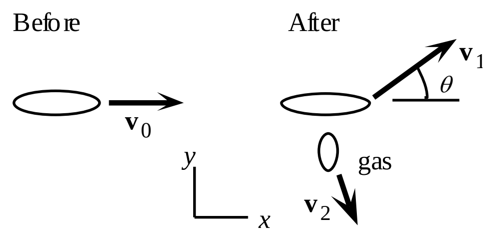
Kapitel 7: Impuls und Stöße

Übungsaufgaben zu Abschnitt 7.1

1. Wir bestimmen die Kraft auf die ausgestoßenen Gase aus
$F = \Delta p/\Delta t = (\Delta m/\Delta t)v = (1200\text{ kg/s})(50.000\text{ m/s}) = 6{,}0\cdot 10^7$ N.
Eine entgegengesetzt gleiche Kraft wird auf die Rakete ausgeübt: $6{,}0\cdot 10^7$ N (aufwärts).

2. (*a*) Der Spatz hat den Impuls
$p = mv = (0{,}030\text{ kg})(12\text{ m/s}) =$ 0,36 kg · m/s.
(*b*) Die der Bewegung entgegengesetzte Kraft ändert dessen Impuls:
$F = \Delta p/\Delta t$;
$-2{,}0\cdot 10^{-2}\text{ N} = (p_2 - 0{,}36\text{ kg}\cdot\text{m/s})/(12\text{ s})$ und damit $p_2 =$ 0,12 kg · m/s.

3. Wir bezeichnen mit M die Anfangsmasse (Startmasse) der Rakete und mit m_2 die Masse der ausgestoßenen Gase. Dann hat die Rakete am Ende die Masse $m_1 = M - m_2$.



Da die Gase (im Bezugssystem der Rakete) senkrecht zur Rakete ausgestoßen werden, hat sie nach dem Manöver immer noch die anfängliche Horizontalgeschwindigkeit. Die Geschwindigkeit in der Ursprungsrichtung ändert sich also nicht. Die y-Komponente der Raketengeschwindigkeit nach dem Manöver bestimmen wir mit
$v_{1\perp} = v_0 \tan\theta = (120\text{ m/s})\tan 23{,}0° = 50{,}9$ m/s.
Mit dem im Diagramm gezeigten Koordinatensystem gilt wegen der Impulserhaltung
$0 + 0 = m_1 v_{1\perp} - m_2 v_{2\perp}$, d. h.
$(M - m_2)v_{1\perp} = m_2 v_{2\perp}$;
$(4200\text{ kg} - m_2)(50{,}9\text{ m/s}) = m_2(2200\text{ m/s})$ und damit $m_2 =$ 95 kg.

4. (*a*) Wir wählen die Abwärtsrichtung als positiv. Für die Fallbewegung haben wir
$y = y_0 + v_0 t_1 + \tfrac{1}{2}at_1^2$;
$h = 0 + 0 + \tfrac{1}{2}gt_1^2$ und damit $t_1 = (2h/g)^{1/2}$.
Damit der Ball nach dem Aufprall wieder dieselbe Höhe erreicht, muss die Aufwärtsbewegung eine Umkehrung der Abwärtsbewegung sein. Dann ist auch die Zeit dieselbe wie zum Fallen. Damit ist die Gesamtzeit
$t_{Ges} = 2t_1 = 2(2h/g)^{1/2} =$ $(8h/g)^{1/2}$.
(*b*) Die Geschwindigkeit bestimmt man anhand von
$v = v_0 + at_1 = 0 + g(2h/g)^{1/2} =$ $(2gh)^{1/2}$.
(*c*) Damit der Ball nach dem Aufprall wieder dieselbe Höhe erreicht, muss seine Aufwärtsgeschwindigkeit unmittelbar nach dem Aufprall genauso groß sein wie seine Abwärtsgeschwindigkeit unmittelbar davor. Damit haben wir für die Impulsänderung
$\Delta p = m(-v) - mv = -2m(2gh)^{1/2} = =$ $-(8m^2gh)^{1/2}$ (up).
(*d*) Für die mittlere Kraft auf den Ball haben wir
$F = \Delta p/\Delta t = -(8m^2gh)^{1/2}/(8h/g)^{1/2} = -mg$ (up).
Somit ist die mittlere Kraft auf den Boden mg (abwärts), ein durchaus überraschendes Ergebnis.

5. Zunächst rechnen wir die Geschwindigkeiten um: (100 km/h)/(3600 s/h) = 27,8 m/s.
In einem Zeitraum Δt trifft alle Luft innerhalb einer Entfernung $v\,\Delta t$ auf das Gebäude auf; somit ist die Masse der Luft, die an dem Gebäude zum Stillstand kommt, $\Delta m = \rho A v\,\Delta t$. Damit wirkt auf die Luft eine mittlere Kraft
$F = \Delta p/\Delta t = (\Delta m/\Delta t)\,\Delta v = \rho A v(0 - v) = -\rho A v^2$
$= -(1{,}3\text{ kg/m}^3)(40\text{ m})(60\text{ m})(27{,}8\text{ m/s})^2 = -2{,}4\cdot 10^6$ N.
Die mittlere Kraft auf das Gebäude ist die Reaktionskraft darauf, also $2{,}4\cdot 10^6$ N.

Übungsaufgaben zu Abschnitt 7.2

6. Für diese eindimensionale Bewegung setzen wir die Richtung des ersten Waggons als positiv. Da die Waggons aneinander kuppeln, handelt es sich um einen vollständig inelastischen Stoß. Somit gilt die Impulserhaltung:
   $M_1v_1 + M_2v_2 = (M_1 + M_2)V$;
   (9700 kg)(18 m/s) + 0 = (9700 kg + M_2)(4,0 m/s) und damit $M_2 = 3{,}4\cdot10^4$ kg.

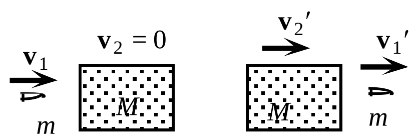
7. Für diese eindimensionale Bewegung setzen wir die Richtung des Angriffsspielers als positiv. Da die Spieler sich aneinander festhalten, handelt es sich um einen vollständig inelastischen Stoß. Somit gilt die Impulserhaltung:
   $M_1v_1 + M_2v_2 = (M_1 + M_2)V$;
   (90 kg)(5,0 m/s) + (130 kg)(–2,5 m/s) = (90 kg + 130 kg)V,
   und damit V = 0,57 m/s (in Richtung des Angriffsspielers).

8. Der neue Kern und das Alphateilchen entfernen sich in entgegengesetzte Richtungen. Mit der Impulserhaltung bekommen wir
   $0 = MV - m_\alpha v_\alpha$.
   $0 = (57m_\alpha)V - m_\alpha(2{,}5\cdot10^5$ m/s) und damit $V = 4{,}4\cdot10^3$ m/s.

9. Für die horizontale Bewegung setzen wir die Richtung des Waggons als positiv. Die fallende Last hat zunächst keine Horizontalgeschwindigkeit. Auf den vollständig inelastischen Stoß wenden wir die Impulserhaltung an:
   $M_1v_1 + M_2v_2 = (M_1 + M_2)V$;
   (10.500 kg)(15,0 m/s) + 0 = (10.500 kg + 6350 kg)V und damit V= 9,35 m/s.

10. Wir wenden auf den Wurf die Impulserhaltung für die eindimensionale Bewegung an:
   $0 = (m_{Boot} + m_{Kind})v_{Boot} + m_{Paket}v_{Paket}$;
   0 = (55,0 kg + 26,0 kg)v_{Boot} + (5,40 kg)(10,0 m/s) und damit
   v_{Boot} = –0,667 m/s (entgegen der Richtung des Pakets).

11. Mit der Impulserhaltung ergibt sich
   $mv_1 + Mv_2 = mv'_1 + Mv'_2$.
   (0,012 kg)(190 m/s) + 0 = (0,012 kg)(150 m/s) + (2,0 kg)v_2'.
   und damit v'_2 = 0,24 m/s.

