Kamera Kalibrierung nach Tsai

HS: Computer Vision

Dozent: Dr. v. Hundelshausen

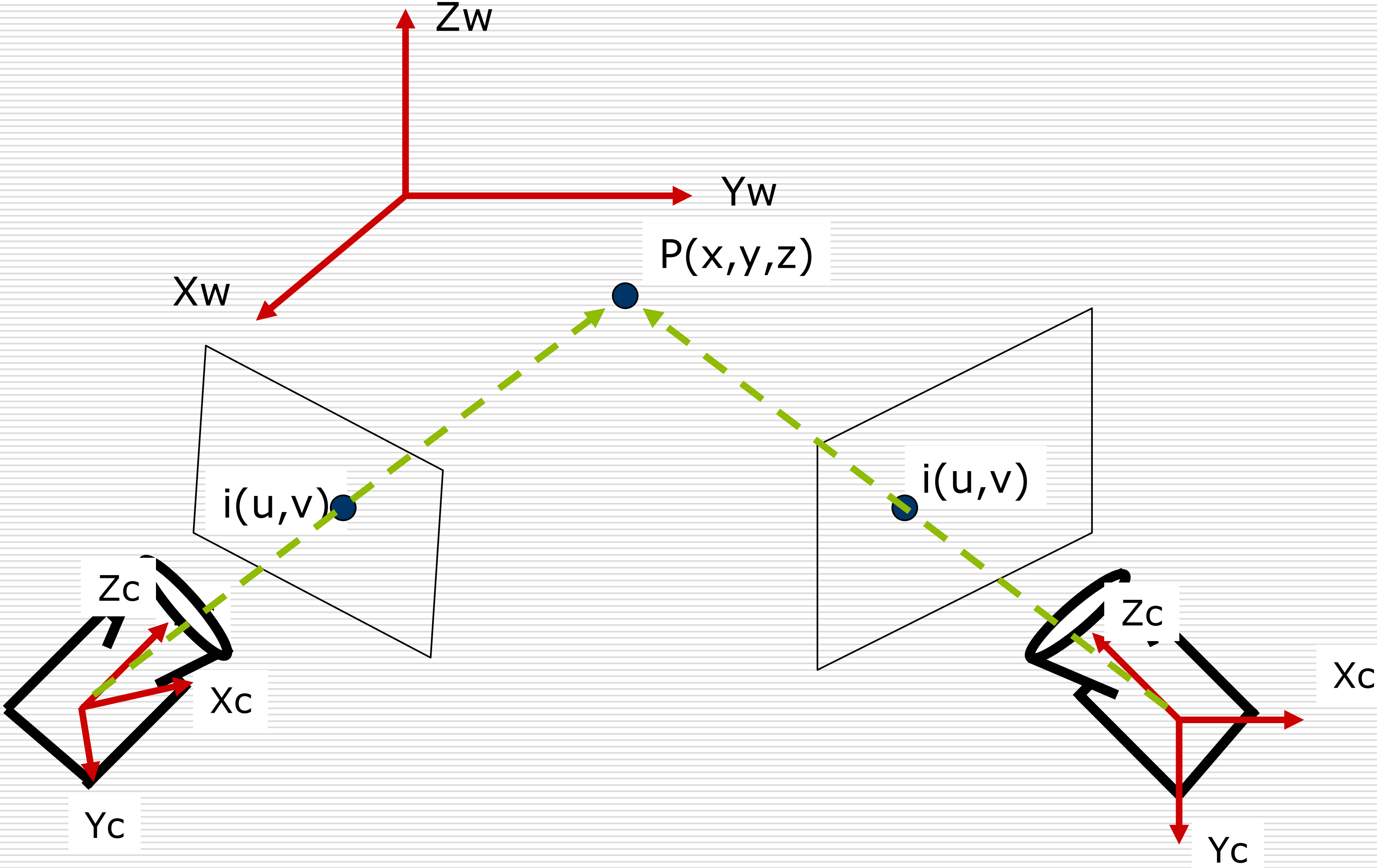
Referentinnen: Alexandra Balschun
Malgorzata Wojciechowska

Freie Universität Berlin

Gliederung

- Lochkamera
- Extrinsische und Intrinsische Parameter
- Verzerrung
- Kalibrierung
- Kalibrierung nach Tsai

Motivation



Einleitung

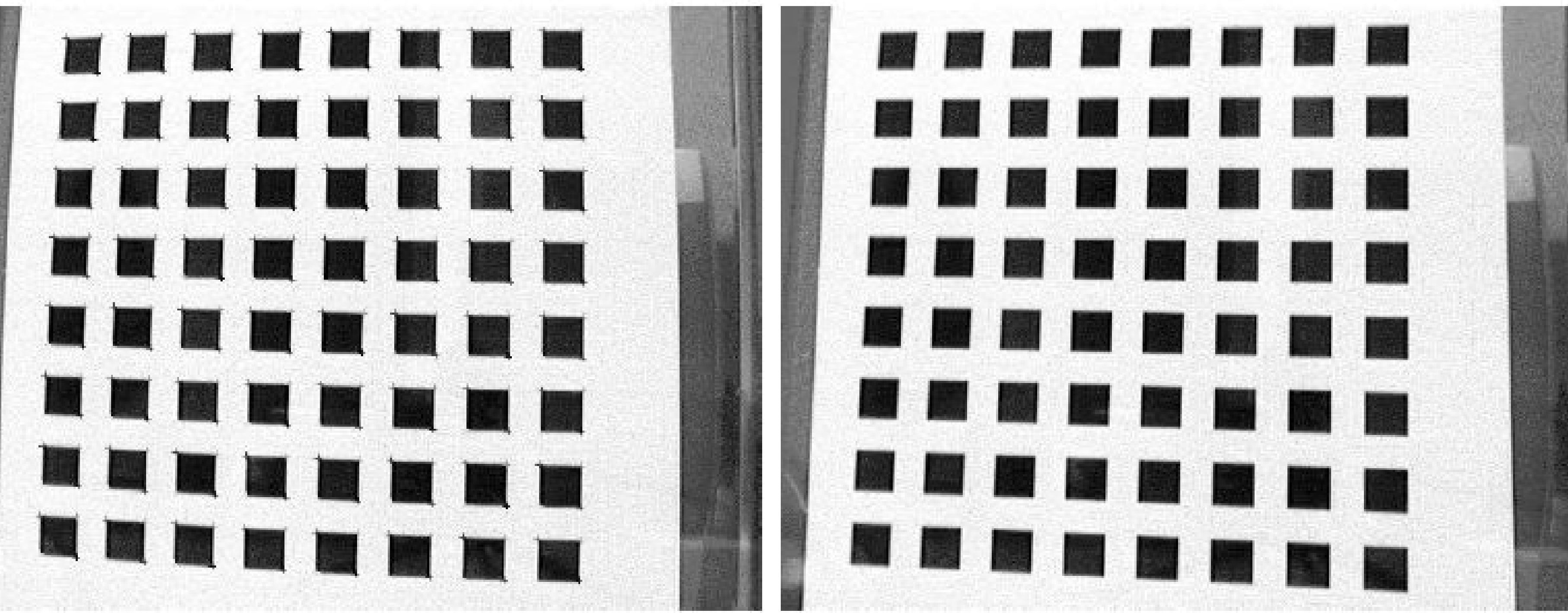
- Projektion einer 3D Szene auf eine 2D Fläche.
- Relation von Szenenpunkt und Bildpunkt im idealisierten Kameramodell.
- Für geometrische Beschreibung der Projektion sind Kameraparameter notwendig
  - wie z.B. Brennweite oder Position der Kamera im Raum

