

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ ЛИСТ

« 16 » июня 2020 г.	по дисциплине	Моделирование
Начало 09 : 00	билет 3	группа ИУ7-61Б
окончание 10 : 20	студент	Луговой Д.М.
оценка	экзаменатор	Градов В.М.
	(подпись)	

БИЛЕТ №3

- Опишите постановки задач для ДУЧП.
- Используя определение аппроксимации, основанное на понятии невязки, найти порядок аппроксимации производной функции на сетке  $\omega_h = \{x_n : x_n = nh, n = 0 \dots N\}$ . Привести выкладки.

$$u''_n \approx \frac{u_{n-1} - 2u_n + u_{n+1}}{h^2}$$

1) ДУЧП - дифференциальное уравнение в частных производных. На их основе строятся математические модели, позволяющие описывать поля различной физической природы. В качестве независимых переменных в ДУЧП обычно выступают пространственные и временные характеристики модели. Поиск решения осуществляется в некоторой области  $\Omega(t, x, y, z)$ , при этом на границе данной области ставятся дополнительные условия двух видов: условие, поставленное в начальный момент времени - начальное; условие, поставленное на границе пространственной области - краевое. Различают следующие виды задач:

- Задача Коши (задано только начальное условие)
- Краевая задача (задано только краевое условие)
- Смешанная краевая задача (задано оба типа условий)

Пример постановки одномерной по пространству задачи:

$$\frac{\partial u(x, t)}{\partial t} = a \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial x^2} + f(x, t), \quad 0 < x < l, \quad 0 < t < T_0.$$

Начальное условие:  $u(x, 0) = \mu(x)$ .

Различают три типа граничных условий:

- первого рода (формируются путем задания функции)

$$u(0, t) = \mu_1(t),$$

$$u(l, t) = \mu_2(t).$$

- второго рода (задаются производной от искомой функции)

$$\frac{\partial u}{\partial x} \Big|_{x=0} = \varphi(t).$$

- третьего рода (задаются искомой функцией и ее производной)

$$\alpha \frac{\partial u}{\partial x} + \beta u = \varphi(t).$$



**ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ ЛИСТ**

« 16 » июня 2020 г.

Начало 09 : 00

окончание 10 : 20

оценка \_\_\_\_\_

по дисциплине

Моделирование

билет 3

группа ИУ7-615

студент Луговой Д.М.

экзаменатор

Градов В.М.

(подпись)

2)

$$u''_n \approx \frac{u_{n-1} - 2u_n + u_{n+1}}{h^2}$$

Найдем невязку:

$$\psi = \frac{u_{n-1} - 2u_n + u_{n+1}}{h^2} - u''_n = \left\{ \begin{array}{l} \text{В соответствии с} \\ \text{формулой Тейлора} \end{array} \right.$$

$$\left. \begin{array}{l} u_{n-1} = u_n - hu'_n + \frac{h^2}{2}u''_n - \frac{h^3}{6}u'''_n + O(h^4) \\ u_{n+1} = u_n + hu'_n + \frac{h^2}{2}u''_n + \frac{h^3}{6}u'''_n + O(h^4) \end{array} \right\} = \frac{u_n - hu'_n + \frac{h^2}{2}u''_n - \frac{h^3}{6}u'''_n + O(h^4) - 2u_n + u_n + hu'_n + \frac{h^2}{2}u''_n + \frac{h^3}{6}u'''_n + O(h^4)}{h^2} - u''_n = \frac{h^2 u''_n + O(h^4)}{h^2} - u''_n = O(h^2)$$

Аппроксимация производной функции имеет второй порядок точности.