**Universidad de Chile**
**Facultad de Cs. Físicas y Matemáticas**
**Departamento de Física**
**Métodos Númericos : FI3104-1**

## Informe Tarea 4

# Resolución de Sistemas Lineales

Alumno: Bruno Quezada
Profesore: Valentino González
Auxiliares: José Vines.
Jou-Hui Ho.
Fecha: 18 de octubre de 2018

# Índice

# 1. Introducción

En esta pregunta se busca resolver un sistema lineal, a través de distintos métodos, para poder evaluar las distintas resoluciones y sus desempeños. Para este caso resolveremos un sistema lineal que representa las tensiones que existen en un sistema de 12 cuerdas como se puede ver en la figura 1.

Para ello, se plantearon las ecuaciones de equilibrio de fuerzas y con distintos métodos se resolverá el sistema

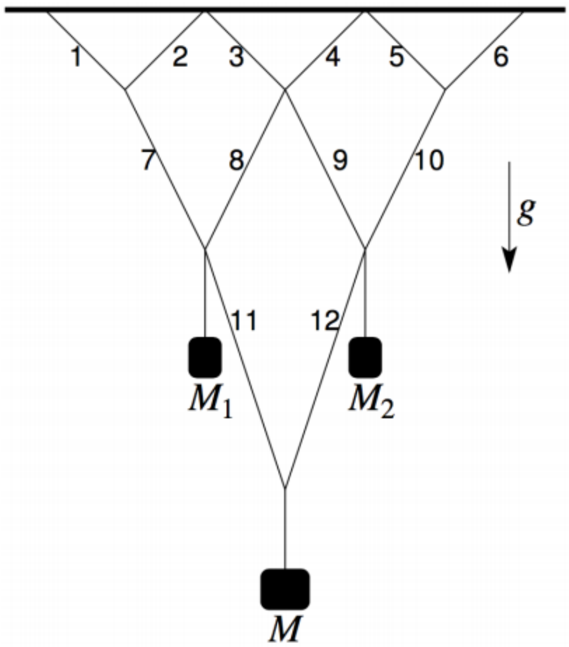


Figura 1: Sistema de cuerdas a resolver

# 2. Procedimiento

En primera instancia es necesario plantear el problema en forma matricial, de la forma:

$$A \cdot T = m \tag{1}$$

En donde las columnas de $A$ representan las relaciones que tienen las distintas tensiones de las cuerdas para cada nodo, $\Sigma F$ para la componente x e y del problema, $T$ corresponde al vector de tensiones de cada cuerda y $m$ representa a los pesos que se le agrega al sistema para que esté tensionado.
Al plantear el problema de esta manera se está resolviendo en forma matricial la segunda ley de Newton, $\Sigma F = ma$.

Los métodos para encontrar $T$ fueron:
**Método 1: reducción de Gauss** se utiliza el método *solve()* del paquete *scipy.linalg*, el cual resuelve el sistema a través de la reducción de Gauss. Esta reducción consiste en pivotear la matriz A hasta que quede con una diagonal de 1 y triangular superior. Con esta clase de matriz es muy fácil el despeje de las distintas tensiones de las cuerdas.

**Método 2: descomposición LU** se utiliza el método *solve _ triangular* del módulo *scipy.linalg* el cual descompone la matriz A en dos matrices triangulares, una superior y otra inferior de la forma que:

$$A = L \cdot U \tag{2}$$

Con esta descomposición se encuentra $T$ resolviendo las siguientes operaciones matriciales:

$$U \cdot x = y$$
$$y \cdot B = T \tag{3}$$

**Método 3: invertir** $A$: Se calcula la inversa de la matriz $A$ con la función *inv()* del módulo *scipy.linalg* y se premultiplica en la ecuación:

$$A^{-1} \cdot A \cdot T = A^{-1} \cdot b \Rightarrow T = A^{-1} \cdot b \tag{4}$$

## 3. Resultados

En la figura **??** se presenta la distribución de tensiones de las cuerdas para $M1 = 1{,}5[kg]$, em la figura **??** se presenta la cuerda que posee la máxima tensión (derecha) y la máxima tensión en Newton (izquierda). En la tabla 1 se presentan los distintos tiempos que le tomó al computador resolver el sistema, calculados con el comando *timeit*, para calcular el tiempo de cómputo del tercer método se tuvo que realizar varias veces ya que la desviación estándar era muy grande para las primeras iteraciones.

| **Tiempo Algoritmo** | |
|---|---|
| Método 1: reducción de Gauss | $313[\mu s] \pm 179[\mu s]$ |
| Método 2: descomposición LU | $209[\mu s] \pm 9[\mu s]$ |
| Método 3: inversión de A | $93[\mu s] \pm 1[\mu s]$ |

## 4. Conclusiones y Discusión

Se considera que se logró resolver en forma exitosa el problema propuesto. A través de los distintos métodos de resolución se lograron resultados consistentes, por lo que fueron bien implementados.

