MATEMATIKA

EMELT SZINTŰ ÍRÁSBELI VIZSGA

Az írásbeli vizsga időtartama: 240 perc

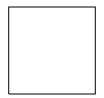
| Pótlapok száma | | | | | | | | |
|----------------|--|--|--|--|--|--|--|--|
| Tisztázati | | | | | | | | |
| Piszkozati | | | | | | | | |

OKTATÁSI MINISZTÉRIUM

| i i | | | | | |
|---------------------------------------|--|--|--|--|--|
| A /// 1 | | | | | |
| Azonosító jel: | | | | | |
| i i i i i i i i i i i i i i i i i i i | | | | | |

Fontos tudnivalók

- A feladatok megoldására 240 percet fordíthat, az idő leteltével a munkát be kell fejeznie.
- A feladatok megoldási sorrendje tetszőleges.
- A II. részben öt feladat közül csak négyet kell megoldania. A nem választott feladat sorszámát írja be a dolgozat befejezésekor az alábbi négyzetbe! Ha a javító tanár számára nem derül ki egyértelműen, hogy melyik feladat értékelését nem kéri, akkor a 9. feladatra nem kap pontot!



- A feladatok megoldásához szöveges adatok tárolására és megjelenítésére nem alkalmas zsebszámológépet és bármelyik négyjegyű függvénytáblázatot használhatja, más elektronikus vagy írásos segédeszköz használata tilos!
- A feladatok megoldásának gondolatmenetét minden esetben írja le, mert a feladatra adható pontszám jelentős része erre jár!
- Ügyeljen arra, hogy a lényegesebb részszámítások is nyomon követhetőek legyenek!
- A feladatok megoldásánál használt tételek közül az iskolában tanult, névvel ellátott tételeket (pl. Pitagorasz-tétel, magasság-tétel) nem kell pontosan megfogalmazva kimondania; elég csak a tétel megnevezését említeni, de alkalmazhatóságát röviden indokolni kell. Egyéb tétel(ek)re való hivatkozás csak akkor fogadható el teljes értékűnek, ha az állítás minden feltételével együtt pontosan mondja ki (bizonyítás nélkül), és az adott problémában alkalmazhatóságát indokolja.
- A feladatok végeredményét (a feltett kérdésre adandó választ) szöveges megfogalmazásban is közölje!
- A dolgozatot tollal írja, az ábrákat ceruzával is rajzolhatja. Ha valamilyen megoldást vagy megoldásrészletet áthúz, akkor az nem értékelhető.
- Minden feladatnál csak egyféle megoldás értékelhető.
- Kérjük, hogy a szürkített téglalapokba semmit ne írjon!

I.

1. Az ABC háromszög oldalegyeneseinek egyenlete:

$$AB: y=0,$$

$$BC: x+10y=20,$$

CA:
$$y = \frac{1}{2}x - 4$$
.

- a) Számítsa ki a háromszög csúcspontjainak koordinátáit!
- **b)** Számítsa ki a háromszög *B* csúcsánál lévő belső szöget!

| a) | 7 pont | |
|----|--------|--|
| b) | 4 pont | |

| | _ | | | | | |
|--------------------------|----------------|--|--|--|--|--|
| Matematika — emelt szint | Azonosító jel: | | | | | |

2. a) Döntse el, hogy az alábbi négy állítás közül melyik igaz és melyik hamis! Válaszát írja a táblázatba!

A: Egy 6 pontot tartalmazó teljes gráfnak 15 éle van.

B: Ha egy teljes gráfnak páros számú éle van, akkor a pontok száma is páros.

C: Ha egy 51 pontú gráfban nincs kör, akkor legfeljebb 50 éle lehet.

D: Nincs olyan 6 pontú gráf, amelyben a fokszámok összege 11.

| A | В | С | D |
|---|---|---|---|
| | | | |

- **b)** Ha valaki sohasem hallott a gráfokról, és mégis kitölti a fenti táblázatot, akkor mekkora valószínűséggel lesz helyes mind a négy válasza?
- c) Tagadja az alábbi mondatot: "Nincs olyan szerelem, aki el nem múlik." (*Népdalgyűjtés*)
- d) Fogalmazzon meg egy olyan szöveges feladatot, amelynek a megoldása így számítható ki: $\binom{17}{2}$.

| a) | 4 pont | |
|----|--------|--|
| b) | 3 pont | |
| c) | 3 pont | |
| d) | 3 pont | |

| | _ | | | | | |
|--------------------------|----------------|--|--|--|--|--|
| Matematika — emelt szint | Azonosító jel: | | | | | |

3. Egy növekedő számtani sorozat első három tagjának összege 60. Az első tagot 64-gyel növelve, a másik két tagot változatlanul hagyva, egy mértani sorozat első három tagjához jutunk. Mennyi a két sorozat első három tagja?

