

TAREA 09

Fecha de entrega: 30/11/2017 23:59 hrs

Problema 1

Estime la posición del centro de masa de un sólido descrito por la intersección de un toro y un cilindro dados por las siguientes ecuaciones:

$$\text{Toro : } z^2 + \left(\sqrt{x^2 + y^2} - 3 \right)^2 \leq 1 \quad (1)$$

$$\text{Cilindro : } (x - 2)^2 + z^2 \leq 1 \quad (2)$$

La densidad del sólido varía según la siguiente ecuación:

$$\rho(x, y, z) = 0.5 \times (x^2 + y^2 + z^2)$$

Resuelva el problema usando alguno de los métodos de integración de Monte Carlo, para ello debe definirse un volumen lo más pequeño posible que englobe al sólido sobre el cual quiere integrar.

Debido a la naturaleza aleatoria del algoritmo, la determinación que haga tiene una incertidumbre asociada. Para estimar la incertidumbre, repita el experimento un *número grande de veces* y reporte el valor medio y su desviación estándar. ¿Cómo se comporta el error en función del número de puntos utilizados para la estimación del volumen?

Ayuda.

Le puede ser útil mirar la sección “Simple Monte Carlo Integration” del libro “Numerical Recipes in C”, disponible gratis en el siguiente [link](#).

Problema 2

La función de Schechter se usa comúnmente en Astronomía para parametrizar la Función de Luminosidad (FL) de las galaxias, esto es, la distribución en número por unidad de volumen por unidad de luminosidad de las galaxias. Su forma es la siguiente:

$$\Phi(L)dL = \phi^* \left(\frac{L}{L^*} \right)^\alpha \exp \left(-\frac{L}{L^*} \right) dL$$

donde $\Phi(L)dL$ es la densidad de galaxias con luminosidad entre L y $L + dL$. ϕ^* , L^* , y α son los parámetros de la función. Por ejemplo, la Figura 1, a) muestra la FL para un set de parámetros estimados experimentalmente para un grupo de galaxias.

En el panel b) de la figura, hay una estimación de la masa de una galaxia como función de su luminosidad. Como se aprecia, hay una relación lineal, entre $\log(L)$ y $\log(M)$ con una incertidumbre asociada. De este modo, dada la luminosidad de una galaxia, se puede modelar su masa como una variable aleatoria que se distribuye como una distribución normal $\mathcal{N}(\log(M), 0.5^2)$, donde $\log(M)$ es una función de $\log(L)$ (la función está dada en la figura).

Su objetivo, es obtener una estimación de la densidad de galaxias con masa $M = 10^{11} M_\odot$ (que corresponde más o menos a la masa en estrellas de la Vía Láctea).

Estos son los pasos que deberá seguir para resolver el problema:

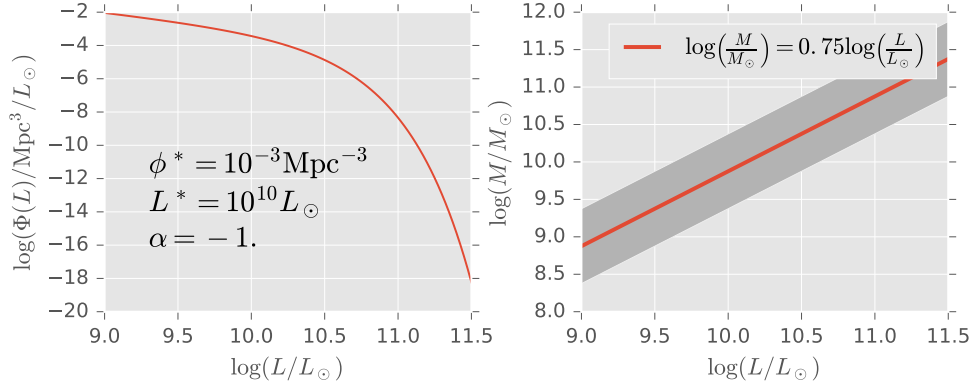


Figura 1: a) Función de Luminosidad. b) Relación entre luminosidad y masa.

