

计算方法第四次编程作业

PB20511896 王金鑫

1 题目

(a) 自行生成一个 4×3 的随机矩阵 A ，应用 Jacobi 方法求解矩阵 AA^T 的特征值，计算矩阵 A 的 SVD 分解。要求 A 的每个元素均为 $[0, 1]$ 区间内的随机数。

(b) 对 iris（鸢尾花）数据集进行 PCA，iris 数据集包含 150 条数据，从提供的文件读取，每条数据有 4 个属性值和一个标签（标签取值为 0, 1, 2）。要求对这 150 个 4 维数据进行 PCA，可视化展示这些数据在前两个主方向上的分布，其中不同标签的数据需用不同的颜色或形状加以区分。

要求所有特征值求解均按照课本上 Jacobi 方法的流程进行，控制精度 $e = 10^{-6}$ 。

2 结果

(a) 和 (b) 的结果如图 1 至图 4 所示。

Jacobi 迭代过程中，每次迭代后矩阵上非对角元的平方和被存在 "sum_nondiag2.csv" 文件中。

Iris 数据在前两个主方向上投影的结果如图 4 所示，数据被保存在 "result.csv" 文件中。

```
A*A^T :
{ 0.245781  0.450251  0.498184  0.511623 }
{ 0.450251  1.393154  0.933220  0.694626 }
{ 0.498184  0.933220  1.108536  1.076323 }
{ 0.511623  0.694626  1.076323  1.192179 }
File closed successfully.
EigenValues:
0.000000  0.636090  0.033267  3.270291
```

图 1: AA^T 的值以及使用 Jacobi 方法计算 AA^T 特征值的结果

```
A = U Sigma VT :
[0.333934  0.227088  0.287576] [0.268469  -0.070600  0.455491  -0.845852][1.808395  0.000000  0.000000][0.537901  0.424936  0.728074]
[0.063540  0.831538  0.835261] = [0.550577  0.793886  0.165813  0.197778][0.000000  0.797553  0.000000][[-0.762659  0.613283  0.205514]
[0.615589  0.257027  0.814570] [0.571453  -0.181115  -0.770084  -0.218199][0.000000  0.000000  0.182393][[-0.359185  -0.665818  0.653966]
[0.908841  0.188208  0.575121] [0.546105  -0.576158  0.414735  0.444756][0.000000  0.000000  0.000000]
```

图 2: A 的 SVD 分解

```
X*X^T/m :
[ 0.681122  -0.039007  1.265191  0.513458 ]
[ -0.039007  0.186751  -0.319568  -0.117195 ]
[ 1.265191  -0.319568  3.092425  1.287745 ]
[ 0.513458  -0.117195  1.287745  0.578532 ]
```

图 3: $\frac{1}{m}XX^T$

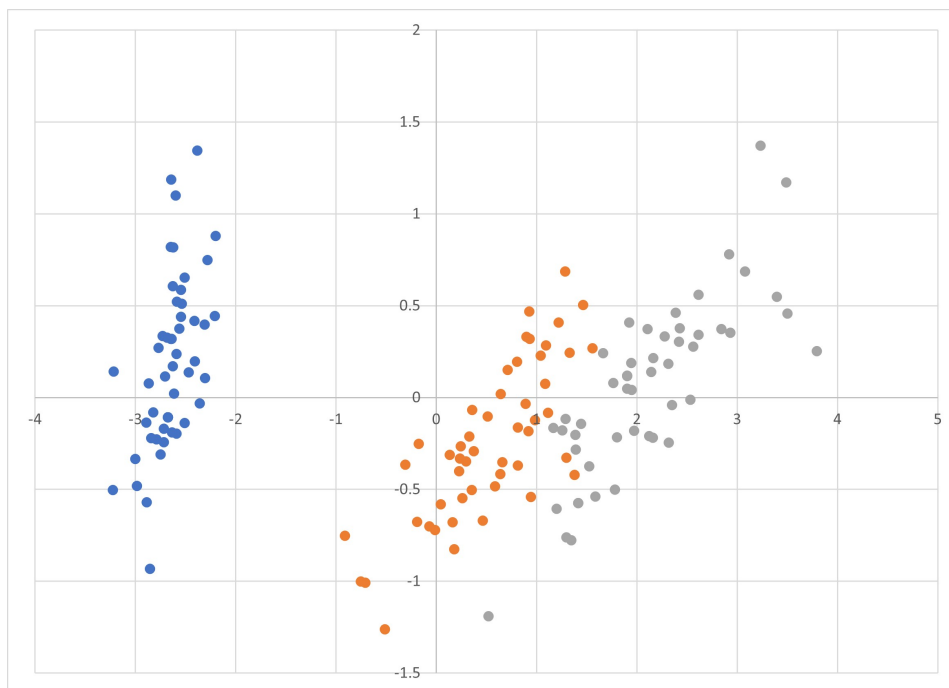


图 4: 数据在前两个主方向上投影的结果

3 结果分析

(a) Jacobi 迭代过程中, 每次迭代后矩阵上非对角元的平方和的变化趋势如图 5 所示。从图 5 中可看出非对角元平方和确实是呈下降趋势。

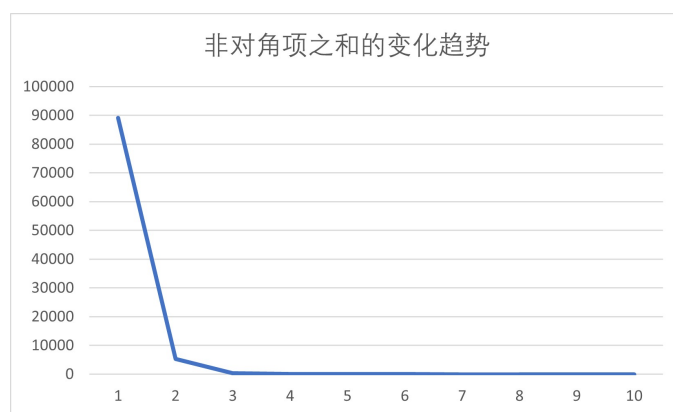


图 5: 矩阵上对角元的平方和的变化趋势

使用 mathematica 对 AA^T 进行特征值求解, 得到的结果如图 6 所示。对比图 6 和图 1 的结果可以发现求得特征值确实是矩阵特征值的近似值。

(b) 图 4 中, 从左到右分别有三组不同颜色的散点。

其中颜色用于表示标签: 蓝色-0, 橘色-1, 灰色-2。

```
In[1]:= A = {{0.245781, 0.450251, 0.498184, 0.511623},  
             {0.450251, 1.393154, 0.933220, 0.694626},  
             {0.498184, 0.933220, 1.108536, 1.076323},  
             {0.511623, 0.694626, 1.076323, 1.192179}}  
  
Out[1]:= {{0.245781, 0.450251, 0.498184, 0.511623},  
          {0.450251, 1.39315, 0.93322, 0.694626},  
          {0.498184, 0.93322, 1.10854, 1.07632},  
          {0.511623, 0.694626, 1.07632, 1.19218}}  
  
In[2]:= Eigenvalues[A]  
        特征值  
  
Out[2]:= {3.27029, 0.63609, 0.0332673, 7.94784 × 10-7}
```

图 6: 使用 mathematica 求解 AA^T 特征值的结果