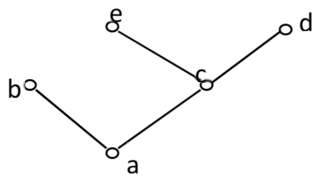
集合论部分作业 （参考答案）

姓名：________________班级：_______________学号：______________班级序号：___________

一. 填空

1. 设集合 A={a,b,c,d,e}上的偏序关系 R 的哈斯图如下图所示：



则 A 的极大元是___b,e,d___；A 的最小元是___a___；子集{a,c,d}的极大元是__d__；。

2. 若 A 是 3 元集合，则有___8___个不同的 A 上的既对称又反对称的关系，有___64___个不同的 A 上的自反关系，有___64___个不同的 A 上的对称关系。

3. 若集合 A={1，2}，B={1，2，{1，2}}，则下列表述正确的是(A).

A．A⊂B，且 A∈B； B．B⊂A，且 A∈B； C．A⊂B，且 A∉B； D．A⊄B，且 A∈B。

4. 集合 A={1,2,3}上的等价关系 R 将导致集合 A 的划分，即商集 A/R={{1,2},{3}}。

则 R={<1,1> , <1,2> , <2, 1> , <2, 2> , <3,3> }。

5. 设 R，S 是集合 A 上的关系，则下列说法一定正确的是___C___。

A．若 R，S 是自反的，则 R-S 是自反的；B．若 R，S 是反自反的，则 $R\circ S$ 是反自反的；

C．若 R，S 是对称的，则 $R\cap S$ 是对称的；D．若 R，S 是传递的，则 $R\cup S$ 是传递的。

6. 设集合 A={1,2,3,4,5,6,7,8,9,10}，定义 A 上的关系 $R=\{<x,y>|\, x, \mathrm{y}\in \mathrm{A}\text{ 且 }x+\mathrm{y}=10\}$，则在自反，反自反、对称、反对称、传递这五个性质中 R 具有的性质为___对称性___。

7. 含有 3 个元素的有限集合上，所有的等价关系的个数为__5__个，含有 4 个元素的有限集合上，所有的等价关系的个数为__15__个，。

8. 已知 $A=\{1,2,3,4,5,6,7,8\}$，A 上的二元关系 $R=\{<x,y>\left|\dfrac{x-y}{3}=k, k\in Z\right.\}$，Z 为整数集合，则 A 关于 R 的商集 A/R = $\{\{1,4,7\},\{2,5,8\},\{3,6\}\}$。

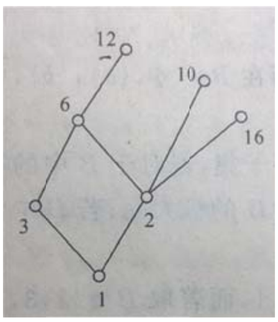
二. 解答

1. 1. 设 $A=\{1,2,3,6,10,12,16\}$，|为整除关系。

（1）画出偏序集 $\langle A,|\ \rangle$ 的哈斯图；（2）求 A 中的极大元与极小元；

（3）求子集 $B=\{2,3,6\}$ 的上确界与下确界。

解：（1）哈斯图



（2）A 中的极大元为 10，12，16； A 中的极小元为 1。

（3）子集 B=｛2，3，6｝的上确界为 6；

子集 B=｛2，3，6｝下确界为 1。

2. 设集合 A={ a ,b , c , d }上的关系 R={< a, b > , < a, c > , < b , a > , < b , d > , < c , d >}。要求 (1) 写出关系矩阵 M_R，$M_{r(R)}, M_{s(R)}$。(2) 用矩阵运算求出 R 的传递闭包 $t(R)$。

解：

$$M_R = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} M_{r(R)} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} M_{s(R)} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix};$$

$$M_{R^2} = M_R \cdot M_R = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad M_{R^3} = M_{R^2} \cdot M_R = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$M_{R^4} = M_{R^3} \cdot M_R = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad M_{t(R)} = M_R \vee M_{R^2} \vee M_{R^3} \vee M_{R^4} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$t(R)$={<a , a> , <a , b> ,< a , c> , <a , d > , <b , a > , <b , b> , < b , c . > , < b , d > , < c , d > }。

3. 某班共有 60 名学生，其中 23 人订杂志 A，25 人订杂志 B，27 人订杂志 C；又知，13 人订杂志 A 和 B，14 人订杂志 A 和 C，10 人订杂志 B 和 C，16 人未订任何杂志。设订杂志 A,B,C 的学生集合分别为 A,B,C，解决以下三个问题。(1) 求三种杂志都订的学生人数；(2) 求只订两种杂志的学生人数；(3) 求只订一种杂志的学生人数。

解：由题设 $|A| = 23, |B| = 25, |C| = 27, |A \cap B| = 13, |A \cap C| = 14, |B \cap C| = 10, |\overline{A \cup B \cup C}| = 16$

则 $|A \cup B \cup C| = 60 - |\overline{A \cup B \cup C}| = 60 - 16 = 44$

(1) 三种杂志都订的学生人数

$|A \cap B \cap C| = |A \cup B \cup C| - |A| - |B| - |C| + |A \cap B| + |A \cap C| + |B \cap C| = 44 - 23 - 25 - 27 + 13 + 14 + 10 = 6$

(2) 只订两种杂志的学生人数

$|A \cap \overline{B} \cap C| + |\overline{A} \cap B \cap C| + |A \cap B \cap \overline{C}| = |A \cap B| + |A \cap C| + |B \cap C| \text{-} 3|A \cap B \cap C| = 13 + 14 + 10 \text{-} 3 \times 6 = 19$

(3) 只订一种杂志的学生人数

$|\overline{A} \cap \overline{B} \cap C| + |\overline{A} \cap B \cap \overline{C}| + |A \cap \overline{B} \cap \overline{C}| = |A \cup B \cup C| \text{-} |A \cap B| \text{-} |A \cap C| \text{-} |B \cap C| + 2|A \cap B \cap C| = 44 \text{-} 13 \text{-} 14 \text{-} 10 + 2 \times 6 = 19$

4. 写出下列集合的幂集

(1) $\{\varnothing, \{\varnothing\}\}$ (2) $\{\{\varnothing, 3\}, \{3\}\}$ (3) $\{1, \{2,3\}\}$

解：

(1) P($\{\varnothing, \{\varnothing\}\}$)=$\{\varnothing, \{\varnothing\}, \{\{\varnothing\}\}, \{\varnothing, \{\varnothing\}\}\}$

(2) P($\{\{\varnothing, 3\}, \{3\}\}$)=$\{\varnothing, \{\{3\}\}, \{\{\varnothing, 3\}\}, \{\{\varnothing, 3\}, \{3\}\}\}$

(3) P($\{1, \{2,3\}\}$)=$\{\varnothing, \{1\}, \{\{2,3\}\}, \{1, \{2,3\}\}\}$