

LELEC1101 - Projet d'électricité

Dimensionnement du modulateur sigma-delta

3 avril 2015

0.1 Fonctionnement et théorie

Le schéma bloc du modulateur sigma-delta se trouve à la figure 1. Le modulateur du synthétiseur utilise une bascule asymétrique.

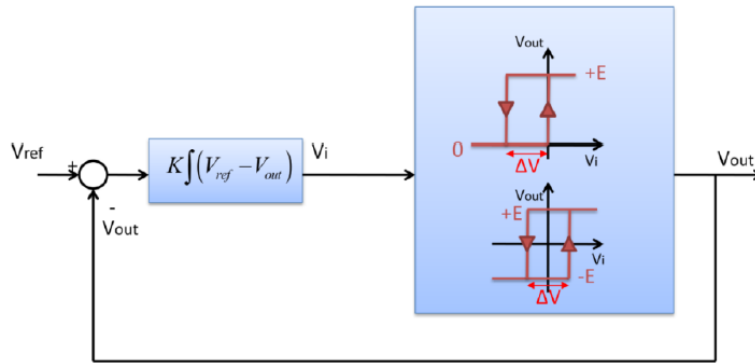


FIGURE 1: Schéma bloc du modulateur sigma-delta.

La période d'oscillation du signal de sortie (qui est identique à la période d'oscillation du signal intermédiaire V_I sur la figure 1). se calcule en effectuant le raisonnement suivant.

Initialement, soit V_{ref} positif et $V_{out} = 0$. V_I est alors immédiatement positif et V_{out} sature directement à E . Comme V_{ref} est $\leq E$, V_I va maintenant décroître jusqu'à atteindre ΔV . A ce moment précis, $V_{out} = 0$ et donc V_I va croître jusqu'à atteindre 0, et ainsi de suite.

De là s'obtiennent le temps de descente t_f et le temps de montée t_r du signal V_I ¹

$$t_f = -\frac{\Delta V}{(V_{ref} - E)K},$$

$$t_r = \frac{\Delta V}{KV_{ref}}.$$

La période T étant la somme du temps de descente et du temps de montée, elle est donnée par

$$T = \frac{\Delta V}{K} \left(\frac{1}{V_{ref}} - \frac{1}{V_{ref} - E} \right)$$

et donc finalement

$$f = -\frac{K}{\Delta V} \frac{V_{ref}(V_{ref} - E)}{E}. \quad (1)$$

1. Ce signal sera soit un signal triangulaire, soit un signal en dents de scie, selon la valeur de V_{ref} .

Remarque A partir du temps de descente et du temps de montée, nous pouvons prouver que la moyenne du signal carré V_{out} vaut bien V_{ref} . Il suffit de démontrer l'égalité suivante

$$\frac{E \cdot t_f + 0 \cdot t_r}{T} = V_{\text{ref}}.$$

La fréquence en fonction de V_{ref} est donc une parabole avec une racine en 0 V et une racine en E V.

La fréquence de sortie maximale est atteinte pour $V_{\text{ref}} = \frac{E}{2}$ et vaut

$$f_{\text{max}} = \frac{K}{\Delta V} \frac{E}{4}.$$

Ensuite, pour un signal V_{ref} sinusoïdal dont l'amplitude peut être négative, la fréquence sature. Or, dans le cas du synthétiseur, le signal V_{ref} est la sortie de notre VCO (après passage dans un filtre pour en extraire une sinusoïdale pure). Il faudra donc “déplacer” la parabole de manière à ce qu'elle soit centrée autour de l'origine.

0.2 Dimensionnement et circuit réel

Le circuit du modulateur sigma-delta est représenté à la figure 2.

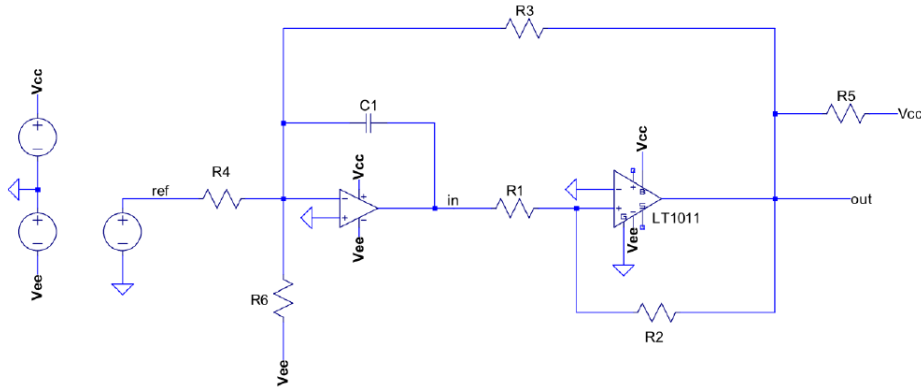


FIGURE 2: Circuit du modulateur.

La résolution de ce circuit permet d'obtenir des équations de la même forme que celles de la figure 1.

