

LELEC1101 - Projet d'électricité

Dimensionnement du modulateur sigma-delta

Groupe 3

DE BROUX Michel (8707-13-00)

COLPIN Lionel (3965-12-00)

DEPREZ Damien (2893-13-00)

MARTINELLE Thibault (8737-13-00)

PARIS Antoine (3158-13-00)

26 mars 2015

1 Fonctionnement et théorie

Le schéma bloc du modulateur sigma-delta se trouve à la figure 1. Ici, on choisit une bascule asymétrique.

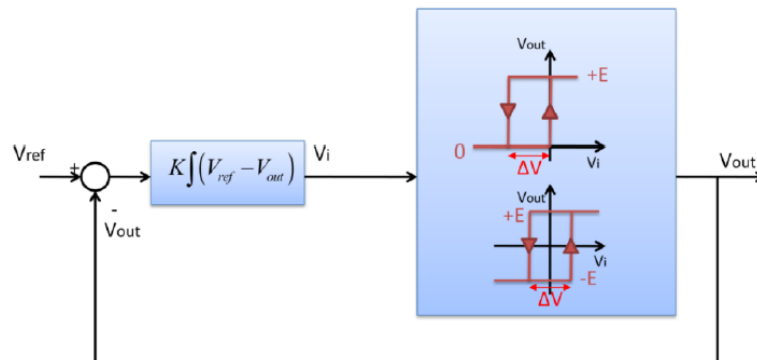


FIGURE 1: Schéma bloc du modulateur sigma-delta.

Dans un premier temps, calculons la période d'oscillation de la sortie (qui est identique à la période d'oscillation de V_I sur la figure 1).

On démarre avec un signal V_{ref} positif et $V_{out} = 0$. V_I est alors immédiatement positif et V_{out} sature directement à E . Comme V_{ref} est $\leq E$, V_I va maintenant décroître jusqu'à atteindre ΔV . A ce moment précis, on aura à nouveau $V_{out} = 0$ et donc V_I va croître jusqu'à atteindre 0 , et ainsi de suite.

Sur base de cela, on peut facilement calculer le temps de descente t_f et le temps de montée t_r du signal V_I ¹. On trouve facilement,

$$t_f = -\frac{\Delta V}{(V_{\text{ref}} - E)K},$$

$$t_r = \frac{\Delta V}{KV_{\text{ref}}}.$$

La période T étant la somme du temps de descente et du temps de montée, on trouve

$$T = \frac{\Delta V}{K} \left(\frac{1}{V_{\text{ref}}} - \frac{1}{V_{\text{ref}} - E} \right)$$

et donc finalement

$$f = -\frac{K}{\Delta V} \frac{V_{\text{ref}}(V_{\text{ref}} - E)}{E}.$$

Remarque A partir du temps de descente et du temps de montée, on peut prouver que la moyenne du signal carré V_{out} vaut bien V_{ref} . Il suffit de démontrer l'égalité suivante

$$\frac{E \cdot t_f + 0 \cdot t_r}{T} = V_{\text{ref}}.$$

La figure 2 représente un graphe de cette relation.

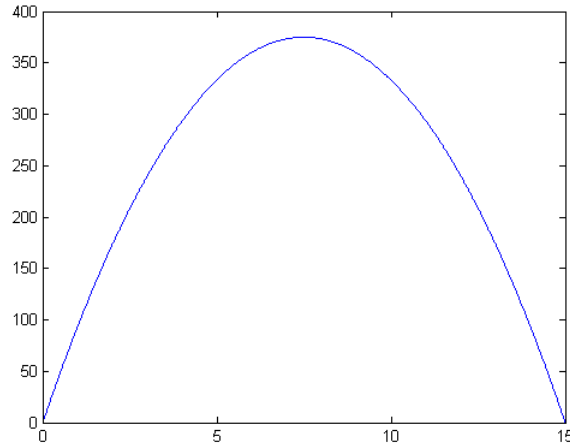


FIGURE 2: Graphe de la fréquence en fonction de V_{ref} pour $\Delta V = 0.1$ V et $K = 10$ s.

