

# LELEC1101 - Projet d'électricité

## Dimensionnement du modulateur sigma-delta

27 mars 2015

### 0.1 Fonctionnement et théorie

Le schéma bloc du modulateur sigma-delta se trouve à la figure 1. Ici, on choisit une bascule asymétrique.

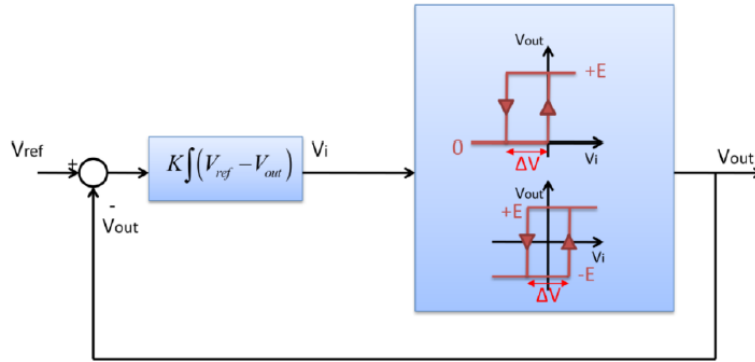


FIGURE 1: Schéma bloc du modulateur sigma-delta.

Dans un premier temps, calculons la période d'oscillation de la sortie (qui est identique à la période d'oscillation de  $V_I$  sur la figure 1).

On démarre avec un signal  $V_{\text{ref}}$  positif et  $V_{\text{out}} = 0$ .  $V_I$  est alors immédiatement positif et  $V_{\text{out}}$  sature directement à  $E$ . Comme  $V_{\text{ref}}$  est  $\leq E$ ,  $V_I$  va maintenant décroître jusqu'à atteindre  $\Delta V$ . A ce moment précis, on aura à nouveau  $V_{\text{out}} = 0$  et donc  $V_I$  va croître jusqu'à atteindre 0, et ainsi de suite.

Sur base de cela, on peut facilement calculer le temps de descente  $t_f$  et le temps de montée  $t_r$  du signal  $V_I$ <sup>1</sup>. On trouve facilement,

$$t_f = -\frac{\Delta V}{(V_{\text{ref}} - E)K},$$

$$t_r = \frac{\Delta V}{KV_{\text{ref}}}.$$

La période  $T$  étant la somme du temps de descente et du temps de montée, on trouve

$$T = \frac{\Delta V}{K} \left( \frac{1}{V_{\text{ref}}} - \frac{1}{V_{\text{ref}} - E} \right)$$

et donc finalement

$$f = -\frac{K}{\Delta V} \frac{V_{\text{ref}}(V_{\text{ref}} - E)}{E}. \quad (1)$$

1. Ce signal sera soit un signal triangulaire, soit un signal en dents de scie, selon la valeur de  $V_{\text{ref}}$ .

**Remarque** A partir du temps de descente et du temps de montée, on peut prouver que la moyenne du signal carré  $V_{\text{out}}$  vaut bien  $V_{\text{ref}}$ . Il suffit de démontrer l'égalité suivante

$$\frac{E \cdot t_f + 0 \cdot t_r}{T} = V_{\text{ref}}.$$

La fréquence en fonction de  $V_{\text{ref}}$  est donc une parabole avec une racine en 0 V et une racine en E V.

On peut déduire plusieurs chose de l'équation 1. Premièrement, la fréquence de sortie maximale est atteinte pour  $V_{\text{ref}} = \frac{E}{2}$  et vaut

$$f_{\text{max}} = \frac{K}{\Delta V} \frac{E}{4}.$$

Ensuite, pour un signal  $V_{\text{ref}}$  sinusoïdal dont l'amplitude peut être négative, la fréquence sature. Or, dans le cas de notre synthétiseur, le signal  $V_{\text{ref}}$  est la sortie de notre VCO (après passage dans un filtre pour en extraire une sinusoïdale pure). Il faudra donc “déplacer” la parabole de manière à ce qu'elle soit centré autour de l'origine.

## 0.2 Dimensionnement et circuit réel

Le circuit du modulateur sigma-delta est représenté à la figure 2.

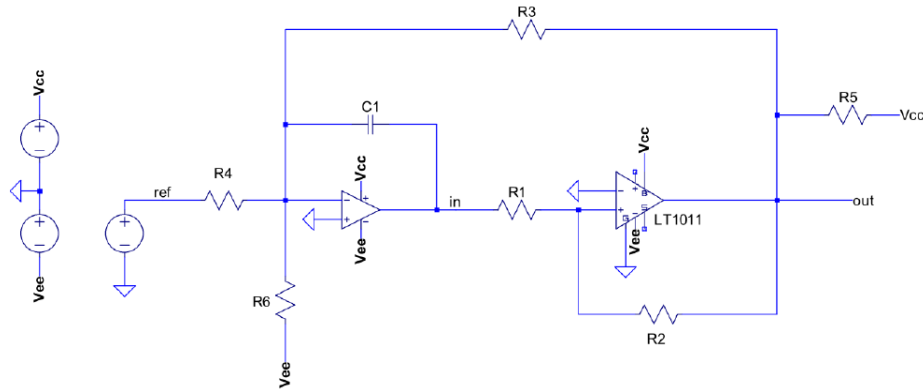


FIGURE 2: Circuit du modulateur.

