

Cheatsheet di Ricerca Operativa

Andrea Broccoletti

Università degli studi di Milano-Bicocca

1 Soluzioni nel simplesso

Alla fine del metodo del simplesso, si possono ritrovare diverse configurazioni di soluzione. In ogni caso, per avere una soluzione bisogna avere la *riga f.o.* senza valori negativi.

Soluzione ottima

- Nella *riga f.o.* il valore 0 è associato alle sole variabili in base, **mai** alle fuori base
- La *riga f.o.* non ha mai valori negativi
- Il valore delle variabili in base è dato dalla colonna dei *termini noti*
- il termine noto della *f.o.* è la soluzione con **segno inverso**

Soluzione degenera

Se è *ottima* e **se e solo se** una o più delle variabili in base assume valore 0.

Soluzioni ottime

- Possono esserci **più di una** soluzione ottima
- Hanno tutte valore della *f.o.* equivalente
- Nella *riga f.o.* il valore 0 può essere associato anche alle variabili fuori base

In questo caso, la soluzione trovata dal metodo del simplesso in n mosse, può proseguire in $n + 1$ mosse per trovare un'altra soluzione.

Soluzioni illimitate

Vuol dire che l'ottimo è **illimitato**, e quindi che il *tableaux* non riesce ad evolvere, pur avendo un termine *f.o.* negativo.

Infatti il *criterio del rapporto minimo*, in questo caso, non riesce a trovare candidati per il proseguimento del metodo.

Soluzione non di base ottima

- Se c'è un numero di 0 maggiore, ovvero rientriamo nel caso di più *soluzioni ottime*
- È una soluzione ottima, ma **non** è un vertice
- Si trova, date due soluzioni S_1 e S_2 , come $\lambda(S_1)^T + (1 - \lambda)(S_2)^T$ con $\lambda \in (0, 1)$

Condizione di sufficienza per riconoscere variabili in base

- Il suo valore è $\neq 0$
- Il loro numero coincide **sempre** con il numero dei *vincoli del problema*

2 Passaggio primale-duale

Per il passaggio da minimo a massimo e viceversa si devono tener conto dei **versi** dei vincoli e delle variabili. In entrambi i casi:

- I versi dei vincoli nel *primale* definiscono i versi delle variabili nel *duale*
- I versi delle variabili nel *primale* definiscono i versi dei vincoli nel *duale*

Da min a max

Principio *MinUI*: *Uguali* i vincoli e *Inversi* le variabili.

Da max a min

Inverso di prima: *Inversi* i vincoli e *Uguali* le variabili.

3 Legame problema primale-duale

Le soluzioni del problema primale influenzano quelle del duale e viceversa, come di seguito.

Nota bene: Ci si riferisce alle soluzioni del problema duale.

Ottimo finito

Se il duale ha *ottimo finito*, allora anche il primale ha *ottimo finito*.

Si ricava la soluzione ottima del primale usando le **complementary slackness**.

Illimitato

Se il problema duale è *illimitato*, allora il problema primale è *impossibile*.

Impossibile

Se il problema duale è *impossibile*, allora il problema *primale* è *illimitato* o *impossibile*.

In particolare, il problema primale è *impossibile* se la sua regione ammissibile è **vuota**: se si riesce a trovare una qualsiasi soluzione ammissibile per il problema primale, allora sicuramente è *illimitato*.

Degenerare

Se il problema primale ha *ottimo multiplo*, allora il problema duale è *degenere*.

Doppia ammissibilità

Le condizioni di ortogonalità associano una soluzione di base *primale* ad una soluzione di base *duale*. Se (e solo se) entrambe le soluzioni risultano **ammissibili**, allora la coppia di soluzioni sono le soluzioni **ottime** del primale e del duale, rispettivamente.

4 Complementary Slackness

Regole per **convertire** la soluzione di un problema duale in quella del primale (e viceversa).
Si procede come segue:

1. Ad ogni variabile *slack* del problema duale si associa una variabile *primale* (in ordine di indici)
2. Ad ogni variabile *duale* si associa una variabile *slack* del problema primale (in ordine di indici)
3. Si deve rispettare, per ogni coppia di variabili, l'equazione $x \cdot y = 0$

Variabili duali in base

Per ogni equazione in cui compare una variabile *duale* in base diversa da 0, si è **sicuri** che l'altra variabile in equazione del problema *primale* debba valere 0.

Variabili duali non in base

Per ogni equazione in cui compare una variabile *duale* non in base ed uguale a 0, non si può dire nulla sul valore della variabile *primale in equazione*.

Ma sostituendo le variabili già trovate al punto precedente nei vincoli del problema *primale*, si ottiene un **sistema di equazioni** che consente di trovare il valore di queste variabili mancanti.

Questo cheatsheet è fornito come supporto per la risoluzione di esercizi, in particolare per la determinazione dei risultati. Non può sostituire in alcun modo i processi di risoluzione o le esercitazioni in aula.