

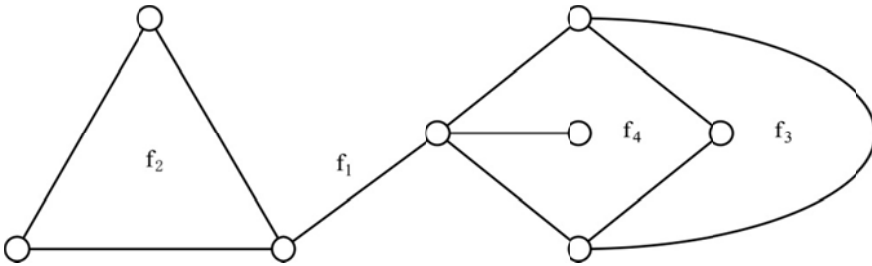
图论部分作业

要求：请写清个人姓名学号等信息

姓名：_____ 班级：_____ 学号：_____ 班级序号：_____

一. 填空

1. 已知无向图 G 如下图所示



则图中 f_1 面的次数为 8； f_2 面的次数为 3； f_3 面的次数为 3； f_4 面的次数为 6

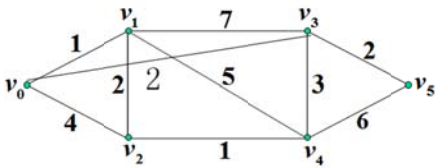
2. 一棵树有 1 个 2 度结点, 2 个 3 度结点, 3 个 4 度结点, 其它的都是 1 度结点, 那么这棵树的边数是 15。

3. 叶权为 1, 4, 9, 16, 25, 36 的最优树 T 的树权 $W(T)$ 为 195。

4. 无向图 G 有 21 条边, 12 个 3 度结点, 其余结点的度数均为 2, 则 G 的结点总数为 15。

5. 设无向图 G 有 12 条边, 已知 G 中度数为 3 的结点数为 6 个, 其余结点的度数均小于 3, 则 G 中至少有 9 个结点。

6. 完全二部图 $K_{3,5}$ 的边数为 15, 匹配数为 3。



7. 左图中 v_0 到 v_5 的最短路径的结点顺序为 $v_0 v_3 v_5$ 。

8. 某连通平面图有 8 个面和 10 个结点, 则该平面图的边数为 16。

9. 下列说法正确的是 ACEF。

- A. 完全匹配一定是最大匹配; B. 最大匹配一定是完全匹配; C. (1, 3, 4, 5, 5, 6, 7) 不可能是某个简单图序列;
D. 彼得森图是平面图; E. 树是无回路的连通图。 F. 完全二叉树的分支点数比树叶数少一个。

二. 解答

1: (1) 写出图 G_1 的全部点割集和边割集, 并指出其中的割点和割边。

(2) 给出图 G_1 的点连通度和边连通度。

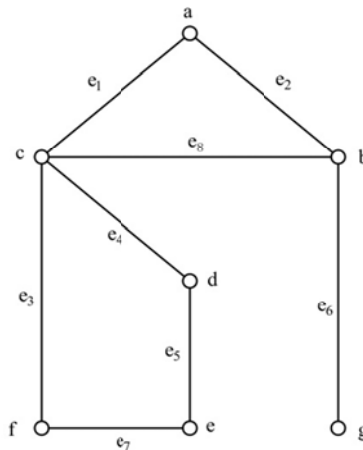


图 G_1

解：点割集为： $\{c\}, \{b\}, \{d, f\}$ ；割点为： c, b ；点连通度为1；

边割集为： $\{e_1, e_2\}, \{e_1, e_8\}, \{e_2, e_8\}, \{e_3, e_4\}, \{e_3, e_5\}, \{e_3, e_7\}, \{e_4, e_5\}, \{e_4, e_7\}, \{e_5, e_7\}, \{e_6\}$ ；割边为： e_6 ；边连通度为1；

2: (1) 用矩阵运算方法求下图 G_2 中长度为4的回路数目；

(2) 写出图 G_2 的可达性矩阵。

(3) 写出图 G_2 的关联矩阵。

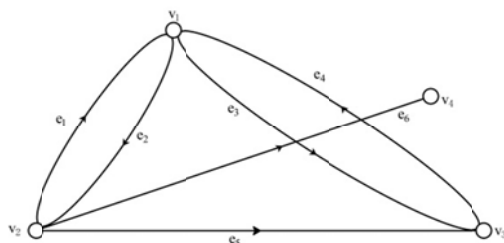


图 G_2

解：将图 G_2 的邻接矩阵表示为 A , 则:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, A^2 = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}; A^3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}; A^4 = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 3 & 2 \\ 3 & 2 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

