LYON
CPE
ÉCOLE SUPÉRIEURE
DE CHIMIE PHYSIQUE ÉLECTRONIQUE
DE LYON

Rapport de projet d'électronique

Centrale inertielle

MOUGIN Paul
RATTRAPAGE DE 4ETI 2013

Juin 2015

Table des matières

Introduction

Le but de ce projet est de créer à l'aide d'une carte électronique STM32F3 Discovery une centrale inertielle en utilisant les accéléromètres et les gyroscopes embarqués dans la carte.

Tous les calculs doivent être effectué par le microprocesseur STM32 sur la carte embarquée. Les informations de positions calculées seront alors envoyer à un terminal via une liaison série.

Études préalables

1.1 Quid d'une centrale inertielle ?

> *Une centrale à inertie ou centrale inertielle est un instrument utilisé en navigation, capable d'intégrer les mouvements d'un mobile (accélération et vitesse angulaire) pour estimer son orientation (angles de roulis, de tangage et de cap), sa vitesse linéaire et sa position. L'estimation de position est relative au point de départ ou au dernier point de recalage.* [1]

En effet, une centrale inertielle est un appareil de mesure permettant de connaître la position de l'objet sur lequel elle est fixée sans avoir besoin d'informations extérieures. La seule connaissance de l'accélération linéaire selon trois axes ainsi que les vitesses angulaires autours de ces trois même axes permet de calculer la position relative de l'objet par rapport à sont point de départ.

Cet instrument de mesure est encore utilisé dans tous les avions de ligne pour compenser l'imprécision des systèmes satellitaires comme le GPS.

La précision d'une centrale inertielle varie en fonction de la précision des capteurs (accéléromètres et gyroscopes) utilisés mais aussi en fonction de algorithme de calcul utilisé pour traiter les données.

1.2 Considérations théoriques

Calcul de la position

Les capteurs nous remontent une accélération linéaire ainsi qu'une vitesse angulaire suivant les trois axes (que nous appellerons X, Y et Z) de la centrale inertielle.
Pour déterminer la position, le processeur doit déjà effectuer une intégration de l'accélération pour déterminer les vitesses linéaires par rapport au sol :

$$\vec{V} = \int \vec{\gamma} dt \tag{1.1}$$

Puis pour déterminer la position, il doit encore intégrer la vitesse en prenant en compte la position de départ x_0 :

$$x = \int \vec{V} dt + x_0 \tag{1.2}$$

Il existe plusieurs algorithmes permettant de calculer les intégrales succéssives ; méthodes plus ou moins complexes et plus ou moins précises qui seront explorées dans la partie *Calcul de l'intégration.*

Ces trois positions (une suivant chaque axe de la centrale) sont calculé par rapport au repère de la centrale et non le repère terrestre supposé galiléen. Or nous souhaitons connaître la position de l'objet dans un référentiel absolu.
Pour cela il nous faut faire un changement de base, mais avant tout, connaître l'orientation de la centrale inertielle dans le repère de base.

Calcul de l'orientation

Pour connaître l'orientation de la centrale il nous faut connaître les angles de roulis, de tangage et de lacet (roll, pitch et heading en anglais) représentés sur la figure suivante :

1. définition de Wikipedia

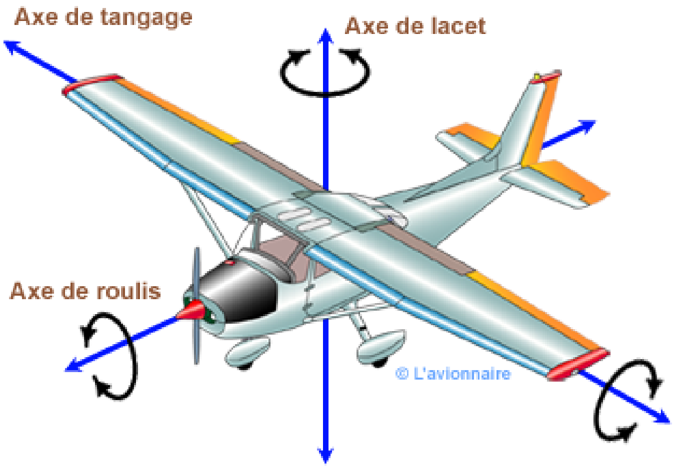

FIGURE 1.1 – Angles de roulis, tangage et lacet

L'angle de roulis et de tangage sont calculables grâce aux composantes du vecteur accélération mesurées par accéléromètre de la carte notée $G_{Acc} = (G_x, G_y, G_z)$:

$$Roll = \arctan\left(\frac{-G_x}{Gz}\right) \tag{1.3}$$

$$Pitch = \arctan\left(\frac{G_y}{\sqrt{G_x^2 + G_z^2}}\right) \tag{1.4}$$

L'angle de roulis (Roll) a une amplitude de $[-180; 180]$ et l'angle de tangage (Pitch) a une amplitude de $[-90; 90]$. Il n'est pas possible d'obtenir une amplitude de 360° sur les deux angles, il a donc été décidé de limiter l'angle de tangage sur une plage de 180°.
Ces deux formules sont tirées de la théorie des angles d'Euler. La démonstration de ces formules est détaillée dans la documentation *Tilt Sensing Using a Three-Axis Accelerometer* de FREESCALE SEMICONDUCTOR dont la référence se trouve en ANNEXE.