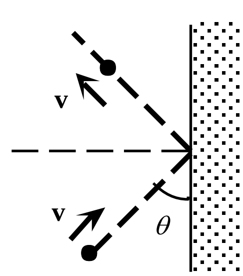


Übungsaufgaben zu Abschnitt 7.3

12. Die mittlere Kraft auf den Ball bestimmen wir mit
   $F = \Delta p/\Delta t = m\,\Delta v/\Delta t$ =(0,145 kg)[(56,0 m/s) – (–35,0 m/s)]/(5,00·10^{-3} s) = $2{,}64\cdot10^3$ N.

13. Die mittlere Kraft auf den Ball bestimmen wir mit
   $F = \Delta p/\Delta t = m\,\Delta v/\Delta t$ = (0,0600 kg)[(65,0 m/s) – 0]/(0,0300 s) = 130 N.
   Da das Gewicht einer Person von 60 kg rund 600 N beträgt, reicht die Kraft nicht aus.

14. Der Impuls parallel zu Wand ändert sich durch den Aufprall nicht, nur der Impulsanteil senkrecht zur Wand ändert sich; also ist der Kraftstoß senkrecht zur Wand. Setzen wir die Richtung zur Wand hin als positiv, dann bestimmen wir den Kraftstoß des Balls mit
   Kraftstoß $= \Delta p_\perp = m\,\Delta v_\perp = m[(-v\sin\theta) - (v\sin\theta)]$
   $= -2mv\sin\theta = -2(0{,}060\text{ kg})(28\text{ m/s})\sin 45° = -2{,}4\text{ N}\cdot\text{s}$.
   Der Kraftstoß auf die Wand zeigt in die andere Richtung: 2,4 N · s.



15. Die mittlere Kraft auf das Wasser ist

$$F = \Delta p/\Delta t = (\Delta m/\Delta t)\,\Delta v$$
$$= (60\text{ kg/s})(10\text{ m/s})[(-0{,}75) - 1] = -1{,}1\cdot 10^3\text{ N}.$$

Nach dem dritten Newton'schen Axiom beträgt die Kraft auf die Turbinenschaufeln somit $1{,}1\cdot 10^3$ N.

16. Im Bezugssystem der Kapsel vor dem Abstoßen setzen wir die Bewegungsrichtung der Kapsel als positiv.

(*a*) Mit der Impulserhaltung bekommen wir

$$mv_{\text{Astronaut}} + Mv_{\text{Satellit}} = mv'_{\text{Astronaut}} + Mv'_{\text{Satellit}}.$$
$$0 + 0 = (140\text{ kg})(-2{,}50\text{ m/s}) + (1800\text{ kg})\,v'_{\text{Satellit}} \text{ und damit } v_{\text{Satellit}}' = 0{,}194\text{ m/s}.$$

(*b*) Die Kraft auf den Satelliten bestimmen wir mit

$$F_{\text{Satellit}} = \Delta p_{\text{Satellit}}/\Delta t = m_{\text{Satellit}}\,\Delta v_{\text{Satellit}}/\Delta t$$
$$= (1800\text{ kg})(0{,}194\text{ m/s} - 0)/(0{,}500\text{ s}) = 700\text{ N}.$$

Auf den Astronauten wirkt eine entgegengesetzt gleiche Kraft.

(*c*) Die kinetischen Energien sind

$$E_{\text{kin,Astronaut}} = \tfrac{1}{2}m\,v'^2_{\text{Astronaut}} = \tfrac{1}{2}(140\text{ kg})(2{,}50\text{ m/s})^2 = 438\text{ J}.$$
$$E_{\text{kin,Satellit}} = \tfrac{1}{2}M\,v'^2_{\text{Satellit}} = \tfrac{1}{2}(1800\text{ kg})(0{,}194\text{ m/s})^2 = 33{,}9\text{ J}.$$

17. (*a*) Die mittlere Kraft auf das Molekül bestimmen wir mit

$$F = \Delta p/\Delta t = m\,\Delta v/\Delta t$$
$$= m[(-v) - (+v)]/\,\Delta t = -2mv/\Delta t.$$

Die mittlere Kraft auf die Wand ist die Reaktion darauf:

$2mv/\Delta t$.

(*b*) Wir bezeichnen mit t die mittlere Zeit zwischen den Stößen. Dann gibt es in der Zeit T eine Anzahl von $N = T/t$ Stößen. Also ändert sich in der Zeit T der Impuls um $N(2mv)$, und damit ist die mittlere Kraft auf die Wand

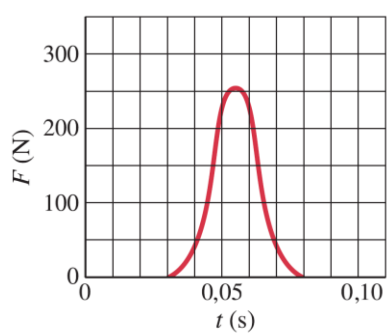
$$F_{\text{Wand}} = N(2mv)/T = 2mv/t.$$

18. (*a*) Der Kraftstoß ist die Fläche unter der Kurve $F(t)$. Jedem Karo in dem Graphen entspricht eine Wert von

1 Karo = (50 N)(0,01 s) = 0,50 N · s,

Wir schätzen ab, dass die Fläche unter der Kurve etwa dem Flächeninhalt von 10 Karos entspricht. Dann ist der Kraftstoß

Kraftstoß = (10 Karos)(0,50 N · s/Karos) ≈ 5,0 N · s.



(*b*) Die Endgeschwindigkeit des Balls bestimmen wir mit

Kraftstoß = $\Delta p = m\,\Delta v$;

5,0 N · s = (0,060 kg)(v – 0) und damit v = 83 m/s.

19. Wir wählen die Aufwärtsrichtung als positiv.

(*a*) Wir untersuchen den Fall, dass Wasser mit einer Masse von Δm in die Schale fällt. Die Geschwindigkeit des Wassers unmittelbar vor dem Aufprall bestimmen wir mithilfe der Energieerhaltung:

$0 = \Delta E_{\text{kin}} + \Delta E_{\text{pot}}$;

$0 = \frac{1}{2}(\Delta m)v^2 - 0 + [0 - (\Delta m)gh]$, d. h. $v^2 = 2gh$.

Die mittlere Kraft, die das Wasser zur Ruhe bringt, ist

$F = \Delta p/\Delta t = (\Delta m/\Delta t)\,\Delta v = (\Delta m/\Delta t)[0 - (-v)] = (\Delta m/\Delta t)(2gh)^{1/2}$.

Die mittlere Kraft auf die Waagschale ist die entsprechende Reaktionskraft: $-(\Delta m/\Delta t)(2gh)^{1/2}$ (abwärts).

Die Waage zeigt die (erhöhte) Normalkraft an. Nach der Zeit t hat das Wasser in der Schale die Masse

$m = (\Delta m/\Delta t)t$.

Wenn wir die Beschleunigung des Wassers in der Schale vernachlässigen, haben wir also

$F_N - (\Delta m/\Delta t)(2gh)^{1/2} - mg = 0$, d. h.

$F_N = (\Delta m/\Delta t)(2gh)^{1/2} + (\Delta m/\Delta t)gt = (\Delta m/\Delta t)[(2gh)^{1/2} + gt]$

$= (0{,}12\text{ kg/s})\{[2(9{,}81\text{ m/s}^2)(2{,}5\text{ m})]^{1/2} + (9{,}81\text{ m/s}^2)t\} =$ $(0{,}84\text{ N}) + (1{,}2\text{ N/s})t$.

(*b*) Nach 15 s zeigt die Waage also

$F_N = (0{,}84\text{ N}) + (1{,}18\text{ N/s})(15\text{ s}) =$ $18{,}5\text{ N}$.

(*c*) Nach der Zeit t hat das Wasser in der Schale die Masse $m = (\Delta m/\Delta t)t$. Die Wasserhöhe in einem Zylinder ist

$h' = m/\rho A = (\Delta m/\Delta t)t/\rho A$

$= (0{,}12\text{ kg/s})t/(1{,}0\cdot 10^3\text{ kg/m}^3)(20\cdot 10^{-4}\text{ m}^2) = (6{,}0\cdot 10^{-2}\text{ m/s})t$.

