Feuille de travaux dirigés n^o 1
Termes

Exercice 1.1

Soit $\mathcal{F} : \{f : 2,\ a : 0,\ b : 0\}$ et les variables $\mathcal{X} = \{x, y\}$.

1. dans $f(x,f(a, y)) \in \mathcal{T}(\mathcal{F}, \mathcal{X})$, quelles sont les positions de x, a, et $f(a, y)$
2. quel est l'ensemble des positions de $f(x,f(a, y))$
3. dessiner l'arbre correspondant
4. quel est le terme en 22 ? l'étiquette en 22 ?

Exercice 1.2

Soit $\mathcal{F} : \{f : 4,\ g : 2,\ h : 3,\ b : 0\}$ et les variables $\mathcal{X} = \{x, y, z\}$.

1. dans le terme t, $t = f(b,f(g(b, b), b, g(h(b, b, g(x, b)), b), g(b, y)), b, b) \in \mathcal{T}(\mathcal{F}, \mathcal{X})$, quelles sont les positions de x, y, et $g(x, b)$
2. quel est l'ensemble des positions de t
3. dessiner l'arbre correspondant
4. quel est le sous-arbre en 232 ? en 2 ? en 23132 ? l'étiquette en 232 ? en 2 ? en 23132 ?
5. que vaut $t[g(b, b)]|_2$?

Exercice 1.3

Soient $t = f(a,f(b, g(x)))$, $t' = f(b, b)$ et $\omega = 22$. Calculer :

1. $t(\omega)$
2. $t_{|\omega}$
3. $t[t']_\omega$

Exercice 1.4

1. Soit $\sigma = \{x \longrightarrow g(a, y), y \longrightarrow b\}$ une substitution. Appliquer σ au terme $f(f(a, y), g(x))$.
2. Soient $\sigma = \{x \longrightarrow i(y), y \longrightarrow e\}$ une substitution, et $s = f(e, x)$ et $t = f(y,f(x, y))$ 2 termes. Que valent $\sigma(s)$ et $\sigma(t)$?
3. Soit $E = \{f(Y, g(V),), g(a) + V);f(Z, g(g(b)), X + g(b))\}$ et $\sigma = \{V \longrightarrow b, Y \longrightarrow 3, Z \longrightarrow 3, X \longrightarrow g(a)\}$. Calculer σE.

Exercice 1.5

Soit $F = \{a, b, \#\}$ où a et b sont des symboles unaires et $\#$ est une constante (arité 0). Soit T l'ensemble des termes clos (sans variable) de $T(F)$.

1. quel est la forme des éléments de T.
2. donner une grammaire pour reconnaître les éléments de T. Peut-on rendre cette grammaire régulière ?
3. comment noter différemment les éléments de T pour qu'ils soient reconnaissables par une grammaire régulière sans être ambigu ? Donner la forme des nouveaux termes, une grammaire régulière et une expression régulière les reconnaissant.

Exercice 1.6 (Unification)

Pour chacun des ensembles de termes suivants, dire si les termes qu'il contient s'unifient et montrer un unificateur ?

1. $E_1 = \{f(Y, g(V), g(a) + V); f(Z, g(g(b)), X + g(b))\}$, X, Y, V variables.
2. $E_2 = \{f(a, g(V), X + V); f(a, g(g(V)), g(a) + g(b))\}$, X, V variables.
3. $E_3 = \{f([X|[X|R]]); f([a, a, b])\}$ X, R variables.
4. $E_4 = \{couleur(X); couleur([Z|[a|T]])\}$, X, Z, T variables.
5. $E_5 = \{f(g(k(b)), y), f(y, g(x))\}$, x, y variables.
6. $E_6 = \{(f(y, k(y), g(x)), f(k(x), k(y), y)), x, y$ variables.
7. $E_7 = \{f(x, y) = f(u, v); x = g(y); y = g(z); u = g(t); t = g(w)\}$, pas de constante, que des variables.