Familienname:

Vorname:

Matrikelnummer:

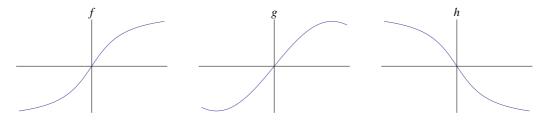
Studienkennzahl(en):

## Einführung in das mathematische Arbeiten Roland Steinbauer, Wintersemester 2010/11 4. Prüfungstermin (28.1.2011)

### (A) SCHULSTOFF

1. Ableitungspuzzle.

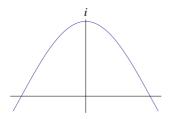
Gegeben seien die Graphen der Funktionen f, g und h.

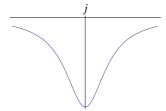


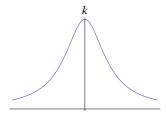
Welche der Funktionen i, j, k (Graphen siehe unten) ist die erste Ableitung von

- (a) f?
- (b) g?
- (c) h?

Begründe deine Auswahl! (4 Punkte)







2. Kurvendiskussion.

Eine Polynomfunktion 3. Grades f hat den Hochpunkt H=(2,6) und den Tiefpunkt T=(-2,0).

- (a) Bestimme die Funktionsgleichung von f und fertige eine Skizze an. (3 Pkte)
- (b) Finde alle (reellen) Nullstellen sowie alle Wendepunkte von f. (2 Pkte)
- (c) Berechne die Fläche unter dem Funktionsgraphen zwischen dem Wendepunkt und der größten Nullstelle (2 Punkte)

3. Ungleichungen.

Löse die folgenden Ungleichungen (Je 1 Punkt)

- (a) |x-2| < 1
- (b)  $-1 < |x^2| \le 2$
- (c)  $x \le x^2$
- 4. Richtig oder falsch?

Sind die folgenden Aussagen richtig oder falsch? (Je 1 Punkte)

- (a) Wenn drei Ebenen im Raum nicht parallel oder identisch sind, dann haben sie genau einen Schnittpunkt.
- (b) Eine Ebene im Raum ist durch drei Punkte bestimmt.
- (c) Für alle rellen a, b und alle natürlichen n gilt

$$a^n b^n = (ab)^n$$
.

(d) Für Wurzeln gilt die Rechenregel

$$\sqrt{a+b} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$$
 (a, b reell).

(e) Für den (natürlichen) Logarithmus gilt die Rechenregel

$$\log(a+b) = \log(x) + \log(b) \qquad (a, b \text{ reell}).$$

(f) Es gilt  $\cos(0) = \cos(2\pi) = 0$ .

#### (B) VORLESUNGSSTOFF

- 1. Mengenlehre.
  - (a) Wie ist die Gleichheit von Mengen definiert? (1 Punkt)
  - (b) Beweise, dass zwei Mengen A und B genau dann gleich sind, wenn  $A \subseteq B$  und  $B \subseteq A$  gilt. (2 Punkte)
  - (c) Gib die Potenzmenge von  $\{a, 1, *\}$  an. (1 Punkt)

#### 2. Algebra

(a) Auf R ist die Verknüpfung

$$x * y := x + y + 2xy$$

definiert.

Ist die Verknüpfung \* (Je 1 Punkt)

- kommutativ?
- assoziativ?
- Besitzt sie ein neutrales Element?
- (b) Definiere den Begriff Gruppenhomomorphismus. (2 Punkte)

#### 3. Funktionen

- (a) Seien A und B Mengen. Für eine Funktion  $f:A\to B$  definiere (Je 1 Punkt)
  - den Begriff der Surjektivität und
  - den Begriff des Bildes f(M) einer Menge  $M \subseteq A$ .
- (b) Beweise, dass eine Funktion  $f:A\to B$  genau dann surjektiv ist, falls f(A)=B gilt. (3 Punkte)