Das Wasser, das zur Zeit t in den Zylinder fällt, fällt aus einer Höhe $h - h'$. Die Geschwindigkeit, mit der das Wasser auftrifft, bestimmt man aus $v^2 = 2g(h - h')$, und die zusätzliche Kraft auf die Waagschale ist

$F = -(\Delta m/\Delta t)[2g(h - h')]^{1/2}$ (abwärts),

Wenn wir die Beschleunigung des Wassers in dem Zylinder vernachlässigen können, haben wir

$F_N - (\Delta m/\Delta t)[2g(h - h')]^{1/2} - mg = 0$, d. h.

$F_N = (\Delta m/\Delta t)[2g(h - h')]^{1/2} + (\Delta m/\Delta t)gt = (\Delta m/\Delta t)\{[2g(h - h')]^{1/2} + gt\}$

$= (0{,}12\text{ kg/s})(\{2(9{,}81\text{ m/s}^2)[(2{,}5\text{ m}) - (6{,}0\cdot 10^{-2}\text{ m/s})t]\}^{1/2} + (9{,}81\text{ m/s}^2)t)$

$=$ $(0{,}12\text{ kg/s})\{[(49\text{ m}^2/\text{s}^2) - (1{,}18\text{ m}^2/\text{s}^3)t]^{1/2} + (9{,}81\text{ m/s}^2)t\}$.

Nach 15 s haben wir

$F_N = (0{,}12\text{ kg/s})\{(49\text{ m}^2/\text{s}^2) - (1{,}18\text{ m}^2/\text{s}^3)t]\}^{1/2} + (9{,}81\text{ m/s}^2)t\}$

$= (0{,}12\text{ kg/s})\{[(49\text{ m}^2/\text{s}^2) - (1{,}18\text{ m}^2/\text{s}^3)(15\text{ s})]^{1/2} + (9{,}81\text{ m/s}^2)(15\text{ s})\} =$ $18{,}3\text{ N}$.

Übungsaufgaben zu den Abschnitten 7.4 und 7.5

20. Es handelt sich um eine eindimensionale Bewegung. Auf diesen elastischen Stoß der beiden Bälle können wir die Impulserhaltung anwenden:

$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v_1' + m_2 v_2'$;

$(0{,}540\text{ kg})(3{,}90\text{ m/s}) + (0{,}320\text{ kg})(0) = (0{,}540\text{ kg})v_1' + (0{,}320\text{ kg})v_2'$.

Da der Stoß elastisch ist, ändert sich die relative Geschwindigkeit nicht:

$v_1 - v_2 = -(v_1' - v_2')$, d. h. $3{,}90\text{ m/s} - 0 = v_2' - v_1'$.

Durch Kombination dieser beiden Gleichungen erhalten wir

$v_1' = 0{,}998\text{ m/s}$ und $v_2' = 4{,}89\text{ m/s}$.

21. Es handelt sich um eine eindimensionale Bewegung. Auf diesen elastischen Stoß der beiden Pucks können wir die Impulserhaltung anwenden:

$m_1v_1 + m_2v_2 = m_1v_1' + m_2v_2'$;

$(0{,}450\text{ kg})(4{,}20\text{ m/s}) + (0{,}900\text{ kg})(0) = (0{,}450\text{ kg})v_1' + (0{,}900\text{ kg})v_2'$.

Da der Stoß elastisch ist, ändert sich die relative Geschwindigkeit nicht:

$v_1 - v_2 = -(v_1' - v_2')$, d. h. $4{,}20\text{ m/s} - 0 = v_2' - v_1'$.

Durch Kombination dieser beiden Gleichungen erhalten wir

$v_1' = -1{,}40$ m/s (d. h. der Puck prallt zurück) und $v_2' = 2{,}80$ m/s.

22. Es handelt sich um eine eindimensionale Bewegung. Auf diesen elastischen Stoß der beiden Bälle können wir die Impulserhaltung anwenden:

$m_1v_1 + m_2v_2 = m_1v_1' + m_2v_2'$;

$(0{,}060\text{ kg})(7{,}50\text{ m/s}) + (0{,}090\text{ kg})(3{,}00\text{ m/s}) = (0{,}060\text{ kg})v_1' + (0{,}090\text{ kg})v_2'$.

Da der Stoß elastisch ist, ändert sich die relative Geschwindigkeit nicht:

$v_1 - v_2 = -(v_1' - v_2')$, d. h. $7{,}50\text{ m/s} - 3{,}00\text{ m/s} = v_2' - v_1'$.

Durch Kombination dieser beiden Gleichungen erhalten wir

$v_1' = 2{,}10$ m/s und $v_2' = 6{,}60$ m/s.

23. (*a*) Es handelt sich um eine eindimensionale Bewegung. Auf diesen elastischen Stoß der beiden Bälle können wir die Impulserhaltung anwenden:

$m_1v_1 + m_2v_2 = m_1v_1' + m_2v_2'$;

$(0{,}220\text{ kg})(6{,}5\text{ m/s}) + m_2(0) = (0{,}220\text{ kg})(-3{,}8\text{ m/s}) + m_2v_2'$.

Da der Stoß elastisch ist, ändert sich die relative Geschwindigkeit nicht:

$v_1 - v_2 = -(v_1' - v_2')$, d. h. $6{,}5\text{ m/s} - 0 = v_2' - (-3{,}8\text{ m/s})$ und damit $v_2' = 2{,}7$ m/s.

(*b*) Mit dem Ergebnis für v_2' erhalten wir aus der Impulsgleichung $m_2 = 0{,}84$ kg.

24. Auf diese elastischen Stöße können wir die Impulserhaltung anwenden:

$m_1v_1 + m_2v_2 = m_1v_1' + m_2v_2'$;

$m_1v_1 + 0 = m_1v_1' + m_2v_2'$.

Da der Stoß elastisch ist, ändert sich die relative Geschwindigkeit nicht:

$v_1 - v_2 = -(v_1' - v_2')$, d. h. $v_1 - 0 = v_2' - v_1'$.

Durch Kombination dieser beiden Gleichungen erhalten wir

$v_1' = (m_1 - m_2)v_1/(m_1 + m_2)$.

Bei dem Stoß verliert das Neutron den Anteil an kinetischer Energie:

$\Delta E_{\text{kin}1}/E_{\text{kin}1} = (\tfrac{1}{2}m_1v_1^2 - \tfrac{1}{2}m_1v_1'^2)/\tfrac{1}{2}m_1v_1^2 = 1 - [(m_1 - m_2)/(m_1 + m_2)]^2 = 4m_1m_2/(m_1 + m_2)^2$.

(*a*) Für $m_2 = 1{,}01$ u erhalten wir

$\Delta E_{\text{kin}1}/E_{\text{kin}1} = 4m_1m_2/(m_1 + m_2)^2 = 4(1{,}01\text{ u})(1{,}01\text{ u})/(1{,}01\text{ u} + 1{,}01\text{ u})^2 =$ 1,00.

(*b*) Für $m_2 = 2{,}01$ u erhalten wir

$\Delta E_{\text{kin}1}/E_{\text{kin}1} = 4m_1m_2/(m_1 + m_2)^2 = 4(1{,}01\text{ u})(2{,}01\text{ u})/(1{,}01\text{ u} + 2{,}01\text{ u})^2 =$ 0,89.

(*c*) Für $m_2 = 12{,}00$ u erhalten wir

$\Delta E_{\text{kin}1}/E_{\text{kin}1} = 4m_1m_2/(m_1 + m_2)^2 = 4(1{,}01\text{ u})(12{,}00\text{ u})/(1{,}01\text{ u} + 12{,}00\text{ u})^2 =$ 0,29.

(*d*) Für $m_2 = 208$ u erhalten wir

$\Delta E_{\text{kin}1}/E_{\text{kin}1} = 4m_1m_2/(m_1 + m_2)^2 = 4(1{,}01\text{ u})(208\text{ u})/(1{,}01\text{ u} + 208\text{ u})^2 =$ 0,019.

25. Es handelt sich um eine eindimensionale Bewegung. Auf diesen elastischen Stoß der beiden Bälle können wir die Impulserhaltung anwenden:

$m_1v_1 + m_2v_2 = m_1v_1' + m_2v_2'$.

