1. Лабораторная N1

1) Укажите интервалы значений аргумента, в которых можно считать решением заданного уравнения каждое из первых 4-х приближений Пикара. Точность результата оценивать до второй цифры после запятой. Объяснить свой ответ.
   а) 1ое приближение: [0 - 0.9] Значение функции совпадает с приближением на данном интервале до 2ух знаков.
   б) 2ое приближение: [0 - 1.18] Значение функции совпадает с приближением на данном интервале до 2ух знаков.
   в) 3ье приближение: [0 - 1.36] Значение функции совпадает с приближением на данном интервале до 2ух знаков.
   г) 4ое приближение: [0 - 1.51] Значение функции совпадает с приближением на данном интервале до 2ух знаков.
2) Пояснить, каким образом можно доказать правильность полученного результата при фиксированном значении аргумента в численных методах.
   а) Численные методы зависят от шага, по этому мы сравниваем значение полученные Эйлером при разных его величинах. На пример: берем шаг равный 0.00001 получаем (для примера) 200, а при 0.0000001 получаем 300. Видим, что слишком большая разница которая нас не устраивает, продолжаем уменьшать шаг. И так до тех пора пока не получаем устраивающую нас точность. Правда есть вероятно того, что мы выйдем за разрядность и будет происходить округление.
3) Из каких соображений выбирался корень уравнения в неявном методе?
   а) Выбирается наименьший из двух корней для сохранения непрерывности функции
4) Каково значение функции при x=2, т.е. привести значение u(2).
   а) $u(2) = 316.843976$ При уменьшении шага, погрешность уменьшится.

2. Лабораторная N2

1) Вопрос: Какие способы тестирования программы можно предложить?
   а) 1) Приравнять друг к другу знание Rk и Rp к 0. Потери в контуре будут отсутствовать. На графики будем видеть незатухающую синусоиду 2) Сравнить результаты методов, с малым шагом
2) Вопрос: Получите систему разностных уравнений для решения сформулированной задачи неявным методом трапеций. Опишите алгоритм реализации полученных уравнений.

a) Ответ:

$$\text{Возьмем систему:} \begin{cases} \frac{dl}{dt} & = \frac{U-(R_k+R_p(I))I}{L_k} \\ \frac{dU}{dy} & = -\frac{I}{C_k} \end{cases} \text{Запишем выражение:} \quad (1)$$

Запишем выражение:

$$I_{n+1} = I_n + \Delta t \frac{f(I_n, U_{n+1})}{2} \quad (2)$$

$$U_{n+1} = U_n + \Delta t \frac{g(l_n) + g(l_{n+1})}{2} \quad (3)$$

Подставим выражение f и g:

$$l_{n+1} = l_n + \Delta t \frac{U_n - (R_k + R_p(I_n))I_n + U_{n+1} - R_k + Rp(l_{n+1}))I_{n+1}}{2L_k} \quad (4)$$

$$U_{n+1} = U_n - \Delta \frac{l_n + l_{n+1}}{2C_k} \quad (5)$$

Подставив U_{n+1} из второго уравнения в первое, решим его относительно l_{n+1}

$$l_{n+1} = \frac{-2C_k R_p(I_n) I_n \Delta t + 4C_k I_k I_n - 2C_k I_n R_k \Delta t + 4C_k U_n \Delta t - I_n \Delta t^2}{den} \quad (6)$$

Данное уравнение решается методом простых итераций $x^{(s)} = f(x^(s-1))$ Получив l_{n+1} подставим его значение в уравнение $U_{n+1} = U_n - \Delta t \frac{l_n + l_{n+1}}{2C_k}$

3) Вопрос: Из каких соображений проводится выбор того или иного метода, учитывая, что чем выше порядок точности метода, тем он более сложен?

   a) Ответ: Для метод четвёртого порядка точности должны быть четвёртые производные ограниченные, то есть правая часть должна быть непрерывна и ограничена вместе со своими четвёртыми производными. Если это не так, то метод четвёртого порядка точности не обеспечивает этот порядок.

   Для метода второго порядка правая часть должна быть непрерывна и ограничена вместе со своими производными до второго порядка. Если это не так, то метод второго порядка точности не обеспечивают этот порядок и следует использовать метод Эйлера.

3. Лабораторная работа N3

1) Какие способы тестиования программы можно предложить?
   а) При $F_0 = 0 T(x) = T_0 + -\epsilon$
   б) Должна быть положительная производная функции T(x) при $F_0 < 0$
   в) При отрицательном радиусе стержня $R < 0$, должны наблюдаться гормонические колебания

2) Получите простейший разностный аналог нелинейного краевого условия
   а) $x = l, -k(l)\frac{dt}{dx} = \alpha_N(T(l) - T_0) + \phi(T)$

   Разностная аппроксимация краевого условия:

   $\frac{Y_{N-1}-Y_N}{h} * k_N = \alpha_N(y_N - T_0) + \phi(Y_N)$

3) Опишите алгоритм применения метода прогонки, если при x = 0 краевое условие линейное (как в настоящей работе), а при x = l, как в п.2
   а) Используя простейшую аппроксимацию первых производных односторенними разностями, получим:

   $\xi_1 = 1, \nu = \frac{F_0 * h}{k_0}$

   Далее, найдем, прогоночные коэффициенты:

   $\xi_{n+1} = \frac{C_n}{B_n - A_n * \xi_n}, \nu_{n+1} = \frac{F_n + A_n * \nu_n}{B_n - A_n * \Xi_n}$

   Учитывая, что $y_{n-1} = \xi_n * y_n + \nu_n$ найдем:

   $y_N = \frac{k_N * \nu_N + h * \alpha * \beta - h * \phi(y_N)}{k_N * (1 - \xi_N) + h\alpha}$

4) Опишите алгоритм определения единствнного значения сеточной функции y_p в одной заданной точке р. Использовать встречную прогонку, т.е. комбинацию правой и левой прогонок (Лекция 8). Краевые условия линейные
   а) Пусть: $\eta_1 = \frac{F_0}{B_0}; \xi = \frac{C_0}{B_0}; \eta_N = \frac{A_N}{B_N}; \xi_N = \frac{F_N}{B_N}$

   Прямой ход $(1 <= i <= p - 1)$:

   $\xi_{i+1} = \frac{C_i}{B_i - A_i * \xi_i}; \eta_{i+1} = \frac{F_i + A_i * \eta_i}{B_i - A_i * \xi_i}$

   Обратный ход: $(p <= i <= N - 1)$:

   $\xi_i^- = \frac{A_i}{B_i - C_i * \xi_{i+1}}; \eta_i^- = \frac{F_i + C_i * \eta_i + 1}{B_i - C_i * \xi_i^- + 1}$

   $y_{p-1} = \xi_p * y_p + \eta_p$
   $y_p + 1 = \xi_p^- * y_p + \eta^-$
   $A_p * y_{p-1} * B_p * y_p + C_p * y_{p+1} = -P_p\} => y_p = \frac{F_p + A_p * \eta_p + C_p * \eta_p^- + 1}{B_p - A_p * \xi_p - C_p * \xi_{p+1}^-}$