

【实验目的】

- ① 了解旋转的液体抛物面成因及原理。
- ② 学会用旋转液体法测量重力加速度

【实验原理】（电学、光学画出原理图）

① 旋转液体抛物面公式推导

选取随圆柱形容器旋转的参考系（转动的非惯性参考系）

$$\begin{cases} F_N \cos \theta - mg = 0 \\ F_N \sin \theta - F_i = 0 \\ F_i = m \omega^2 x \\ \tan \theta = \frac{\omega^2 x}{g} \end{cases}$$

$$\Rightarrow y = \frac{\omega^2}{2g} x^2 + y_0$$

（其中 ω 为旋转角速度， y_0 为 $x=0$ 处的 y 值）

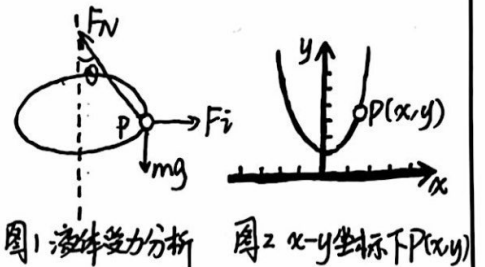


图1 液体受力分析

图2 x - y 坐标下 $P(x, y)$

② 重力加速度测量

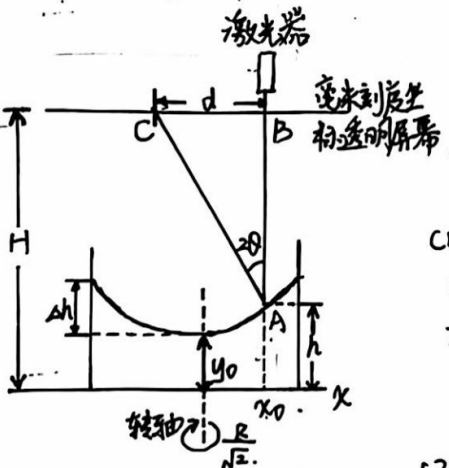


图3 实验系统示意图

设液体未旋转时高度为 h ，液体体积 $V = \pi R^2 h$

因液体旋转前后体积保持不变，旋转时液体体积可表示为：

$$V = \int_0^R y(2\pi x) dx = 2\pi \int_0^R \left(\frac{\omega^2 x^2}{2g} + y_0 \right) x dx$$

$$\text{联立解得 } y_0 = h - \frac{\omega^2 R^2}{4g}$$

当 $x = x_0 = \frac{R}{\sqrt{2}}$ 时， $y(x_0) = h$ ，即液面在 x_0 处的高度是恒定值。

(1) 用旋转液体液面最高与最低处的高度差测量重力加速度。

在旋转液面最高与最低处的高度差为 Δh ，点 $(R, y_0 + \Delta h)$ 在抛物线上，

$$\text{有 } y_0 + \Delta h = \frac{\omega^2 R^2}{2g} + y_0 \Rightarrow g = \frac{\omega^2 R^2}{2\Delta h}, \text{ 又因为 } \omega = \frac{2\pi n}{60}, \text{ 则:}$$

$$g = \frac{\pi^2 D^2 n^2}{7200 \Delta h}, \text{ 其中 } D \text{ 为圆筒直径, } n \text{ 为旋转速度, 单位为 r/min (转/分).}$$

