Algebra lineare e Geometria

Eserciziario

Andrea Broccoletti

ESERCITAZIONE 1

ESE 1 $A=(2\ 4\ 4)$, $B=(5\ 2\ 2)$, $C=(-3\ -4\ 4)$

Sono linearmente dipendenti? $\alpha_1(2\ 4\ 4)+\alpha_2(5\ 2\ 2)+\alpha_3(-3\ -4\ 4)=0$

$$\begin{cases} 2\alpha_1+5\alpha_2-3\alpha_3=0 \\ 4\alpha_1+2\alpha_2-4\alpha_3=0 \\ 4\alpha_1+2\alpha_2+4\alpha_3=0 \end{cases} \quad \begin{cases} 2\alpha_1+5\alpha_2-3\alpha_3=0 \\ 4\alpha_1+2\alpha_2-4\alpha_3=0 \\ \alpha_2=-2\alpha_1-2\alpha_3 \end{cases} \quad \begin{cases} 2\alpha_1+5(-2\alpha_1-2\alpha_3)-3\alpha_3=0 \\ 4\alpha_1+2(-2\alpha_1-2\alpha_3)-4\alpha_3=0 \\ \alpha_2=-2\alpha_1-2\alpha_3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2\alpha_1-10\alpha_1-\cancel{10\alpha_3}-\cancel{3\alpha_3}=0 \\ \cancel{4\alpha_1}-\cancel{4\alpha_1}-4\alpha_3-4\alpha_3=0 \\ \alpha_2=-2\alpha_1-2\alpha_3 \end{cases} \quad \begin{cases} \alpha_1=0 \\ \alpha_3=0 \\ \alpha_2=-2\alpha_1 \end{cases} \quad \begin{cases} \alpha_1=0 \\ \alpha_2=0 \\ \alpha_3=0 \end{cases}$$

No, sono linearmente indipendenti

Sono una base di $\mathbb{R}^3$? Si, ne sono una base

ESE 2 $A=(1\ 0\ 1)$, $B=(1\ 1\ 1)$, $C=(2\ 1\ 2)$

Sono linearmente dipendenti? $\begin{cases} \alpha_1+\alpha_2+2\alpha_3=0 \\ \alpha_2+\alpha_3=0 \\ \alpha_1+\alpha_2+2\alpha_3=0 \end{cases} \quad \begin{cases} \alpha_1-\alpha_3+2\alpha_3=0 \\ \alpha_2=-\alpha_3 \\ \alpha_1-\alpha_3+2\alpha_3=0 \end{cases}$

$\begin{cases} \alpha_1=-\alpha_3 \\ \alpha_2=-\alpha_3 \\ \alpha_1=-\alpha_3 \end{cases}$ soluzioni: $\begin{cases} \alpha_1=-\alpha_3 \\ \alpha_2=-\alpha_3 \\ \alpha_3 \text{ qualsiasi} \end{cases}$ Sono linearmente dipendenti

Sono una base di $\mathbb{R}^3$? No, complementare a base:

C è combinazione lineare di A e B, quindi scegliendo A e B e $(0\ 1\ 0)$ dalla base canonica, e abbiamo:

BASE $= \langle (1\ 0\ 1)\ (1\ 1\ 1)\ (1\ 0\ 0) \rangle$

ESE 3 Dire se sono sottospazi vettoriali di $\mathbb{R}^3$ e costruire una base

$U_1 = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : (x,y,z) = (1,0,0)\}$