Brodie0

Porównanie metod interpolacji Lagrange'a oraz splajnami zostało przeprowadzone dla 4 tras wiodących przez:

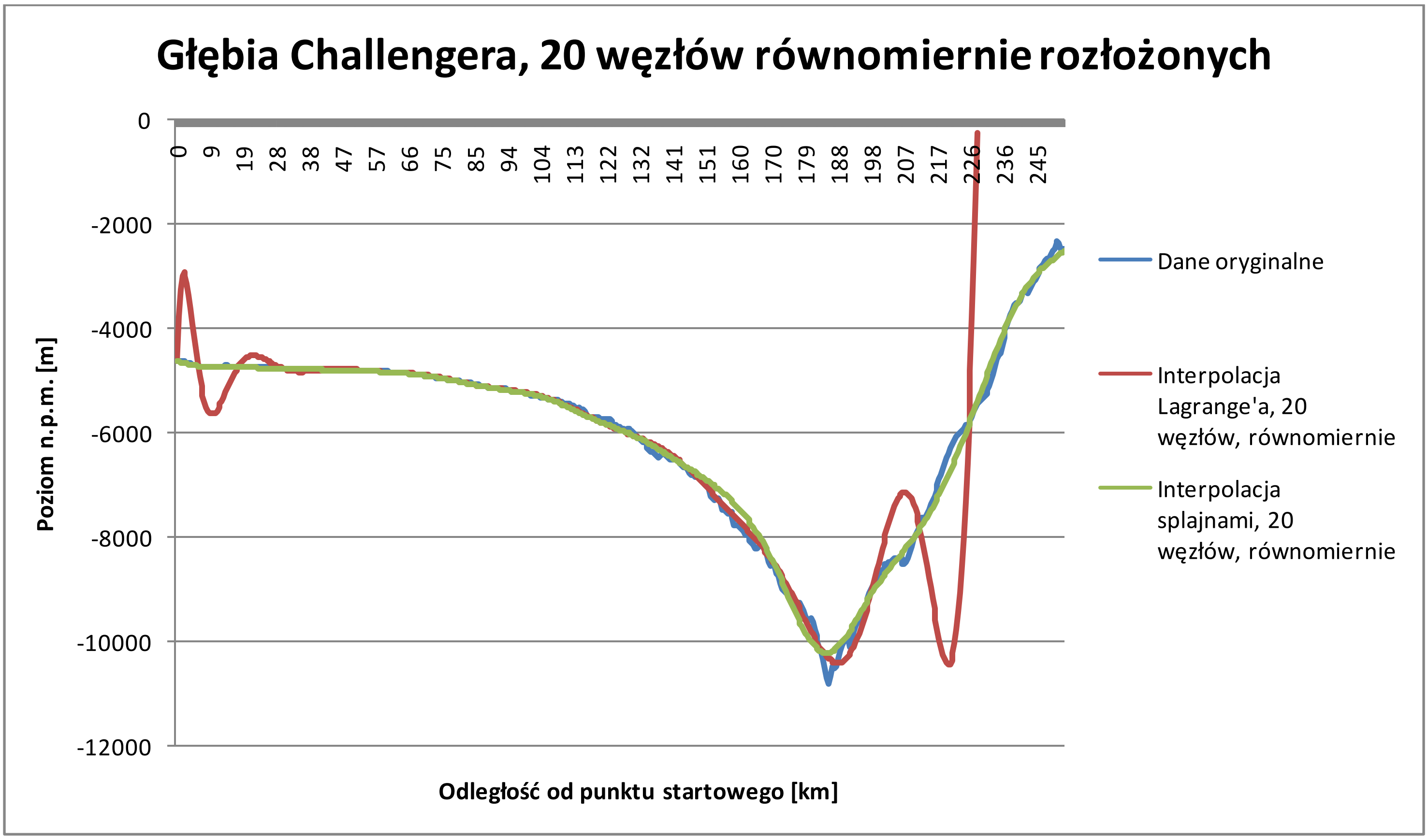
- Głębię Challengera

- Mt. Everest

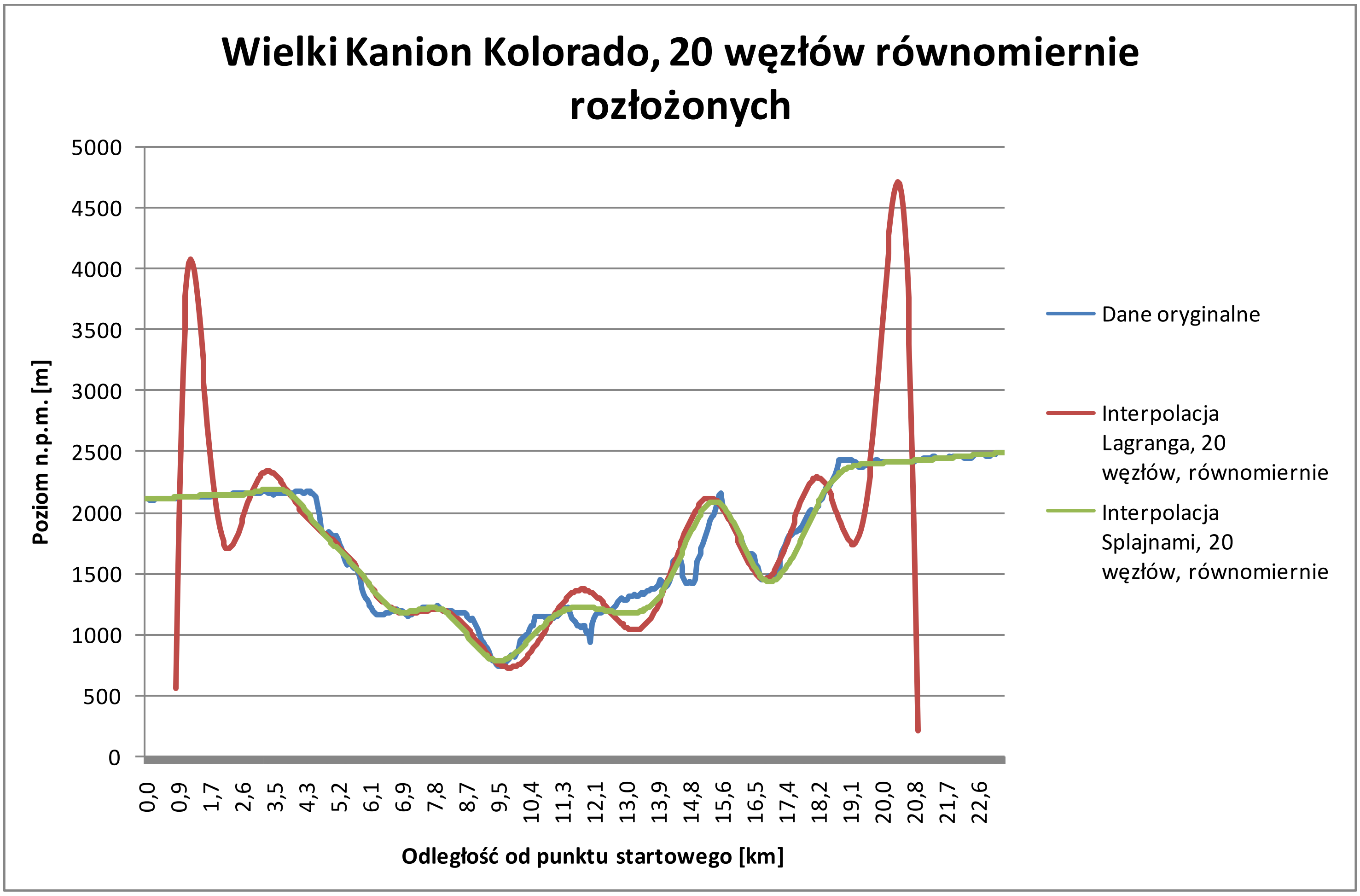
- Wielki Kanion Kolorado

- Saharę środkową

