

# LELEC1101 - Projet d'électricité

## Dimensionnement du modulateur sigma-delta

### Groupe 3

DE BROUX Michel (8707-13-00)

COLPIN Lionel (3965-12-00)

DEPREZ Damien (2893-13-00)

MARTINELLE Thibault (8737-13-00)

PARIS Antoine (3158-13-00)

24 mars 2015

## 1 Fonctionnement et théorie

Le schéma bloc du modulateur sigma-delta se trouve à la figure 1. Ici, on choisit une bascule asymétrique.

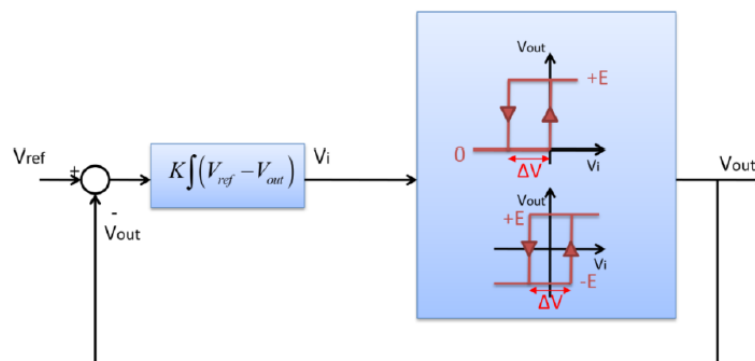


FIGURE 1: Schéma bloc du modulateur sigma-delta.

Dans un premier temps, calculons la période d'oscillation de la sortie (qui est identique à la période d'oscillation de  $V_I$  sur la figure 1).

On démarre avec un signal  $V_{ref}$  positif et  $V_{out} = 0$ .  $V_I$  est alors immédiatement positif et  $V_{out}$  sature directement à  $E$ . Comme  $V_{ref}$  est  $\leq E$ ,  $V_I$  va maintenant décroître jusqu'à atteindre  $\Delta V$ . A ce moment précis, on aura à nouveau  $V_{out} = 0$  et donc  $V_I$  va croître jusqu'à atteindre 0, et ainsi de suite.

Sur base de cela, on peut facilement calculer le temps de descente  $t_f$  et le temps de montée  $t_r$  du signal  $V_I$ <sup>1</sup>. On trouve facilement,

$$t_f = -\frac{\Delta V}{(V_{\text{ref}} - E)K},$$

$$t_r = \frac{\Delta V}{KV_{\text{ref}}}.$$

La période  $T$  étant la somme du temps de descente et du temps de montée, on trouve

$$T = \frac{\Delta V}{K} \left( \frac{1}{V_{\text{ref}}} - \frac{1}{V_{\text{ref}} - E} \right)$$

et donc finalement

$$f = -\frac{K}{\Delta V} \frac{V_{\text{ref}}(V_{\text{ref}} - E)}{E}.$$

**Remarque** A partir du temps de descente et du temps de montée, on peut prouver que la moyenne du signal carré  $V_{\text{out}}$  vaut bien  $V_{\text{ref}}$ . Il suffit de démontrer l'égalité suivante

$$\frac{E \cdot t_f + 0 \cdot t_r}{T} = V_{\text{ref}}.$$

La figure 2 représente un graphe de cette relation.

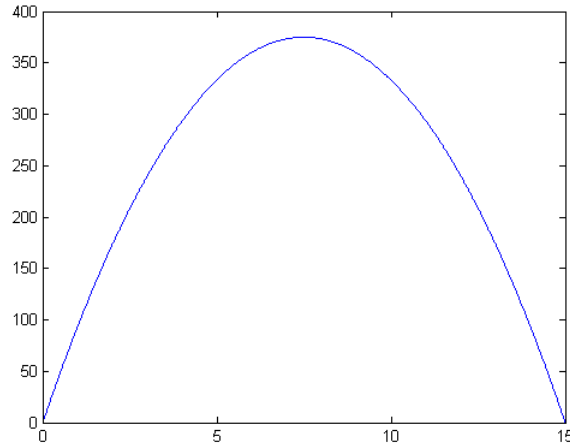


FIGURE 2: Graphe de la fréquence en fonction de  $V_{\text{ref}}$  pour  $\Delta V = 0.1$  V et  $K = 10$  s.

On peut faire plusieurs observations à propos de la figure 2. Premièrement, la fréquence de sortie maximale est atteinte pour  $V_{\text{ref}} = \frac{E}{2}$  et vaut

$$f_{\text{max}} = \frac{K}{\Delta V} \frac{E}{4}.$$

---

1. Ce signal sera soit un signal triangulaire, soit un signal en dents de scie, selon la valeur de  $V_{\text{ref}}$ .

Ensuite, pour un signal  $V_{\text{ref}}$  sinusoïdal dont l'amplitude peut être négative, la fréquence sature. Or, dans le cas de notre synthétiseur, le signal  $V_{\text{ref}}$  est la sortie de notre VCO (après passage dans un filtre pour en extraire une sinusoïdale pure). Il faudra donc “déplacer” la courbe de la figure 2 de manière à ce qu'elle soit centrée autour de l'origine.

## 2 Dimensionnement et circuit réel

Le circuit du modulateur sigma-delta est représenté à la figure 3.

