

4 Strömungen

24. November 2016

LUKAS BÜHLER, JÉRÔME LANDTWING
(M4A)

Markus Hägi, KSA

Inhaltsverzeichnis

1	Theorie	3
2	Grundprogramm:	5
2.1	Anwendung der BERNOULLI-Gleichung	6
2.1.1	Kupferplatten	6
2.1.2	Filterpapier in Trichter	6
2.1.3	Papierrolle	6
2.1.4	Föhn und Pingpong Ball	6
2.2	Versuche mit dem Stromfadengerät	7
2.2.1	Aufbau	7
2.2.2	Erkenntnisse und Beobachtungen	7
3	Wahlversuche	8
3.1	In Luft fallende Kegel	8
3.1.1	Aufbau	9
3.1.2	Ergebnisse	9
3.1.3	Diskussion	9
3.2	Fallende Glasperlchen in Glyzerin	10
3.2.1	Aufbau	10
3.2.2	Ergebnisse	10
3.2.3	Diskussion	11
3.3	Fallende Glasperlchen in Wasser	13
3.3.1	Aufbau	13
3.3.2	Ergebnisse	13
3.3.3	Diskussion	13

In diesem Praktikum ging es darum Strömungen kennen zu lernen und die Prinzipien der Strömungslehre zu erarbeiten. Dabei werden die BERNOULLI-Gleichung, die innere Reibung bei laminaren Strömungen und der Luftwiderstand bei turbulenten Strömungen näher angeschaut.

1 Theorie

In der Strömungslehre spielt die Beweglichkeit der Teilchen eine grosse Rolle. Jedes Teilchen in einer Strömung hat normalerweise eine andere Geschwindigkeit und zur Beschreibung der Strömung muss man das Geschwindigkeitsvektorfeld kennen. Man unterscheidet zwischen stationären und nicht-stationären Strömungen. Stationäre Strömungen haben am einem Punkt in ihrem Geschwindigkeitsvektorfeld stets den selben Vektor. Das bedeutet, dass Teilchen, welche durch diesen Punkt strömen immer gleich schnell sind. So kann der Beobachter keinen Unterschied erkennen, auch wenn immer neue Teilchen den Punkt passieren. Man kann Strömungen auch durch Stromlinien darstellen, diese geben den Weg der Teilchen an. Geschwindigkeitsvektoren sind die Tangenten der Stromlinien. Ebenfalls von Bedeutung für dieses Praktikum sind Stromfäden. Ein Stromfaden beschreibt den Weg einer Strömung und das durchflossene Volumen. Man nimmt an man hat eine Fläche A_1 , durch welche die Strömung in einen Gang strömt und die Geschwindigkeit v_1 der Strömung, mit welcher sie durch A_1 fliesst. Nun kommt die Strömung am anderen Ende des Ganges wieder raus mit einer Fläche von A_2 und einer Geschwindigkeit v_2 . Wenn die Dichte des Fluides, also des Gases oder der Flüssigkeit, nicht ändert, das heisst dieses inkompressibel ist, hat der Stromfaden auch stets dasselbe Volumen. Es gilt:

$$A_1 \cdot v_1 = A_2 \cdot v_2 \quad (1)$$

Dies ist die **Kontinuitätsgleichung**. Sie beschreibt, dass bei kleineren Durchflussflächen die Strömung schneller sein muss und bei grösseren Flächen kleiner. Mit anderen Worten je näher die Stromlinien beisammen sind, desto schneller ist die Strömung.

Die BERNOULLI-Gleichung ist ein weiterer Bestandteil der Strömungslehre. Sie besagt je grösser die Geschwindigkeit, desto kleiner der Druck. (Hier langweiliger Teil über BERNOLLI-Gleichung einfügen)

$$p_1 + p \cdot g \cdot h_1 + \frac{1}{2}\rho = p_2 + p \cdot g \cdot h_2 + \frac{1}{2}\rho \cdot v_2^2 \quad (2)$$

Wobei p für den Druck, ρ für die Dichte, g für die Fallbeschleunigung, h für die Höhe und v für die Geschwindigkeit steht. Bei ungefähr gleicher Höhe kann man dann sagen, dass mit zunehmender Geschwindigkeit der Druck abnimmt.

