



Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Московский государственный технический университет  
имени Н.Э. Баумана  
(национальный исследовательский университет)»  
(МГТУ им. Н.Э. Баумана)

ФАКУЛЬТЕТ «Информатика и системы управления»

КАФЕДРА «Программное обеспечение ЭВМ и информационные технологии»

### Лабораторная работа № 2

**Дисциплина:** Моделирование

**Тема:** Марковские процессы. Уравнения Колмогорова

**Студент:** Барсуков Н.М.

**Группа** ИУ7-76Б

**Оценка (баллы)** \_\_\_\_\_

**Преподаватель :** Рудаков И.В.

Москва.

Рис. 1.

# Содержание

1	Аналитический раздел	3
1.1	Цель работы . . . . .	3
1.2	Уравнение Колмогорова в общем виде . . . . .	3
2	Экспериментальный раздел	5
	Список использованных источников	6

# 1 Аналитический раздел

В данном разделе указана цель работы. Представлено уравнение Колмогорова в общем виде

## 1.1 Цель работы

Формализовать систему, количество состояний которой вводится пользователем. Нужно найти среднее, относительное время нахождения системы в каждом из её состояний. Система формализуется матрицей, в заголовках строк и столбцов которой находятся номера состояний:  $S_1, S_2, \dots, S_n$ . На пересечениях стоят интенсивности перехода из состояния в состояние. Необходимо найти среднее относительное время нахождения системы в каждом из её состояний.

## 1.2 Уравнение Колмогорова в общем виде

$$\frac{dp_i}{dt} = \sum_{j=1}^n p_j(t) \lambda_{ji} - p_i(t) \sum_{j=1}^n \lambda_{ij} \quad i = 1, \dots, n \quad (1)$$

Выше, учитывается, что для состояний не имеющих непосредственных переходов, можно считать  $\lambda_{i0} - \lambda_{0i} = 0$

Имея в распоряжении размеченный граф состояний, можно найти все вероятности состояний  $p_i(t)$  как функции времени. Для этого составляются и решаются так называемые уравнения Колмогорова особого вида дифференциальные уравнения, в которых неизвестными функциями являются вероятности состояний.

Общее правило составления уравнений Колмогорова: в левой части каждого из них стоит производная вероятности какого-то ( $i$ -го) состояния. В правой части сумма произведений вероятностей всех состояний, из которых идут стрелки в данное состояние, на интенсивности соответствующих потоков событий, минус суммарная интенсивность всех потоков, выводящих систему из данного состояния, умноженная на вероятность данного ( $i$ -го) состояния.

При  $t \rightarrow \infty$  вероятности состояний будут стремиться к пределам, т.к. в теории случайных процессов доказывается, что если число состояний систе-

мы конечно и из каждого из них можно (за конечное число шагов) перейти в любое другое, то финальные вероятности существуют, которые, если существуют и не зависят от начального состояния системы, называются финальными вероятностями состояний.

При  $t \rightarrow \infty$  в системе  $S$  устанавливается предельный стационарный режим, в ходе которого система случайным образом меняет свои состояния, но их вероятности уже не зависят от времени. Финальную вероятность состояния  $S_i$  можно истолковать как среднее относительное время пребывания системы в этом состоянии.

## 2 Экспериментальный раздел

В данном разделе представлены результаты работы программы:

The screenshot shows a window titled "Лабораторная №3". It has two main sections: "Входные данные" (Input data) and "Вывод" (Output). In the "Входные данные" section, there is a label "Количество состояний:" followed by a spinner box set to "4". Below this is a 4x4 grid. The first row contains headers 1, 2, 3, 4. The first column contains headers 1, 2, 3, 4. The grid contains the following values:

	1	2	3	4
1	0	25	2	0
2	3	0	0	3
3	4	0	0	3
4	0	3	4	0

In the "Вывод" section, there is a button labeled "Вычислить". Below the button, the following values are listed:

0.078  
0.465  
0.180  
0.276

Рис. 2.

The screenshot shows the same window "Лабораторная №3". In the "Входные данные" section, the "Количество состояний:" spinner is still set to "4". The 4x4 grid contains the following values:

	1	2	3	4
1	20	2	2	2
2	2	2	2	2
3	2	2	2	2
4	2	2	2	2

In the "Вывод" section, the "Вычислить" button is present, and the following values are listed:

0.250  
0.250  
0.250  
0.250

Рис. 3.

## Список использованных источников

1. Курс лекций "Моделирование"(Дата обращения: 6.12.19)
2. Марковские процессы // URL: *http://e-biblio.ru/book/bib/06<sub>management</sub>/teor<sub>mass</sub>obslug/158.9.13.html* (дата обращения 06.12.19)