República Bolivariana de Venezuela
Ministerio del Poder Popular para la Educación
Disciplina: Física
Contenido: Vectores en R^2
Profesor: Alnardo Bianchi

Vectores en $\mathbb{R}^2$

- Expresión General:

$\vec{V} = V_x\hat{i} + V_y\hat{j} = (V_x, V_y)$ Donde:

a) V_x y V_y son los componentes escalares de $\vec{V}$

b) $V_x\hat{i}$ y $V_y\hat{j}$ son las componentes vectoriales de $\vec{V}$

- Cómo representar un vector en $\mathbb{R}^2$?

a) Como un punto del plano: tomando (V_x, V_y)

b) Como una suma de vectores: donde termina el primero comienza el segundo; siendo el vector suma el que comienza en el primero y termina en el último.

- ¿Cómo calcular la medida?

Aplicando el teorema de pitágoras en el triángulo rectangulo formado por el tamaño (magnitud) del vector graficado y el semieje horizontal positivo; si el vector está representado en el primero o cuarto cuadrante; con el semieje horizontal negativo, si el vector está en el segundo o en el tercer cuadrante.

- ¿Cómo calcular la dirección?

Encontrando el valor del ángulo ($\measuredangle$) formado por el vector representado y el semieje horizontal positivo. Siguiendo el siguiente sentido: girando al contrario a como lo hacen las agujas de un reloj"

Ejemplos

(1) Dado el vector

$\vec{A} = 4\hat{i} + 3\hat{j}$

a) Graficar; b) Hallar su medida c) Hallar su dirección y sentido

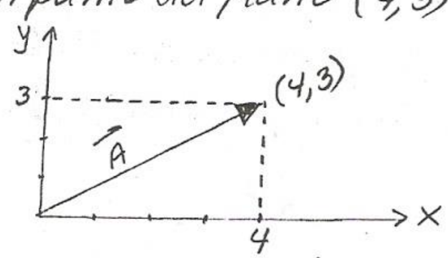
(2)

Solución

El Vector $\vec{A}$ puede ser expresado de la siguiente forma:
$\vec{A} = 4\hat{i} + 3\hat{j} = (4,3)$ cuya expresión general es: $\vec{A} = A_x\hat{i} + A_y\hat{j} = (A_x, A_y)$
donde: $A_x = 4$ y $A_y = 3$ son las componentes escalares y donde:
$A_x\hat{i} = 4\hat{i}$ y $A_y\hat{j} = 3\hat{j}$ son las componentes Vectoriales

a) Graficar (Representar). El Vector $\vec{A}$ es un Vector del primer cuadrante $(+,+)$.

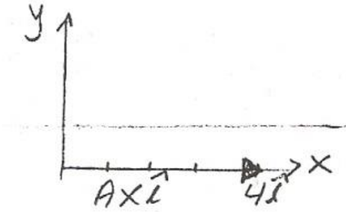
(1) como un punto del plano $(4,3)$



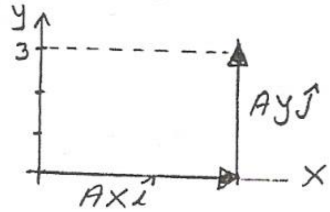
(2)

(2) Como una suma de Vectores.

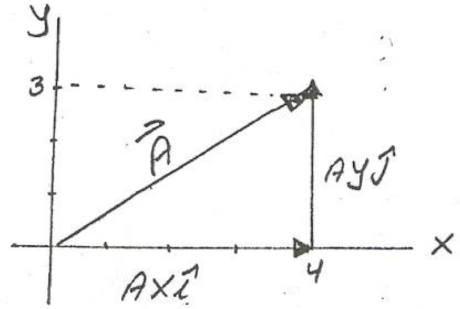
2.1 - Se representa el primer componente Vectorial $A_x\hat{i} = 4\hat{i}$



2.2 - Donde termina $A_x\hat{i} = 4\hat{i}$ se le suma $A_y\hat{j} = 3\hat{j}$

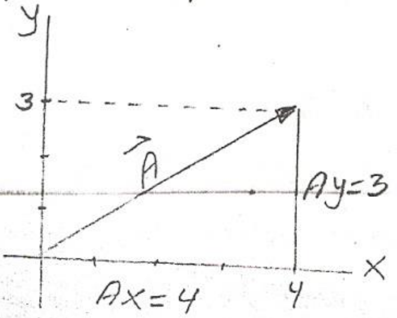


2.3 - El Vector $\vec{A}$ es entonces:



...ar la medida.