Da der Stoß elastisch ist, ändert sich die relative Geschwindigkeit nicht:

$v_1 - v_2 = -(v_1' - v_2')$, d. h. $v_1' = v_2 - v_1 + v_2'$.

Setzen wir das in die Impulsgleichung ein, erhalten wir

$m_1v_1 + m_2v_2 = m_1v_2 - m_1v_1 + m_1v_2' + m_2v_2'$, d. h.

$v_2' = [2m_1/(m_1 + m_2)]v_1 + [(m_2 - m_1)/(m_1 + m_2)]v_2$.

Setzen wir das in die Gleichung für die relative Geschwindigkeit ein, erhalten wir

$v_1' = v_2 - v_1 + v_2' = v_2 - v_1 + [2m_1/(m_1 + m_2)]v_1 + [(m_2 - m_1)/(m_1 + m_2)]v_2$

$= [(m_1 - m_2)/(m_1 + m_2)]v_1 + [2m_2/(m_1 + m_2)]v_2$.

Anmerkung: Beim Vergleich von diesem und dem vorigen Ergebnis fällt auf, dass nur die Indizes 1 und 2 vertauscht sind.

26. (*a*) Bei maximaler Kompression der Feder gibt es keine Relativbewegung der beiden Blöcke. Da keine Reibung auftritt, können wir die Impulserhaltung anwenden:

$m_1v_1 + m_2v_2 = m_1v_1' + m_2v_2'$;

$m_1v_1 + 0 = (m_1 + m_2)V$, or $V = m_1v_1/(m_1 + m_2)$.

Auch die Energie bleibt erhalten, also haben wir

$\frac{1}{2}m_1v_1^2 + 0 = \frac{1}{2}(m_1 + m_2)V^2 + \frac{1}{2}kx^2$;

$\frac{1}{2}m_1v_1^2 = \frac{1}{2}(m_1 + m_2)[m_1v_1/(m_1 + m_2)]^2 + \frac{1}{2}kx^2$, or

$x^2 = m_1m_2v_1^2/k(m_1 + m_2) = (2{,}0\text{ kg})(4{,}5\text{ kg})(8{,}0\text{ m/s})^2/(850\text{ N/m})(2{,}0\text{ kg} + 4{,}5\text{ kg})$,

und damit $x =$ 0,32 m.

(*b*) Während des gesamten Vorgangs – von der anfänglichen Bewegung des ersten Blocks bis zur Trennung der Blöcke – sind alle in dem System aus den zwei Blöcken auftretenden horizontalen Kräfte interne Kräfte und konservativ. Wegen der Impulserhaltung haben wir

$m_1v_1 + m_2v_2 = m_1v_1'' + m_2v_2''$;

$m_1v_1 + 0 = m_1v_1'' + m_2v_2''$.

Da der Stoß elastisch ist (vgl. Aufgabenteil (*c*)), ändert sich die relative Geschwindigkeit nicht:

$v_1 - v_2 = -(v_1'' - v_2'')$, d. h. $v_2'' = v_1 - 0 + v_1''$.

Durch Kombination dieser Gleichungen erhalten wir

$v_1'' = (m_1 - m_2)v_1/(m_1 + m_1) = (2{,}0\text{ kg} - 4{,}5\text{ kg})(8{,}0\text{ m/s})/(2{,}0\text{ kg} + 4{,}5\text{ kg}) =$ –3,1 m/s (prallt zurück).

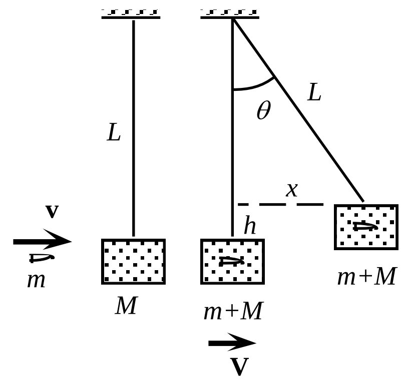
Für v_2'' erhalten wir

$v_2'' = v_1 + v_1'' = 8{,}0\text{ m/s} + (-3{,}1\text{ m/s}) =$ 4,9 m/s.

(*c*) Ja, weil die Federkraft konservativ ist, ist der Stoß elastisch.

Übungsaufgaben zu Abschnitt 7.6

27. Wir bezeichnen mit V die Geschwindigkeit des Pendelkörpers und der Gewehrkugel unmittelbar nach dem Stoß und bevor das Pendel anfängt zu schwingen. Auf diesen vollständig inelastischen Stoß können wir die Impulserhaltung anwenden:



$mv + 0 = (M + m)V;$

$(0{,}018\text{ kg})(180\text{ m/s}) = (0{,}018\text{ kg} + 3{,}6\text{ kg})V$

und damit $V = 0{,}896$ m/s.

Da die Zugkraft keine Arbeit verrichtet, können wir auf den Pendelvorgang die Energieerhaltung anwenden:

$\frac{1}{2}(M + m)V^2 = (M + m)gh$, or $V^2 = 2gh$;

$(0{,}896\text{ m/s})^2 = 2(9{,}81\text{ m/s}^2)h$ und damit $h = 0{,}0409$ m.

Die horizontale Auslenkung bestimmen wir mithilfe des Dreiecks:

$L^2 = (L - h)^2 + x^2;$

$(2{,}8\text{ m})^2 = (2{,}8\text{ m} - 0{,}0409\text{ m})^2 + x^2$ und damit $x =$ 0,48 m.

28. (*a*) Die Geschwindigkeit der Pendelmasse und des Geschosses nach dem Stoß ist

$v' = mv_1/(m + M).$

Der Anteil der verlorenen kinetischen Energie beträgt

Anteil $= -\Delta E_{\text{kin}}/E_{\text{kin}} = -\left[\frac{1}{2}(m + M)v'^2 - \frac{1}{2}mv_1^2\right]/\frac{1}{2}mv_1^2$

$= -\left\{(m + M)[mv_1/(m + M)]^2 - mv_1^2\right\}/mv_1^2$

$= -[m/(m + M)] + 1 =$ $+\,M/(m + M)$.

(*b*) Bei den gegebenen Daten erhalten wir für den Anteil der verlorenen kinetischen Energie

Anteil $= M/(m + M) = (380\text{ g})/(14{,}0\text{ g} + 380\text{ g}) =$ 0,964.

29. Die Impulserhaltung ergibt

$0 = m_1v_1' + m_2v_2';$

$0 = m_1v_1' + 1{,}5m_1v_2'$, d. h. $v_1' = -1{,}5v_2'$.

Die kinetische Energie der beiden Teile beträgt

$E_{\text{kin2}} = \frac{1}{2}m_2v_2'^2;$

$E_{\text{kin1}} = \frac{1}{2}m_1v_1'^2 = \frac{1}{2}(m_2/1{,}5)(-1{,}5v_2')^2 = (1{,}5)\frac{1}{2}m_2v_2'^2 = 1{,}5\,E_{\text{kin2}}$.

Die bei der Explosion freigesetzte Energie verleiht die kinetische Energie:

$E = E_{\text{kin1}} + E_{\text{kin2}} = 2{,}5E_{\text{kin2}}$;

$17.500\text{ J} = 2{,}5E_{\text{kin2}}$ und damit $E_{\text{kin2}} = 7000$ J.

Für das andere Teil haben wir damit

$E_{\text{kin1}} = E - E_{\text{kin1}} = 17.500\text{ J} - 7000\text{ J} = 10.500$ J.

Somit haben wir für die kinetische Energie der beiden Teile

E_{kin} (schwer) = 7000 J;

E_{kin} (leicht) = 10.500 J.

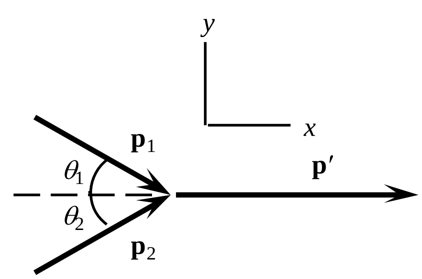
30. In dem rechts abgebildeten Koordinatensystem haben wir wegen der Impulserhaltung

y-Impuls: $-mv\sin\theta_1 + mv\sin\theta_2 = 0$, d. h. $\theta_1 = \theta_2$.

x-Impuls: $mv\cos\theta_1 + mv\cos\theta_2 = 2mv_2';$

$2mv\cos\theta_1 = 2mv/3;$

$\cos\theta_1 = \frac{1}{3}$, d. h. $\theta_1 = 70{,}5° = \theta_2$.