(2) 斜率法测量重力加速度

将激光束平行于转轴方向入射，经过 BC 透明屏幕，打在 $x_0 = \frac{R}{\sqrt{2}}$ 的液面

A 点上，反射光点为 C，A 处切线与 x 方向的夹角为 θ ，则 $\angle BAC = 2\theta$ ，则由

$$\tan 2\theta = \frac{d}{H-h}, \text{ 可以求出 } \theta \text{ 值. 因为 } \tan \theta = \frac{\omega^2 x}{g}, \text{ 在 } x_0 = \frac{R}{\sqrt{2}} \text{ 处有 } \tan \theta = \frac{\omega^2 R}{\sqrt{2}g}$$

$$\text{又因为 } \omega = \frac{2\pi n}{60}, \text{ 则 } \tan \theta = \left(\frac{2\pi n}{60} \right)^2 \frac{R}{\sqrt{2}g} = \frac{2\pi^2 D n^2}{3600 \sqrt{2} g}, \text{ 即:}$$

$$g = \frac{2\pi^2 D n^2}{3600 \sqrt{2} \tan \theta}$$

$$\text{另外, 作 } \tan \theta - n \text{ 曲线, 求斜率 } k, \text{ 可得 } k = \frac{2\pi^2 D}{3600 \sqrt{2} g} \Rightarrow g = \frac{2\pi^2 D}{3600 \sqrt{2} k}.$$

③ 验证抛物面焦点与转速的关系
旋转液体表面形成的抛物面可看作一个凹面镜，符合光学成像系统的规律，若光线平行于曲面对称轴入射，反射光将全部会聚于抛物面的焦点，抛物面的焦距为： $f = \frac{g}{2\omega^2}$



【实验内容】（重点说明）

①仪器调整

(1) 水平调整：将圆桶水平仪放在载物台中心，调整仪器底部支撑脚，直到水平仪上的气泡到中心位置。

(2) 激光器位置调整：用自准直法调整激光束平行转轴入射，经过透明屏幕，对准桶底 $x_0 = \frac{R}{\sqrt{2}}$ 处的记号（自行计算后标注）， R 为圆桶内径。

②测量重力加速度

(1) 用旋转液体液面最高与最低处的高度差测量重力加速度。

改变圆桶转速 n 共 6 次，测量液面最高与最低处的高度差，计算重力加速度 g 和 \bar{g} ，并求与杭州地区重力加速度公认值 $g = 979.30 \text{ cm/s}^2$ 的相对误差 E 。

(2) 斜率法测量重力加速度

水平透明屏幕置于圆桶上方，用自准直法调整激光束平行转轴入射，经过透明屏幕，对准桶底 $x_0 = \frac{R}{\sqrt{2}}$ 处的记号，测出透明屏幕至圆桶底部的距离 H ，液面静止时高度 h 。

改变圆桶转速 n 共 6 次，在透明屏幕上读出射光与反射光点 BC 间距离 d ，并求出 $\tan \theta$ 值，计算 g ，并求与本地重力加速度 $g = 979.30 \text{ cm/s}^2$ 的相对误差 E 。

(3) 验证抛物面焦距与转速的关系

将毫米刻度垂直屏幕通过转轴放入实验容器中央，激光束平行转轴入射至液面后聚焦在该屏幕上，改变入射位置再观察聚焦情况，改变圆桶转速 n 共 6 次，记录焦点位置，计算时取 $g = 979.30 \text{ cm/s}^2$ 。

作出 $f-n$ 图，将实验曲线与理论计算曲线进行比较分析

【实验器材及注意事项】

注意事项：

① 注意好仪器的调整

② 计算后标注好桶底 $\frac{R}{\sqrt{2}}$ 处。

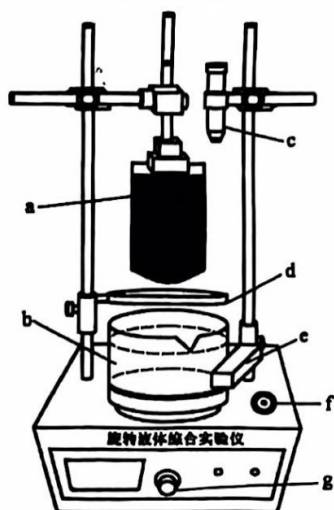


图 5-8-3

(a—毫米刻度垂直屏幕，b—圆桶实验容器，c—激光器，d—毫米刻度水平屏幕，e—水平标线，f—水平仪，g—调速开关)

