $b$  et finissent par  $cc$ .
6.  $\{\omega \in \{a, b\}^* / |\omega|_a \bmod 3 = 2\}$
7.  $\{\omega \in \{a, b\}^* / |\omega|_{ab} \bmod 3 = 1\}$
8.  $\{\omega \in \{a, b\}^* / (|\omega|_a \bmod 3 = |\omega|_b \bmod 3)\}$

**Exercice 5** Simplifier les expressions suivantes :

1.  $\emptyset^* \mid a^* \mid b^* \mid (a|b)^*$
2.  $((a^*b^*)^*(b^*a^*)^*)^*$
3.  $(a^*b)^* \mid (b^*a)^*$
4.  $(a|b)^*a(a|b)^*$

**Exercice 6** Soit  $M$  l'automate suivant :



1. Quel est le langage reconnu par  $M$  (intuitivement) ?
2. Donner une expression régulière pour ce langage en utilisant la méthode par élimination d'états sur l'AFD  $M$ .
3. Supposons maintenant que les états acceptants soient  $A$  et  $C$ . Calculer l'expression régulière correspondante.

**Exercice 7** Trouver une expression régulière pour chacun des deux langages reconnus par les automates suivants en utilisant la méthode par élimination d'états.