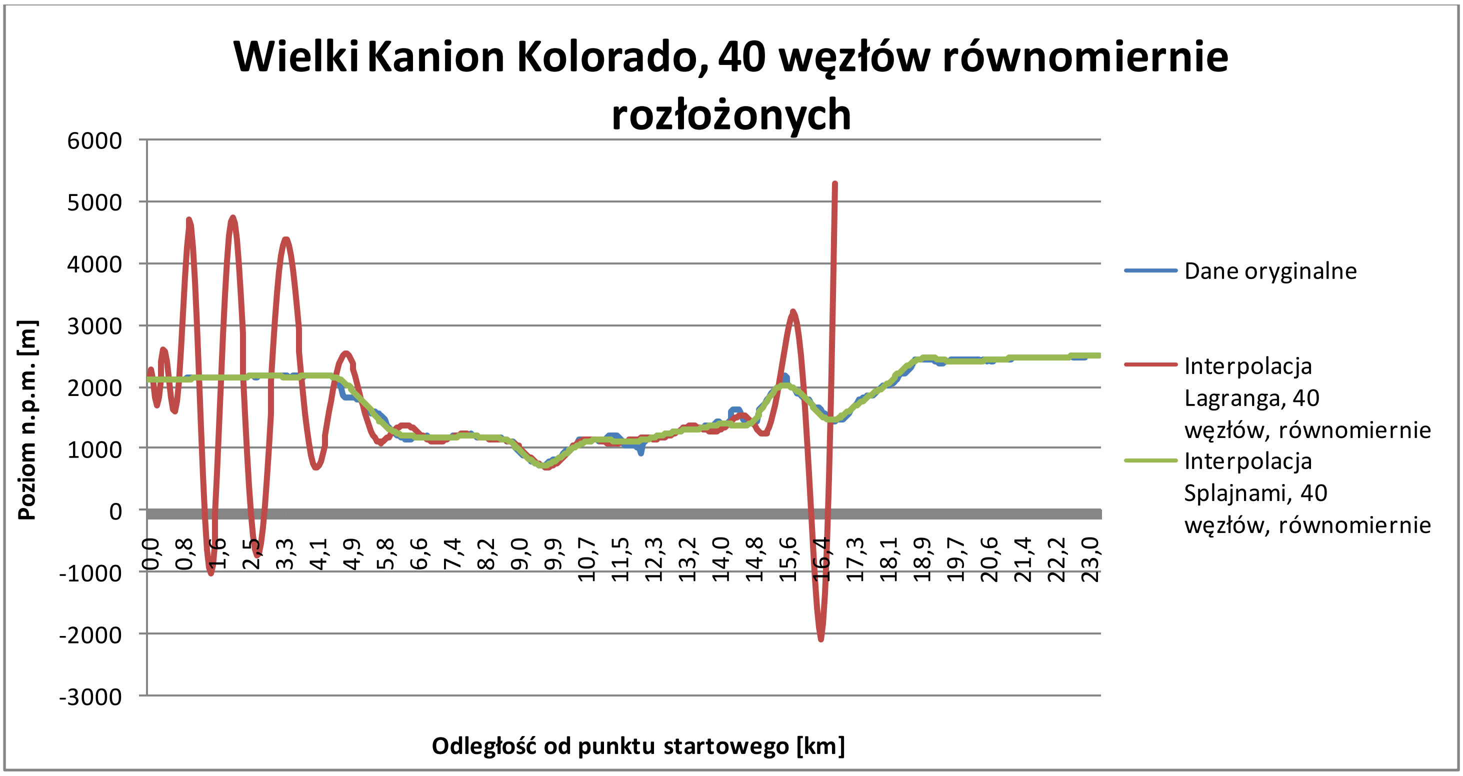
Część danych interpolacji Lagrange'a została usunięta aby zwiększyć precyzję wykresów.