Der Winkel zwischen ihren jeweiligen Anfangsrichtungen ist

$\phi = \theta_1 + \theta_2 = 2(70{,}5°) =$ 141°.

31. Der Stoß findet auf ebener Straße statt, somit erfahren die beiden verkeilten Autos die Normalkraft $F_N = (m + M)g$. Die Geschwindigkeit der verkeilten Autos unmittelbar nach dem Zusammenstoß finden wir, indem wir die Energieerhaltung auf die Gleitbewegung anwenden:

$W_{fr} = \Delta E_{kin}$;

$-\mu_G(m + M)gd = 0 - \frac{1}{2}(M + m)V^2$;

$(0{,}40)(9{,}81\ \text{m/s}^2)(4{,}8\ \text{m}) = \frac{1}{2}V^2$ und damit $V = 6{,}13$ m/s.

Für den Stoß wenden wir die Impulserhaltung an:

$mv + 0 = (m + M)V$;

$(0{,}95 \cdot 10^3\ \text{kg})v = (0{,}95 \cdot 10^3\ \text{kg} + 2{,}2 \cdot 10^3\ \text{kg})(6{,}13\ \text{m/s})$ und damit $v = 20$ m/s (73 km/h).

32. Wir nehmen an, dass die Explosion entgegengesetzt gleiche Kräfte auf die beiden Teile ausübt. Wir wenden die Impulserhaltung auf die Explosion an:

$0 = m_1v_1' + m_2v_2'$;

$0 = m_1v_1' + 3m_1v_2'$, d. h. $v_1' = -3v_2'$.

Durch die ebene Tischfläche wirkt auf beide Blöcke eine Normalkraft gemäß $F_N = mg$.

Den Zusammenhang zwischen der Geschwindigkeit eines Blocks unmittelbar nach der Explosion und dem zurückgelegten Weg lässt sich herstellen, indem wir die Energieerhaltung auf die Gleitbewegung anwenden:

$W_{fr} = \Delta E_{kin}$;

$-\mu_G mgd = 0 - \frac{1}{2}mv'^2$, or $d = \frac{1}{2}v'^2/\mu_k g$.

Die Gleitreibungszahl ist für beide Teile gleich. Wir bilden das Verhältnis der zurückgelegten Wege und erhalten

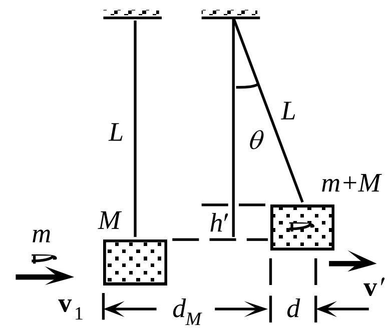
$d_1/d_2 = (v_1'/v_2')^2 = (-3)^2 = 9$, d. h. der leichtere Block rutscht 9-mal weiter als der schwere.

33. (*a*) Wir bezeichnen mit d_M den Weg, den der Block während des Stoßes zurücklegt. Die mittlere Geschwindigkeit aller beteiligten Körper schätzen wir ab, indem wir die Beschleunigung als konstant annehmen (d. h. $v_{\text{mit}} = (v_{\text{Anfang}} + v_{\text{Ende}})/2$. Da die Geschwindigkeit des Geschosses relativ zu dem Block nach dem Stoß null ist, haben wir

$$\Delta t = d/[(v_1 + 0)/2] = 2d/v_1$$

(dabei ist d die Strecke, die Kugel innerhalb des Blockes zurücklegt, und v_1 ist die Anfangsgeschwindigkeit des Blocks).
Der Block bewegt sich um die Strecke

$$d_M = [(0 + v')/2]\,\Delta t = v'd/v_1.$$



(*b*) Während des Stoßes schwingt der Block um einen kleinen Winkel θ':

$$\theta' \approx \sin\theta' = d_M/L = v'd/Lv_1, \text{ und damit}$$

$$\cos\theta' \approx 1 - \theta'^2/2.$$

Den Betrag der Zugkraft während des Stoßes schätzen wir ab:

$$F_T\cos\theta' = (m + M)g, \text{ d. h. } F_T \approx (m + M)g.$$

Der horizontale Kraftstoß während des Stoßes stammt von der Zugkraft:

$$-F_T(\sin\theta')_{\text{mit}}\,\Delta t = (m + M)v' - mv_1;$$

$$-F_T(\theta'/2)\,\Delta t = (m + M)v' - mv_1;$$

$$-(m + M)g(v'd/2Lv_1)(2d/v_1) = (m + M)v' - mv_1 \text{ und damit}$$

$$v' = [mv_1/(m + M)]/[1 + (gd^2/Lv_1^2)].$$

Für $(gd^2/Lv_1^2) \ll 1$ haben wir $v' \approx [1 - (gd^2/Lv_1^2)]mv_1/(m + M)$.
Somit finden wir Δp mit dem Kraftstoß:

$$\begin{aligned}\Delta p &= -(m + M)g(v'd^2/Lv_1^2)\\ &= -(m + M)(gd^2/Lv_1^2)[1 - (gd^2/Lv_1^2)]mv_1/(m + M)\\ &= -(mgd^2/Lv_1)[1 - (gd^2/Lv_1^2)] \approx -mgd^2/Lv_1.\end{aligned}$$

(*c*) Während des Stoßes hebt sich der Block um

$$h' = L(1 - \cos\theta') \approx L[1 - (1 - \theta'^2/2)] = L(v'd/Lv_1)^2/2.$$

Mit dem obigen Ausdruck für v' erhalten wir

$$h' = [1 - (gd^2/Lv_1^2)]^2[m/(m + M)]^2d^2/2L \approx [m/(m + M)]^2d^2/2L.$$

Nach dem Stoß hebt sich der Block noch weiter um eine Höhe $h - h'$. Mit der Energieerhaltung haben wir

$$\begin{aligned}v' &= [2g(h - h')]^{1/2} = (2gh)^{1/2}[1 - (h'/h)]^{1/2}\\ &\approx (2gh)^{1/2}[1 - (h'/2h)] \approx (2gh)^{1/2}\{1 - [m/(m + M)]^2d^2/4hL\}.\end{aligned}$$

Wenn wir das Ergebnis für v' aus Teil (*b*) verwenden, erhalten wir

$$[mv_1/(m + M)]/[1 + (gd^2/Lv_1^2)] = (2gh)^{1/2}\{1 - [m/(m + M)]^2d^2/4hL\}, \text{ d. h.}$$

$$v_1 = [(m + M)/m](2gh)^{1/2}\{1 - [m/(m + M)]^2d^2/4hL\}[1 + (gd^2/Lv_1^2)].$$

Wenn wir annehmen, dass wir das Ergebnis aus Beispiel 7.9 verwenden können (d. h. $v = [(m + M)/m](2gh)^{1/2}$ für den ersten Faktor und v_1 für den letzten Term), dann die Faktoren multiplizieren und nur die Terme in d^2 betrachten, erhalten wir

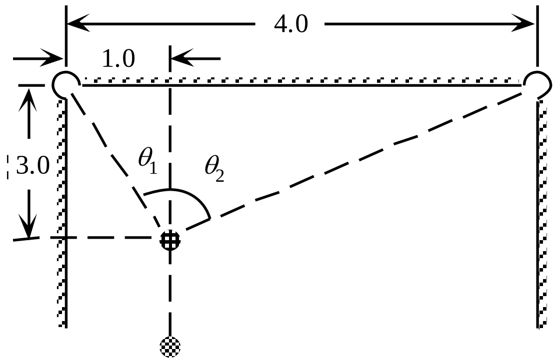
$$v_1 \approx v\{1 - [m/(m + M)]^2d^2/4hL + (gd^2/Lv^2)\}.$$