Parameter

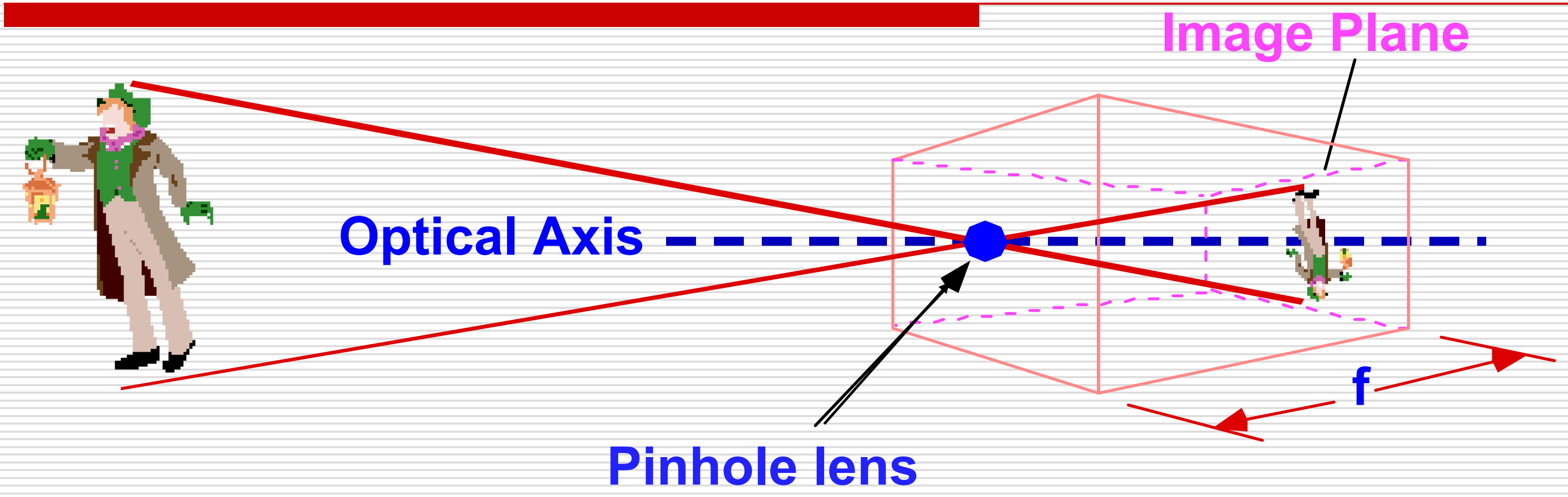
- Der Vorgang der Kalibrierung besteht darin:
  - Mit Eingabe von Punktepaaren die Kameraparameter auf das Kameramodell anzupassen.

Einleitung - Kalibrierung

Schachbrettmuster



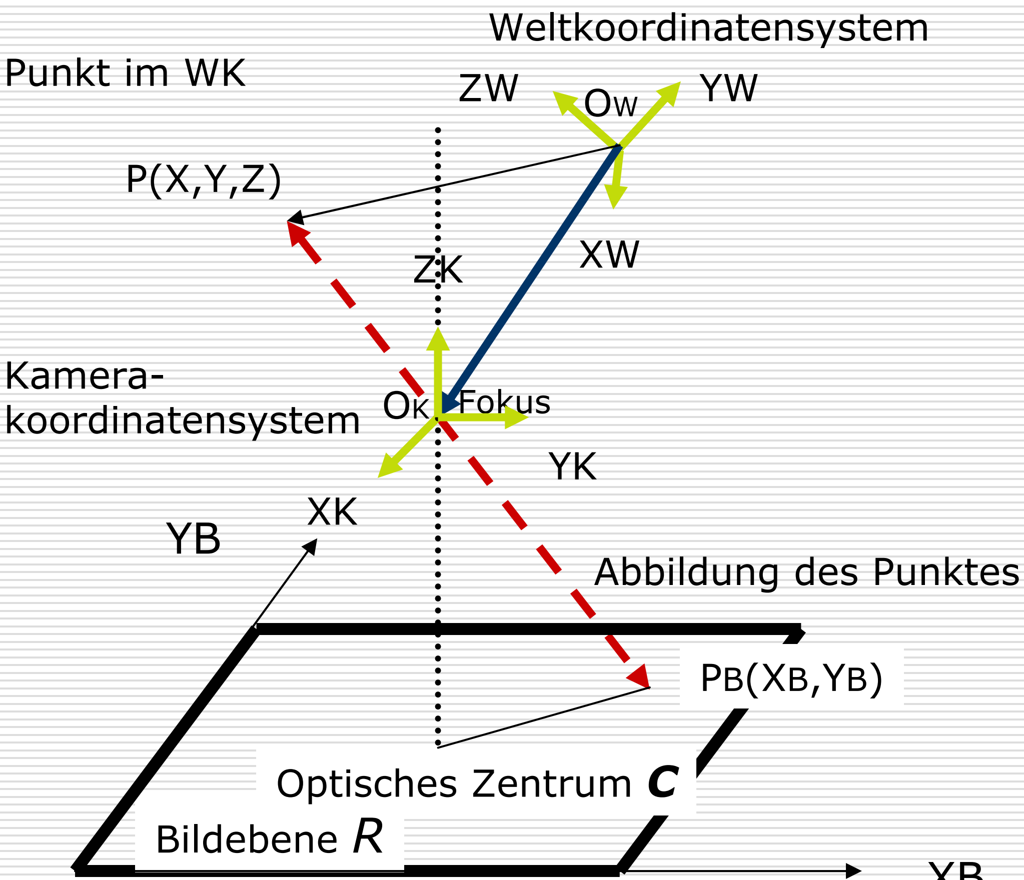
Funktion der Lochkamera



Das Lochkameramodell basiert auf einer Lochkamera:
Mittels perfekter perspektivischer Projektion des Blickfeldes wird durch das optische Zentrum ein unverzerrtes Bild auf der Bildebene geliefert.

Das Lochkameramodell

Das Lochkameramodell dient als Basis für reale Kameramodelle.



Man erhält das Bild eines Weltpunktes als Schnitt einer Gerade mit der Bildebene, die durch den Weltpunkt und das optische Zentrum der Kamera gelegt wird.

Aus einer Menge von Welt und zugehörigen Bildpunkten entsteht eine ideale Abbildung des Weltobjektes, die auf 180° gedreht ist.

Die Parameter

- Je nach Kameramodell unterscheiden sich die zu bestimmenden Kameraparameter

- Sie lassen sich einteilen in Parameter der äußeren und inneren Orientierung

  - Äußere Parameter: beschreiben Position und Orientierung der Kamera im Raum
  - Innere Parameter: Parameter der inneren Orientierung, was z.B. die Brennweite der Kamera und die Position des Bildhauptpunktes sind.

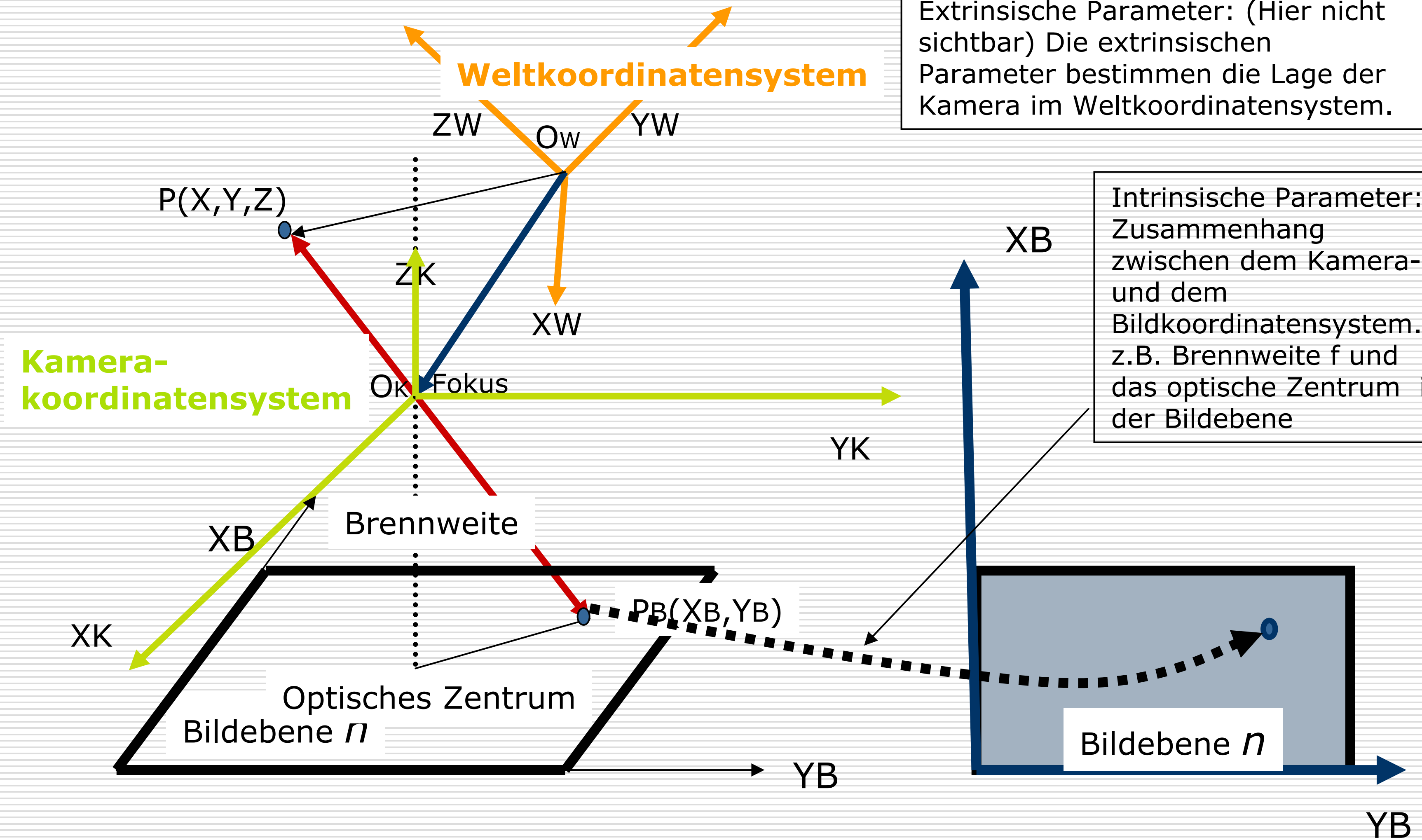
Unterteilung der Parameter:

- Extrinsische Parameter:
  - Wiederherstellung vom Zusammenhang zwischen dem Welt- und dem Kamerakoordinatensystem.
- Intrinsische Parameter:
  - Dienen für die Wiederherstellung vom Zusammenhang zwischen dem Kamera- und dem Bildkoordinatensystem. Solche sind z.B. Die Brennweite f und das optische Zentrum in der Bildebene.

Extrinsische und Intrinsische Parameter

Extrinsische Parameter: (Hier nicht sichtbar) Die extrinsischen Parameter bestimmen die Lage der Kamera im Weltkoordinatensystem.

Intrinsische Parameter: Zusammenhang zwischen dem Kamera- und dem Bildkoordinatensystem. z.B. Brennweite f und das optische Zentrum i der Bildebene



Extrinsische Parameter

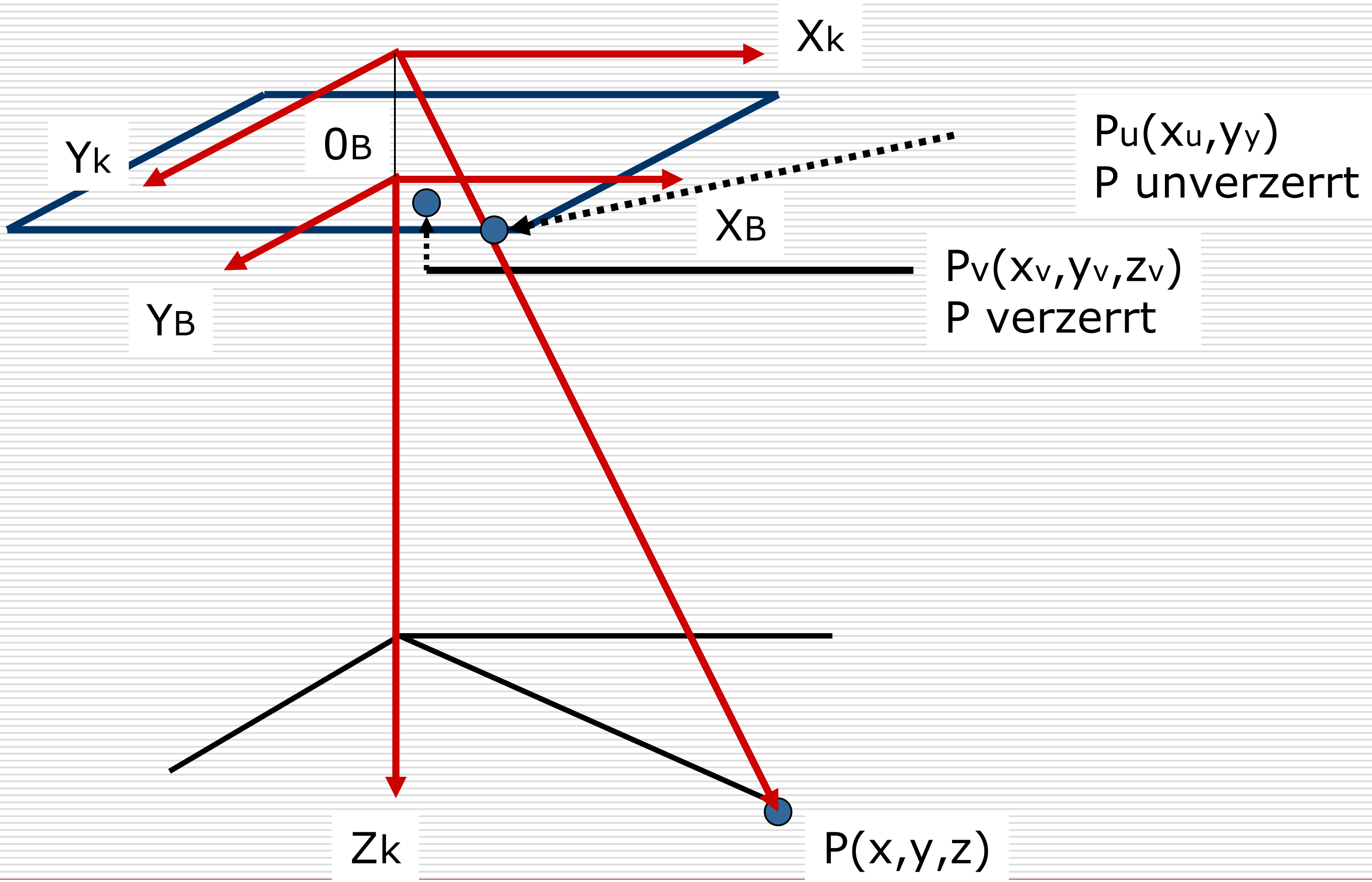
- Die extrinsischen Parameter definieren:
  - Zusammenhang zwischen 3D Kamera-
  - 3D Weltkoordinatensystem

- Sie beschreiben die äußere Orientierung der Kamera -> die Position und Ausrichtung der Kamera eines gegebenen Weltkoordinatensystems

Intrinsische Parameter

- Die intrinsischen Parameter hängen nicht von der Position und Orientierung der Kamera in der Welt ab.
- Sie definieren die Abbildung zwischen dem 3D-Kamera- und dem 2D-Bildkoordinatensystem
- Sie beschreiben die Abbildung
- Sie beschreiben die interne Geometrie der Kamera.

Verzerrung


Xk
Yk
0B
XB
YB
Pu(xu,yy)
P unverzerrt
Pv(xv,yv,zv)
P verzerrt
Zk
P(x,y,z)

Linsenverzerrung

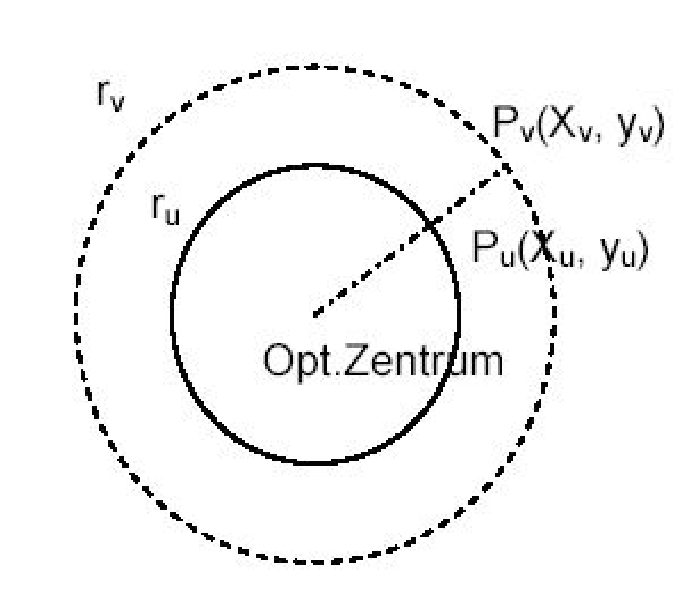
- Es gibt 2 wichtige Arten von geometrischen Verzerrungen:
  - **radiale Verzerrung**
  - **tangentiale Verzerrung**