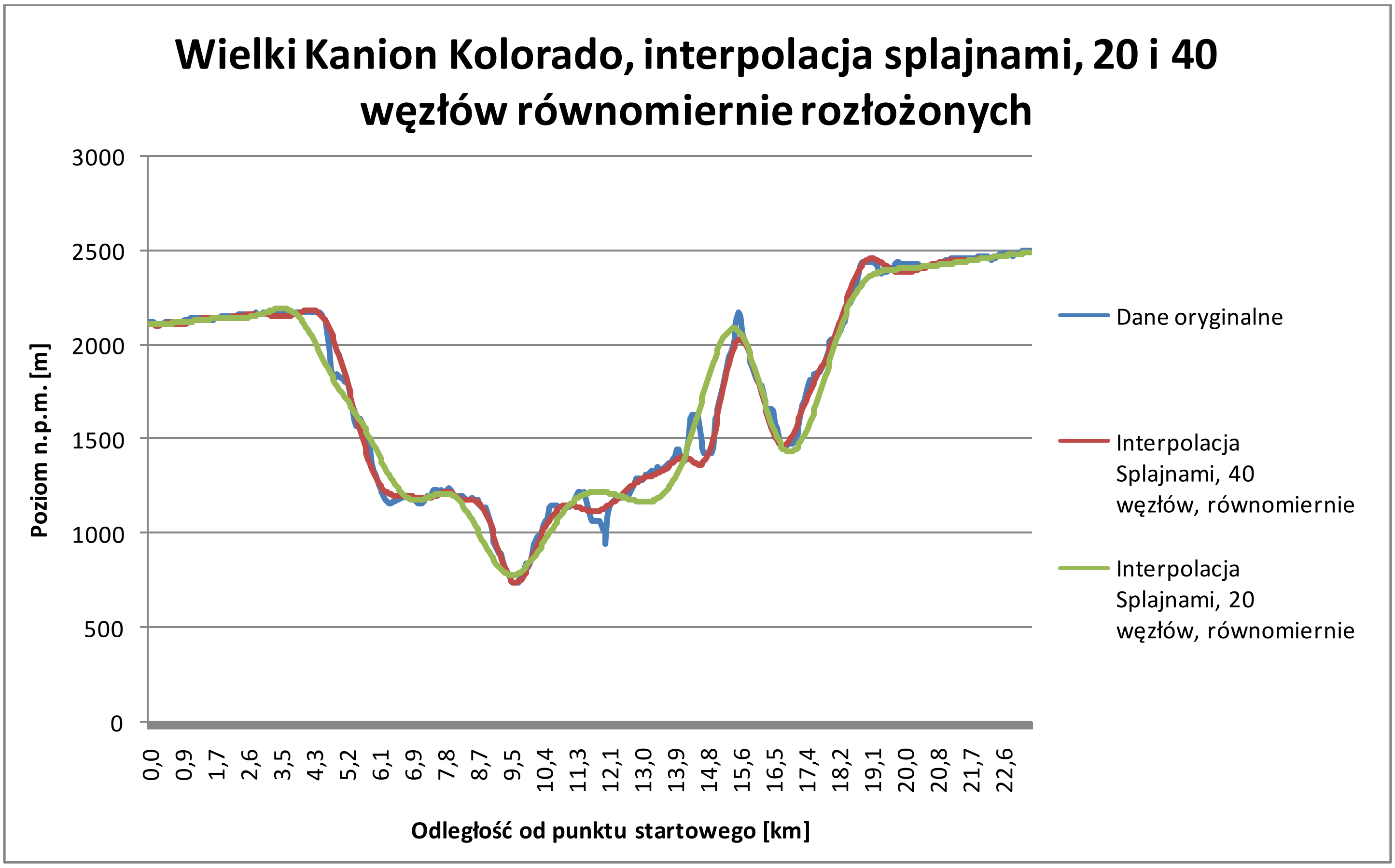
Z powyższego wykresu wynika, że dla małej ilości węzłów (dane oryginalne to 512 węzłów) oraz funkcji posiadającej „wyraźne" minimum globalne, interpolacja splajnami jest lepiej spełnia swoją rolę, głównie dlatego, że w pobliżu krańców przedziału interpolacja Lagrange'a zaczyna oscylować z amplitudą dążącą do nieskończoności (*efekt Rungego*).



