

## 1.5 二值逻辑变量与基本逻辑运算

**逻辑代数：**描述客观事物逻辑关系的数学方法(G. Boole, 1849)

用途：开关电路和数字逻辑电路的分析和设计

**逻辑运算：**当0和1表示逻辑状态时，两个二进制数码按照某种特定的因果关系进行的运算。

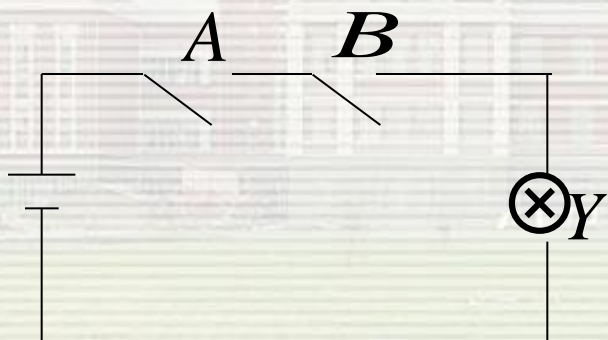
**逻辑代数与普通代数：**与普通代数不同,逻辑代数中的变量只有0和1两个可取值，它们分别用来表示完全两个对立的逻辑状态。

在逻辑代数中，有与、或、非三种基本的逻辑运算。



- **与运算：** 只有决定事情结果的全部条件同时具备，结果才发生。

例



<i>A</i>	<i>B</i>	<i>Y</i>
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

与逻辑表达式为：  $Y=A \cdot B$

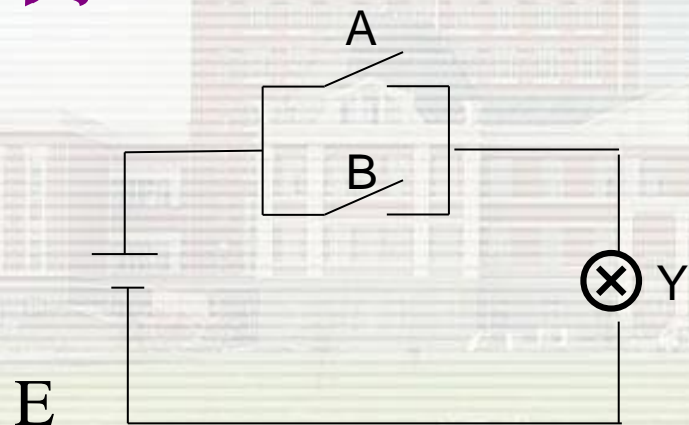
与运算由与逻辑门电路实现，其逻辑符号为：





- **或运算：** 在决定事物结果的诸条件中只要任何一个满足，结果就发生。

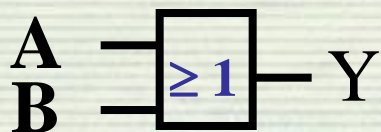
例：



<i>A</i>	<i>B</i>	<i>Y</i>
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

或逻辑表达式为：  $Y=A+B$

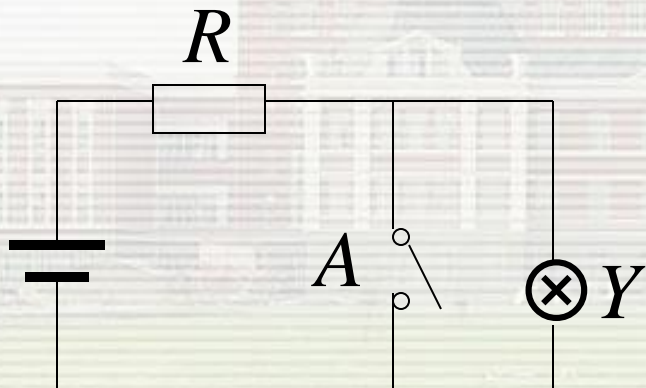
或运算由与逻辑门电路实现，其逻辑符号为：







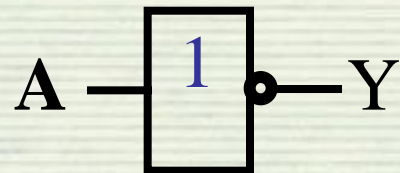
- **非运算：** 只要条件具备了，结果就不会发生；而条件不具备时，结果就发生。
- 例：



A	Y
0	1
1	0

非逻辑表达式为：  $Y = \bar{A}$

非运算由与逻辑门电路实现，其逻辑符号为：

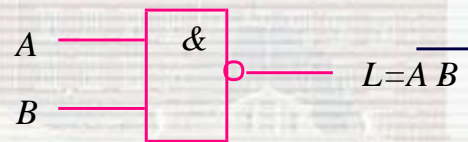




**与非** : 由与运算和非运算组合而成。

A	B	$L = \overline{A B}$
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

(a)