【数据处理与结果】

① 用旋转液体液面最高与最低处的高度差测量重力加

实验次数	1	2	3	4	5
转速 $n/(r/min)$	72	79	95	109	124
高度差 $\Delta h/cm$	0.73	0.90	1.27	1.70	2.19
$g/(cm/s^2)$	982.13	986.25	1010.7	993.98	998.56
相对误差/%	0.29	0.71	3.21	1.50	1.97

经计算 $\bar{g} = 998.12 cm/s^2$, $g = 999.30 cm/s^2$, $E = \frac{|\bar{g} - g|}{\bar{g}} \times 100\% = 1.92\%$.

$$g' = (998.12 \pm 5.57) cm/s^2$$

② 斜率法测重力加速度 ($H = 9.990 cm$, $h = 2.080 cm$)

实验次数	1	2	3	4	5	6
转速 $n/(r/min)$	41	52	63	73	83	91
BC 间距离 d/mm	10.5	17.5	26.0	36.0	47.0	59.0
$\tan 2\theta = \frac{d}{H-n}$	0.133	0.221	0.329	0.455	0.594	0.746
θ	0.066	0.109	0.159	0.214	0.268	0.320
$\tan \theta$	0.066	0.109	0.160	0.217	0.275	0.331
$g/(cm/s^2)$	1005.9	979.70	977.65	969.84	989.33	988.03
相对误差/%	2.72	0.04	0.04	0.97	1.02	0.89

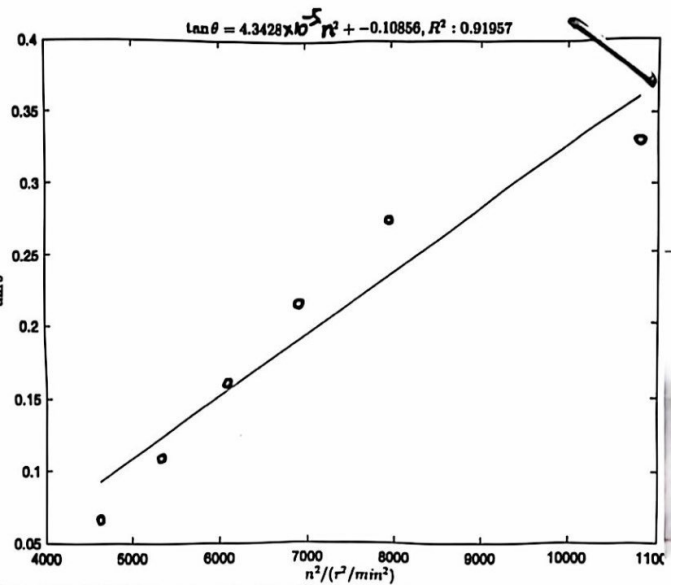
经计算 $\bar{g} = 985.41 cm/s^2$, $g = 979.30 cm/s^2$, $E = \frac{|\bar{g} - g|}{\bar{g}} \times 100\% = 0.62\%$.

$$g' = (985.41 \pm 5.00) cm/s^2$$

③ 验证抛物面焦距与转速的关系

实验次数	1	2	3	4	5	6
转速 $n/(r/min)$	68	73	78	83	89	104
测量值焦距 f'/cm	10.03	8.84	7.74	6.72	5.91	4.48
计算值焦距 f/cm	9.66	8.38	7.34	6.48	5.64	4.13
相对误差/%	3.83	5.49	5.45	3.70	4.79	8.47