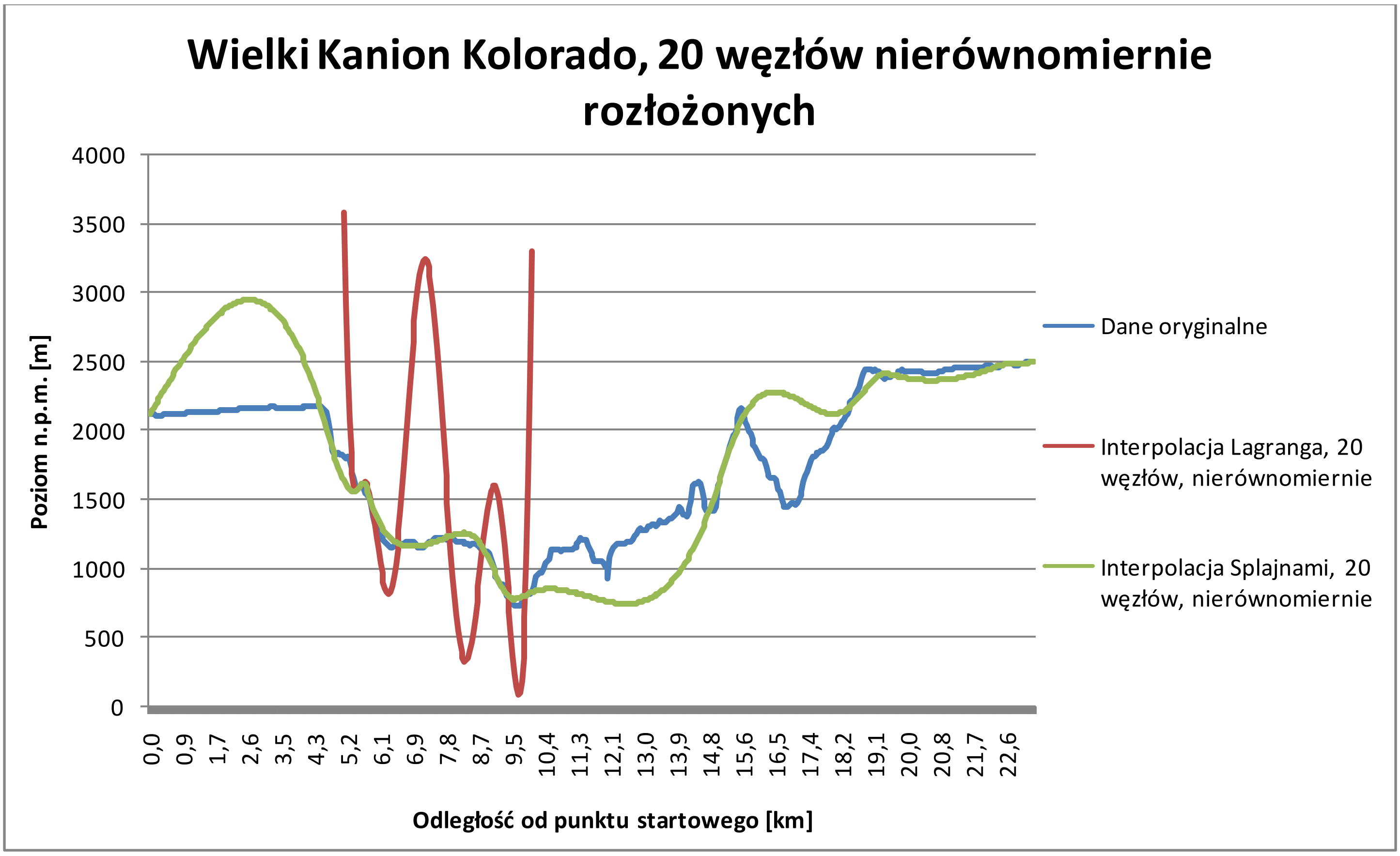
Dla małej ilości węzłów oraz funkcji dość „postrzępionej" interpolacja splajnami znów wydaje się nieco lepsza, choć różnice są już mniejsze.



