

# Pregunta 4

26 de abril de 2022

Pablo Brancoli - 18642578

---

Definamos el juego Hash-PreIm(n):

1. El verificador genera  $s = \text{Gen}(1^n)$  y  $c = h^s(m1)$  con un  $m1$  cualquiera, y le pasa  $s, c$  al adversario
2. El adversario elige un  $m2$  cualquiera
3. El adversario gana el juego si  $h^s(m2) = c$

Una función de hash  $(\text{Gen}, h)$  se dice resistente a preimagen si para todo adversario que funciona como un algoritmo aleatorizado en tiempo polinomial, existe una función despreciable  $f(n)$  tal que:

$$\Pr(\text{AdversarioGaneHashPreIm}(n)) \leq f(n)$$

Es decir no existe un algoritmo que con fuerza bruta pueda encontrar un  $m2$  tal que  $h^s(m2) = c$ , de manera eficiente.

Ahora buscamos demostrar que si  $(\text{Gen}, h)$  es resistente a colisiones, también es resistente a preimagen:

Para esto podemos ocupar la misma noción de juego de Hash-Col(n), solo que la cambiamos un poco:

1. El verificador genera  $s = \text{Gen}(1^n)$  y un mensaje  $m1$ , y se los entrega al adversario
2. El adversario elige un  $m2$  cualquiera, con  $m1 \neq m2$
3. El adversario gana el juego si  $h^s(m2) = h^s(m1)$

Sabemos por la definición de Hash-Col(n) que el adversario no puede encontrar  $h^s(m2) = h^s(m1)$  de manera eficiente, por lo que si buscamos que  $m2$  sea la pre imagen de  $h^s(m1)$  nos va a ser imposible hacerlo de manera eficiente.