Radiale Verzerrung

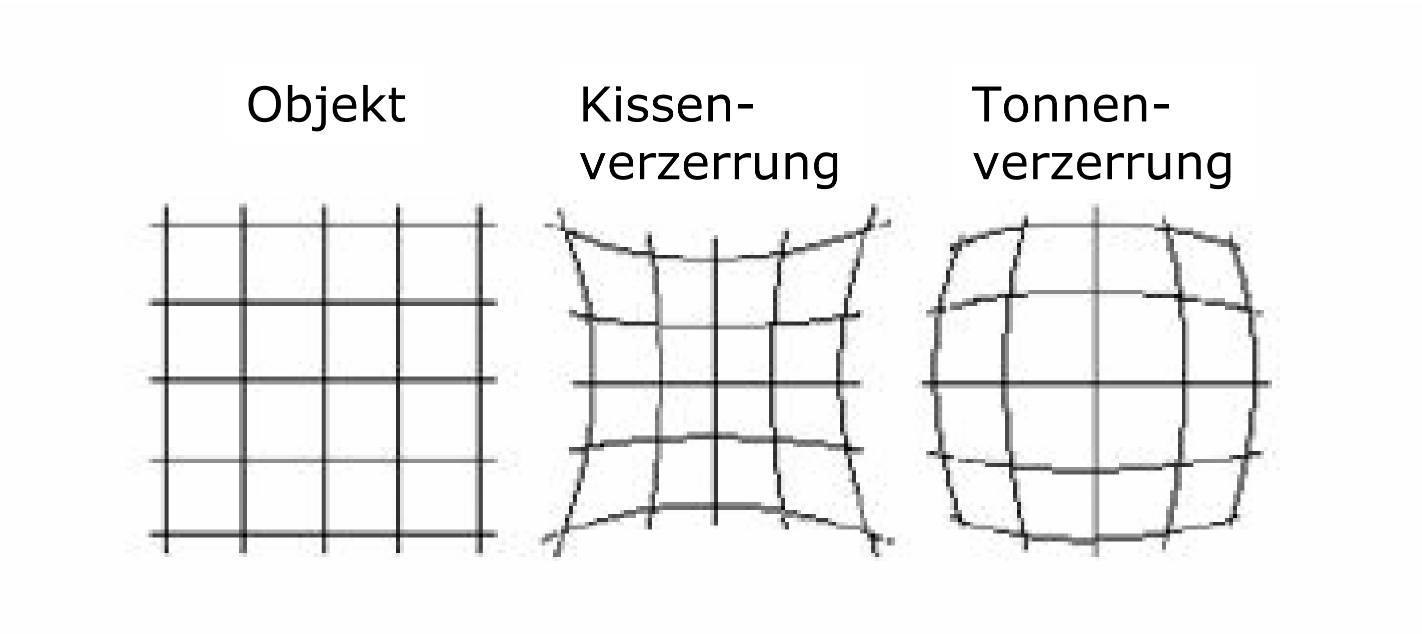
- In optischen Systemen, erzeugt von sphärischen Oberflächen gibt es eine geometrische Verzerrung in radialer Richtung.
- Die radiale Verzerrung skaliert den Abstand des Bildpunktes zum Fokus, dem Zentrum der Verzerrung.

Radiale Verzerrung

- In dieser Darstellung kann ein verzerrter Bildpunkt xv in einem unverzerrten Bildpunkt xu überführt werden,
- indem man den Abstand des unverzerrten Punktes zum Fokus ermittelt.
- Diesen Abstand kann man mit dem Lochkameramodell berechnen



Beispiele für radiale Verzerrung

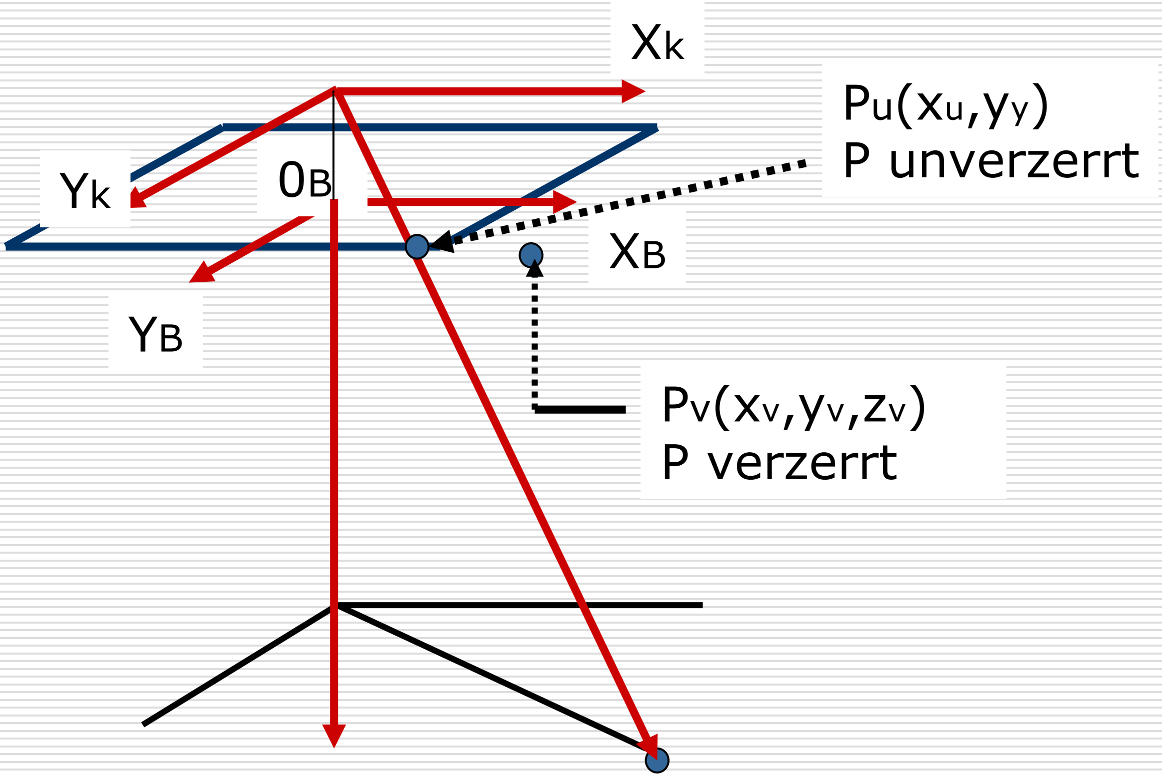


afik: Raul Rojas: Calibrating an Overhead Video Camera

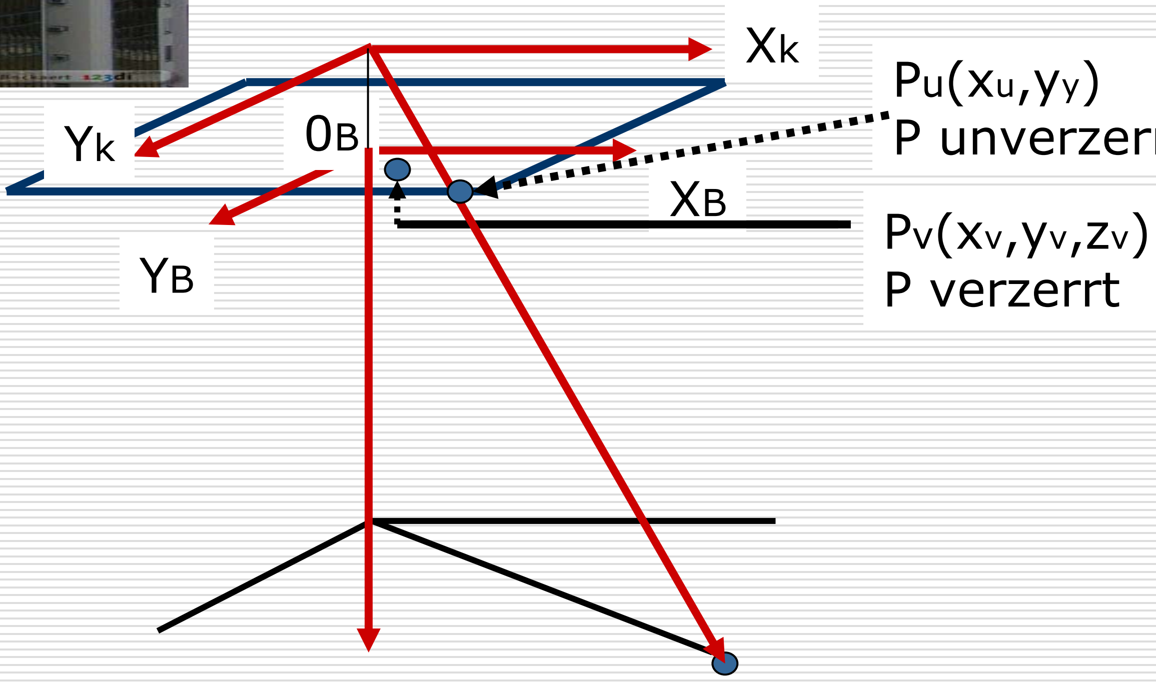
Tonnenförmige Verzerrung

Tonnenförmige Verzerrung

Der Punkt ist in einem Abstand vom optischen Zentrum abgebildet, der größer ist als bei einer idealen Projektion



Kissenförmige Verzerrung



Der Punkt ist in einem Abstand vom optischen Zentrum abgebildet, der kleiner ist als bei einer idealen Projektion)

Überlegung

- Verzerrungen:
  - Bei der Abbildung eines Weltpunktes in einen Bildpunkt tritt eine Verzerrung auf.
  - Die Strahlen, die man aus den verzerrten Punkten berechnet, treffen nicht die realen Punkte
  - -> Eine relativ kleine Verzerrung des Bildes könnte zu einer relativ großen Verfälschung der Rekonstruktion führen.