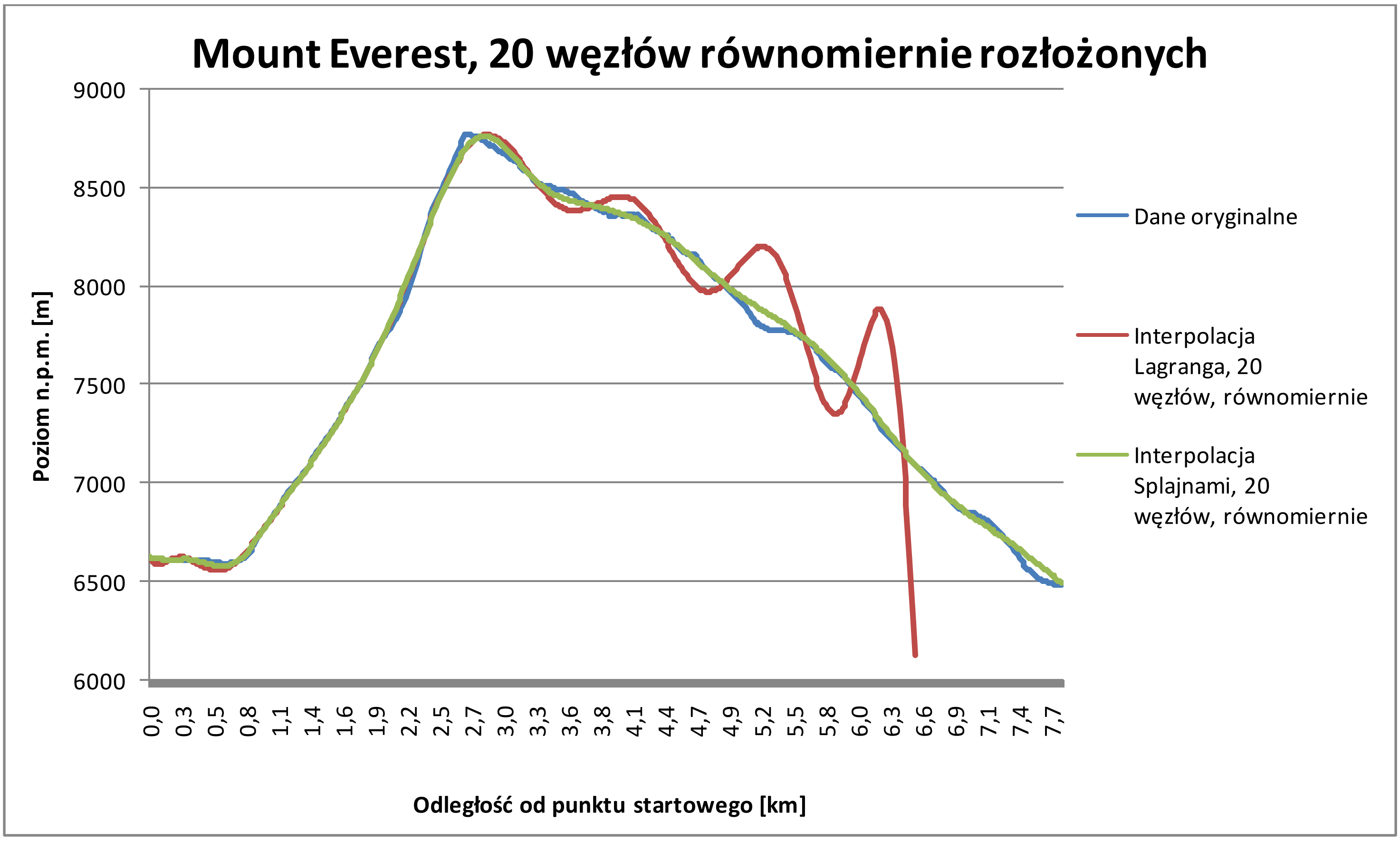
Można by przypuszczać, że zwiększając liczbę węzłów, zwiększymy dokładność interpolacji. I takie zjawisko zachodzi dla intepolacji splajnami, jednak interpolacja Lagrange'a traci na dokładności (kolejny przykład tzw. *efektu Rungego*).