Como es un vector del primer cuadrante, extraemos el triángulo formado por el tamaño del vector $\vec{A}$ y el semieje horizontal positivo



Aplicando teorema de pitágoras:

$A^2 = A_x^2 + A_y^2$

$A^2 = 4^2 + 3^2 = 16 + 9$ (3)

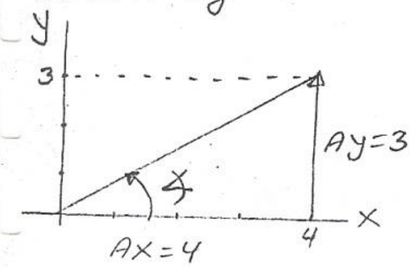
$A^2 = 25$

$A = \sqrt{25}$

$\boxed{A = 5u}$ ¡valor positivo!

) Hallar su dirección y sentido:

Identificamos el ángulo (∡) formado por el vector $\vec{A}$ y el semieje horizontal positivo, girando al contrario a como lo hacen las agujas de un reloj



Obsérvese que Ay = 3 y Ax = 4 son los catetos opuesto y adyacente al ángulo (∡). La función trigonométrica que relaciona al cateto opuesto y el adyacente de un ángulo (∡) es la función tangente del ángulo.

$\cdot Tg\,∡ = \frac{Ay}{Ax} = \frac{3}{4}$ despejando ∡ tenemos:

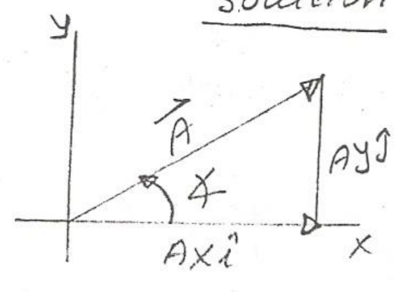
$∡ = Arctg\,\frac{3}{4}$

$∡ = 36,86989765°$

$\boxed{∡ = 36°52'11,63''}$ $\boxed{0° < ∡ \leq 90°}$

ángulo del primer cuadrante

Solución:



(2) Dado el Vector.

$\vec{B} = -4\hat{i} + 3\hat{j}$

Graficar, hallar su medida, dirección y sentido

Solución

El vector $\vec{B}$ puede ser expresado de la siguiente forma:

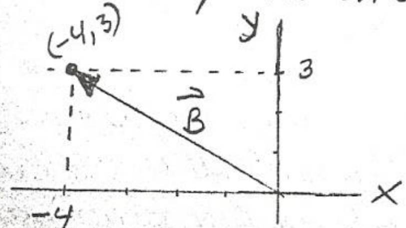
$\vec{B} = -4\hat{i} + 3\hat{j} = (-4, 3)$ cuya expresión general es: $\vec{B} = B_x\hat{i} + B_y\hat{j} = (B_x, B_y)$

donde: $B_x = -4$ y $B_y = 3$ son las componentes escalares. y donde

$B_x\hat{i} = -4\hat{i}$ y $B_y\hat{j} = 3\hat{j}$ son las componentes Vectoriales

a) Graficar (Representar). El vector $\vec{B}$ es un Vector del segundo cuadrante $(-, +)$.

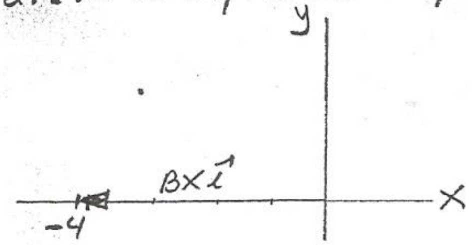
1) Como un punto en el plano. $(-4, 3)$



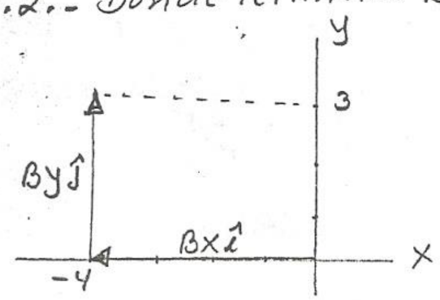
(4)

(2) como una suma de Vectores.