On va résoudre ce circuit pour obtenir des équations de la même forme que celles de la figure 1. On se concentre d'abord sur l'amplificateur opérationnel. Grâce à la boucle de contre réaction négative, on peut dire  $v_- = v_+ = 0$ . On peut ensuite obtenir les courants suivants

$$\begin{aligned} i_{R_4} &= \frac{V_{\text{ref}}}{R_4}, \\ i_{R_6} &= \frac{V_{\text{ee}}}{R_6}, \\ i_{R_3} &= \frac{V_{\text{out}}}{R_3}, \\ i_{C_1} &= -C_1 \frac{dv_{\text{in}}}{dt}. \end{aligned}$$

On applique ensuite KCL et on écrit

$$i_{C_1} = i_{R_4} + i_{R_6} + i_{R_3}.$$

De cette relation, on tire

$$v_{\text{in}} = -\frac{1}{C_1} \int \frac{V_{\text{ref}}}{R_4} + \frac{V_{\text{ee}}}{R_6} + \frac{V_{\text{out}}}{R_3}.$$

Pour se ramener à l'équation de la figure 1, on pose  $V'_{\text{ref}} = -R_3(\frac{V_{\text{ref}}}{R_4} + \frac{V_{\text{ee}}}{R_6})$  pour enfin obtenir

$$v_{\text{in}} = \frac{1}{C_1 R_3} \int V'_{\text{ref}} - V_{\text{out}}$$

où  $V'_{\text{ref}}$  correspond au  $V_{\text{ref}}$  de la figure 1.

Pour dimensionner le modulateur, on doit respecter plusieurs contraintes. Premièrement la fréquence pour  $V_{\text{ref}} = 7.5 \text{ V}$  doit être de 80 kHz. Et deuxièmement, on doit déplacer la parabole de manière à ce que ces racines soient  $-15 \text{ V}$  et  $+15 \text{ V}$ . Enfin, on doit choisir  $\Delta V$  de manière à ce que la bascule ne soit pas sensible au bruit (quelques millivolts).

On va directement anticiper une non-idéalité de la bascule, la valeur de saturation  $E$  n'est pas égale à la tension d'alimentation. On a plutôt  $E \approx 13.5 \text{ V}$ .

Pour centrer la parabole, il faut que  $\frac{R_3}{R_6} V_{\text{ee}}$  soit égale à 6.75 V. Il faut ensuite étirer la parabole de manière à ce que ses racines soient  $\pm 15 \text{ V}$ . Il faut donc  $\frac{R_3}{R_4} = 0.45$ .

En utilisant des valeurs de composants standards (série de Renard E12). On peut choisir,  $R_3 = 22 \text{ k}\Omega$  et  $R_4 = R_6 = 48.5 \text{ k}\Omega$ .

On passe ensuite à la contrainte sur la fréquence. On a comme relation

$$\frac{K}{\Delta V} \frac{E}{4} = 80000.$$

On peut fixer arbitrairement  $\Delta V$  à 1 V. On a alors  $K = \frac{1}{C_1 R_3} = 23703.7037$  et donc  $C_1 = 1.9 \text{ nF}$ . Enfin, comme  $\Delta V = \frac{R_1}{R_2} E$ , on peut par exemple choisir  $R_1 = 10 \text{ k}\Omega$  et  $R_2 = 134.6 \text{ k}\Omega$ .

Pour appliquer la signal de sortie du modulateur à l'étage suivant du circuit, il faudra utiliser un diviseur résistif car l'étage suivant ne supporte pas des entrées supérieures à 5 V.

### 0.3 Confrontation des mesures et de la théorie

En superposant le graphe théorique que l'on peut obtenir avec les valeurs obtenues dans la section précédentes et des mesures effectués sur une implémentation en circuit du modulateur, on obtient la figure 3.

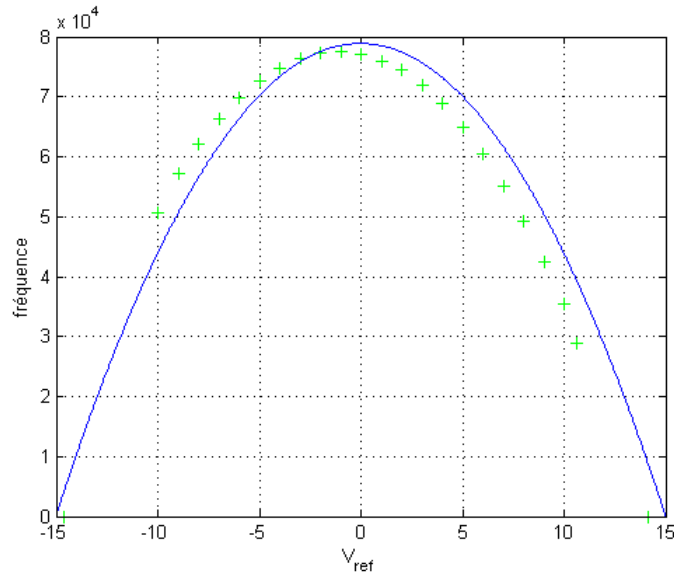


FIGURE 3: En bleu, les prévisions théoriques et en vert les mesures.

On constate que la théorie colle assez bien à la réalité. Le faible décalage dépend sans doute des tolérances des résistances, des variations dans les alimentations (le MyDAQ sort, dans ce cas,

du  $+14.10\text{ V}$  et du  $-14.62\text{ V}$  plutôt que du  $\pm 15\text{ V}$ ), des variations dans la valeur de saturation  $E$  ( $\approx 13.62\text{ V}$ ). On pourrait effectuer un dimensionnement plus précis à partir de ces valeurs réelles afin d'obtenir une prévision théorique encore plus proches de la réalité. Le problème, c'est que les valeurs des tensions d'alimentations (par exemple) dépendent justement de la charge connectée, et donc du choix des résistances effectuées lors du dimensionnement.