Informe Tarea 9 - Métodos Numéricos

Bruno Quezada

1 de Diciembre

Asignatura: Métodos Numéricos - FI 3104-1
Profesor Cátedra: Valentino González
Auxiliares: José Vines, Jou-Hui Ho

1. Pregunta 1

1.1. Introducción

Se pide encontrar el centro de masa de un volumen generado por la intersección del toroide y un cilindro en $\mathbb{R}^3$ de ecuaciones:

$$z^2 + (\sqrt{x^2+y^2} - 3)^2 \leq 1 \tag{Toroide}$$

$$(x-2)^2 + z^2 \leq 1 \tag{Cilindro}$$

la densidad es función del espacio y está regida por la ecuación:

$$\rho(x,y,z) = 0{,}5 \cdot (x^2+y^2+z^2) \tag{1}$$

El problema se resuelve utilizando métodos de integración de Monte Carlo.

1.2. Procedimiento

En primer lugar, la ecuación general de un toroide está dada por:

$$z^2 + (\sqrt{x^2+y^2} - R)^2 \leq r \tag{2}$$

En donde R representa la distancia centro del círculo al eje y r el radio del círculo, como se puede ver el la figura 1

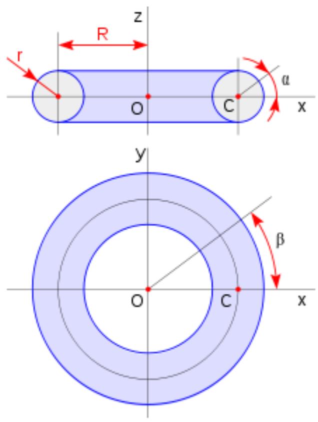

Figura 1: Ejemplo de un Toroide, ilustración del significado de los valores de R y r

En el caso particular de la tarea, donde $R = 3$ y $r = 1$, un paralelepípedo definido entre $x \in [-2, 2]$, $y \in [-2-2]$, $z \in [-1, 1]$, contiene completamente al toroide, y en consecuencia, al volumen que se estudia.

Para encontrar el volumen se ocupa el método de Monte Carlo simple (MC1), y se adapta la implementación que se encuentra en *Numerical Recipes for C* en el capítulo *Simple Monte Carlo Integration*, página 307. Las adaptaciones necesarias son:

- Adaptar la sintaxis de C a Python
- Establecer la densidad como una función del espacio

Considerando estas adaptaciones necesarias, se implementa la función *centro_masa()* la cual calcula la posición del centro de masa del volumen pedido.

1.3. Resultados

Realizando un millón de iteraciones se llega al siguiente resultado:

$$X_{cm} = 1{,}695 \pm 0{,}039$$

$$Y_{cm} = 0{,}004 \pm 0{,}038$$

$$Z_{cm} = -0{,}004 \pm 0{,}010$$

1.4. Análisis y Conclusiones

Se logra estimar el centro de masa del volumen pedido en forma exitosa, utilizando el algoritmo integrador de Monte Carlo. Los resultados obtenidos se consideran correctos ya que se encuentran en el intervalo esperado. La precisión de las coordenadas es alta y se considera entonces que los valores estimados están correctos hasta al menos el segundo decimal. Para el caso general, el intervalo de confianza definido por el algoritmo es considerando una desviación estándar; pero este es sólo un valor referencial, ya que el error podría no distribuir como una distribución normal. En este caso, el volumen definido es bastante simple y la región de integración es acotada y pequeña, por lo tanto, se considera que el intervalo de confianza definido es válido como una aproximación del intervalo de confianza de los resultados. Se definió un paralelepípedo como volumen çontenedor", ya que es un volumen simple de muestrear con distribuciones uniforme y es pequeño, por lo que no computacionalmente costoso. Si bien el algoritmo de Monte Carlo utilizado utiliza métodos estadísticos que implican incertidumbre en los resultados -a diferencia de algún método analítico- es un método muy fácil de implementar y de extender a más dimensiones, en donde puede ser difícil o imposible plantear las integrales de volumen.

2. Pregunta 2

2.1. Introducción

2.2. Procedimiento

2.3. Resultados

2.4. Análisis y Conclusiones