所以： v_1 到 v_1 长度为4的回路数目为4； v_2 到 v_2 长度为4的回路数目为2； v_3 到 v_3 长度为4的回路数目为2； v_4 到 v_4 长度为4的回路数目为0；故长度为4的回路数目为8。

将图 G_2 的可达性矩阵表示为 P , 则:

$$B_4 = A + A^2 + A^3 + A^4$$

$$= \begin{pmatrix} 7 & 4 & 7 & 3 \\ 7 & 4 & 7 & 3 \\ 4 & 3 & 4 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \text{ 故 } P = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

将图 G_2 的关联矩阵记为 M , 则:

$$M = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

3: 分别画出图 G_3 , 图 G_4 的最小生成树, 并分别写出其最小生成树的权。

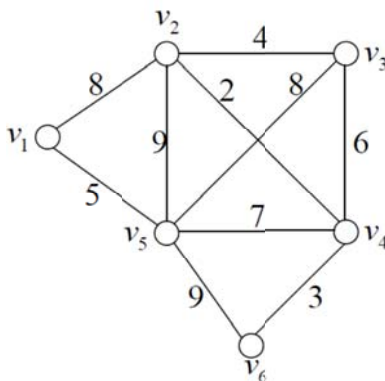


图 G_3

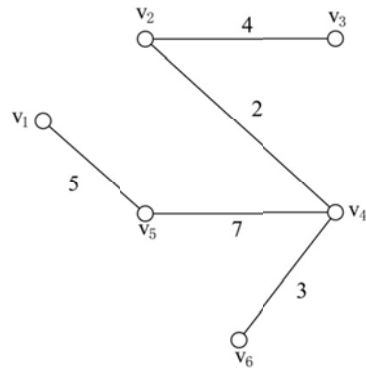


图 G'_3

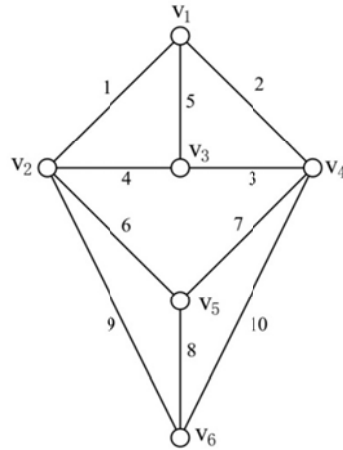


图 G_4

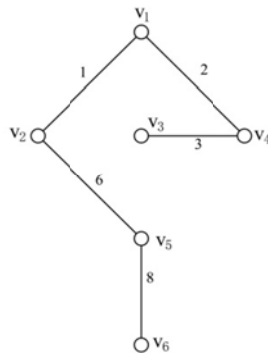


图 G'_4

解：图 G_3 , 图 G_4 的最小生成树如上图 G'_3, G'_4 所示。

图 G_3 最小生成树的权为 $W_1 = 2 + 3 + 4 + 5 + 7 = 21$,

图 G_4 最小生成树的权为 $W_2 = 1 + 2 + 3 + 6 + 8 = 20$ 。

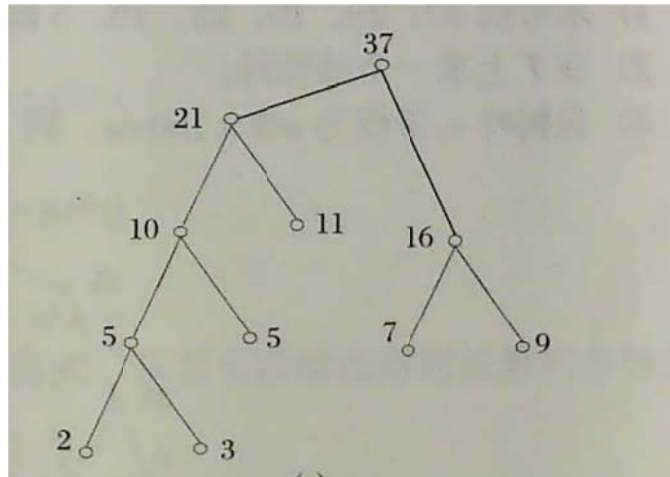
4: 构造叶权为 2, 3, 5, 7, 9, 11 的最优树 T , 并计算树权 $W(T)$ 。

2	3	5	7	9	11
	5	5	7	9	11
		10	7	9	11
		10		16	11
				16	21
					37

最优树的权为:

$$W(T) = 2 \times 4 + 3 \times 4 + 5 \times 3 + 11 \times 2 + 7 \times 2 + 9 \times 2$$

$$= 89$$



最优树