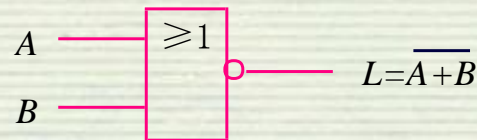


(b)

**或非** : 由或运算和非运算组合而成。

A	B	$L = \overline{A + B}$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

(a)



(b)

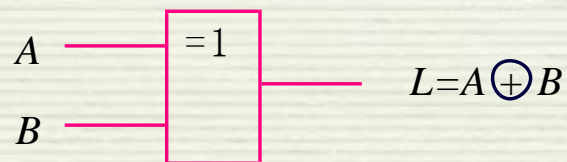
**异或:**异或是一种二变量逻辑运算，当两个变量取值相同时，逻辑函数值为**0**；当两个变量取值不同时，逻辑函数值为**1**。

异或的逻辑表达式为：

$$Y = A \oplus B = A \cdot \bar{B} + \bar{A} \cdot B$$

$A$	$B$	$A \oplus B$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

(a)



(b)



**同或:**同或是一种二变量逻辑运算，当两个变量取值相同时，逻辑函数值为1；当两个变量取值不同时，逻辑函数值为0。

同或的逻辑表达式为：

$$Y=A\odot B=A\cdot B+\bar{A}\cdot\bar{B}$$

A	B	Y
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

(a)



(b)



# 1.6 逻辑函数的建立及其表示方法

## 逻辑函数

逻辑函数的定义：以逻辑变量为输入，以运算结果为输出，当输入变量的取值确定之后，输出的取值便随之而定。因此，输出与输入之间是一种函数关系，这种函数关系称为逻辑函数。

逻辑函数表达式：

$$Y=F(A, B, C, \dots)$$

逻辑函数与普通代数中的函数相比较，有两个突出的特点：

- (1) 逻辑变量和逻辑函数只能取两个值0和1。
- (2) 函数和变量之间的关系是由“与”、“或”、“非”三种基本运算决定的



## 例:描述下面举重裁判电路的逻辑功能

图1.5.1表示的举重裁判电路，B、C是副裁判，A是主裁判。规则规定，当有两个裁判（主裁判是必须的）认定合格后，成绩才有效。用1代表开关闭合，0代表断开，1代表合格灯亮，0代表不亮。因此，可以写出逻辑关系：

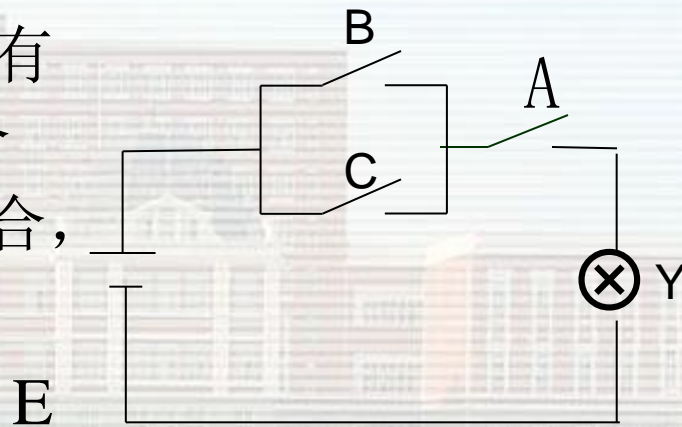


图1.5.1 举重裁判电路

指示灯Y是开关A、B、C的二值逻辑函数，即

$$Y = F(A, B, C)$$

## 1.5.2 逻辑函数的表示方法

### 一、逻辑真值表

将输入逻辑变量的各种可能取值和相应的函数值排列在一起而组成的表格。

输 入			输 出
A	B	C	Y
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1



## 二、逻辑函数式

把输出与输入之间的逻辑关系写成与、或、非等运算的组合式，即逻辑函数式

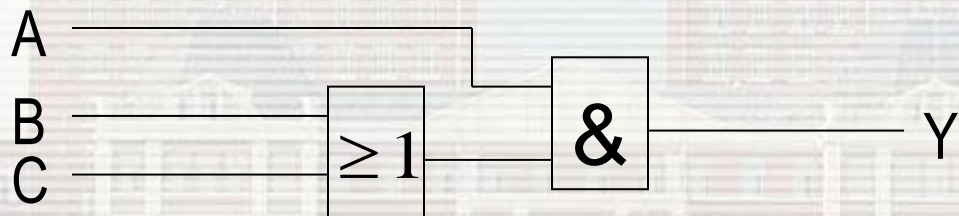
由真值表可以转换为函数表达式。例如，由“三人表决”函数的真值表可写出逻辑表达式：