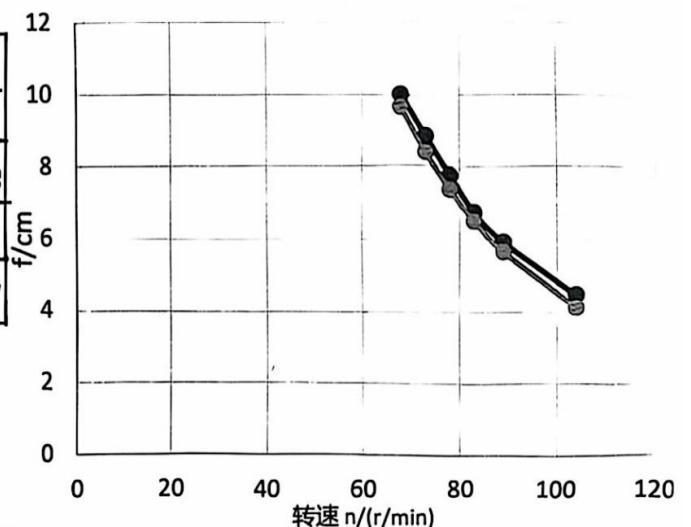
$f-n$ 图见右图



$\tan \theta - n^2$ 图见右图, $k = 4.3428 \times 10^{-5}$

$$g = \frac{2\pi^2 D}{3600^2 k} = 9.09 m/s^2$$

验证抛物面焦距与转速的关系



【误差分析】

- ① 用旋转液体液面最高与最低处的高度差测量重力加速度方法中,人眼判断液面高度及读数误差非常大,仪器本身误差也较大
- ② 斜率法测量重力加速度实验中,毫米刻度尺读数的误差,光点太大带来的判断误差,激光器垂直校准带来误差,以及 $\frac{R}{2}$ 处测量标注校准带来误差.
- ③ 实际转速与理论转速之间存在误差

【实验心得及思考题】

① 实验心得.

通过本次实验,我了解了旋转的液体抛物面成因及原理,学会了用旋转液体法来测量重力加速度和利用斜率法测重力加速度,还通过液面凹面镜成像与转速的关系,研究了凹面镜焦距的变化情况.实验过程中遇到的最大困难是仪器的校准与读数,最后的误差也比较大

② 思考题

(1) Q: 影响实验测量精度的主要因素有哪些?

A: 实验仪器的精度,旋转液面的波动,仪器的水平状态,激光器的垂直校准误差,光点的大小导致的读数误差.

(2) Q: 分析转速快慢对实验的影响哪个更大?

A: 转速大的时候,液面相对稳定,在斜率法测量重力加速度时BC距离变化最明显,对第二个实验影响较大.



【数据记录及草表】

① 用旋转液体表面最高与最低处的高度差测量重力加速度

实验次数	1	2	3	4	5	6
转速 $n/(r/min)$	72	79	95	109	145	124
高度差 $\Delta h/cm$	0.73	0.90	1.27	1.70	2.94	2.19
$g/(cm/s^2)$	982.13	986.25	1010.7	993.98	1017.1	998.56

$$D_1 = 10.186 \text{ cm}$$

② 斜率法测量重力加速度

实验次数	1	2	3	4	5	6
转速 $n/(r/min)$	41	52	73	91	123	83
BC间距离 d/mm	10.5	17.5	36.0	59.0	26.0	47.0
$\tan\theta = \frac{d}{H-h}$	0.133	0.221	0.455	0.746	0.329	0.594
θ	0.066	0.109	0.214	0.370	0.159	0.268
$\tan\theta$	0.066	0.109	0.217	0.331	0.160	0.275
$g/(cm/s^2)$	1005.9	979.70	969.84	988.03	979.66	989.33

$$\text{屏幕高度 } H = 9.990 \text{ cm}, \text{液面高度 } h = 2.080 \text{ cm}$$

③ 验证抛物面焦距与转速的关系

实验次数	1	2	3	4	5	6
转速 $n/(r/min)$	68	73	78	83	89	104
测量值的焦距 f'/cm	10.03	8.84	7.74	6.72	5.91	4.48
计算值的焦距 f/cm	9.66	8.38	7.34	6.48	5.64	4.13

教师签字:

(Signature)