Demnach ist der relative Fehler

$$\begin{aligned}(v_1 - v)/v &= gd^2/Lv^2 - [m/(m + M)]^2d^2/4hL\\ &= (d^2/L)\{[m^2/(m + M)^2 2h] - [m/(m + M)]^2/4h\} = d^2m^2/2(m + M)^2hL.\end{aligned}$$

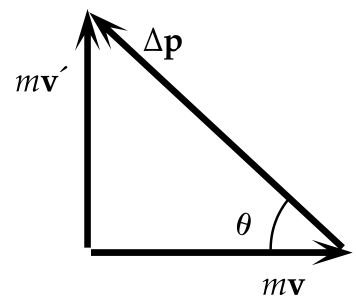
Allgemeine Aufgaben

34. Wie in den CWS-Seiten gezeigt, stehen beim elastischen Stoß von zwei Körpern gleicher Masse in zwei Dimensionen die Bahnen der beiden Körper senkrecht aufeinander, wenn einer der beiden Stoßpartner vorher in Ruhe war.
Wir nehmen an, dass der Spielball sich vor dem Stoß parallel zur Seite des Billardtischs bewegt. Damit der Objektball nach dem Stoß ins Loch fällt, muss der Objektball um θ_1 abgelenkt werden. Für den Winkel gilt
$\tan\theta_1 = 1{,}0/\sqrt{3{,}0}$ und damit $\theta_1 = 30°$.
Demnach ist der Winkel für den Spielball 90° – 30° = 60°.
Auch aus dem Diagramm lesen wir das ab:
$\tan\theta_2 = (4{,}0 - 1{,}0)/\sqrt{3{,}0}$ und damit $\theta_2 = 60°$.
Damit das passiert, muss der Spielball stark „geschnitten" werden.

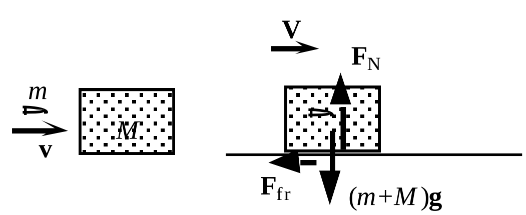


35. Die Kraft auf die Person bestimmen wir aus dem Betrag der Kraft, die erforderlich ist, um den Impuls der Luft zu ändern:
$F = \Delta p/\Delta t = (\Delta m/\Delta t)v$
$= (40\ \mathrm{kg/s\cdot m^2})(1{,}50\ \mathrm{m})(0{,}50\ \mathrm{m})(100\ \mathrm{km/h})/(3{,}6\ \mathrm{ks/h}) =$ $8{,}3\cdot 10^2\ \mathrm{N}$.
Die maximale Reibungskraft beträgt
$F_{fr} = \mu mg \approx (1{,}0)(70\ \mathrm{kg})(9{,}81\ \mathrm{m/s^2}) = 6{,}9\cdot 10^2\ \mathrm{N}$, beide Kräfte sind also näherungsweise gleich.

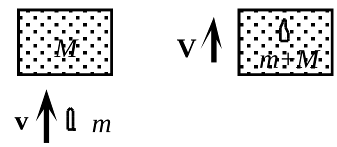
36. Die Geschwindigkeit des Balls nach dem Schlag, der aus der Höhe h gefallen ist, bestimmen wir mithilfe der Energieerhaltung
$\frac{1}{2}mv'^2 = mgh$, d. h. $v' = (2gh)^{1/2} = [2(9{,}81\ \mathrm{m/s^2})(55{,}6\ \mathrm{m})]^{1/2} = 33{,}0\ \mathrm{m/s}$.
Aus dem Diagramm lesen wir den Betrag der Impulsänderung ab
$\Delta p = m(v^2 + v'^2)^{1/2}$
$= (0{,}145\ \mathrm{kg})[(35{,}0\ \mathrm{m/s})^2 + (33{,}0\ \mathrm{m/s})^2]^{1/2} = 6{,}98\ \mathrm{kg\cdot m/s}$.
Die Kraft bestimmen wir mithilfe von
$F\,\Delta t = \Delta p$;
$F(0{,}50\cdot 10^{-3}\ \mathrm{s}) = 6{,}98\ \mathrm{kg\cdot m/s}$ und damit $F =$ $1{,}4\cdot 10^4\ \mathrm{N}$.
Für die Richtung der Kraft gilt
$\tan\theta = v'/v = (33{,}0\ \mathrm{m/s})/(35{,}0\ \mathrm{m/s}) = 0{,}943$, d. h. $\theta =$ $43{,}3°$.



37. Auf der horizontalen Fläche ist die Normalkraft nach dem Stoß $F_N = (m + M)g$. Die gemeinsame Geschwindigkeit von Klotz und Geschoss, unmittelbar nachdem das Geschoss in den Klotz eingedrungen ist, können wir mithilfe der Energieerhaltung für die Gleitbewegung bestimmen:
$W_{fr} = \Delta E_{kin}$;
$-\mu_G(m + M)gd = 0 - \frac{1}{2}(M + m)V^2$;
$0{,}25(9{,}81\ \mathrm{m/s^2})(9{,}5\ \mathrm{m}) = \frac{1}{2}V^2$ und damit $V = 6{,}82\ \mathrm{m/s}$.
Auf das Eindringen des Geschosses wenden wir die Impulserhaltung an:
$mv + 0 = (M + m)V$;
$(0{,}015\ \mathrm{kg})v = (0{,}015\ \mathrm{kg} + 1{,}10\ \mathrm{kg})(6{,}82\ \mathrm{m/s})$ und damit $v = 5{,}1\cdot 10^2\ \mathrm{m/s}$.



38. Wir bezeichnen mit V die Geschwindigkeit von Geschoss und Holzklotz, unmittelbar nachdem das Geschoss in den Klotz eingedrungen ist und bevor es sich zu heben beginnt.



Auf diesen vollständig inelastischen Stoß wenden wir die Impulserhaltung an:

$mv + 0 = (M + m)V$;

$(0{,}021\text{ kg})(310\text{ m/s}) = (0{,}021\text{ kg} + 1{,}40\text{ kg})V$ und damit $V = 4{,}58$ m/s.

Auf die Bewegung des Klotzes nach oben wenden wir die Energieerhaltung an; dabei legen wir das Bezugsniveau für die potentielle Energie auf die Platte:

$E_{\text{kin,Anfang}} + E_{\text{pot,Anfang}} = E_{\text{kin,Ende}} + E_{\text{pot,Ende}}$;

$\frac{1}{2}(M + m)V^2 + 0 = 0 + (m + M)gh$, d. h.

$h = V^2/2g = (4{,}58\text{ m/s})^2/2(9{,}81\text{ m/s}^2) =$ 1,07 m.

39. Auf den elastischen Stoß der beiden Bälle wenden wir die Impulserhaltung an:

$mv_1 + m_2v_2 = mv_1' + m_2v_2'$;

$mv_1 + 0 = m(-0{,}600v_1) + m_2v_2'$ bzw. $m_2v_2' = 1{,}600mv_1$.

Da der Stoß elastisch ist, ändert sich die relative Geschwindigkeit nicht:

$v_1 - 0 = -(v_1' - v_2')$; $v_1 = v_2' - (-0{,}600v_1)$ bzw. $v_2' = 0{,}400v_1$.

Durch Kombination der beiden Gleichungen erhalten wir

$m_2 = 4{,}00m$.

40. Auf der ebenen Straße gilt für die Normalkraft $F_N = mg$. Die Geschwindigkeit eines Autos unmittelbar nach dem Zusammenstoß können wir bestimmen, indem wir die Energieerhaltung auf die Gleitbewegung nach dem Stoß anwenden:

$W_{fr} = \Delta E_{kin}$;

$-\mu_G mgd = 0 - \frac{1}{2}mv^2$.

Damit bekommen wir für die Geschwindigkeiten der Autos nach dem Zusammenstoß:

$0{,}60(9{,}81\text{ m/s}^2)(15\text{ m}) = \frac{1}{2}v_A'^2$ und damit $v_A' = 13{,}3$ m/s;

$0{,}60(9{,}81\text{ m/s}^2)(30\text{ m}) = \frac{1}{2}v_B'^2$ und damit $v_B' = 18{,}8$ m/s.