$$Y=A(B+C)$$



### 三、逻辑图

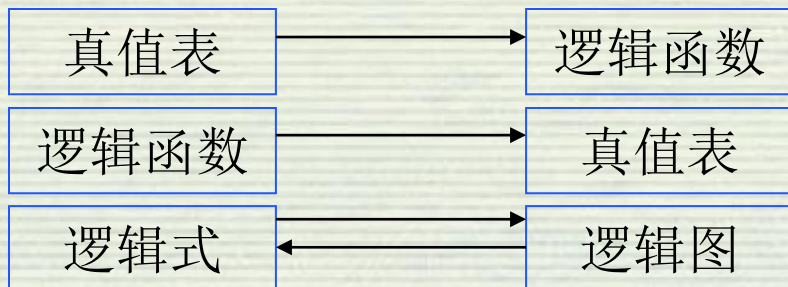
将逻辑函数中的各变量之间的与、或、非等逻辑关系用图形符号表示出来



举重裁判电路逻辑图

### 四.各种表示方法间的相互转换

同一个逻辑函数可以用三种不同的方法描述，而且这三种方法之间能够相互转换，经常用到的转换方式有以下几种：





## 四、各种表示方法的互相转换

### 1. 从真值表到表达式

- (1) 将真值表中对应输出为1的那些变量的组合找出来。
- (2) 每组变量组合对应一个乘积项，取值为1写原变量，取值为0写反变量。
- (3) 将这些乘积项相加，即得到Y的逻辑函数式。

例：已知某逻辑函数的真值表，试写出对应的逻辑函数表达式。

逻辑真值表

<i>A</i>	<i>B</i>	<i>L</i>
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

$$L = \overline{A} \overline{B} + AB$$





[例1.5.1]如一个奇偶判别电路的真值表1.5.2,写出对应的逻辑式。

表 1.5.2 例 1.5.1 的函数真值表

A	B	C	Y
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1.....→ $\bar{A}BC$
1	0	0	0
1	0	1	1.....→ $A\bar{B}C$
1	1	0	1.....→ $AB\bar{C}$
1	1	1	0

$$Y = \bar{A}BC + A\bar{B}C + AB\bar{C}$$



## 四、各种表示方法的互相转换

### 2. 从逻辑式列出真值表

将输入变量的所有可能取值组合代入逻辑式，并求出输出，一起列成表格。



[例1.5.2] 已知逻辑函数 $Y = A + \overline{B}C + \overline{A}B\overline{C}$ , 求它对应的真值表

表 1.5.3 例 1.5.2 的真值表

$A$	$B$	$C$	$\overline{B}C$	$\overline{A}B\overline{C}$	$Y$
0	0	0	0	0	0
0	0	1	1	0	1
0	1	0	0	1	1
0	1	1	0	0	0
1	0	0	0	0	1
1	0	1	1	0	1
1	1	0	0	0	1
1	1	1	0	0	1





## 四、各种表示方法的互相转换

### 3. 从逻辑式画出逻辑图

用逻辑符号代替逻辑式中的运算符号即可。

[例1.5.3] 已知逻辑函数  $Y = A + \overline{B}C + \overline{A}B\overline{C} + C$ ，画出它的逻辑图

