

Récapitulatif : systèmes modélisables par des processus de naissance et de mort de paramètres  $\lambda_k$  et  $\mu_k$ ).

**Table 1 :** Modèles markoviens à m=1 serveur M/M/1/././ (FIFO)

Modèle →	$K=\infty, L=\infty$	$K<\infty, L=\infty$	$K=\infty L<\infty$	$K<\infty, L<\infty (L \geq K)$ .
Paramètre↓				
$\lambda_k$	$\lambda$	$\lambda \quad \text{si } k < K ;$ $0 \quad \text{si } k \geq K$	$\lambda(L-k) \text{ si } 0 \leq k \leq L ;$ $0 \quad \text{si } k > L$	
$\mu_k$	$\mu \quad \forall k$	$\mu \quad \forall k$	$\mu \quad \forall k$	
Performance ↓				
Condition de stabilité	$\rho = \frac{\lambda}{\mu} < 1$	Toujours stable (le régime stationnaire existe toujours)	Toujours stable	Toujours stable
$\bar{\lambda} = \lambda_{\text{effectif}}$	$\lambda$	$\lambda(1-\pi_K) < \lambda_{M/M/1}$	$\lambda(L-E(N))$	$\lambda(L-E(N))$
$\pi_k$ loi du nombre de clients dans le système	$\rho^k(1-\rho)$	$= \rho^k \frac{1-\rho}{1-\rho^{K+1}} \text{ si } k \leq K$ $= 0 \quad \text{si } k > K$	$\frac{L!}{(L-k)!} \rho^k \pi_0$	$\rho^k \frac{L!}{(L-k)!} \pi_0, k=0, K$
Débit absolu A	$\lambda = \mu(1-\pi_0)$	$\lambda(1-\pi_K) = \mu(1-\pi_0)$	$\mu(1-\pi_0)$	$\mu E(SA)$
Débit relatif A'	1	$1-\pi_K$	$(1-\pi_0)/\rho$	
$P_{\text{refus}}$	0	$\pi_K$	0	$\pi_K$
E(SA)	$\rho$	$\rho(1-\pi_K)$	$\rho$	
E(Q) Taille de la file	$\frac{\rho^2}{1-\rho}$	$E(N) - (1-\pi_0)$	$L - \frac{\lambda + \mu}{\lambda} (1-\pi_0)$	
E(N)	$\frac{\rho}{1-\rho}$	$\frac{\rho}{1-\rho} - \frac{(K+1)\rho^{K+1}}{1-\rho^{K+1}}$	$L - (1-\pi_0)/\rho$	
E(W) Temps d'attente	$\frac{1}{\mu} \frac{\rho}{1-\rho}$	$E(Q)/\bar{\lambda}$	$E(Q)/\bar{\lambda}$	
E(V) Temps de séjour	$\frac{1}{\mu - \lambda}$	$E(N)/\bar{\lambda}$	$E(N)/\bar{\lambda}$	

**Table 12** : Modèles markoviens à m serveurs parallèles M/M/m/. / . / ;

Modèle →	K=∞, L=∞	K=m, L=∞	M=K =L=∞	K=m+M<∞,L=∞	K=∞,L<∞
$\lambda_k$	$\lambda$	$\lambda$	$\lambda$	$\lambda$ si $k < m+M$ , 0 sinon	$\lambda(L-k)$ , si $k < L$ ; 0 sinon
$\mu_k$	$\mu_{\min(k,m)}$	$\mu_k$	$\mu_k$	$\mu_{\min(k,m)}$	$\mu_{\min(k,m)}$
	$\varphi = \frac{\lambda}{\mu m} = \frac{\rho}{m} < 1$		$\rho < \infty$		
$\pi_k$	$\frac{\rho^k}{k!} \pi_0, \quad k \leq m$ $\frac{\rho^k}{m! m^{k-m}} \pi_0, \quad k \geq m$	$\frac{\rho^k}{k!} \pi_0$	$\frac{\rho^k}{k!} e^{-\rho}$	$\frac{\rho^k}{k!} \pi_0, \quad k \leq m$ $\frac{\rho^k}{m! m^{k-m}} \pi_0, \quad m \leq k \leq m+M$	$\frac{L!}{k!(L-k)!} \rho^k \pi_0, \quad k \leq m$ $\frac{L!}{m! m^{k-m} (L-k)!} \rho^k \pi_0, \quad m \leq k \leq L$
A	$\lambda$	$\lambda(1-\pi_m)$	$\lambda$	$\lambda(1-\pi_{m+M})$	
A'	1	$1-\pi_m$	1	$1-\pi_{m+M}$	
P <sub>refus</sub>	0	$\pi_m$		$\pi_{m+M} = \frac{\rho^{m+M}}{m^M m!}$	
E(S)	$\rho$	$\rho(1-\pi_m)$	$\rho$	$\rho(1-\pi_{m+M})$	
E(Q)	$\frac{\varphi \pi_m}{(1-\varphi)^2}$		0	$\frac{\rho^{m+1}}{m! m} \frac{1-\varphi^M (M+1) + M\varphi^{M+1}}{(1-\varphi)^2}$	
E(N)	$E(Q) + \rho$		$\rho$		
E(W)	$E(Q) / \lambda$				
E(V)	$E(N) / \lambda$				