Pour calculer l'angle de lacet, il est nécessaire d'utiliser le magnétomètre de la carte car l'accéléromètre seul ne nous permet pas d'aller plus loin. Nous récupérons les données du magnétomètre dans un vecteur $M = (M_x, M_y, M_z)$ ce qui nous permet de calculer les *"‘angles d'inclinaisons"’* aussi appelés *tilted angles* :

$$x_{tilted} = M_x \cos(Pitch) + M_z \sin(Pitch) \tag{1.5}$$

$$y_{tilted} = M_x \sin(Roll)\sin(Pitch) + M_y \cos(Roll) - M_z \sin(Roll)\cos(Pitch) \tag{1.6}$$

Ces *tilted angles* nous permettent ensuite de calculer l'angle de lacet (Heading) :

$$Heading = \arctan\left(\frac{y_{tilted}}{x_{tilted}}\right) \tag{1.7}$$

Calcul du changement de base

Une fois l'orientation de la centrale par rapport au sol connue, il est possible de calculer le vecteur accélération, vitesse ou position de la centrale inertielle dans le repère absolu grâce à la théorie des *angles d'Euler* :

Connaissant les angles θ, ϕ, ψ respectivement autour de x, y et z on peut calculer la matrice de rotation R :

$$R = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & -\sin\theta \\ 0 & \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \cos\phi & 0 & \sin\phi \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\phi & 0 & \cos\phi \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \cos\psi & -\sin\psi & 0 \\ \sin\psi & \cos\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{1.8}$$

Ce qui donne la forme général suivante :

$$R = \begin{pmatrix} \cos\psi\cos\phi & -\sin\psi\cos\theta + \cos\psi\sin\phi\sin\theta & \sin\psi\sin\theta + \cos\psi\sin\phi\cos\theta \\ \sin\psi\cos\phi & \cos\psi\cos\theta + \sin\psi\sin\phi\sin\theta & -\cos\psi\sin\theta + \sin\psi\sin\phi\cos\theta \\ -\sin\phi & \cos\phi\sin\theta & \cos\phi\cos\theta \end{pmatrix} \tag{1.9}$$

Ce qui permet ensuite, connaissant le vecteur position $POS\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix}$ dans le repère de la centrale de calculer le vecteur position $POS'\begin{pmatrix} X' \\ Y' \\ Z' \end{pmatrix}$ dans le repère absolu :

$$POS' = R \cdot POS \tag{1.10}$$

Calcul de l'intégration

comme dit plus haut, il existe plusieurs méthodes de calcul des intégrales certaines plus complexes et plus précises que d'autres. Nous allons en exposer deux :

La méthode d'Euler

La méthode d'Euler est une méthode numérique élémentaire de résolution d'équation différentielles du premier ordre. Elle consiste sur un intervalle de temps le plus court possible d'approximer une courbe grâce à ça dérivée.

On sait par la théorie de la dérivation que pour n'importe quelle fonction $f(x)$ dont la primitive est $F(x)$ sur un intervalle défini on a :

$$\lim_{h \to 0} \frac{F(x+h) - F(x)}{h} = f(x) \tag{1.11}$$

aussi par conséquent si h est très petit il est possible de calculer la Primitive de $f(x)$ par récurrence :

$$F(x+h) \approx F(x) + f(x)h \tag{1.12}$$

Cette méthode très simpliste permet d'approximer l'intégration de manière assez grossière. L'erreur de cette méthode est d'ordre 2 soit $o(h^2)$ ce qui est assez élevé. Cette erreur est d'autant plus élevé lorsque l'on pratique cette méthode deux fois à la suite comme c'est le cas pour la centrale inertielle.

Méthode de Simpson

La méthode de Simpson utilise une approximation d'ordre 2 de f grâce au polynôme quadratique P. Le polynôme représente une parabole entre a et b qui prend les même valeurs que f aux points a, b et $m = \frac{(a+b)}{2}$. On connait alors l'expression de cette parabole grâce à l'interpolation de Lagrange :

$$P(x) = f(a)\frac{x-m)(x-b)}{(a-m)(a-b)} + f(m)\frac{(x-a)x-b)}{(m-a)(m-b)} + f(b)\frac{(x-a)(x-m)}{(b-a)(b-m)} \tag{1.13}$$

Le polynôme étant plus facile a intégrer on peut ainsi approximer l'intégrale de f sur l'intervalle $[a, b]$:

$$\int_a^b f(x)dx \approx \int_a^b P(x)dx = \frac{b-a}{6}\left[f(a) + 4f(\frac{a+b}{2} + f(b)\right] \tag{1.14}$$

Ainsi il est possible d'approximer l'intégrale de l'accélération pour en déduire la vitesse, en rendant l'intervalle $[a, b]$ le plus petit possible et en effectuant la somme successive des approximations.

Une méthode plus précise que la méthode d'Euler puisque sont erreur est d'ordre 4 soit $o(h^4)$ ce qui, concaténé à elle même laisse une erreur d'ordre 2, ce qui peut être suffisant pour notre centrale.

Réalisation du projet

2.1 Matériel mis à disposition

2.2 Implémentation sur la carte STM32F3

2.3 Interface utilisateur

Améliorations possibles

3.1 Gestion des accéléromètres

3.2 Fiabilité

Conclusion