Wieso fliegen eigentlich Flugzeuge? Auch dies hat mit Strömungslehre zu tun und zwar mit dem dynamischen Auftrieb. Es gibt auch statischen Auftrieb, welcher sich Ballone und Zeppeline zu nutzen machen. Der Trick des dynamischen

Auftriebs liegt im Flügelprofil. Dieses ist so gebaut, dass es oben eine leichte Wölbung hat und unten Flach ist. Nun hat die Luft oberhalb des Flügels weniger Platz, also muss sie folglich schneller strömen. Da die Luft aber schneller Strömt, nimmt der Druck oberhalb des Flügels ab und es entsteht ein Unterdruckgebiet. Unter dem Flügel strömt die Luft nicht schneller, also herrscht dort im Vergleich zu oben ein Überdruckgebiet. Die Luft möchte nun von unterhalb des Flügels zum Überdruckgebiet oberhalb des Flügels und wirkt deshalb eine Kraft auf den Flügel aus. Diese Kraft ist der Auftrieb, welche Flugzeuge, sowie auch Vögel fliegen lässt.

Ein anderer Effekt ist der MAGNUS-Effekt. Er beschreibt die Reibung einer Strömung ein einem Körper. Veranschaulicht werden kann dieser Effekt mit einem rotierenden Zylinder. Der Zylinder erzeugt mit seiner Rauigkeit durch seine Rotation eine Zirkulationsströmung um sich herum. Befindet sich der Zylinder nun in einer Strömung, so beeinflusst er die Strömung und lenkt diese ab.

In der Strömungslehre unterscheidet man zudem zwei Arten von Strömungen. Die Laminare Strömung und die turbulente Strömung. Eine laminare Strömung ist gleichmässig und wohlgeordnet und eine turbulente Strömung dagegen verwirbelt.

Weil Strömungen mit dem ganzen Volumen Reibung erfahren an Körpern, spricht man von innerer Reibung. Wenn eine Strömung innere Reibung hat, es sich aber keine Wirbel bilden, nennt man laminar. Diese laminaren Strömungen lassen sich durch Stromfäden beschreiben.

Man kann sich zwei Platten mit Flüssigkeit dazwischen vorstellen. Um die Platten zu bewegen muss eine gewisse Kraft aufgewendet werden. Was man beobachten wird, ist, dass die Flüssigkeit auseinandergezogen wird. Die Teilchen haften an der oberen, sowie auch an der unteren Platte und die Flüssigkeit zieht es in die Länge.

Newton beschrieb diese Phänomen so:

$$F_R = \eta \cdot A \frac{\Delta v}{\Delta d} = \eta \cdot A \frac{v_0}{d} \quad (3)$$

$\frac{v_0}{d}$ und $\frac{\Delta v}{\Delta d}$ ist das Geschwindigkeitsgefälle. Er sagte, dass die Reibungskraft (F_R) proportional zur Fläche A der Flüssigkeit zwischen den Platten und proportional zum Geschwindigkeitsgefälle sei. Das eta (η) ist die Viskosität der Flüssigkeit. Viskosität kann umgangssprachlich als Zähigkeit bezeichnet werden, sie ist ausserdem stark temperaturabhängig. Die Einheit der Viskosität ist $Nsm^{-2} = kg * m^{-1}s^{-1}$. Man unterscheidet ausserdem noch plastische Substanzen, wie zum Beispiel Zahnpasta und Schokolade, welche erst unter grossen Kräften Flüssig werden und dessen Viskosität einen Sprung macht.

Turbulente Strömungen entstehen, sobald man die Geschwindigkeiten genug erhöht. Es entstehen Wirbel, man spricht nicht mehr von einer stationären

Strömung. Die Geschwindigkeit, bei welcher die Strömung turbulent wird, muss für jeden Fall einzeln ermittelt werden. Nun spricht man nicht mehr von Reibungswiderstand wie in einer Laminaren Strömung, sondern vom Druckwiderstand oder Strömungswiderstand.

Der Strömungswiderstand beschreibt die Kraft, welche auf einen Körper wirkt, um welchen ein Medium strömt. Das Medium wirkt diese Kraft auf den Körper aus. Man unterscheidet die Fälle des Strömungswiderstandes in einer laminaren und einer turbulenten Strömung. In einer laminaren Strömung ist der Strömungswiderstand:

$$F_R = 6 \cdot \pi \cdot \eta \cdot R \cdot v \quad (4)$$

F_R beschreibt den Strömungswiderstand, η ist die Viskosität, R der Kugelradius und v die Umströmgeschwindigkeit des Körpers.