Kalibrierung

- Verzerrungen solll korrigiert werden
- Die **internen und externen Parameter** der Kamera sollen dazu festgestellt werden.
  - Diese können die Kamera und ihr Verhalten genau beschreiben.

Definition

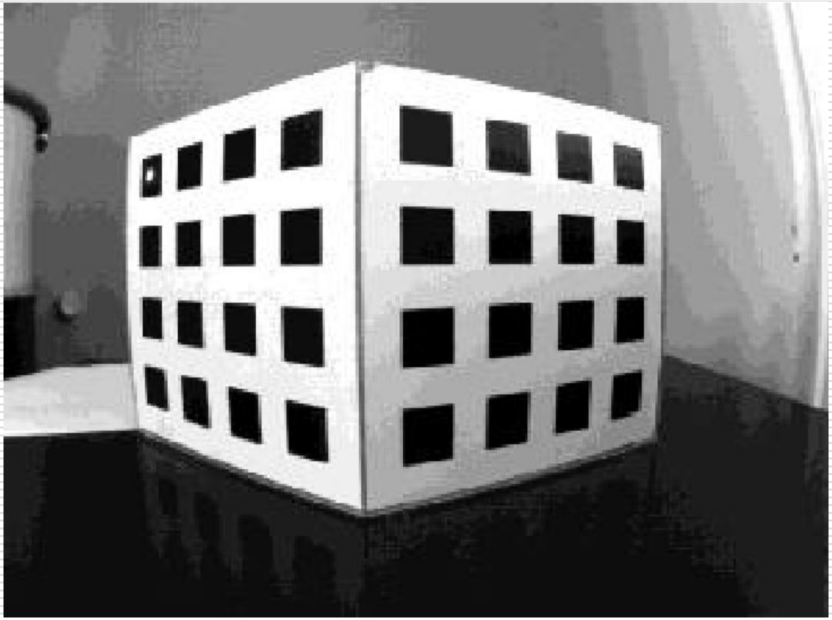
Kamerakalibration bedeutet die Bestimmung einer Reihe von Parametern, die die Abbildung der Kamera beschreiben.

Kamerakalibration ist der Prozess, der es erlaubt, Zahlenwerte für die geometrischen und optischen Parameter der Kamera und/oder die extrinsichen 3D Position und Orientierung der Kamera relativ zu einem extrinschen Koordinatensystem zu ermitteln.

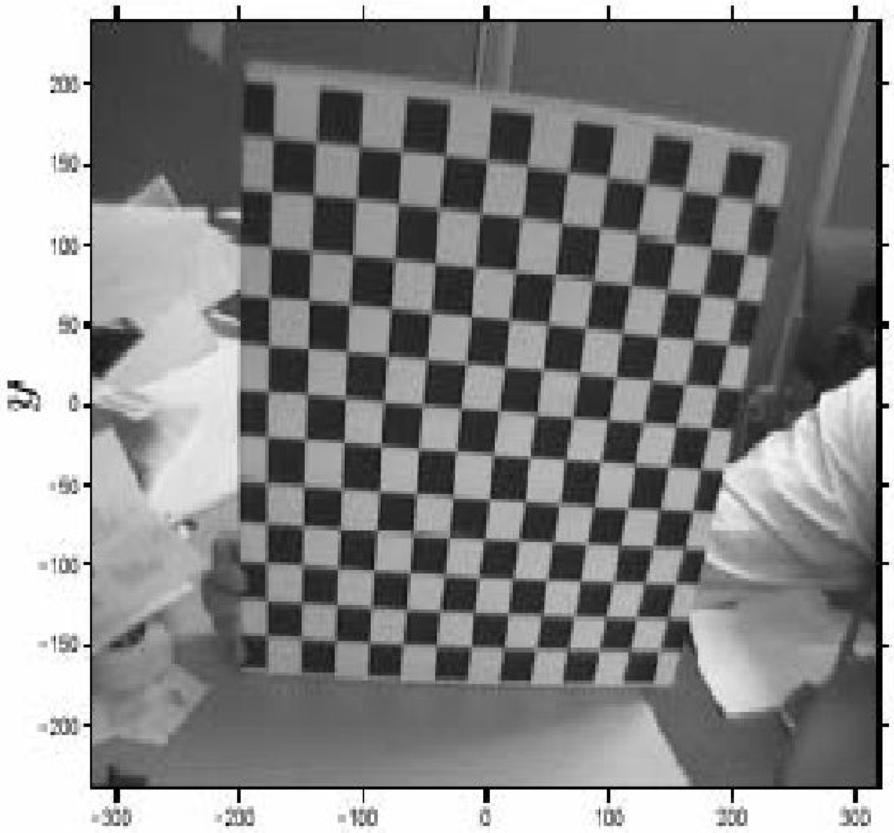
Kalibrierung nach Tsai

- Die Kalibrationsmethode von Roger Tsai ist eine photogrammetrische Methode, welche für Ziel die Minimierung des Fehlers in der Bildebene hat.
- Durch Beobachtung eines bekannten Objektes (Kalibrierobjekt) werden die Kameraparameter ermittelt, wobei die im Kamerabild detektierten Punkte eindeutig den mit Weltkoordinaten bekannten Punkten des Kalibrierobjektes zugeordnet sind.
- Anhand dieser Wertepaare wird eine optimale Konfiguration der Kamera gesucht.

Kalibrierungsaufbau



für 3D



Testfeld zur Kamerakalibrierung

Zu bestimmende Parameter

- Bei diesem Verfahren werden 11 Kameraparameter ermittelt, die den Projektionsvorgang beschreiben.
- Die 11 Parameter sind in 6 extrinsische und 5 intrinsische Parameter unterteilt.
- Die Parameter der äußeren Orientierung beschreiben, wie das optische Zentrum der Kamera in Bezug auf das Referenzkoordinatensystem liegt (Weltkoordinaten werden in Kamerakoordinaten transformiert),
- demgegenüber beschreiben die inneren Parameter die Geometrie der Kamera.

Zu bestimmende Parameter

Eine Übersicht über die 11 Parameter des Kameramodells von Tsai.

	Parameterart	Einheit	Beschreibung
R_x	äußere Orientierung	[Grad]	Rotation um die x-Achse mit Winkel α
R_y	äußere Orientierung	[Grad]	Rotation um die y-Achse mit Winkel β
R_z	äußere Orientierung	[Grad]	Rotation um die z-Achse mit Winkel γ
T_x	äußere Orientierung	[mm]	Translation in x-Richtung
T_y	äußere Orientierung	[mm]	Translation in y-Richtung
Tz	äußere Orientierung	[mm]	Translation in z-Richtung
f	innere Orientierung	[mm]	effektive Brennweite
C_x	innere Orientierung	[Pixel]	x-Wert des Bildhauptpunktes H
C_y	innere Orientierung	[Pixel]	y-Wert des Bildhauptpunktes H
s_x	innere Orientierung	[]	Skalierungsfaktor
κ	innere Orientierung	[1/mm^2]	radialer Linsenfehlerkoeffizient

