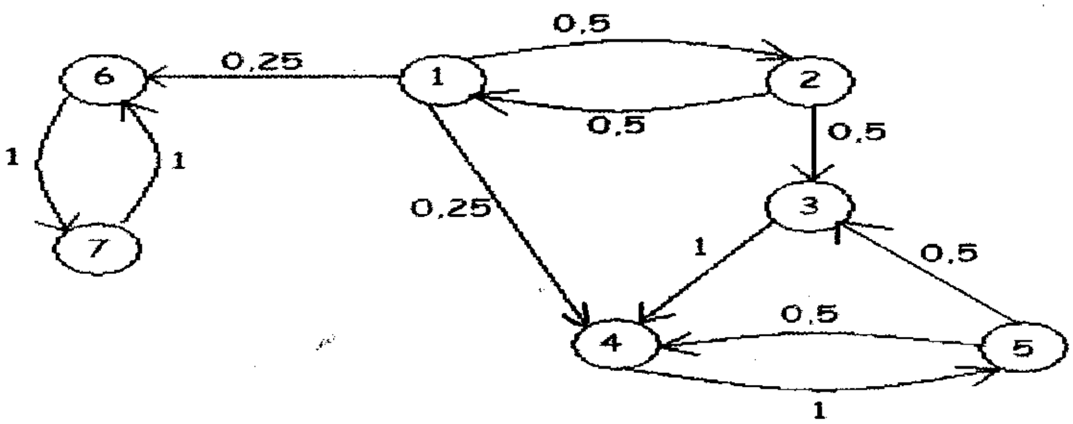
Master I - RSD - MEPS – 2009-2010
Corrigé Interro

Exercice 1 : Voir TD (noté sur 5)

Exercice 2 : (noté sur 10)



C = { 1 , 2 , 3 , 4 , 5 }

C_1={ 1 , 2 } , C_2={ 6 , 7} , C_3={ 3 , 4 , 5 } sont les classes de communications

$C = C_1 \cup C_2 \cup C_3$ et $C_i \cap C_j = \phi$

La classe C_1 est transitoire. Si on quitte C_1 on n'y revient pas.

La classe C_2 et C_3 sont absorbantes (récurrentes positives) .

Périodicité : d(1)=d(2) = d(6)=d(7) = pgcd{ 2,4,...} = 2 ;

d(3)=pgcd{ 3,5,7,...}=1 ; d(4)=d(5)= pgcd{ 2,3,,...}=1 ;

La classe C_2 est périodique, finie, récurrente. Si elle admet une distribution stationnaire Π_1=(0,0,0,0,0,a,1-a), et vérifie : $\Pi_1 = \Pi_1$ P ;avec P matrice des probabilités de transition de la chaîne .On a alors Π_1=(0,0,0,0,0,0.5,0.5)

La classe C_3 est apériodique, finie, récurrente positive, donc ergodique. Elle admet une unique distribution stationnaire Π_2=(0,0,α,β,1- α-β ,0,0), et vérifie : $\Pi_2 = \Pi_2$ P ; avec P matrice des probabilités de transition de la chaîne . On a alors Π_2= (0,0,0.2,0.4,0.4,0,0).

Ainsi la chaîne de Markov admet une infinité de distributions stationnaires qui sont toutes les combinaisons convexes possibles de Π_1 et Π_2 , c'est-à-dire $\Pi = x\,\Pi 1 + (1-x)\,\Pi 2$, $x \in [0,1]$

Lim p_{64} = 0 car les états 2 et 4 sont dans 2 classes disjointes, absorbantes (on ne peut pas sortir vers une autre classe)

Lim p_{52} = 0 car les états 2 et 5 sont dans 2 classes disjointes, absorbantes (on ne peut pas sortir vers une autre classe)