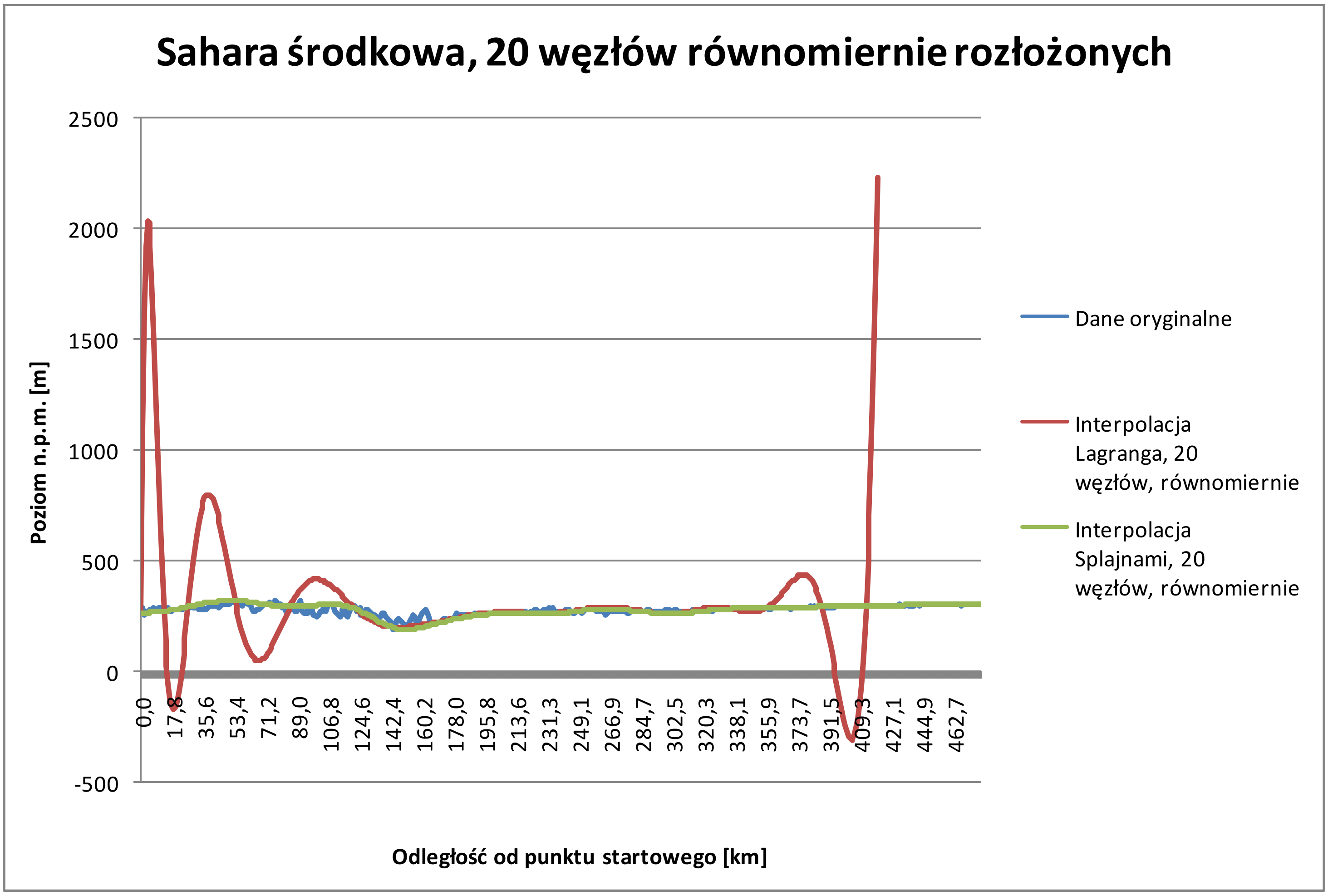
Widać wyraźnie, że interpolacja splajnami zwiększa swą dokładność, jeśli zwiększymy liczbę węzłów.