Zu bestimmende Parameter

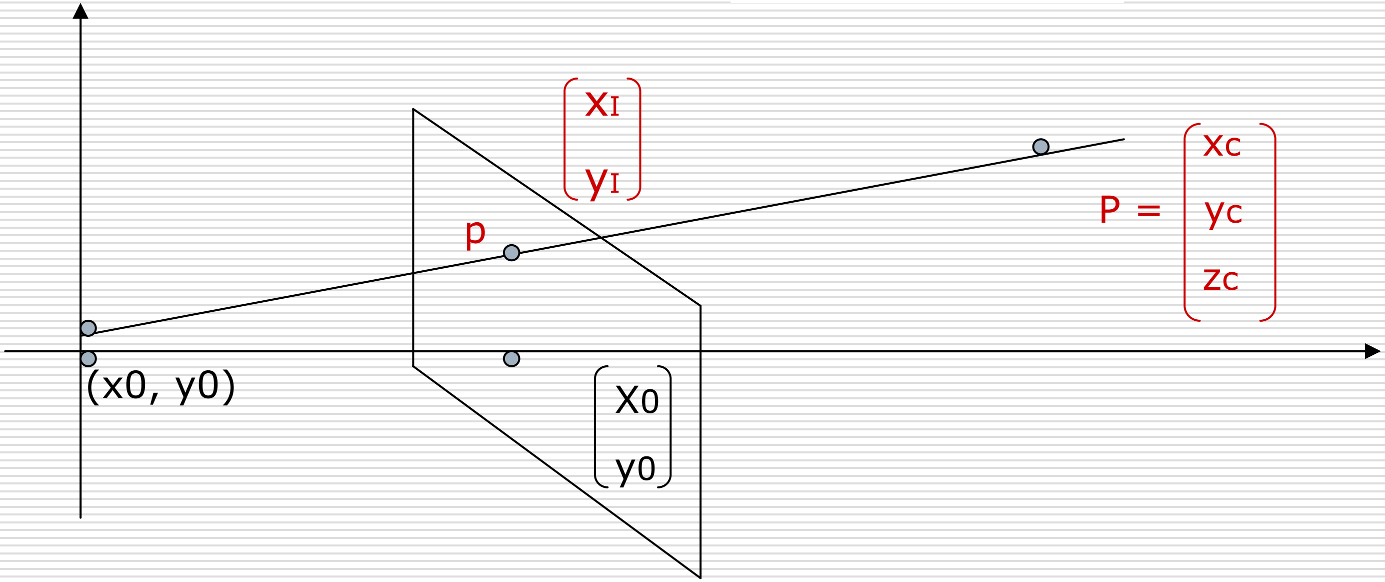
- Wichtiger als extrinsische sind die intrinsische Parameter.
- **Die intrinsischen Parameter** sind:
  - die Brennweite f
  - der Verzerrungskoeffizient k für radiale Verzerrung
  - der Skalierungsfaktor s_x
  - die Koordinaten des Zentrums der Verzerrung (C_x, C_y) bzgl. des verzerrten Kamerabildes
- Wichtig ist die Frage wie findet man sie raus?
- Die Vorangehensweise ist folgende:
  - Mann muss möglichst einfache Gleichungen aufstellen die diese Unbekannten beinhalten.

Kalibrierverfahren nach Tsai

- Die Koordinaten des projiziertes Punktes p(xI, yI) von P(xc, yc, zc) werden wie folgt beschrieben:

$$x_I = f\,\frac{x_c}{z_c} + x_0 \Rightarrow \frac{x_I - x_0}{f} = \frac{x_C}{z_C}$$

$$y_I = f\,\frac{y_c}{z_c} + y_0 \Rightarrow \frac{y_I - y_0}{f} = \frac{y_C}{z_C}$$



Kalibrierverfahren nach Tsai

- **Schätzung von R und t (bis auf t_z),**

- Um den Szenenpunkt $\mathbf{r_s}$ nun in Kamerakoordinaten (Ursprung: optisches Zentrum der Kamera) $\mathbf{r_c}$ darzustellen, sind eine Rotation **R** und eine anschließende Translation **t** nötig.

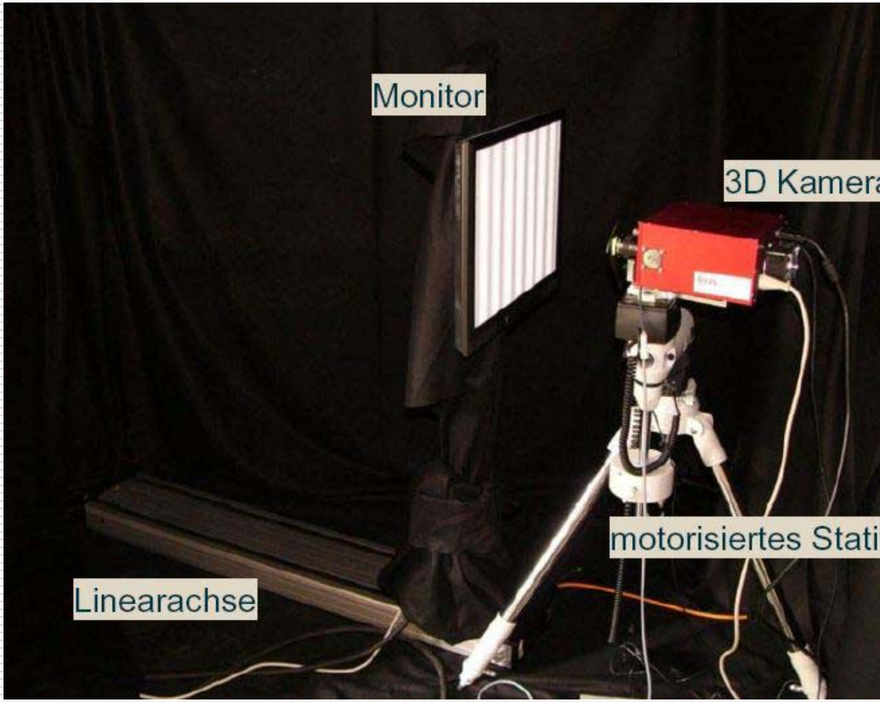
- Die Werte der Rotation und Translation gewinnt man aus der Überführung des Kamerakoordinatensystems in das Weltkoordinatensystem.

$$\mathbf{r_c = R\,(r_s) + t}$$

$$\begin{pmatrix} x_c \\ y_c \\ z_c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_s \\ y_s \\ z_s \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} t_x \\ t_y \\ t_z \end{pmatrix}$$

Kalibrierverfahren nach Tsai

- Nehme Kalibrierungsobjekt.
- Messe Punkte zu einem lokalen Koordinatensystem.
- Stelle Kamera auf und messe exakt aus, wo sie zu lokalen Koordinaten steht.
- -> unpraktikabel und deshalb gesucht:



Gesucht:

Kalibrierungs-Parameter:

$R(\alpha,\beta,\gamma)$ und $T(tx, ty, tz)$

Kalibrierverfahren nach Tsai

- Angenommen man hätte **R** und **t**

$$\mathbf{r_C = R\ (r_S) + t}$$

$$\mathbf{x_I = s\ f\ \frac{x_C}{z_C} + x_0} \quad \Rightarrow \quad \frac{x_I - x_0}{f} = s\,\frac{x_C}{z_C}$$

Nach dem Kombination von entrinsischen und intrinsischen Orientierung bekommt man:

$$\frac{x_I - x_0}{f} = s\,\frac{r_{11}x_S + r_{12}y_S + r_{13}z_S + t_x}{r_{31}x_S + r_{32}y_S + r_{33}z_S + t_z}$$

$$\frac{y_I - y_0}{f} = \frac{r_{21}x_S + r_{22}y_S + r_{23}z_S + t_y}{r_{31}x_S + r_{32}y_S + r_{33}z_S + t_z}$$

Kalibrierverfahren nach Tsai

Nach der Annahme, dass wir den Punkt (x_0, y_0) des optischen Zentrums abschätzen können, bestimmen wir diesen Punkt mit Hilfe von:

$$x'_I = x_I - x_0$$ und $$y'_I = y_I - y_0$$

folgt $$\frac{x'_I}{f} = s\frac{x_C}{z_C}$$ und $$\frac{y'_I}{f} = \frac{y_C}{z_C}$$

Als nächstes beachtet man die Richtung des Punktes im Bild gemessen von (x_0, y_0). Dies ist unabhängig von Brennweite f und auch von radialen Verzerrung :

$$\frac{x'_I}{y'_I} = s\frac{x_C}{y_C}$$

Kalibrierverfahren nach Tsai

- Für ein beliebiges Paar (x_S, y_S, z_S), (x_I,y_I)

$$\frac{x'_I}{y'_I} = s\frac{r_{11}x_S + r_{12}y_S + r_{13}z_S + t_x}{r_{21}x_S + r_{22}y_S + r_{23}z_S + t_y}$$