On peut faire plusieurs observations à propos de la figure 2. Premièrement, la fréquence de sortie maximale est atteinte pour $V_{\text{ref}} = \frac{E}{2}$ et vaut

$$f_{\text{max}} = \frac{K}{\Delta V} \frac{E}{4}.$$

1. Ce signal sera soit un signal triangulaire, soit un signal en dents de scie, selon la valeur de V_{ref} .

Ensuite, pour un signal V_{ref} sinusoïdal dont l'amplitude peut être négative, la fréquence sature. Or, dans le cas de notre synthétiseur, le signal V_{ref} est la sortie de notre VCO (après passage dans un filtre pour en extraire une sinusoïdale pure). Il faudra donc “déplacer” la courbe de la figure 2 de manière à ce qu'elle soit centrée autour de l'origine.

2 Dimensionnement et circuit réel

Le circuit du modulateur sigma-delta est représenté à la figure 3.

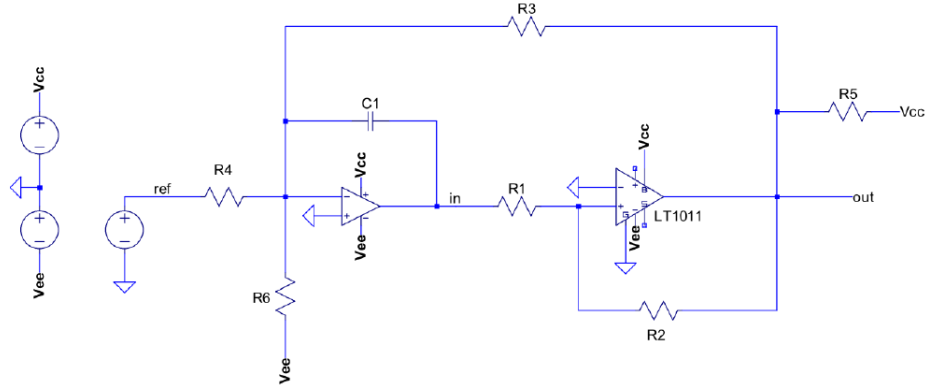


FIGURE 3: Circuit du modulateur.

On va résoudre ce circuit pour obtenir des équations de la même forme que celles de la figure 1. On se concentre d'abord sur l'amplificateur opérationnel. Grâce à la boucle de contre réaction négative, on peut dire $v_- = v_+ = 0$. On peut ensuite obtenir les courants suivants

$$\begin{aligned} i_{R_4} &= \frac{V_{\text{ref}}}{R_4}, \\ i_{R_6} &= \frac{V_{\text{ee}}}{R_6}, \\ i_{R_3} &= \frac{V_{\text{out}}}{R_3}, \\ i_{C_1} &= -C_1 \frac{dv_{\text{in}}}{dt}. \end{aligned}$$

On applique ensuite KCL et on écrit

$$i_{C_1} = i_{R_4} + i_{R_6} + i_{R_3}.$$

De cette relation, on tire

$$v_{\text{in}} = -\frac{1}{C_1} \int \frac{V_{\text{ref}}}{R_4} + \frac{V_{\text{ee}}}{R_6} + \frac{V_{\text{out}}}{R_3}.$$

Pour se ramener à l'équation de la figure 1, on pose $V'_{\text{ref}} = -R_3(\frac{V_{\text{ref}}}{R_4} + \frac{V_{\text{ee}}}{R_6})$ pour enfin obtenir

$$v_{\text{in}} = \frac{1}{C_1 R_3} \int V'_{\text{ref}} - V_{\text{out}}$$

où V'_{ref} correspond au V_{ref} de la figure 1.

Pour dimensionner le modulateur, on doit respecter plusieurs contraintes. Premièrement la fréquence pour $V_{\text{ref}} = 7.5 \text{ V}$ doit être de 80 kHz. Et deuxièmement, on doit déplacer la courbe de la figure 2 de manière à ce que ces racines soient -15 V et $+15 \text{ V}$. Enfin, on doit choisir ΔV de manière à ce que la bascule ne soit pas sensible au bruit (quelques millivolts).

On va directement anticiper une non-idéalité de la bascule, la valeur de saturation E n'est pas égale à la tension d'alimentation. On a plutôt $E \approx 13.5 \text{ V}$.