Auf den Stoß wenden wir die Impulserhaltung an:

$m_Av_A + m_Bv_B = m_Av_A' + m_Bv_B'$;

$(2000\text{ kg})v_A + 0 = (2000\text{ kg})(13{,}3\text{ m/s}) + (1000\text{ kg})(18{,}8\text{ m/s})$ und damit $v_A = 22{,}7$ m/s.

Die Geschwindigkeit von Auto A unmittelbar vor dem Bremsvorgang finden wir durch Anwendung der Energieerhaltung auf die Gleitbewegung:

$W_{fr} = \Delta E_{kin}$;

$-\mu_G m_A gd = \frac{1}{2}m_Av_A^2 - \frac{1}{2}m_Av_{A0}^2$;

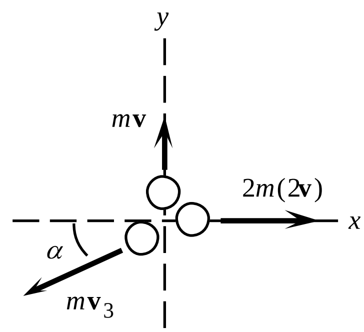
$-0{,}60(9{,}81\text{ m/s}^2)(15\text{ m}) = \frac{1}{2}[(22{,}7\text{ m/s})^2 - v_{A0}^2]$, und damit

$v_{A0} = 26{,}3\text{ m/s} = 94{,}7$ km/h, der Wagen war also rund 7 km/h zu schnell.

41. Die Energie, die in Wärme oder andere Verluste umgewandelt wird, ist gleich dem Verlust an kinetischer Energie der beiden Waggons:

$$\begin{aligned}-\Delta E_{kin}/E_{kin1} &= -[\tfrac{1}{2}(m_1 + m_2)v'^2 - \tfrac{1}{2}m_1v_1^2]/\tfrac{1}{2}m_1v_1^2\\ &= 1 - [(m_1 + m_2)/m_1](v'/v_1)^2\\ &= 1 - [(10{,}000\text{ kg} + 10{,}000\text{ kg})/(10{,}000\text{kg})](1/2)^2 = 0{,}50 = 50\%.\end{aligned}$$

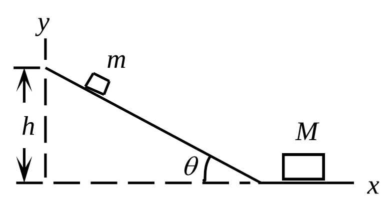
42. Da die Masse erhalten bleibt, beträgt die Masse des dritten Teils $4m - m - 2m = m$. Der Anfangsimpuls ist null. Wegen der Impulserhaltung haben wir
x-Richtung: $0 = (2m)(2v) - mv_3 \cos\alpha$, d. h. $v_3 \cos\alpha = 4v$;
y-Richtung: $0 = mv - mv_3 \sin\alpha$, d. h. $v_3 \sin\alpha = v$.
Wenn wir die beiden Gleichungen durcheinander teilen, erhalten wir
$\tan\alpha = 0{,}25$, d. h. $\alpha = 14°$.
Aus der ersten Gleichung ergibt sich dann
$v_3 = 4v/\cos 14° =$ $4{,}1v$, 104° von der Richtung des ersten Teils.



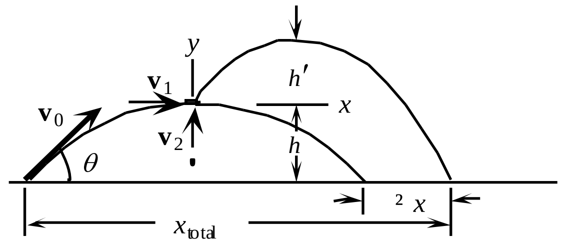
43. Für das Gesamtsystem aus Waggon und Schnee ist der Horizontalimpuls konstant. Wir legen für die horizontale Bewegung die Bewegungsrichtung des Waggons als positiv fest. Der Schnee hat anfangs die Horizontalgeschwindigkeit null. Wenn der Schnee in den Waggon fällt, liegt ein inelastischer Stoß vor, auf den wir die Impulserhaltung anwenden können:
$M_1v_1 + M_2v_2 = (M_1 + M_2)V$;
(5800 kg)(8,60 m/s) + 0 = [5800 kg + (3,50 kg/min)(60,0 min)]V und damit $V = 8{,}29$ m/s.
Anmerkung: Es gibt sehr wohl einen Vertikalimpuls, der bei dem Vorgang nicht erhalten bleibt.

44. (*a*) Wir legen die Richtung des Meteoriten als positiv fest. Auf den vollständig inelastischen Stoß können wir die Impulserhaltung anwenden:
$M_{\text{Meteorit}}v_{\text{Meteorit}} + M_{\text{Erde}}v_{\text{Erde}} = (M_{\text{Meteorit}} + M_{\text{Erde}})V$;
$(10^8\ \text{kg})(15\cdot10^3\ \text{m/s}) + 0 = (10^8\ \text{kg} + 6{,}0\cdot10^{24}\ \text{kg})V$ und damit $V = 2{,}5\cdot10^{-13}$ m/s.
(*b*) Der Anteil der umgewandelten kinetischen Energie war
Anteil $= \Delta E_{\text{kin,Erde}}/E_{\text{kin,Meteorit}} = \frac{1}{2}m_{\text{Erde}}V^2/\frac{1}{2}m_{\text{Meteorit}}v_{\text{Meteorit}}^2$
$= (6{,}0\cdot10^{24}\ \text{kg})(2{,}5\cdot10^{-13}\ \text{m/s})^2/(10^8\ \text{kg})(15\cdot10^3\ \text{m/s})^2 =$ $1{,}7\cdot10^{-17}$.
(*c*) Die kinetische Energie der Erde ändert sich somit um
$\Delta E_{\text{kin,Erde}} = \frac{1}{2}m_{\text{Erde}}V^2$
$= \frac{1}{2}(6{,}0\cdot10^{24}\ \text{kg})(2{,}5\cdot10^{-13}\ \text{m/s})^2 =$ 0,19 J.

45. Die Geschwindigkeit für das Fallen oder Steigen aus einer Höhe h bestimmt man mithilfe der Energieerhaltung:
$\frac{1}{2}mv^2 = mgh$, d. h. $v^2 = 2gh$,
(*a*) Der erste Block hat nach dem Herabgleiten, unmittelbar vor dem Stoß, die Geschwindigkeit
$v_1 = [2(9{,}81\ \text{m/s}^2)(3{,}60\ \text{m})]^{1/2} = 8{,}40$ m/s.
Auf den elastischen Stoß der beiden Blöcke wenden wir die Impulserhaltung an:
$mv_1 + Mv_2 = mv_1' + Mv_2'$;
$(2{,}20\ \text{kg})(8{,}40\ \text{m/s}) + (7{,}00\ \text{kg})(0) = (2{,}20\ \text{kg})v_1' + (7{,}00\ \text{kg})v_2'$.
Da der Stoß elastisch ist, ändert sich die Relativgeschwindigkeit nicht:
$v_1 - v_2 = -(v_1' - v_2')$, d. h. $8{,}40\ \text{m/s} - 0 = v_2' - v_1'$.
Durch Kombination dieser beiden Gleichungen erhalten wir
$v_1' = -4{,}38$ m/s, $v_2' = 4{,}02$ m/s.
(*b*) Die Höhe, die der Block wieder hinaufgleitet, bestimmen wir mithilfe von
$v_1'^2 = 2gh'$;
$(-4{,}38\ \text{m/s})^2 = 2(9{,}81\ \text{m/s}^2)h'$ und damit $h' = 0{,}979$ m.
Das entspricht einer Strecke auf der geneigten Ebene von
$d = h'/\sin\theta = (0{,}979\ \text{m})/\sin 30° =$ 1,96 m.



