

Proseminar zu Analysis 2
Roland Steinbauer, Sommersemester 2005

Übungsbeispiele Mathematica

1. Differenziere die folgenden Funktionen und zeichne die Funktion und ihre Ableitung in einem „vernünftigen“ Bereich.

(a) $f(x) = \sqrt{1+x^2}$

(b) $f(x) = \sqrt{\frac{1+x}{1-x}}$

(c) $f(x) = \sqrt{x + \sqrt{x + \sqrt{x}}}$

(d) $f(x) = \log(1+x^2)$

(e) $f(x) = (1+e^x)^2$

(f) $f(x) = \log \frac{1+x}{1-x}$

(g) $f(x) = x^{x^x}$

(h) $f(x) = (x^x)^x$

(i) $f(x) = \frac{(x^3-2x+5)^7}{\sqrt{1+x^4}}$

- (j) Für eine Automatisierung (d.h. wenn dir das Eingeben zu fad wird...) bieten sich folgende zwei Vorgangsweisen an:

- Interaktive Eingabe der Funktion mittels **Input**-Kommandos und Ausgabe mittels **Print**.
- Angabe aller Funktionen in einer Liste (d.h. in der Form `functions[x_] := { $\sqrt{1+x^2}$, $\sqrt{\frac{1+x}{1-x}}$, ...}`), dann Berechnungen und Ausgabe innerhalb einer **For**-Schleife.

Benutze die Onlinehilfe, um eine der beiden Varianten zu realisieren.

2. Berechne und zeichne (in *einer* Grafik) die ersten 5 Ableitungen der folgenden Funktionen. Achte darauf „vernünftige“ x - und y -Bereiche zu verwenden. Hinweis: Um eine Liste mit den Ableitungen als Eintragungen zu erzeugen verwende das **Table**-Kommando, um diese dem **Plot**-Befehl sinnvoll übergeben zu können verwende **Evaluate**.

(a) $f(x) = 8x^5 + 5x^4 + 5x^3 - x^2 - x + 3$

(b) $f(x)$ wie in Übungsbeispiel 116.

3. Bestimme die Grenzwerte (für $n \rightarrow \infty$) der folgenden Folgen.

(a) $a_n = \frac{n^k}{a^n}$ für $k \in \mathbb{N}$, $a > 1$.

(b) $a_n = \frac{n!}{a^n}$ für $a > 1$.

(c) $a_n = \frac{n!}{n^n}$

4. Berechne die Grenzwerte der Reihen falls er existiert. Sonst zeige die Divergenz (wenn nötig etwa mittels geeigneter Tests).

(a) $\frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \frac{1}{2 \cdot 3 \cdot 4} + \dots$

(b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2^n}$

(c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{i^n}{n}$

(d) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{a^n}{n!}$ für $a \in \mathbb{R}$.

(e) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \log n}$

(f) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n^n}$

(g) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(n!)^2}{(2n)!}$

(h) $\sum_{k=2}^{\infty} \frac{k}{(\log k)^k}$

(i) $\sum_{k=0}^{\infty} (\sqrt[k]{a} - 1)$