L'amplificateur opérationnel étant connecté en contre-réaction, sa bornée d'entrée est virtuellement à la masse : $v_- = v_+ = 0$. Les différents courants dans le circuit sont alors donnés par

$$\begin{aligned} i_{R_4} &= \frac{V_{\text{ref}}}{R_4}, \\ i_{R_6} &= \frac{V_{\text{ee}}}{R_6}, \\ i_{R_3} &= \frac{V_{\text{out}}}{R_3}, \\ i_{C_1} &= -C_1 \frac{dv_{\text{in}}}{dt}. \end{aligned}$$

KCL permet ensuite d'écrire l'équation suivante

$$i_{C_1} = i_{R_4} + i_{R_6} + i_{R_3}$$

et donc d'obtenir

$$v_{\text{in}} = -\frac{1}{C_1} \int \frac{V_{\text{ref}}}{R_4} + \frac{V_{\text{ee}}}{R_6} + \frac{V_{\text{out}}}{R_3}.$$

Pour se ramener à l'équation de la figure 1, on $V'_{\text{ref}} = -R_3(\frac{V_{\text{ref}}}{R_4} + \frac{V_{\text{ee}}}{R_6})$ pour enfin obtenir

$$v_{\text{in}} = \frac{1}{C_1 R_3} \int V'_{\text{ref}} - V_{\text{out}}$$

où V'_{ref} correspond au V_{ref} de la figure 1.

Pour dimensionner le modulateur, plusieurs contraintes doivent être respectées. Premièrement la fréquence maximale doit être de 80 kHz. Et deuxièmement, la parabole doit s'étendre de manière à ce que ces racines soient -15 V et $+15$ V. Enfin, ΔV doit être choisit de manière à ce que la bascule ne soit pas sensible au bruit.

Nous allons directement anticiper une non-idéalité de la bascule, la valeur de saturation E n'est pas égale à la tension d'alimentation. Nous avons plutôt $E \approx 13.5$ V.

Pour centrer la parabole, il faut que $\frac{R_3}{R_6} V_{\text{ee}}$ soit égale à 6.75 V. Il faut ensuite étirer la parabole de manière à ce que ses racines soient ± 15 V. Il faut donc $\frac{R_3}{R_4} = 0.45$.

En utilisant des valeurs de composants standards (série de Renard E12), nous pouvons choisir, $R_3 = 22$ k Ω et $R_4 = R_6 = 48.5$ k Ω .

Passons ensuite à la contrainte sur la fréquence. Nous avons la relation suivante :

$$\frac{K}{\Delta V} \frac{E}{4} = 80000.$$

Nous pouvons fixer arbitrairement ΔV à 1 V. Nous avons alors $K = \frac{1}{C_1 R_3} = 23703.7037$ et donc $C_1 = 1.9$ nF. Enfin, comme $\Delta V = \frac{R_1}{R_2} E$, nous pouvons par exemple choisir $R_1 = 10$ k Ω et $R_2 = 134.6$ k Ω .

Pour appliquer la signal de sortie du modulateur à l'étage suivant du circuit, il faudra utiliser un diviseur résistif car l'étage suivant ne supporte pas des entrées supérieures à 5 V.

0.3 Confrontation des mesures et de la théorie

En superposant le graphe théorique que nous pouvons obtenir avec les valeurs obtenues dans la section précédente et des mesures effectuées sur une implémentation en circuit du modulateur, nous obtenons la figure 3.

Nous constatons que la théorie colle assez bien à la réalité. Le faible décalage dépend sans doute des tolérances des résistances, des variations dans les alimentations (le MyDAQ sort, dans ce cas, du $+14.10$ V et du -14.62 V plutôt que du ± 15 V), des variations dans la valeur de saturation E (≈ 13.62 V). Nous pourrions effectuer un dimensionnement plus précis à partir de ces valeurs réelles afin d'obtenir une prévision théorique encore plus proche de la réalité. Le problème, c'est que les valeurs des tensions d'alimentation (par exemple) dépendent justement de la charge connectée, et donc du choix des résistances effectuées lors du dimensionnement.

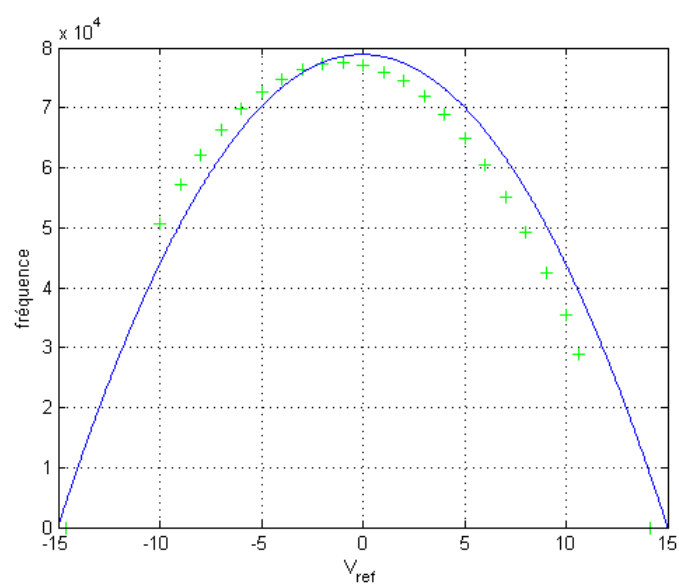


FIGURE 3: En bleu, les prévisions théoriques et en vert les mesures.