Nierówny rozkład węzłów powoduje duże wahania i niedokładności obu interpolacji. Interpolacja Lagrange'a dla takich danych wydaje się nieprzydatna.



Mount Everest, 20 węzłów równomiernie rozłożonych
9000
8500
8000
7500
7000
6500
6000
Poziom n.p.m. [m]
0,0
0,3
0,5
0,8
1,1
1,4
1,6
1,9
2,2
2,5
2,7
3,0
3,3
3,6
3,8
4,1
4,4
4,7
4,9
5,2
5,5
5,8
6,0
6,3
6,6
6,9
7,1
7,4
7,7
Odległość od punktu startowego [km]
Dane oryginalne
Interpolacja Lagranga, 20 węzłów, równomiernie
Interpolacja Splajnami, 20 węzłów, równomiernie



Sahara środkowa, 20 węzłów równomiernie rozłożonych
2500
2000
1500
1000
500
0
-500
Poziom n.p.m. [m]
0,0
17,8
35,6
53,4
71,2
89,0
106,8
124,6
142,4
160,2
178,0
195,8
213,6
231,3
249,1
266,9
284,7
302,5
320,3
338,1
355,9
373,7
391,5
409,3
427,1
444,9
462,7
Odległość od punktu startowego [km]
Dane oryginalne
Interpolacja Lagranga, 20 węzłów, równomiernie
Interpolacja Splajnami, 20 węzłów, równomiernie

WNIOSKI:

Interpolacja funkcjami sklejanymi 3 stopnia okazała się znacznie lepsza od interpolacji Lagrange'a. Głównym czynnikiem dyskredytującym wielomian Lagrange'a jest tzw. *efekt Rungego*, który mówi, że paradoksalnie dla interpolacji wielomianowych zwiększenie liczby węzłów niekoniecznie idzie w parze z lepszym przybliżeniem, często wręcz przeciwnie. Powodem tego jest równoodległość węzłów, aby wyeliminować ten efekt należy zagęścić węzły przy krańcach przedziału (np. stosując *węzły Czebyszewa*).

Równoodległość węzłów:

Dla obu interpolacji zagęszczenie węzłów w losowych miejscach, przy jednoczesnym pozostawianiu dużych przestrzeni w innych przedziałach zmniejszyło dokładność interpolacji. Ważna jest jednak różnica między obiema metodami, metoda splajnów okazała się po prostu mniej dokładna w „pustych" przedziałach, zaś metoda Lagrange'a uległa totalnej deformacji, co świadczy o nieprzydatności tej metody dla takich danych.

Liczba węzłów:

Metoda splajnów jednoznacznie zyskuje na dokładności przy zwiększeniu ilości węzłów. Interpolacja Lagrange'a zyskuje przy bardzo małej ilości węzłów, jednak przy zwiększeniu liczby z 20 do 40 węzłów (zakładając równoodległość węzłów) oscylacje przy krańcach przedziału powiększają się.

Rodzaj trasy:

Interpolacja funkcjami sklejanymi okazała się doskonała dla tras, których funkcja wysokości od odległości jest w większości dziedziny monotoniczna, tzn. występuje niewiele ekstremów lokalnych. Przykładem może tu być wykres Głębi Challegera lub masywu Mount Everest, w których występuje jedno „wyraźne" ekstremum globalne, w którym zmienia się mononiczność funkcji. Dla tych tras również interpolacja Lagrange'a okazała się w miarę dokładna, jednak nawet jedno „wyraźne" ekstremum spowodowało rosnące zaburzenia funkcji interpolującej. Trasę płaską dobrze interpolowały obie metody (Lagrange'a jedynie w środku przedziału, na krańcach wystąpił *efekt Rungego*).