### 4. Richtig oder falsch?

Sind die folgenden Aussagen richtig oder falsch? Gib jeweils eine kurze Begründung. (Je 2 Punkt)

- (a) Der Restklassenring  $\mathbb{Z}_p$  ist genau dann ein Körper, wenn p eine Primzahl ist.
- (b) Eine Abbildung  $f:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}^2$  ist genau dann linear, falls es eine  $(2\times 2)$ -Matrix  $M_f$  gibt, sodass

$$f(x) = M_f \cdot x \qquad \forall x \in \mathbb{R}^2.$$

(Wir sagen kurz: f wird durch die Matrix  $M_f$  dargestellt.)

(c) Sind zwei Abbildungen  $f,g:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}^2$  linear, dann ist die Zusammensetzung  $f\circ g$  ebenfalls linear und wird durch die Matrix  $M_g\cdot M_f$  dargestellt.

# Freiwillige Befragung

Bitte helfen Sie uns, Zusatzangebote zu Ihren Lehrveranstaltungen zu optimieren, indem Sie die folgenden 5 Fragen beantworten. Bitte kreuzen Sie das Zutreffende an!

1.	In welcher Schulform haben Sie maturiert?  O AHS O HTL O HAK O HLA O Sonstiges(bitte angeben)
2.	Welche Materialien haben Sie zur Vorbereitung auf die Prüfung "Einführung in das mathematische Arbeiten" verwendet? In welchem Ausmaß?  • Vorlesungsmitschrift
	○ garnicht    ○ geringfügig    ○ ausgiebig    ○ sehr viel
	• Lehrbuch von Hermann Schichl und Roland Steinbauer
	$\bigcirc$ garnicht $\bigcirc$ geringfügig $\bigcirc$ ausgiebig $\bigcirc$ sehr viel
	• Schulbuch/Schulbücher
	(Nennen Sie gegebenenfalls den/die Titel/AutorInnen der Schulbücher)
	○ garnicht ○ geringfügig ○ ausgiebig ○ sehr viel
	<ul> <li>• Unterlagen aus den Workshops</li> <li>○ garnicht ○ geringfügig ○ ausgiebig ○ sehr viel</li> </ul>
	<ul> <li>Math-Bridge</li> <li>         ○ garnicht</li></ul>
	• Andere web-basierte Materialien (Nennen Sie gegebenenfalls die Webseiten/Adressen)  Ogarnicht Ogeringfügig Oausgiebig Osehr viel
	<ul> <li>Sonstiges (Nennen Sie gegebenenfalls die Materialien)</li> <li>garnicht  geringfügig  ausgiebig  sehr viel</li> </ul>
3.	Wie viele Workshops zur Aufarbeitung des Schulstoffs haben Sie besucht? $\bigcirc$ keinen $\bigcirc$ 1–5 $\bigcirc$ 6–10 $\bigcirc$ 11 oder mehr $\bigcirc$ alle
4.	Haben Sie beim Lernen für die Prüfung "Einführung in das mathematische Arbeiten" vorwiegend alleine, zu zweit oder in Gruppen gelernt? Schätzen Sie die jeweiligen Anteile ab!
	• alleine
	0% 10 % 20 % 30 % 40 % 50 % 60 % 70 % 80% 90 % 100%
	• zu zweit
	0% 10% 20% 30% 40% 50% 60% 70% 80% 90% 100%
	• in einer Gruppe
	0% 10% 20% 30% 40% 50% 60% 70% 80% 90% 100%
5.	Haben Sie beim Lernen für die Prüfung "Einführung in das mathematische Arbeiten" den Schwerpunkt auf den Schulstoff oder den Vorlesungsstoff gelegt? Schätzen Sie die jeweiligen Anteile ab!
	• Vorlesungsstoff
	0% 10 % 20 % 30 % 40 % 50 % 60 % 70 % 80% 90 % 100%
	• Schulstoff