- Die Umformung durch Kreuz - Multiplikation

$$s(r_{11}x_S + r_{12}y_S + r_{13}z_S + t_x)y'_I - (r_{21}x_S + r_{22}y_S + r_{23}z_S + t_y)x'_I = 0$$

und weiter durch ausklammern…

$$\begin{aligned}(x_S y'_I)sr_{11} + (y_S y'_I)sr_{12} + (z_S y'_I)sr_{13} + y'_I\, st_x \\ -(x_S x'_I)r_{21} - (y_S x'_I)r_{22} - (z_S x'_I)r_{23} - x'_I\, t_y = 0\end{aligned}$$

Kalibrierverfahren nach Tsai

$$(x_S y'_I) s r_{11} + (y_S y'_I) s r_{12} + (z_S y'_I) s r_{13} + y'_I \, s t_x \\ -(x_S x'_I) r_{21} - (y_S x'_I) r_{22} - (z_S x'_I) r_{23} - x'_I \, t_y = 0$$

- So kommt man auf acht Unbekannte:

  sr_{11}, sr_{12}, sr_{13}, st_x, r_{21}, r_{22}, r_{23}, und t_y

- Lösung beliebig Skalierbar => setzte eine Variable auf bel. Wert

  sr'_{11}, sr'_{12}, sr'_{13}, st'_x, r'_{21}, r'_{22}, r'_{23}, und $t'_y = 1$

- Wir wissen, dass die Zeilenvektoren der Rotationsmatrix die Länge 1 haben müssen (normalisiert sind), also

  $r^2_{11} + r^2_{12} + r^2_{13} = 1$ und $r^2_{21} + r^2_{22} + r^2_{23} = 1$

Kalibrierverfahren nach Tsai

$$c\left[(x_S y'_I) s r_{11} + (y_S y'_I) s r_{12} + (z_S y'_I) s r_{13} + y'_I\, s t_x - (x_S x'_I) r_{21} - (y_S x'_I) r_{22} - (z_S x'_I) r_{23} - x'_I\, t_y \right] = 0$$

- Gesucht ist ein Skalarfaktor **c**, um alle Werte so zu skalieren, dass $(cr`_{21}, cr`_{22}, cr`_{23})^T$ die Länge 1 hat.

$$c = 1 / \sqrt{r`^2_{21} + r`^2_{22} + r`^2_{23}}$$

- Nun wählt man **s** so, dass auch $(csr_{11}, csr_{12}, csr_{13})^T$ die Länge 1 hat.

$$1 = \sqrt{(csr'_{11})^2 + (csr'_{12})^2 + (csr'_{13})^2}$$

$$1 = \sqrt{s^2c^2r'^2_{11} + s^2c^2r'^2_{12} + s^2c^2r'^2_{11}}$$

$$1 = s\,c\,\sqrt{r'^2_{11} + r'^2_{12} + r'^2_{13}}$$

$$s = 1 / c\,\sqrt{r'^2_{11} + r'^2_{12} + r'^2_{13}}$$

- Nun haben wir alle „r“s, d.h. die Drehung od. Orientierung der Kamera, und auch **tx** und **ty** (Teil der Position der Kamera), aber leider noch nicht **tz**, und auch **f** kennen wir noch nicht.
- Außerdem müssen die r-Vektoren senkrecht aufeinander stehen, das tun sie aber noch nicht unbedingt

Orthogonalisierung der r-Vektoren

- **1)** Gegeben sind Vektoren r_a und r_b (nicht senkrecht), gesucht sind orthogonale Vektoren r_a‵ und r_b‵, möglichst ähnlich zu r_a und r_b. Setzte Gleichung an wie folgt:

$$\mathbf{r_a` = r_a + k\, r_b \quad \text{und} \quad r_b` = r_b + k\, r_a}$$

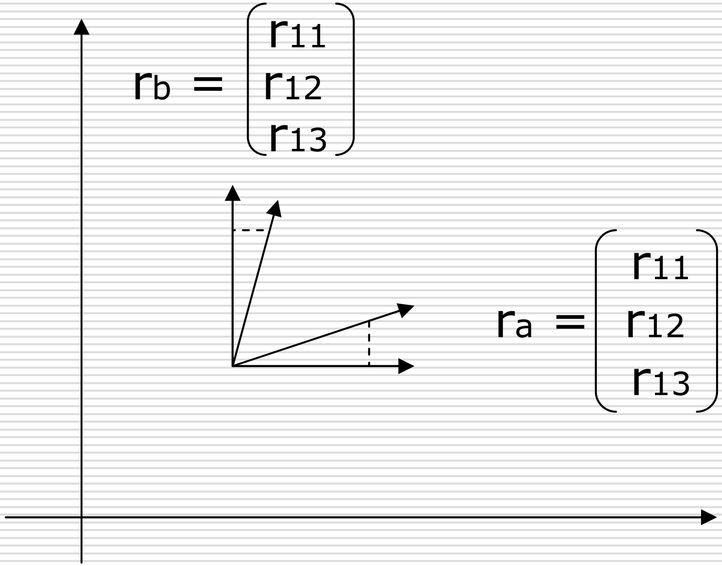
$$\mathbf{r_a` \cdot r_b' = r_a \cdot r_b + k\,(r_a \cdot r_a + r_b \cdot r_b) + k^2\, r_a \cdot r_b = 0}$$

- **2)** k ist ein Maß um die Vektoren r_a und r_b senkrecht zu stellen
- nach der Approximation

$$k \approx -\,(1/2)\,r_a \cdot r_b$$

- erhält man ersten zwei Zeilenvektoren von R

3) Den dritten Zeilenvektor von R erhält man mittels Kreuzprodukt



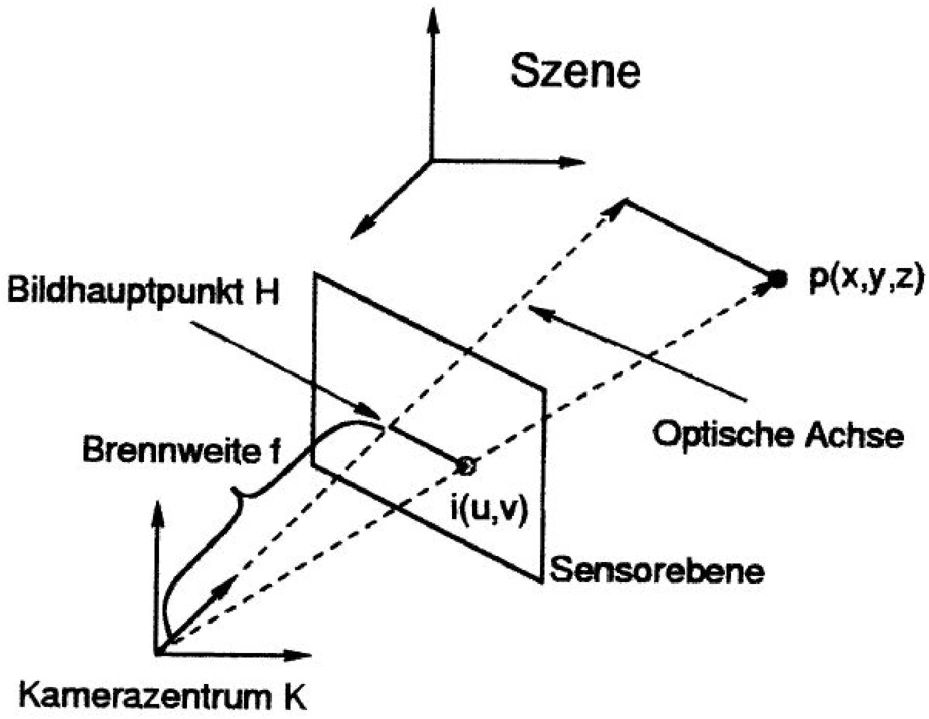
$$r_b = \begin{pmatrix} r_{11} \\ r_{12} \\ r_{13} \end{pmatrix} \qquad r_a = \begin{pmatrix} r_{11} \\ r_{12} \\ r_{13} \end{pmatrix}$$

Kalibrierverfahren nach Tsai

- R ist eine gültige Rotationsmatrix
- Aber wir haben die Werte durch Orthogonalisierung geändert -> Sind die Gleichungen noch optimal?
- Das kann man gelten lassen, weil 1) nur eine Schätzung ist
- Zwischenstand:
- Wir kennen jetzt die Rotationsmatrix **R** und die ersten zwei Komponente von Translation ($\mathbf{t_x}$ und $\mathbf{t_y}$)

Kalibrierverfahren nach Tsai

- Die effektive Brennweite f ist hier der Abstand des Kameramittelpunktes zum Durchstoßpunkt, der optischen Achse des Kamerakoordinaten-systems, auf der Sensorebene.