In einer turbulenten Strömung sieht der Strömungswiderstand so aus:

$$F_W = \frac{1}{2} \cdot c_W \cdot \rho \cdot A \cdot v^2 \quad (5)$$

c_W ist der Strömungswiderstandskoeffizient, oder auch Widerstandsbeiwert genannt, er beschreibt die Form des Körpers und die Windschlüpfrigkeit dessen. A ist die Angriffsfläche, auch Hauptquerschnitt genannt und beschreibt die Fläche, auf welche der Luft direkt ausgesetzt ist. Unterschiedlich geformte Körper bedeuten auch unterschiedliche c_W -Werte, tropfenförmige Körper haben dabei die kleinsten c_W -Werte, sind also am windschlüpfrigsten.

Das Fallen einer Kugel in einem Medium ist auch von Bedeutung für dieses Praktikum und kann durch diese Formel beschrieben werden:

$$v = \frac{2(\rho_{Kugel} - \rho_{Medium}) \cdot g}{9\eta} \cdot R^2 \quad (6)$$

2 Grundprogramm:

Welche Geschwindigkeit erhält somit ein in Luft fallender Regentropfen von 1mm Radius bei 20°C? Ist die Strömung turbulent oder laminar?

Folgendes haben wir uns zu diesem Beispiel überlegt: Die Strömung ist unserer Meinung nach turbulent, da der Regentropfen, trotz seiner geringen Masse eine hohe Geschwindigkeit erreicht. Wir wenden die Formel für turbulente Strömungen an (Formel 5) und setzen die Werte ein. Für die Luftdichte ρ bei Raumtemperatur verwendeten wir den Wert $1.204 \frac{kg}{m^3}$, die Dichte von Wasser $998.20 \frac{kg}{m^3}$. Für den c_W -Wert eines Tropfens, aus dem Dossier entnommen, verwenden wir 0.04. Den Radius des Tropfens entnehmen wir der Aufgabenstellung. $R = 0.001m$.

$$v = \sqrt{\frac{8 \cdot (\rho_{Kugel} - \rho_{Medium}) \cdot g \cdot R}{3 \cdot c_W \cdot \rho_{Medium}}} \quad (7)$$

Eingesetzt mit Zahlen errechneten wir, eine Geschwindigkeit von: $23.3 \frac{m}{s}$

2.1 Anwendung der BERNOULLI-Gleichung

2.1.1 Kupferplatten

Zuerst war es die Aufgabe zwei Kupferplatten nahe zusammen halten, aber einen kleinen Spalt zwischen ihnen zu lassen. Nun blies man in den Spalt zwischen den Kupferplatten und schaute was passierte. Die Kupferplatten wurden von einer Kraft zu einander gezogen. Der Spalt verkleinerte sich und die Kraft war deutlich spürbar. Diese Kraft, welche man bemerkte hatte mit der BERNOULLI-Gleichung zu tun. Und zwar gab es durch das hereinpusten in den Spalt eine Strömung mit einer gewissen Geschwindigkeit. Weil die Luft dort schneller war, als ausserhalb der Kupferplatten, sank der Druck innerhalb der Kupferplatten im Vergleich zum Luftdruck ausserhalb. Die Kraft ist die Kraft, welche wirkt um den Druck auszugleichen.

2.1.2 Filterpapier in Trichter

Der Nächste Teilversuch bestand aus einem Kaffeefilterpapier in einem Trichter. Am unteren Ende des Trichters war ein Schlauch angebracht, durch welchen man hineinblasen musste. Ohne hineinzupusten ruhte der Filter im Trichter. Sobald man jedoch hinein blies, hob sich der Filter in dem Trichter um ungefähr einen halben Zentimeter an und schwebte dann an dieser Stelle. Was man beobachten konnte war das Gleichgewicht der Luftwiderstandskraft und der Druckkraft. Da die Luft an den Trichter strömte, wurde dieser nach oben gedrückt, doch dann herrscht ebenfalls Unterdruck um den Trichter, da die Luft schneller strömt als in dem Trichter. Deshalb hob sich der Trichter an, bis die zwei Kräfte gleich gross waren und blieb dann an Ort und Stelle