Pour centrer la parabole, il faut que $\frac{R_3}{R_6} V_{\text{ee}}$ soit égale à 6.75 V. Il faut ensuite étirer la parabole de manière à ce que ses racines soient $\pm 15 \text{ V}$. Il faut donc $\frac{R_3}{R_4} = 0.45$.

En utilisant des valeurs de composants standards (série de Renard E12). On peut choisir, $R_3 = 22 \text{ k}\Omega$ et $R_4 = R_6 = 48.5 \text{ k}\Omega$.

On passe ensuite à la contrainte sur la fréquence. On a comme relation

$$\frac{K}{\Delta V} \frac{E}{4} = 80000.$$

On peut fixer arbitrairement ΔV à 1 V. On a alors $K = \frac{1}{C_1 R_3} = 23703.7037$ et donc $C_1 = 1.9 \text{ nF}$. Enfin, comme $\Delta V = \frac{R_1}{R_2} E$, on peut par exemple choisir $R_1 = 10 \text{ k}\Omega$ et $R_2 = 134.6 \text{ k}\Omega$.

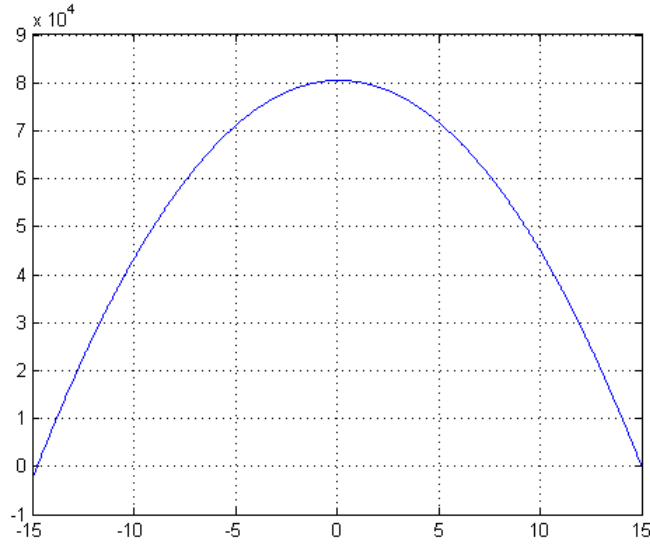


FIGURE 4: Graphe de la fréquence en fonction de la tension d'entrée pour le modulateur dimensionné.

Pour appliquer la signal de sortie du modulateur à l'étage suivant du circuit, il faudra utiliser un diviseur résistif car l'étage suivant ne supporte pas des entrées supérieures à 5 V.

3 Confrontation des mesures et de la théorie

En superposant le graphe théorique de la section précédente et des mesures effectués sur une implémentation en circuit du modulateur, on obtient la figure 5.

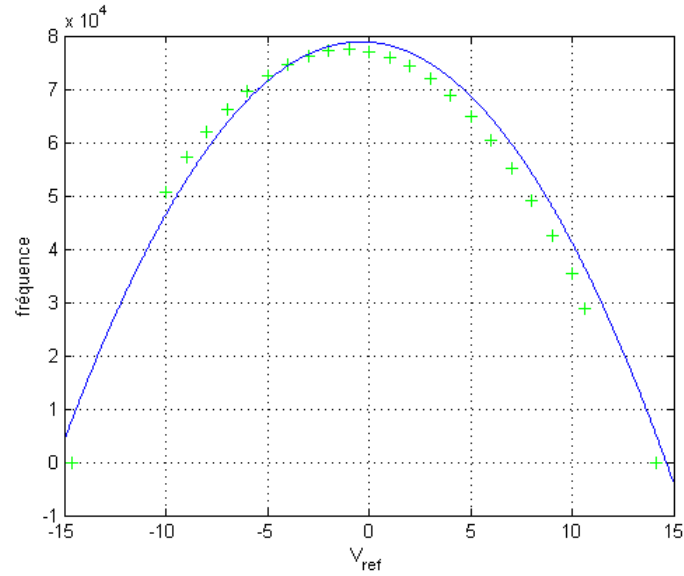


FIGURE 5: En bleu, les prévisions théoriques et en vert les mesures.

On constate que la théorie colle assez bien à la réalité. Le faible décalage dépend sans doute des tolérances des résistances ou des imprécisions de mesures.