13 pont

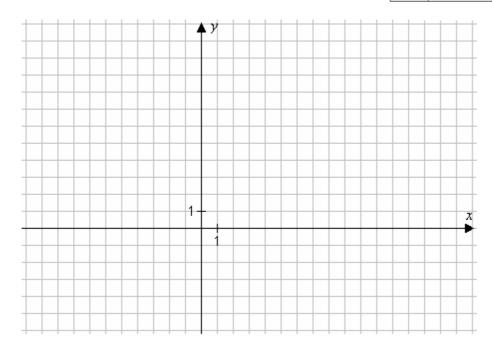
írásbeli vizsga 6 / 20 2005. május 10.

| | _ | | | | | |
|--------------------------|----------------|--|--|--|--|--|
| Matematika — emelt szint | Azonosító jel: | | | | | |

- a) Ábrázolja a [0;6] intervallumon értelmezett, $x \mapsto \frac{1}{2}|x-4|+3$ hozzárendelési szabállyal megadott függvényt!

 - b) Állapítsa meg a függvény értékkészletét!
 c) Forgassuk meg a [0;4] intervallumra leszűkített függvény grafikonját az x tengely körül! Számítsa ki az így keletkezett forgástest felszínét!

| a) | 4 pont | |
|----|--------|--|
| b) | 2 pont | |
| c) | 8 pont | |



| Matematika — emelt szint | Azonosító jel: | | | | | |
|--------------------------|----------------|--|--|--|--|--|

II.

Az 5.–9. feladatok közül tetszés szerint választott négyet kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát írja be a 2. oldalon az üres négyzetbe!

- 5. Egy város 18 étterme közül 11-ben reggelit, 11-ben vegetáriánus menüt lehet kapni, és 10-ben van felszolgálás. Mind a 18 étterem legalább egy szolgáltatást nyújt az előző három közül. Öt étteremben adnak reggelit, de nincs vegetáriánus menü. Azok közül az éttermek közül, ahol reggelizhetünk, ötben van felszolgálás. Csak egy olyan étterem van, ahol mindhárom szolgáltatás megtalálható.
 - a) Hány étteremben lehet vegetáriánus menüt kapni, de reggelit nem?
 - b) Hány olyan étterem van, ahol felszolgálnak vegetáriánus menüt?
 - c) A Kiskakas étteremben minden vendég a fizetés után nyereménysorsoláson vehet részt. Két urnát tesznek elé, amelyekben golyócskák rejtik a város egy-egy éttermének nevét. Az *A* urnában a város összes vendéglőjének neve szerepel, mindegyik pontosan egyszer. A *B* urnában azoknak az éttermeknek a neve található mindegyik pontosan egyszer –, amelyekben nincs felszolgálás. A vendég tetszés szerint húzhat egy golyót. Ha a húzott étteremben van reggelizési lehetőség, akkor a vendég egy heti ingyen reggelit nyer, ha nincs, nem nyer. Melyik urnából húzva nagyobb a nyerés valószínűsége?

| a) | 5 pont | |
|----|--------|--|
| b) | 6 pont | |
| c) | 5 pont | |

írásbeli vizsga 10 / 20 2005. május 10.

| | _ | | | | | |
|--------------------------|----------------|--|--|--|--|--|
| Matematika — emelt szint | Azonosító jel: | | | | | |

írásbeli vizsga 11 / 20 2005. május 10. 0511

- **6.** Tekintsük a valós számokon értelmezett $f(x) = (p-3.5)x^2 + 2(p-2)x + 6$ függvényt, ahol p tetszőleges valós paraméter!
 - a) Mutassa meg, hogy tetszőleges p érték mellett az x=-2 zérushelye a függvénynek!
 - **b)** Milyen p értékek esetén lesz a függvény másik zérushelye 1-nél nagyobb?

| a) | 2 pont | |
|------------|---------|--|
| b) | 14 pont | |

| | _ | | | | | |
|--------------------------|----------------|--|--|--|--|--|
| Matematika — emelt szint | Azonosító jel: | | | | | |

| Matematika — emelt szint Azonosító j | el: | | | | | | | | | Ī |
|--------------------------------------|-----|--|--|--|--|--|--|--|--|---|
|--------------------------------------|-----|--|--|--|--|--|--|--|--|---|