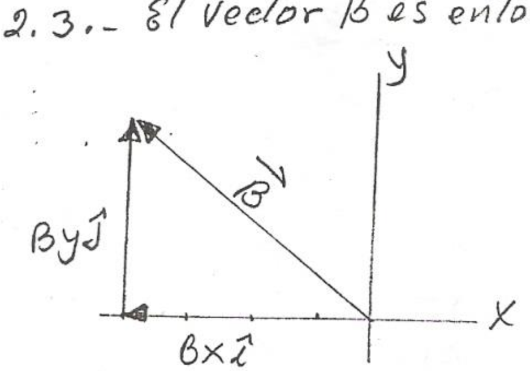
2.1.- se representa el primer componente vectorial $B_x\hat{i} = -4\hat{i}$



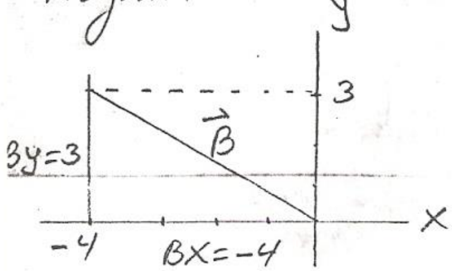
2.2.- Donde termina $B_x\hat{i} = -4\hat{i}$ se le suma $B_y\hat{j} = 3\hat{j}$



2.3.- El vector $\vec{B}$ es entonces:

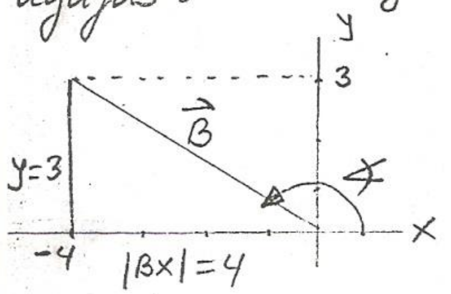


) Hallar la medida.
Como es un vector del segundo cuadrante, extraemos el triángulo formado por el tamaño del vector $\vec{B}$ ($\vec{B}$) y el semieje horizontal negativo



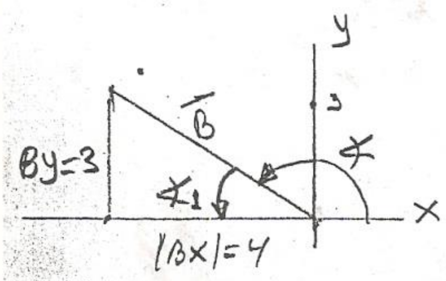
aplicamos el teorema de pitágoras
$B^2 = B^2x + B^2y$.
se toma el valor absoluto de Bx es decir
$|Bx| = |-4| = 4$
$B^2 = 4^2 + 3^2 \Rightarrow B^2 = 16 + 9 \Rightarrow B^2 = 25 \Rightarrow B = \sqrt{25}$
$\boxed{B = 5\,u}$

) Dirección y sentido.
Identificamos el ángulo ($\measuredangle$) formado por el vector $\vec{B}$ y el semieje horizontal positivo girando al contrario a como lo hacen las agujas de un reloj



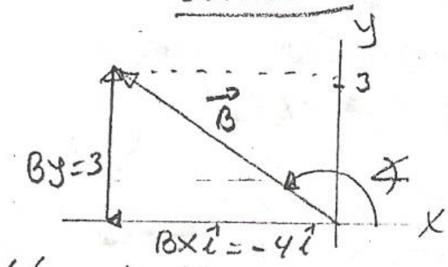
obsérvese que el ángulo ($\measuredangle$) está afuera del triángulo (es exterior al triángulo) en ese caso se asocian 2 ángulos. uno exterior al triángulo ($\measuredangle$) y uno interior a él ($\measuredangle_1$)

5



Del gráfico se observa que $\measuredangle + \measuredangle_1 = 180°$
Se despeja el ángulo buscado
$\boxed{\measuredangle = 180° - \measuredangle_1}$

Solución



Obsérvese que By = 3 y |Bx| = 4 son los catetos del ángulo $\measuredangle_1$
aplicamos la función tangente $\measuredangle_1$

$Tg\,\measuredangle_1 = \frac{By}{|Bx|} = \frac{3}{4}$ despejando $\measuredangle_1$

$\measuredangle_1 = Arctg\,\frac{3}{4} \Rightarrow \measuredangle_1 = 36{,}86989765°$ sustituyendo $\measuredangle_1$ resulta