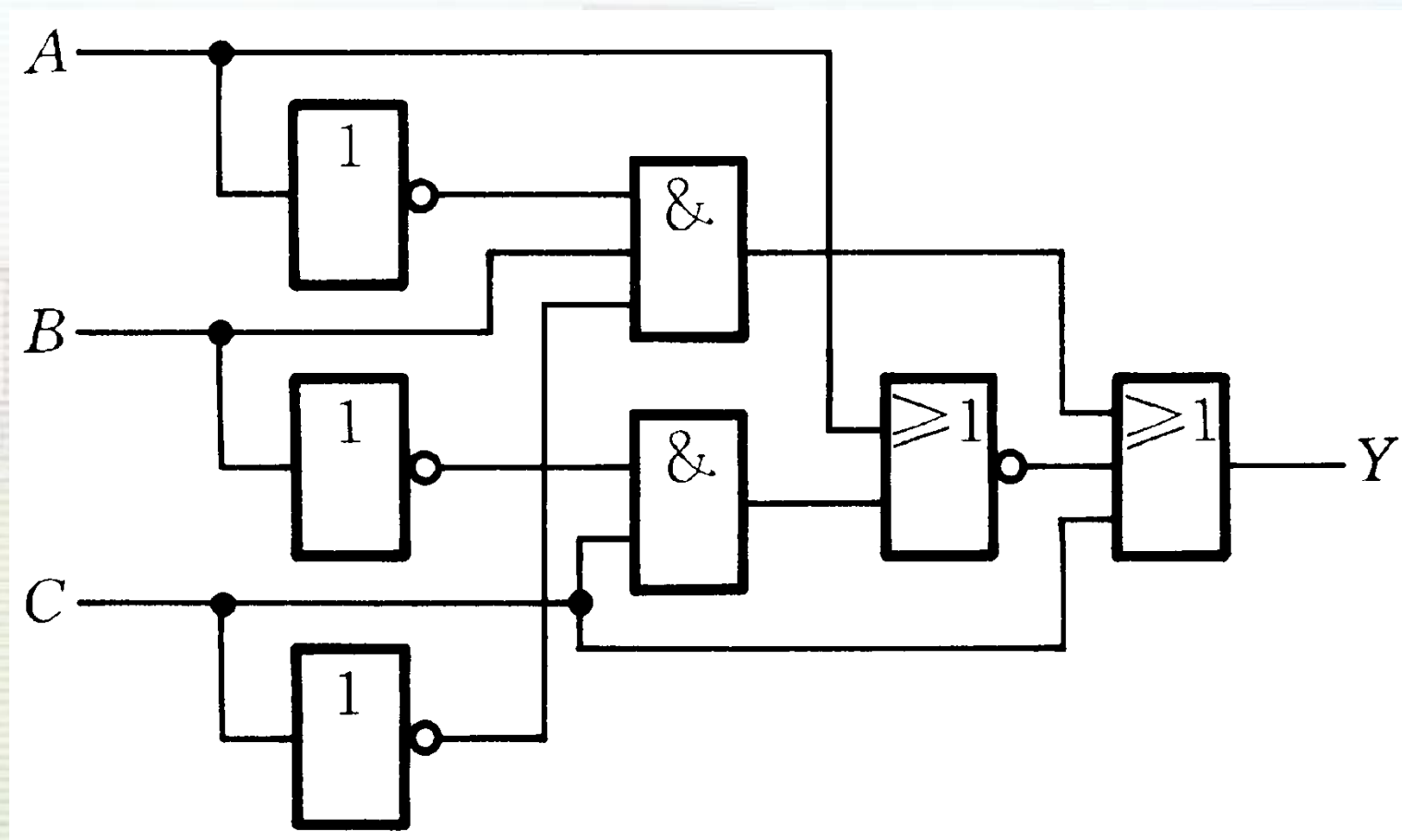


图1.5.3 [例1.5.3]的逻辑图



## 四、各种表示方法的互相转换

### 4.根据逻辑图写出逻辑式

从输入端开始，逐级写出每个符号对应的逻辑式，然后再写出最后输出的逻辑表达式。





[例1.5.2]已知逻辑图如图1.5.4,求逻辑函数Y。

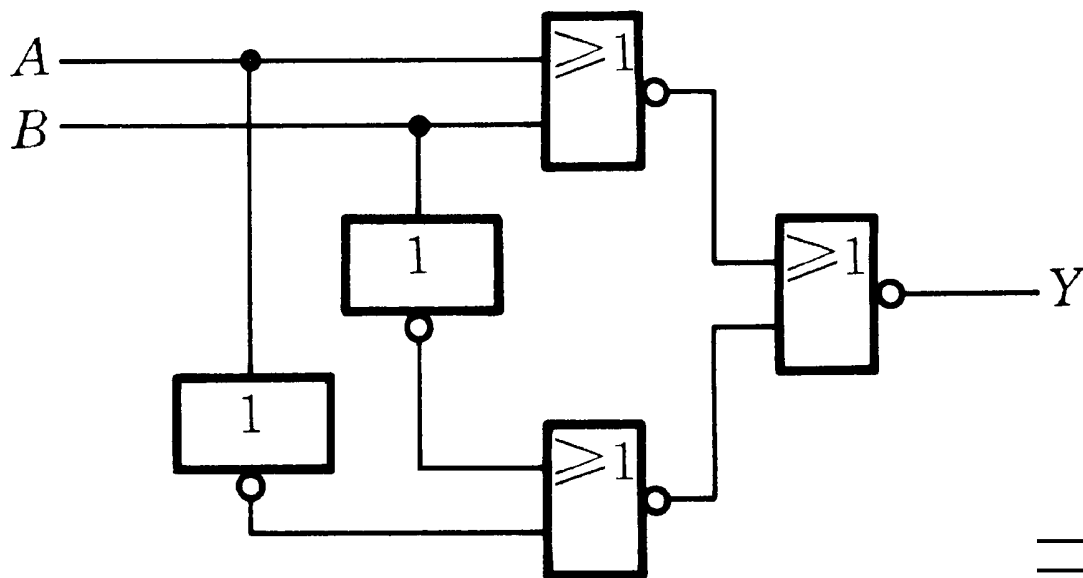


图1.5.4 [例1.5.4]的逻辑图

$$\begin{aligned} Y &= \overline{\overline{A + B + \overline{A} + \overline{B}}} \\ &= (A + B)(\overline{A} + \overline{B}) \\ &= \overline{A} \overline{B} + \overline{A} B = A \oplus B \end{aligned}$$