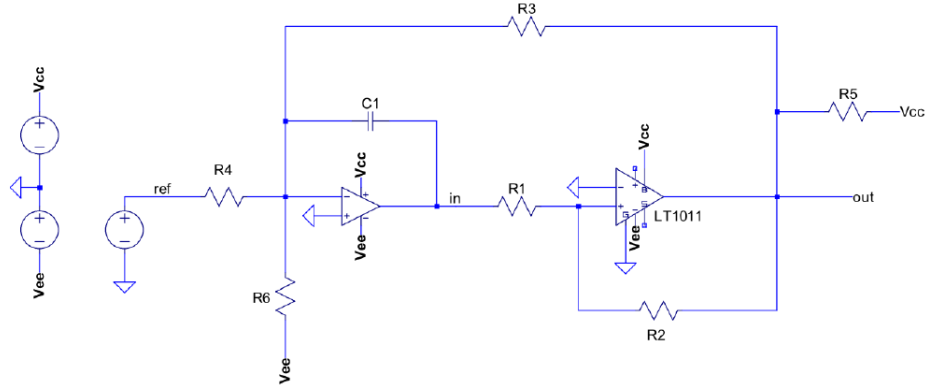


FIGURE 3: Circuit du modulateur.

On va résoudre ce circuit pour obtenir des équations de la même forme que celles de la figure 1. On se concentre d'abord sur l'amplificateur opérationnel. Grâce à la boucle de contre réaction négative, on peut dire  $v_- = v_+ = 0$ . On peut ensuite obtenir les courants suivants

$$\begin{aligned} i_{R_4} &= \frac{V_{\text{ref}}}{R_4}, \\ i_{R_6} &= \frac{V_{\text{ee}}}{R_6}, \\ i_{R_3} &= \frac{V_{\text{out}}}{R_3}, \\ i_{C_1} &= -C_1 \frac{dv_{\text{in}}}{dt}. \end{aligned}$$

On applique ensuite KCL et on écrit

$$i_{C_1} = i_{R_4} + i_{R_6} + i_{R_3}.$$

De cette relation, on tire

$$v_{\text{in}} = -\frac{1}{C_1} \int \frac{V_{\text{ref}}}{R_4} + \frac{V_{\text{ee}}}{R_6} + \frac{V_{\text{out}}}{R_3}.$$

Pour se ramener à l'équation de la figure 1, on pose  $V'_{\text{ref}} = -R_3(\frac{V_{\text{ref}}}{R_4} + \frac{V_{\text{ee}}}{R_6})$  pour enfin obtenir

$$v_{\text{in}} = \frac{1}{C_1 R_3} \int V'_{\text{ref}} - V_{\text{out}}$$

où  $V'_{\text{ref}}$  correspond au  $V_{\text{ref}}$  de la figure 1.

Pour dimensionner le modulateur, on doit respecter plusieurs contraintes. Premièrement la fréquence pour  $V_{\text{ref}} = 7.5 \text{ V}$  doit être de 80 kHz. Et deuxièmement, on doit déplacer la courbe de la figure 2 de manière à ce que ces racines soient  $-15 \text{ V}$  et  $+15 \text{ V}$ . Enfin, on doit choisir  $\Delta V$  de manière à ce que la bascule ne soit pas sensible au bruit (quelques millivolts).

On va directement anticiper une non-idéalité de la bascule, la valeur de saturation  $E$  n'est pas égale à la tension d'alimentation. On a plutôt  $E \approx 13.5 \text{ V}$ .

Pour centrer la parabole, il faut que  $\frac{R_3}{R_6} V_{\text{ee}}$  soit égale à 6.75 V. Il faut ensuite étirer la parabole de manière à ce que ses racines soient  $\pm 15 \text{ V}$ . Il faut donc  $\frac{R_3}{R_4} = 0.45$ .

En restant dans des valeurs de composants standards (série de Renard E12). On peut choisir,  $R_3 = 22 \text{ k}\Omega$  et  $R_4 = R_6 = 47 \text{ k}\Omega$ .

On passe ensuite à la contrainte sur la fréquence. On a comme relation

$$\frac{K}{\Delta V} = 30796.$$

On peut fixer arbitrairement  $\Delta V$  à 1 V. On alors  $K = \frac{1}{C_1 R_3} = 30796$  et donc  $C_1 = 1.5 \text{ nF}$ . Enfin, comme  $\Delta V = \frac{R_1}{R_2} E$ , on peut par exemple choisir  $R_1 = 10 \text{ k}\Omega$  et  $R_2 = 82 + 47 \text{ k}\Omega$ .

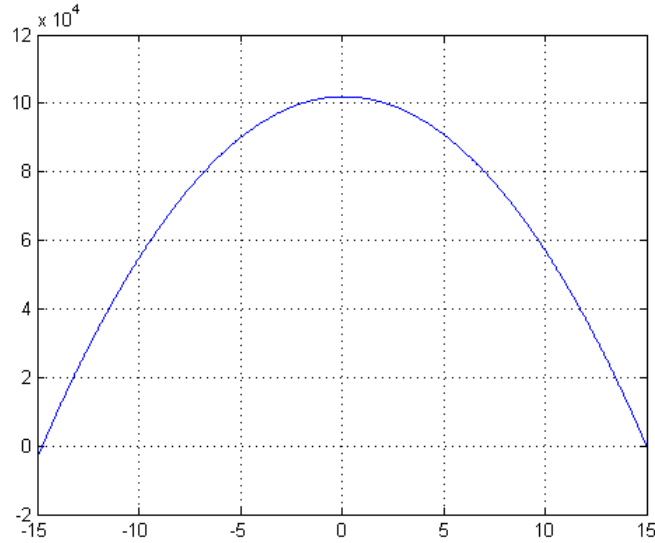


FIGURE 4: Graphe de la fréquence en fonction de la tension d'entrée pour le modulateur dimensionné.

Pour appliquer la signal de sortie du modulateur à l'étage suivant du circuit, il faudra utiliser un diviseur résistif car l'étage suivant ne supporte pas des entrées supérieures à 5 V.