1. Considere la FL con los parámetros dados en la Figura 1, a). Utilícela como si fuera una función densidad de probabilidad. Cree una muestra aleatoria de luminosidades sacada de esa distribución. Como consejo, parta con un tamaño pequeño para la muestra y vaya agrandándolo. Compruebe que la muestra que creó se distribuye como la función de Schechter ploteando un histograma de la muestra y la función de Schechter encima. Piense bien en cómo se debe normalizar el histograma y la función de Schechter y en qué rango de valores de la luminosidad debe crear la muestra.
2. A cada una de las luminosidades de la muestra aleatoria creada anteriormente, asígnele ahora su masa correspondiente. Recuerde que su masa es una variable aleatoria, así que tiene que tomar un valor para la masa sacado de la distribución correspondiente.
3. Ahora construya el equivalente a la FL pero reemplazando luminosidad por masa (eso se llama la función de masa, FM). Lo que acaba de hacer es obtener la densidad de galaxias por intervalo de masa.
4. Evalúe esa función para $M = 10^{11} M_\odot$. (Puede requerir alguna interpolación y otro mecanismo.)
5. Dada la naturaleza aleatoria del procedimiento, la estimación que Ud. obtuvo tiene un error asociado. Repita los pasos 1 – 4 un número grande de veces para estimar el valor medio de la densidad y su desviación estándar.

Nota sobre las unidades.

Las luminosidades están expresadas en L_\odot , esto es, la luminosidad del Sol. De igual forma, las masas están expresadas en M_\odot , la masa del Sol. Los volúmenes están medidos en Mpc^3 , mega parsecs cúbicos.

Instrucciones Importantes.

- Evaluaremos su uso correcto de `python`. Si define una función relativamente larga o con muchos parámetros, recuerde escribir el *docstring* que describa los parámetros que recibe la función, el output, y el detalle de qué es lo que hace la función. Recuerde que generalmente es mejor usar varias funciones cortas (que hagan una sola cosa bien) que una muy larga (que lo haga todo). Utilice nombres explicativos tanto para las funciones como para las variables de su código. El mejor nombre es aquel que permite entender qué hace la función sin tener que leer su implementación ni su *docstring*.
- Su código debe aprobar la guía sintáctica de estilo ([PEP8](#)). En [esta página](#) puede chequear si su código aprueba PEP8.
- Utilice `git` durante el desarrollo de la tarea para mantener un historial de los cambios realizados. La siguiente [cheat sheet](#) le puede ser útil. **Revisaremos el uso apropiado de la herramienta y asignaremos una fracción del puntaje a este ítem.** Realice cambios pequeños y guarde su progreso (a través de *commits*) regularmente. No guarde código que no corre o compila (si lo hace por algún motivo deje un mensaje claro que lo indique). Escriba mensajes claros que permitan hacerse una idea de lo que se agregó y/o cambió de un *commit* al siguiente.
- Al hacer el informe usted debe decidir qué es interesante y agregar las figuras correspondientes. No olvide anotar los ejes, las unidades e incluir una *caption* o título que describa el contenido de cada figura.
- La tarea se entrega subiendo su trabajo a github. Trabaje en el código y en el informe, haga *commits* regulares y cuando haya terminado asegúrese de hacer un último *commit* y luego un *push* para subir todo su trabajo a github. **REVISE SU REPOSITORIO PARA ASEGURARSE QUE SUBIÓ LA TAREA. SI UD. NO PUEDE VER SU INFORME EN GITHUB.COM, TAMPOCO PODREMOS NOSOTROS.**
- El informe debe ser entregado en formato `pdf`, este debe ser claro sin información de más ni de menos. **Esto es muy importante, no escriba de más, esto no mejorará su nota sino que al contrario.** La presente tarea probablemente no requiere informes de más de 2 páginas más un montón de figuras. Asegúrese de utilizar figuras efectivas y tablas para resumir sus resultados. Revise su ortografía.
- Repartición de puntaje: 40 % implementación y resolución de los problemas (independiente de la calidad de su código); 10 % diseño del código: modularidad, uso efectivo de nombres de variables y funciones, *docstrings*, uso de `git`, etc.; 45 % calidad del reporte entregado: demuestra comprensión de los problemas y su solución, claridad del lenguaje, calidad de las figuras utilizadas; 5 % aprueba a no PEP8. Ambas preguntas tienen igual peso en la nota final.