2.1.3 Papierrolle

Man bastelte eine Papierrolle und liess sie eine schiefe Ebene hinunter Rollen. Diese schiefe Ebene endet abrupt vor einem Abgrund, an welcher die Rolle dann hinunter fiel. Aufgebaut wurde der Versuch mit einem angehobenen Holzbrett, welches dann an der Tischkante endete und fixiert wurde. Die Ergebnisse waren Verblüffend, die Papierrolle rollte bis zum Abgrund und von dem Zeitpunkt an, von welchem sie im freien Fall war, flog die Papierrolle wieder zurück in Richtung des Tisches. Dies lässt sich mit dem MAGNUS-Effekt erklären. Durch die Rotation der Rolle und deren Reibung in der Luft, erfährt sie eine Reibungskraft, welche sie wieder in die Gegenrichtung zieht.

2.1.4 Föhn und Pingpong Ball

In dem nächsten Teilversuch wurde ein Pingpongball durch einen Föhn zum Schweben gebracht. Wieder wurde der Föhn durch den Luftwiderstand in der Luft gehalten. Man konnte den Föhn jedoch auch zur Seite neigen und der Pingpongball blieb im Strahl des Föhns bis zu zirka einem Winkel von 45 Grad. Dies lässt sich wieder durch die BERNOULLI-Gleichung erklären, da die Druckausgleichskräfte den Pingpongball in der Luft halten.

2.2 Versuche mit dem Stromfadengerät

Nun ging es an das Stromfadengerät mit welchem wir die Strömung um Formen unter die Lupe nehmen konnten. Man kann mit dem Stromfadengerät genau den Lauf der Strömung nachverfolgen und sogar Stromlinien erkennen.

2.2.1 Aufbau

Es funktionierte so, dass man mit einem Wasserfluss eine Strömung erzeugte und diese durch einen flachen, engen Glasquader musste. In diesen Glasquader konnte man Formen hinein tun um den Fluss des Wassers und somit die Strömung abzulenken. Diese Strömung wurde mit Kaliumpermanganat eingefärbt.



Abbildung 1: So sah das Stromfadenmessgerät aus

2.2.2 Erkenntnisse und Beobachtungen

Wir konnten die Strömung mit Hilfe des Stromfadenmessgerätes sehr schön visualisieren. Je nach Körper und Stärke der Strömung ergaben sich verschiedene Strömungsbilder.



Abbildung 2: Strömungslinien eines Kreises und Quadrates nebeneinander



Abbildung 3: Strömungslinien eines Flügels

3 Wahlversuche

3.1 In Luft fallende Kegel

Bei den Kegeln im freien Fall wurde der Strömungswiderstand in einer turbulenten Strömung untersucht. Das Ziel war es den c_W -Wert der Kegel zu bestimmen.

3.1.1 Aufbau

Der Versuchsaufbau bestand aus einem Holzstab mit Messmarkierungen, welche zwei Meter auseinander waren. Man musste nun die Kegel ein bisschen vor der Markierung loslassen und die Zeit messen, welche die Kegel brauchten um von der oberen Markierung bis zur unteren Markierung zu gelangen.

3.1.2 Ergebnisse

Wie wir erwartet haben, stieg die konstante Fallgeschwindigkeit mit zunehmender Masse. Die Zunahme der Fallgeschwindigkeit ist, laut Theorie, proportional zur Masse des fallenden Körper. Wir haben für die optimale Steigung der Gerade den Wert 0.92 berechnet. Dieser Wert sollte auch mit dem c_W -Wert übereinstimmen. Diesen experimentell ermittelten Wert wollen wir überprüfen, indem wir den c_W -Wert mit gegebenen Formeln berechnen. Wir benutzen dazu Formel 5 und lösen diese nach dem c_W -Wert auf:

$$c_W = \frac{2 \cdot F_W}{\rho \cdot A \cdot v^2} \quad (8)$$

Da sich bei konstanter Fallgeschwindigkeit ein Gleichgewicht zwischen F_W und F_G einstellt, kann F_W durch $F_G = m \cdot g$ ersetzt werden. Folglich erhalten wir die folgende Formel, um den c_W -Wert zu berechnen:

$$c_W = \frac{2 \cdot m \cdot g}{\rho \cdot A \cdot v^2} \quad (9)$$

Die Papierkegel besaßen einen Durchmesser von 16.0cm, also eine Querschnittsfläche (A) von 201.0cm^2 . Den Wert der Dichte bestimmten wir mit Hilfe der Zimmertemperatur, welche $(23 \pm 0.5)^\circ\text{C}$ Betrug. Die Luftdichte ρ war also $1.184 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$. Wir setzten all unsere Messwerte in obige Formel ein und erhielten den Wert $c_w = (0.81 \pm 0.1)$