Kalibrierverfahren nach Tsai

- **Schätzung von f und t_z:**
- Wir schätzen diese beiden Parameter mit (siehe Folie 33)

$$\frac{x'_I}{f} = s\frac{x_C}{z_C} \quad \Rightarrow \quad \frac{x'_I}{f} = s\frac{r_{11}x_S + r_{12}y_S + r_{13}z_S + t_x}{r_{31}x_S + r_{32}y_S + r_{33}z_S + t_z}$$

$$\frac{y'_I}{f} = \frac{y_C}{z_C} \quad \Rightarrow \quad \frac{y'_I}{f} = \frac{r_{21}x_S + r_{22}y_S + r_{23}z_S + t_y}{r_{31}x_S + r_{32}y_S + r_{33}z_S + t_z}$$

durch Kreuz - Multiplikation kommt man zum

$$s(r_{11}x_S + r_{12}y_S + r_{13}z_S + t_x)f - x'_I t_z = (r_{31}x_S + r_{32}y_S + r_{33}z_S)x'_I$$

$$(r_{21}x_S + r_{22}y_S + r_{23}z_S + t_y)f - y'_I t_z = (r_{31}x_S + r_{32}y_S + r_{33}z_S)y'_I$$

Mit diesen Angaben können wir **f** und **t_z** durch lineare Gleichung mit zwei Unbekannten lösen.

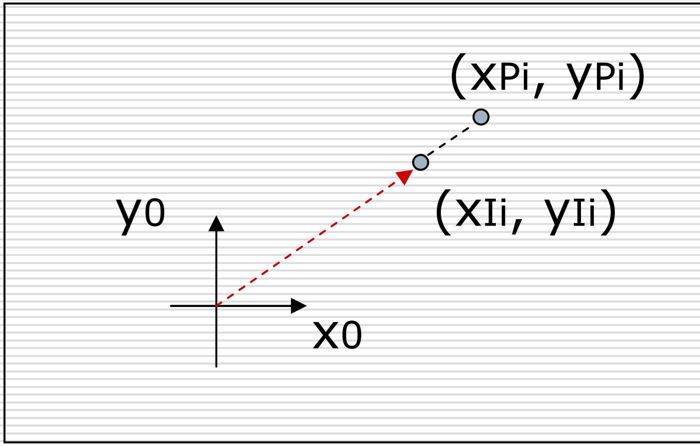
Kalibrierverfahren nach Tsai

- Jetzt werden die genauen-Parameter und t_z durch eine nichtlineare Optimierung ermittelt.

  - Exakte Berechnung von f, t_z und k durch ein Levenberg-Marquadt Optimierungsverfahren (Gradientenabstieg) mit den approximierten Werten für f und t_z und k=0 als Startwert.

Kalibrierverfahren nach Tsai

- **Nichtlineare-Optimierung**
- -> Verbesserung von R, t, f
- \+ man erhält kappa
- Sage vorher wo Punkte im Bild sind



- Definiere Fehlerfunktion

$$E = \sum_{i=1}^{N} (x_{I_i} - x_{P_i})^2 + \sum_{i=1}^{N} (y_{I_i} - y_{P_i})^2$$

- Minimiere Fehlerfunktion mit Gradientenabstieg
- (z.B. Levenberg-Marquadt-Verfahren)

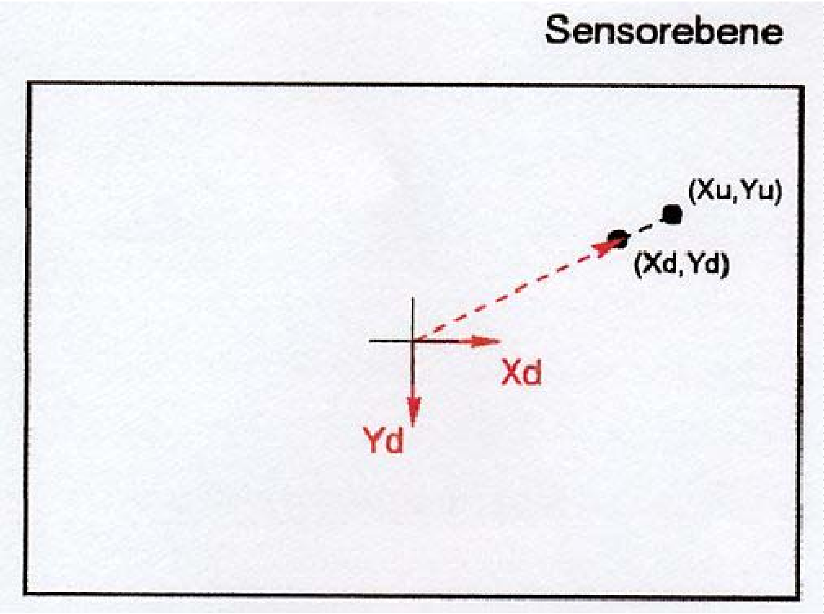
Fazit

- Zur Kalibrierung wird eine Eingabemenge von Punktepaaren (Bildpunkt-Szenenpunkt) verwendet.
- Die Szenenpunkte eines Kalibrationsobjektes sind bekannt und die korrespondierenden Bildpunkte werden detektiert.
- Nach der Kalibrierung ist man in der Lage zu detektierten Punkten im Bild zugehörige exakte Strahlengleichungen im 3D-Raum aufzustellen.

Fazit

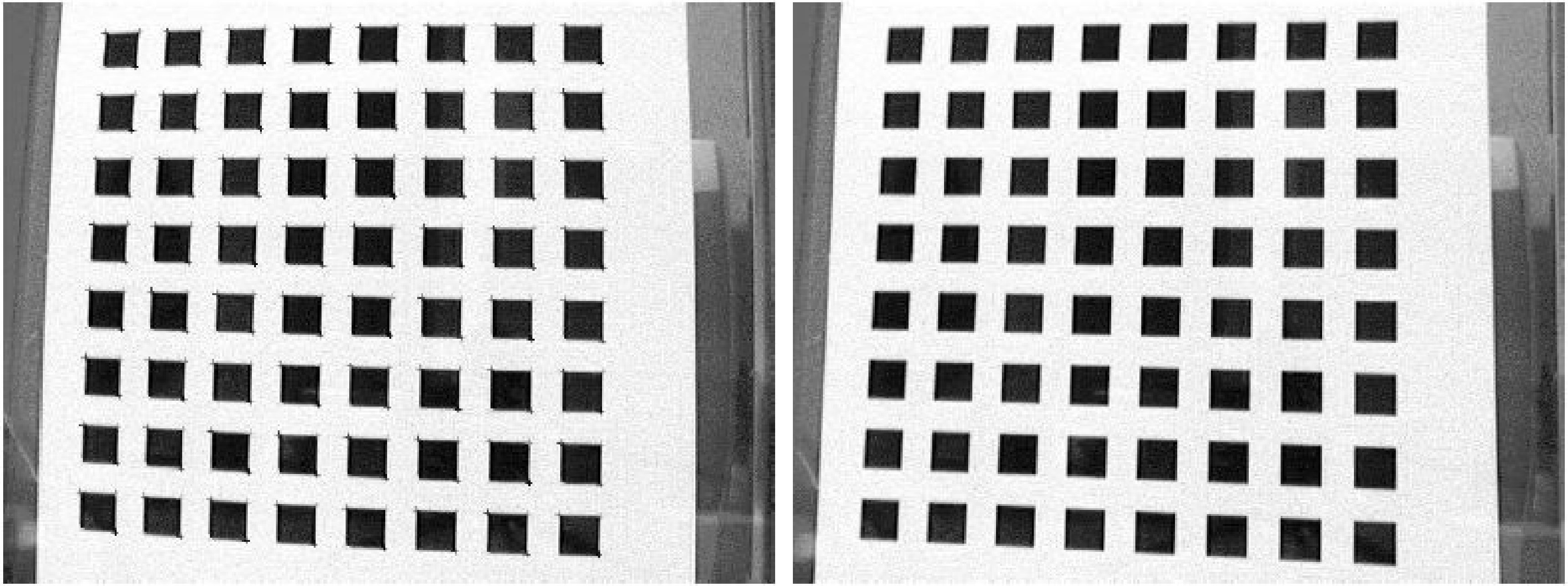
Gegeben: Detektieren Punkt im Bild

1. Rechne Verzerrung raus (kappa)
2. D.h. pi = pi`
3. Strahlengleichung (f, R, t)



Ergebnis der Kalibrierung

- Mit einer kalibrierten Kamera lässt sich das Bild entzerren



Literatur

- Wird nachgereicht...