



Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Московский государственный технический университет
имени Н.Э. Баумана
(национальный исследовательский университет)»
(МГТУ им. Н.Э. Баумана)

ФАКУЛЬТЕТ «Информатика и системы управления»

КАФЕДРА «Программное обеспечение ЭВМ и информационные технологии»

Лабораторная работа № 3

Дисциплина: Моделирование

Тема: Марковские процессы. Уравнения Колмогорова

Студент: Барсуков Н.М.

Группа ИУ7-76Б

Оценка (баллы) _____

Преподаватель : Рудаков И.В.

Москва.

Рис. 1.

Содержание

1	Аналитический раздел	3
1.1	Цель работы	3
1.2	Уравнение Колмогорова в общем виде	3
2	Экспериментальный раздел	5
	Список использованных источников	6

1 Аналитический раздел

В данном разделе указана цель работы. Представлено уравнение Колмогорова в общем виде

1.1 Цель работы

Формализовать систему, количество состояний которой вводится пользователем. Нужно найти среднее, относительное время нахождения системы в каждом из её состояний. Система формализуется матрицей, в заголовках строк и столбцов которой находятся номера состояний: S_1, S_2, \dots, S_n . На пересечениях стоят интенсивности перехода из состояния в состояние. Необходимо найти среднее относительное время нахождения системы в каждом из её состояний.

1.2 Уравнение Колмогорова в общем виде

$$\frac{dp_i}{dt} = \sum_{j=1}^n p_j(t) \lambda_{ji} - p_i(t) \sum_{j=1}^n \lambda_{ij} \quad i = 1, \dots, n \quad (1)$$

Выше, учитывается, что для состояний не имеющих непосредственных переходов, можно считать $\lambda_{i0} - \lambda_{0i} = 0$

Имея в распоряжении размеченный граф состояний, можно найти все вероятности состояний $p_i(t)$ как функции времени. Для этого составляются и решаются так называемые уравнения Колмогорова особого вида дифференциальные уравнения, в которых неизвестными функциями являются вероятности состояний.

Общее правило составления уравнений Колмогорова: в левой части каждого из них стоит производная вероятности какого-то (i -го) состояния. В правой части сумма произведений вероятностей всех состояний, из которых идут стрелки в данное состояние, на интенсивности соответствующих потоков событий, минус суммарная интенсивность всех потоков, выводящих систему из данного состояния, умноженная на вероятность данного (i -го) состояния.

При $t \rightarrow \infty$ вероятности состояний будут стремиться к пределам, т.к. в теории случайных процессов доказывается, что если число состояний систе-

мы конечно и из каждого из них можно (за конечное число шагов) перейти в любое другое, то финальные вероятности существуют, которые, если существуют и не зависят от начального состояния системы, называются финальными вероятностями состояний.

При $t \rightarrow \infty$ в системе S устанавливается предельный стационарный режим, в ходе которого система случайным образом меняет свои состояния, но их вероятности уже не зависят от времени. Финальную вероятность состояния S_i можно истолковать как среднее относительное время пребывания системы в этом состоянии.

2 Экспериментальный раздел

В данном разделе представлены результаты работы программы:

The screenshot shows a window titled "Лабораторная №3". It has two main sections: "Входные данные" (Input data) and "Вывод" (Output). In the "Входные данные" section, there is a label "Количество состояний:" followed by a spinner box set to "4". Below this is a 4x4 grid table. The "Вывод" section contains a button labeled "Вычислить" and a list of four numerical results.

	1	2	3	4
1	0	25	2	0
2	3	0	0	3
3	4	0	0	3
4	0	3	4	0

Вывод:

- 0.078
- 0.465
- 0.180
- 0.276

Рис. 2.

The screenshot shows the same application window "Лабораторная №3". The "Входные данные" section has the "Количество состояний:" spinner set to "4". The 4x4 grid table contains different values. The "Вывод" section shows the "Вычислить" button and a list of four numerical results, all of which are 0.250.

	1	2	3	4
1	20	2	2	2
2	2	2	2	2
3	2	2	2	2
4	2	2	2	2

Вывод:

- 0.250
- 0.250
- 0.250
- 0.250

Рис. 3.

Список использованных источников

1. Курс лекций "Моделирование"(Дата обращения: 6.12.19)
2. Марковские процессы // URL: *http://e-biblio.ru/book/bib/06_{management}/teor_{mass}obslug/158.9.13.html* (дата обращения 06.12.19)