$\measuredangle = 180° - \measuredangle_1 \Rightarrow \measuredangle = 180° - 36{,}86989765° \Rightarrow \measuredangle = 143{,}1301024°$

$\boxed{\measuredangle = 143°07'48{,}37''}$ $\boxed{90° < \measuredangle \leq 180°}$

ángulo del segundo cuadrante

5

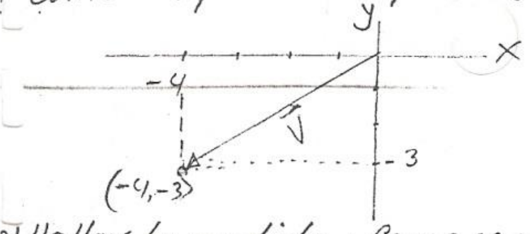
y el vector

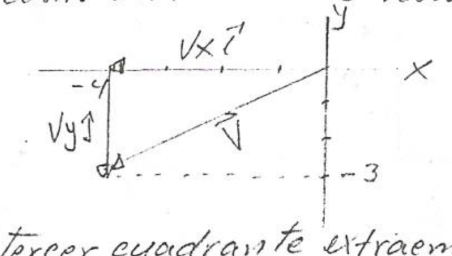
$\vec{V} = -4\vec{i} - 3\vec{j}$

a) Graficar b) Hallar medida c) Hallar dirección y sentido

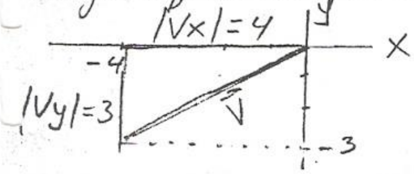
Graficar (representar). El vector $\vec{V}$ es un vector del tercer cuadrante $(-,-)$

como un punto del plano $(-4,-3)$. ② como una suma de vectores.





b) Hallar la medida: Como es un vector del tercer cuadrante extraemos el triángulo formado por el tamaño del vector $\vec{V}$ y el semieje horizontal negativo

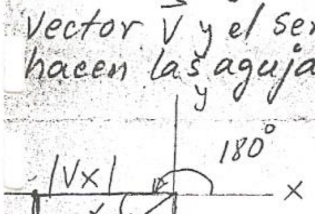


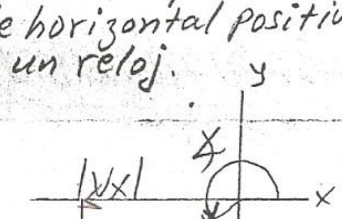
Aplicamos el teorema de pitágoras

$$V^2 = V_x^2 + V_y^2 \Rightarrow V^2 = |V_x|^2 + |V_y|^2$$

$$V^2 = 4^2 + 3^2 \Rightarrow V = \sqrt{16+9} = \sqrt{25} \Rightarrow \boxed{V = 5u}$$

Dirección y sentido: Identificamos el ángulo ($\measuredangle$) formado por el vector $\vec{V}$ y el semieje horizontal positivo, girando al contrario a como lo hacen las agujas de un reloj.





obsérvese que el ángulo $\measuredangle$ tiene una parte exterior al triángulo y una parte interior. se divide en este caso. El ángulo en las siguientes partes: $180°$ la parte exterior y $\measuredangle_1$ la parte interior.

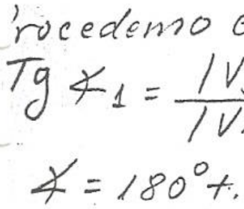
Por lo tanto $\measuredangle = 180° + \measuredangle_1$

Procedemos como en los ejercicios anteriores:

$$Tg\,\measuredangle_1 = \frac{|V_y|}{|V_x|} = \frac{3}{4} \Rightarrow \measuredangle_1 = 36{,}86989765°.$$ Sustituyendo

$$\measuredangle = 180° + \measuredangle_1 \Rightarrow \measuredangle = 180° + 36{,}86989765° \Rightarrow \measuredangle = 216{,}8698977°$$

$$\boxed{\measuredangle = 216°\,52'\,11{,}6''} \qquad \boxed{180° < \measuredangle \leq 270°}\ 3^{er} \text{ cuadrante}$$



Solución

Para el 4to cuadrante se procede igual a los anteriores.

En la dirección $\measuredangle = 360° - \measuredangle_1$

$\boxed{270° < \measuredangle \leq 360°}$ ángulo del 4to cuadrante