

# LELEC1101 - Problème 1

## Groupe 3

DE BROUX Michel (0000-00-00)  
COLPIN Lionel (0000-00-00)  
DEPREZ Damien (0000-00-00)  
MARTINELLE Thibault (0000-00-00)  
PARIS Antoine (3158-13-00)

5 février 2015

On s'intéresse ici à un signal triangulaire  $u(t)$  périodique, symétrique, de période  $T$  et de valeurs minimales et maximales  $V_{\min}$  et  $V_{\max}$  respectivement. On peut décomposer cette fonction en série de Fourier

$$u(t) = A_0 + \sum_{k=1}^{\infty} A_k \cos(k\omega t) + \sum_{k=1}^{\infty} B_k \sin(k\omega t).$$

où  $\omega = \frac{2\pi}{T}$  est la pulsation angulaire. La composante constante  $A_0$  et les coefficients  $A_k$  et  $B_k$  sont donnés par

$$\begin{aligned} A_0 &= \frac{1}{T} \int_0^T u(t) dt, \\ A_k &= \frac{2}{T} \int_0^T u(t) \cos(k\omega t) dt, \\ B_k &= \frac{2}{T} \int_0^T u(t) \sin(k\omega t) dt. \end{aligned}$$

## 1 Question 1

Etablissons dans un premier temps la série de Fourier dans le cas particulier où le signal triangulaire est symétrique (i.e.  $u(t) = u(-t)$ ) et centrée autour de l'axe de  $t$ . Dans ce cas particulier, on a  $A_0 = 0$  et  $B_k = 0$ . On peut donc réécrire la décomposition en série de Fourier

$$u(t) = \sum_{k=1}^{\infty} A_k \cos(k\omega t).$$

Calculons maintenant les coefficients

$$A_k = \frac{2}{T} \int_0^T u(t) \cos(k\omega t) dt.$$

Pour cela, on décompose  $u(t)$  sur l'intervalle  $[0, T]$  en deux parties

$$u(t) = \begin{cases} V_{\max} - \frac{2(V_{\max} - V_{\min})}{T}t & \text{pour } t \in [0, \frac{T}{2}] \\ 2V_{\min} + \frac{2(V_{\max} - V_{\min})}{T}t & \text{pour } t \in [\frac{T}{2}, T] \end{cases}$$

On peut alors facilement décomposer l'intégrale en deux parties. On trouve donc <sup>1</sup>

$$A_k = \frac{2}{\pi^2 k^2} (V_{\max} - V_{\min}) (1 - (-1)^k).$$

---

1. Les détails de calculs sont omis ici.

où  $\cos(k\pi)$  a été remplacé par  $(-1)^k$ . On a finalement

$$u(t) = \frac{2}{\pi^2}(V_{\max} - V_{\min}) \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^2} (1 - (-1)^k) \cos(k\omega t).$$

On peut ensuite vérifier, à l'aide de MATLAB, que cette décomposition en série de Fourier converge effectivement vers le signal triangulaire. La figure 1 est la décomposition en série de Fourier pour  $k = 1 \dots 10$  pour  $T = 1$  s et  $V_{\max} = -V_{\min} = 5$  V.

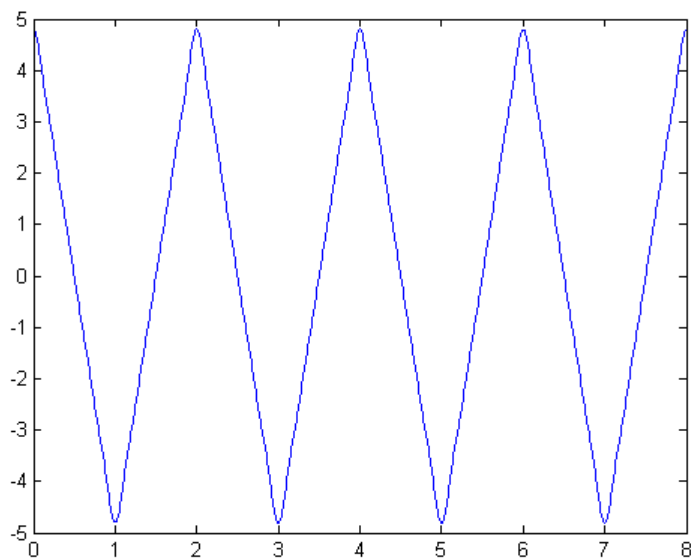


FIGURE 1 – Décomposition en série de Fourier pour  $k = 1 \dots 10$ .