46. (*a*) Wenn die Tonscheibe nicht von dem Geschoss getroffen würde, würde sie eine horizontale Strecke zurücklegen, die sich mithilfe der Reichweitengleichung für Geschossbewegungen berechnen lässt:



$R = (v_0^2/g) \sin 2\theta$
$= [(30 \text{ m/s})^2/(9{,}81 \text{ m/s}^2)] \sin 2(30°) = 79{,}5 \text{ m}.$

Die Tonscheibe wird auf ihrer maximalen Höhe von der Kugel getroffen, also ist ihre Geschwindigkeit in *y*-Richtung null, und ihre Geschwindigkeit ist gleich der *x*-Komponente der Anfangsgeschwindigkeit:

$v_1 = v_0 \cos \theta = (30 \text{ m/s}) \cos 30° = 26{,}0 \text{ m/s}.$

Mithilfe der Energieerhaltung können wir die Höhe der Tonscheibe beim Stoß bestimmen:

$\frac{1}{2}Mv_0^2 = \frac{1}{2}Mv_1^2 + Mgh;$

$\frac{1}{2}(30 \text{ m/s})^2 = \frac{1}{2}(26{,}0 \text{ m/s})^2 + (9{,}81 \text{ m/s}^2)h$ und damit $h = 11{,}5 \text{ m}.$

In dem dargestellten Koordinatensystem haben wir wegen der Impulserhaltung beim Stoß

x: $Mv_1 + 0 = (M + m)V_x;$

$(250 \text{ g})(26{,}0 \text{ m/s}) = (250 \text{ g} + 15 \text{ g})V_x$ und damit $V_x = 24{,}5 \text{ m/s};$

y: $0 + mv_2 = (M + m)V_y;$

$(15 \text{ g})(200 \text{ m/s}) = (250 \text{ g} + 15 \text{ g})V_y$ und damit $V_y = 11{,}3 \text{ m/s}.$

Mithilfe der Energieerhaltung können wir auch die zusätzliche Höhe bestimmen, die die Tonscheibe nach dem Stoß gewinnt:

$\frac{1}{2}(M + m)(V_x^2 + V_y^2) = \frac{1}{2}(M + m)V_x^2 + (M + m)gh';$

$\frac{1}{2}\left[(24{,}5 \text{ m/s})^2 + (11{,}3 \text{ m/s})^2\right] = \frac{1}{2}(24{,}5 \text{ m/s})^2 + (9{,}81 \text{ m/s}^2)h'$ und damit $h' = 6{,}54 \text{ m}.$

(*b*) Die Zeit nach dem Stoß, in der die Tonscheibe zu Boden fällt, bestimmen wir anhand der vertikalen Bewegung:

$y = y_0 + V_y t + \frac{1}{2}(-g)t^2;$

$-11{,}5 \text{ m} = 0 + (11{,}3 \text{ m/s})t - \frac{1}{2}(9{,}81 \text{ m/s}^2)t^2.$

Die positive Lösung dieser quadratischen Gleichung in t ist $t = 3{,}07 \text{ s}.$

Die nach dem Stoß zurückgelegte horizontale Strecke ist

$x = V_x t = (24{,}5 \text{ m/s})(3{,}07 \text{ s}) = 75 \text{ m}.$

Die insgesamt zurückgelegte horizontale Strecke ist

$x_{\text{Ges}} = \frac{1}{2}R + x = \frac{1}{2}(79{,}5 \text{ m}) + 75 \text{ m} = 115 \text{ m}.$

Damit hat die Tonscheibe aufgrund des Stoßes folgende Strecke zusätzlich zurückgelegt:

$\Delta x = x_{\text{Ges}} - R = 115 \text{ m} - 79{,}5 \text{ m} = 35 \text{ m}.$

47. Offensichtlich hat das Raumschiff nur einen vernachlässigbaren Einfluss auf die Bewegung von Saturn. Im Bezugssystem von Saturn können wir den Vorgang als den Stoß eines sehr leichten gegen einen sehr viel schwereren Körpers betrachten, bei dem der leichte Körper „zurückgeworfen" wird. Die Relativgeschwindigkeit des Raumschiffs dreht sich dann in ihrer Richtung um.

Am Anfang beträgt die Relativgeschwindigkeit des Raumschiffs

$v_{\text{rel,RS}} = v_{\text{RS}} - v_{\text{S}} = 10{,}4 \text{ km/s} - (-9{,}6 \text{ km/s}) = 20{,}0 \text{ km/s}.$

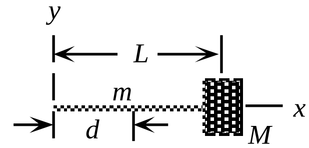
Also beträgt die Relativgeschwindigkeit am Ende $v_{\text{rel,RS}}' = -20{,}0 \text{ km/s}$, Daher können wir die Endgeschwindigkeit des Raumschiffs berechnen aus

$v_{\text{rel,RS}}' = v_{\text{RS}}' - v_{\text{S}};$

$-20{,}0 \text{ km/s} = v_{\text{RS}}' - (-9{,}6 \text{ km/s})$ und damit $v_{\text{RS}}' = -29{,}6 \text{ km/s}.$

Demnach ist die Endgeschwindigkeit des Raumschiffs 29,6 km/s.

48. Da die beiden Teile des Hammers homogen sind, muss der Schwerpunkt eines jeden der beiden Teile in dessen geometrischen Mittelpunkt liegen.
Wir wählen den Ursprung des Koordinatensystems am Ende des Griffs. Dann bestimmen wir die x-Koordinate des Schwerpunkts mit:



$x_S = (md + ML)/(m + M)$
$= [(0{,}500\text{ kg})(12{,}0\text{ cm}) + (2{,}00\text{ kg})(24{,}0\text{ cm} + 4{,}00\text{ cm})]/(0{,}500\text{ kg} + 2{,}00\text{ kg})$
$=$ 24,8 cm.

Wenn der Hammer geworden wird, dreht er sich um den Schwerpunkt, dieser Punkt aber folgt der Wurfparabel.

49. (*a*) Den Kraftstoß des Balls bestimmen wir aus
$\Delta p = m\,\Delta v = (0{,}045\text{ kg})(50\text{ m/s} - 0) = 2{,}25\text{ N}\cdot\text{s} =$ 2,3 N · s.
(*b*) Die mittlere Kraft ist
$F = J/\Delta t = (2{,}25\text{ N}\cdot\text{s})/(5{,}0\cdot 10^{-3}\text{ s}) =$ $4{,}5\cdot 10^{2}$ N.

50. (*a*) Die Geschwindigkeit ist relativ zur Raumfähre gegeben. Wenn die Fähre eine Endgeschwindigkeit v_{Ende} in z-Richtung hat, ist die Endgeschwindigkeit des Satelliten $v - v_{\text{Ende}}$, Mit der Impulserhaltung haben wir
$0 = m_{\text{Satellit}}(v - v_{\text{Ende}}) - m_{\text{Fähre}}v_{\text{Ende}}$, d. h.
$v_{\text{Ende}} = m_{\text{Satellit}}v/(m_{\text{Satellit}} + m_{\text{Fähre}}) = (800\text{ kg})(0{,}30\text{ m/s})/(800\text{ kg} + 90{,}000\text{ kg}) =$ $2{,}6\cdot 10^{-3}$ m/s.
(*b*) Die mittlere Kraft auf den Satelliten bestimmen wir mit
$F = \Delta p/\Delta t = [m_{\text{Satellit}}(v - v_{\text{Ende}}) - 0]/\Delta t$
$= (800\text{ kg})[0{,}30\text{ m/s} - 2{,}6\cdot 10^{-3}\text{ m/s}]/(4{,}0\text{ s}) =$ 59 N.

51. (*a*) Offenbar geht kinetische Energie verloren, also liegt ein inelastischer Stoß vor.
(*b*) Wenn wir eine konstante Beschleunigung annehmen, bestimmen wir die Zeit aus
$x = \tfrac{1}{2}(v_0 + v)t;$
$0{,}70\text{ m} = \tfrac{1}{2}\{[(50\text{ km/h})/(3600\text{ s/h}) + 0\}t$ und damit $t =$ 0,10 s.
(*c*) Die mittlere Stoßkraft ist
$F = \Delta p/\Delta t = [m(v - v_0)]/\Delta t$
$= (1000\text{ kg})[0 - (50\text{ km/h})/(3600\text{ s/h})]/(0{,}10\text{ s}) =$ $-1{,}4\cdot 10^{5}$ N.