

**Familienname:**  
**Vorname:**  
**Matrikelnummer:**  
**Studienkennzahl:**

1
2
3
4
G

- ☐ **R. Steinbauer**  
☐ **H. Schichl**

**Note:**

PRÜFUNG ZU EINFÜHRUNG IN DAS MATHEMATISCHE ARBEITEN (2.4.2004)

- (1) (*Kurvendiskussion*) Eine Polynomfunktion  $p$  vierten Grades ist symmetrisch um die  $y$ -Achse (d.h.  $p(-x) = p(x) \forall x \in \mathbf{R}$ ) und besitzt bei  $W = (1, 3)$  einen Wendepunkt. Die Steigung der Tangente in  $W$  ist  $k_W = 2$ .
- (a) Bestimme die Funktionsgleichung von  $p$ . (4 Punkte)
  - (b) Ermittle alle Hoch-, Tief- und Wendepunkte von  $p$ . (2 Punkte)
  - (c) Berechne alle Nullstellen. (2 Punkte)
  - (d) Ermittle den Inhalt des endlichen Flächenstücks, das von  $p$  und der  $x$ -Achse eingeschlossen wird. (2 Punkte)

- (2) (a) (*Analytische Geometrie*) Bestimme die Lagebeziehung der drei Ebenen

$$\varepsilon_1 : -12x_1 + 8x_2 + 7x_3 = -17$$

$$\varepsilon_2 : 6x_1 + 7x_2 + 2x_3 = 14$$

$$\varepsilon_3 : 4x_1 + 4x_2 + x_3 = 9$$

(5 Punkte)

- (b) (*Gleichung*) Bestimme die Nullstellen von

$$4 \tan^2 x + 12 \tan x + 8.$$

(5 Punkte)

- (3) (a) (*Ordnung und Schranken*) Wir untersuchen  $\mathbf{Q}$  mit der natürlichen Ordnungsrelation  $\leq$ . Sind die folgenden Teilmengen von  $\mathbf{Q}$  nach oben, bzw. unten beschränkt? Wenn ja, gib Infimum bzw. Supremum und Minimum bzw. Maximum an, sofern sie existieren.

$$(-3, 12], \quad (-\infty, 2) \cap [3, \infty), \quad \bigcup_{n \in \mathbf{N}_+} [\frac{1}{\sqrt{n}}, n], \quad \{x \in \mathbf{Q} \mid x^2 < 2\}.$$

(5 Punkte)

- (b) (*Vollständige Induktion*) Schreibe die unten angegebene Identität in Summennotation um und beweise sie mittels vollständiger Induktion.

$$-2 + 1 + 4 + 7 + 10 + \cdots + (3n - 2) = \frac{(1 + n)(3n - 4)}{2}$$

(4 Punkte)

- (4) (a) (*Abbildungen*) Sei  $f : A \rightarrow B$  eine Abbildung. Definiere die Begriffe *injektiv*, *surjektiv* und *bijektiv*.

Gib eine surjektive aber nicht injektive Funktion  $f_1 : A_1 \rightarrow B_1$  an, wobei  $A_1$  und  $B_1$  geeignete Teilmengen von  $\mathbf{R}$  seien. (5 Punkte)

- (b) (*Logik*) Bestimme die disjunktive Normalform der NAND-Operation. (2 Punkte)

- (c) (*Algebra*) Untersuche, ob die Menge

$$K := \{a + b\sqrt{6} \mid a, b \in \mathbf{Q}\}$$

ein Unterkörper von  $\mathbf{R}$  ist. (4 Punkte)