

Examen — 1^{re} session

Fondements de l'informatique - Systèmes de réduction

Exercice 1

Représenter les deux termes suivants sous forme d'arbres :

$$t_1 = f(g(h(x), y), h(g(a, h(b))), f(a, g(x, y), h(g(x, h(a)))))$$

$$t_2 = f(f(x, f(a, h(b), g(a, b))), h(b), y, g(g(a, y), h(f(a, x, y))))$$

1. Donner la signature Σ (on suppose que les variables sont x et y).
2. Donner pour chacun des deux termes toutes les positions de a
3. Ecrire : $t_1|_{331}$, $t_1|_{212}$, $t_2|_{112}$, $t_2|_{3112}$
4. Soit $t_3 = t_2[a]_3$, et $t_4 = t_3[b]_1$, écrire $t_1[t_4]_3$.

Exercice 2

Avec la même signature que précédemment (et z comme nouvelle variable, résoudre les problèmes d'unification suivants :

1. $f(x, h(b), g(x, a)) =^? f(h(b), y, g(h(z), a))$
2. $g(f(x, a, h(y)), y) =^? g(f(b, y, h(x)), a)$

Exercice 3

Soit le système de réécriture suivant :

$$\begin{aligned} f(x, b) &\rightarrow x \\ f(a, x) &\rightarrow g(x) \\ g(b) &\rightarrow b \\ g(g(x)) &\rightarrow g(x) \\ g(b) &\rightarrow a \\ g(a) &\rightarrow g(b) \end{aligned}$$

1. Réécrire le terme $f(f(a, g(b)), b)$ Etudier la confluence locale en regardant les manières de réécrire $f(a, b)$, $g(g(a))$ et $g(g(b))$ avec une règle.
2. Donner des arguments pour la terminaison (ou non) du système.

Exercice 4

Soit le système de réécriture suivant :

$$\begin{aligned} f(g(x), h(x, y)) &\rightarrow a \\ g(b) &\rightarrow c \\ h(x, d) &\rightarrow e \end{aligned}$$

1. Réécrire le terme $f(g(h(a, d)), h(g(b), d))$
2. Etudier la confluence locale du système

Exercice 5 (BONUS)

Définir un système de réécriture qui permet de faire la somme des éléments d'une liste d'entiers naturels. On choisira donc une représentation des listes et des entiers.