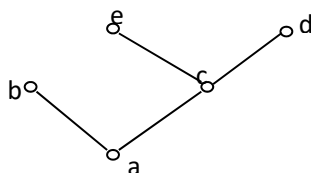


## 集合论部分作业

姓名: \_\_\_\_\_ 班级: \_\_\_\_\_ 学号: \_\_\_\_\_ 班级序号: \_\_\_\_\_

### 一. 填空

1. 设集合  $A=\{a,b,c,d,e\}$  上的偏序关系  $R$  的哈斯图如下图所示:



则  $A$  的极大元是\_\_\_\_\_； $A$  的最小元是\_\_\_\_\_；子集  $\{a,c,d\}$  的极大元是\_\_\_\_\_；。

2. 若  $A$  是 3 元集合, 则有\_\_\_\_\_个不同的  $A$  上的既对称又反对称的关系, 有\_\_\_\_\_个不同的  $A$  上的自反关系, 有\_\_\_\_\_个不同的  $A$  上的对称关系。

3. 若集合  $A=\{1, 2\}$ ,  $B=\{1, 2, \{1, 2\}\}$ , 则下列表述正确的是( )。

A.  $A \subset B$ , 且  $A \in B$ ;      B.  $B \subset A$ , 且  $A \in B$ ;      C.  $A \subset B$ , 且  $A \notin B$ ;      D.  $A \not\subset B$ , 且  $A \in B$ 。

4. 集合  $A=\{1,2,3\}$  上的等价关系  $R$  将导致集合  $A$  的划分, 即商集  $A/R=\{\{1,2\},\{3\}\}$ 。

则  $R$ =\_\_\_\_\_。

5. 设  $R, S$  是集合  $A$  上的关系, 则下列说法一定正确的是\_\_\_\_\_。

A. 若  $R, S$  是自反的, 则  $R \cup S$  是自反的; B. 若  $R, S$  是反自反的, 则  $R \cap S$  是反自反的;  
C. 若  $R, S$  是对称的, 则  $R \cap S$  是对称的; D. 若  $R, S$  是传递的, 则  $R \cup S$  是传递的。

6. 设集合  $A=\{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10\}$ , 定义  $A$  上的关系  $R=\{<x,y> | x,y \in A \text{ 且 } x+y=10\}$ , 则在自反, 反自反、对称、反对称、传递这五个性质中  $R$  具有的性质为\_\_\_\_\_。

7. 含有 3 个元素的有限集合上, 所有的等价关系的个数为\_\_\_\_\_个, 含有 4 个元素的有限集合上, 所有的等价关系的个数为\_\_\_\_\_个,。

8. 已知  $A=\{1,2,3,4,5,6,7,8\}$ ,  $A$  上的二元关系  $R=\{<x,y> | \frac{x-y}{3}=k, k \in \mathbb{Z}\}$ ,  $\mathbb{Z}$  为整数集合, 则  $A$  关于  $R$  的商集  $A/R$ =\_\_\_\_\_。

### 二. 解答

1. 设  $A=\{1,2,3,6,10,12,16\}$ ,  $|$  为整除关系。

(1) 画出偏序集  $\langle A, | \rangle$  的哈斯图; (2) 求  $A$  中的极大元与极小元;

(3) 求子集  $B=\{2,3,6\}$  的上确界与下确界。

2. 设集合  $A=\{a,b,c,d\}$  上的关系  $R=\{<a,b>, <a,c>, <b,a>, <b,d>, <c,d>\}$ 。要求 (1) 写出关系矩阵  $M_R, M_{r(R)}, M_{s(R)}$ 。(2) 用矩阵运算求出  $R$  的传递闭包  $t(R)$ 。

3. 某班共有 60 名学生, 其中 23 人订杂志 A, 25 人订杂志 B, 27 人订杂志 C; 又知, 13 人订杂志 A 和 B, 14 人订杂志 A 和 C, 10 人订杂志 B 和 C, 16 人未订任何杂志。设订杂志 A,B,C 的学生集合分别为 A,B,C, 解决以下三个问题。(1) 求三种杂志都订的学生人数; (2) 求只订两种杂志的学生人数; (3) 求只订一种杂志的学生人数。

4. 写出下列集合的幂集

(1)  $\{\emptyset, \{\emptyset\}\}$  (2)  $\{\{\emptyset, 3\}, \{3\}\}$  (3)  $\{1, \{2, 3\}\}$