7. Oldja meg a valós számok halmazán az alábbi egyenletet!

$$\sqrt{\sin^2 x - 4\sin x + 4} + \sqrt{\sin^2 x + 4\sin x + 4} = \sqrt{\sin^2 x + 7\sin x + 12,25}$$

16 pont

| Matematika — emelt szint | Azonosító jel: | | | | | |
|--------------------------|----------------|--|--|--|--|--|

írásbeli vizsga 15 / 20 2005. május 10. 0511

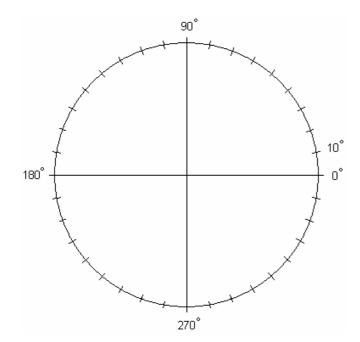
8. Az alábbi táblázat egy ország munkaképes lakosságának foglalkoztatottság szerinti megoszlását mutatja. Az adatok ezer főre kerekítettek.

| | Ágazatok | 2003. év (ezer fő) | 2004. év (ezer fő) |
|-------------------|-------------------------|-----------------------|-----------------------|
| | Mezőgazdaságban dolgozó | 1020 | |
| Foglalkoztatottak | Iparban dolgozó | 1870 | 1926 |
| | Szolgáltatásban dolgozó | 5015 | |
| Munkanélküli | | 595 | |
| Munkaképes lakoss | ság összesen | 8500 | |

2004-ben

- az ország munkaképes lakosságának száma 3 ezrelékkel nőtt 2003-hoz képest,
- a munkanélküliek aránya a munkaképes lakosságban változatlan maradt,
- a szolgáltatásban dolgozók száma a 2003-ban ott dolgozók számának 2%-ával megnőtt.
- a) Számítsa ki a táblázat hiányzó adatait (ezer főre kerekítve)!
- b) Ábrázolja kördiagramon a foglalkoztatottak ágazatok szerinti megoszlását 2003-ban!
- c) Hány százalékkal változott a mezőgazdaságban dolgozók száma 2004-re a 2003-as állapothoz képest? Nőtt vagy csökkent?

| a) | 7 pont | |
|----|--------|--|
| b) | 5 pont | |
| c) | 4 pont | |



| Matematika — emelt szint | Azonosító jel: | | | | | |
|--------------------------|----------------|--|--|--|--|--|

| Matematika — emelt szint Azonosító jel: | | | | | | | | | | |
|---|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
|---|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|

9. Az *ABC* háromszög oldalai *AB* = 42, *BC* = 40 és *CA* = 26. Írjunk téglalapot a háromszögbe úgy, hogy a téglalap egyik oldala illeszkedjen a háromszög *AB* oldalára, másik két csúcsa pedig a háromszög *CA*, illetve *BC* oldalára essen. Tekintsük az így beírható téglalapok közül a legnagyobb területűt! Mekkorák ennek a téglalapnak az oldalai?

| 16 pont | |
|---------|--|
|---------|--|

írásbeli vizsga 18 / 20 2005. május 10.

| | _ | | | | | |
|--------------------------|----------------|--|--|--|--|--|
| Matematika — emelt szint | Azonosító jel: | | | | | |

| Matematika | — emel | t szint |
|------------|--------|---------|

| A (4.7.1 | | | | | |
|----------------|--|--|--|--|--|
| Azonosító jel: | | | | | |
| 3 | | | | | |

| | a feladat | elért | összesen | maximális |
|----------|--------------------------------------|----------|-----------|-----------|
| | sorszáma | pontszám | USSZCSCII | pontszám |
| I. rész | 1. | | | 11 |
| | 2. | | | 13 |
| | 3. | | | 13 |
| | 4. | | | 14 |
| II. rész | | | | 16 |
| | | | | 16 |
| | | | | 16 |
| | | | | 16 |
| | | ← nem va | ladat | |
| | MINDÖSSZESEN minősítés (százalék) | | | 115 |
| | | | | |

| javító tanár | |
|--------------|--|

| | a feladat sorszáma | elért pontszám | programba beírt pontszám |
|----------|-----------------------|-------------------|--------------------------------|
| I. rész | 1. | | |
| | 2. | | |
| | 3. | | |
| | 4. | | |
| II. rész | | | |
| | | | |
| II. IESZ | | | |
| | | | |

| javító tanár | jegyző |
|--------------|--------|