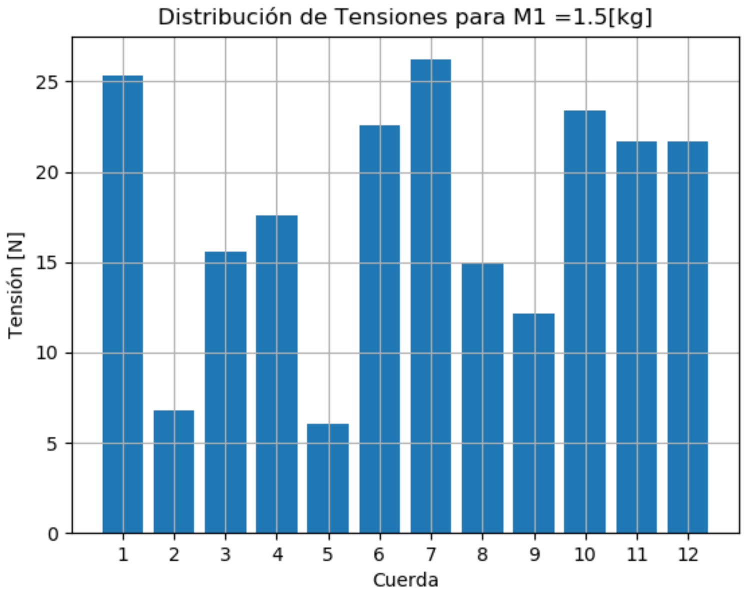


Figura 2: Distibución de tensiones en las cuerdas para $M1 = 1{,}5[kg]$

Una dificultad importante de esta clase de problemas es el planteo de la matriz A, es necesario asignar las variables de forma inteligente y ser consistente con el sistema de referencia utilizado para no cometer errores. Un mal planteo de la matriz A generará que se esté representando otro sistema al que se quiere resolver.

Es de gran sorpresa para el autor que el método de la inversión tuvo el mejor rendimiento. En el caso general se considera muy costoso computacionalmente invertir matrices, en este caso la matriz $A$ es sólo de $12x12$ y es de tipo sparse (muchos elementos nulos), estas características particulares de $A$ reducen el tiempo necesario para determinar su inversa.

Como existen muchos métodos para resolver problemas lineales, es importante conocer las ventajas y desventajas de cada uno de ellos, para poder implementar el método más adecuado. En este caso la inversión tiene la ventaja de que una vez obtenida $A-1$ sólo es necesario hacer una multiplicación matricial para encontrar $T$, por lo que si se quiere estudiar el comportamiento de un sistema frente a variaciones de sus componentes del vector $b$ este método es más adecuado. Para resolver un problema con una matriz $A$ grande y que no se quiera variar los parámetros de $b$, es más conveniente usar la descomposición LU, ya que tuvo un mejor desempeño en comparación a la reducción de Gauss.

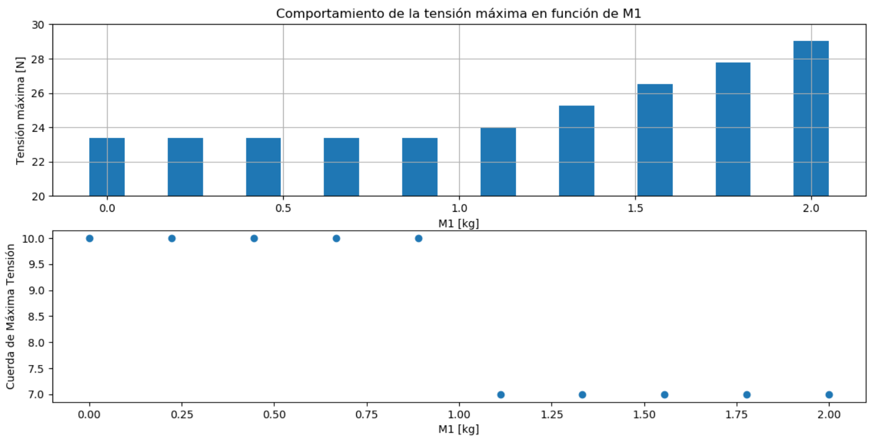


Figura 3: en la izquierda las tensiones máximas para distintos valores de M1 y en la derecha el índice de la cuerda