

Жадные алгоритмы

Разработать жадный алгоритм решения задачи, определяемой своим вариантом. Доказать его корректность, оценить скорость и объём затрачиваемой оперативной памяти.

Реализовать программу на языке С или С++, соответствующую построенному алгоритму. Формат входных и выходных данных описан в варианте задания.

Варианты

1. Размен монет

На первой строке заданы два числа, N и $p > 1$, определяющие набор монет некоторой страны с номиналами p_0, p_1, \dots, p_{N-1} . Нужно определить наименьшее количество монет, которое можно использовать для того, чтобы разменять заданную на второй строчке сумму денег $M \leq 232 - 1$ и распечатать для каждого i -го номинала на i -ой строчке количество участвующих в размене монет. Кроме того, нужно обосновать почему жадный выбор неприменим в общем случае (когда номиналы могут быть любыми) и предложить алгоритм, работающий при любых входных данных.

Пример:

Входной файл	Выходной файл
3 5	1
71	4
	2

2. Выбор отрезков

На координатной прямой даны несколько отрезков с координатами $[L_i, R_i]$. Необходимо выбрать минимальное количество отрезков, которые бы полностью покрыли интервал $[0, M]$. Формат входных данных: на первой строчке располагается число N , за которым следует N строк на каждой из которой находится пара чисел L_i, R_i ; последняя строка содержит в себе число M . Формат выходных данных: на первой строке число K выбранных отрезков, за которым следует K строк, содержащих в себе выбранные отрезки в том же порядке, в котором они встретились во входных данных. Если покрыть интервал невозможно, нужно

распечатать число 0.

Пример:

Входной файл	Выходной файл
3 -1 0 -5 -3 2 5 1	0
Входной файл	Выходной файл
2 -1 0 0 1 1	1 0 1

3. Максимальный треугольник

Заданы длины N отрезков, необходимо выбрать три таких отрезка, которые образовывали бы треугольник с максимальной площадью. Формат входных данных: на первой строке находится число N , за которым следует N строк с целыми числами-длинами отрезков. Формат выходных данных: если никакого треугольника из заданных отрезков составить нельзя — 0, в противном случае на первой строке площадь треугольника с тремя знаками после запятой, на второй строке — длины трёх отрезков, составляющих этот треугольник. Длины должны быть отсортированы.

Пример:

Входной файл	Выходной файл
4 2 1 3 5	0
Входной файл	Выходной файл
4 3 5 3 4	6.000 3 4 5

4. Откорм бычков

Бычкам дают пищевые добавки, чтобы ускорить их рост. Каждая добавка содержит некоторые из N действующих веществ. Соотношения

количеств веществ в добавках могут отличаться. Воздействие добавки определяется как

$$c_1a_1 + c_2a_2 + \dots + c_Na_N,$$

где a_i — количество i -го вещества в добавке, c_i — неизвестный коэффициент, связанный с веществом и не зависящий от добавки. Чтобы найти неизвестные коэффициенты c_i , Биолог может измерить воздействие любой добавки, используя один её мешок. Известна цена мешка каждой из M ($M \geq N$) различных добавок. Нужно помочь Биологу подобрать самый дешевый набор добавок, позволяющий найти коэффициенты c_i . Возможно, соотношения веществ в добавках таковы, что определить коэффициенты нельзя.

Входные данные: в первой строке текста — целые числа M и N ; в каждой из следующих M строк записаны N чисел, задающих соотношение количеств веществ в ней, а за ними — цена мешка добавки. Порядок веществ во всех описаниях добавок один и тот же, все числа — неотрицательные целые не больше 50. Выходные данные: -1 если определить коэффициенты невозможно, иначе набор добавок (и их номеров по порядку во входных данных). Если вариантов несколько, вывести какой-либо из них.

Пример:

Входной файл	Выходной файл
3 3 1 0 2 3 1 0 2 4 2 0 1 2	-1
Входной файл	Выходной файл
3 2 2 1 2 1 2 9 1 2 3	1 3

5. Оптимальная сортировка чисел

Дана последовательность длины N из целых чисел 1, 2, 3. Необходимо найти минимальное количество обменов элементов последовательности, в результате которых последовательность стала бы отсортированной. Входные данные: число N на первой строке и N чисел на второй строке. Выходные данные: минимальное количество обменов.

Пример:

Входной файл	Выходной файл
--------------	---------------

3 3 2 1	1
------------	---

6. Топологическая сортировка

Заданы N объектов с ограничениями на расположение вида «А должен находиться перед В». Необходимо найти такой порядок расположения объектов, что все ограничения будут выполняться. Входные данные: на первой строке два числа, N и M , за которыми следует M строк с ограничениями вида «А В» ($1 \leq A, B \leq N$) определяющими относительную последовательность объектов с номерами А и В. Выходные данные: -1 если расположить объекты в соответствии с требованиями невозможно, последовательность номеров объектов в противном случае.

Пример:

Входной файл	Выходной файл
3 2 1 2 2 3	1 2 3