Anzahl Kegel	1	2	3	4	Einheit	mittlere Fehlerabweichung
Masse	0.95	1.89	2.91	4.8	[g]	$\pm 0.005\text{g}$
mittlere Fallzeit	2.13	1.45	1.22	0.96	[s]	$\pm 0.2\text{s}$
Geschwindigkeit	0.94	1.38	1.64	2.08	$[\frac{\text{m}}{\text{s}}]$	$\pm 0.1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

Tabelle 1: unsere Messwerte für in Luft fallende Kegel

3.1.3 Diskussion

Vergleicht man den experimentell bestimmten c_W -Wert mit dem mit Hilfe der Formel errechneten, so fällt auf dass die beiden dennoch eine beachtliche Differenz aufweisen. Wir erklären uns diesen Unterschied damit, dass wir die Luftdichte ρ nicht direkt gemessen haben, sondern mit Hilfe der Umgebungstemperatur errechnet haben.

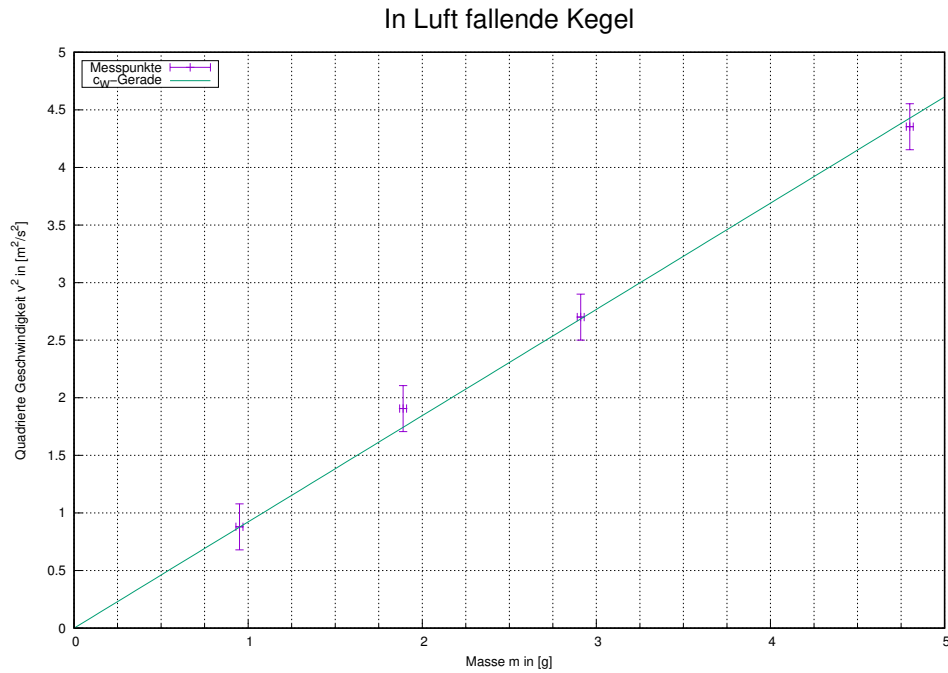


Abbildung 4: Unsere Messwerte, dargestellt in einer Grafik

3.2 Fallende Glasperlchen in Glyzerin

Beim letzten Versuch in diesem Praktikum ging es darum die Dichte und die Viskosität des Mediums zu bestimmen.

3.2.1 Aufbau

Dazu wurden Glasperlen mit einer bestimmten Masse und Geometrie in einen Zylinder mit dem Medium getan und die Zeit zwischen zwei Markierungen am Zylinder gemessen, welche die Perle brauchte um sie zu passieren. Der Abstand zwischen den Markierungen betrug genau einen Meter. Der eine Zylinder war mit Glyzerin gefüllt, der andere mit Wasser. Es wurden nun in mehreren Messreihen mit verschiedenen Glasperlen die Zeit und Geschwindigkeit bestimmt um die benötigten Werte zu berechnen.

3.2.2 Ergebnisse

Die folgende Formel benutzten wir, um die Viskosität η von Glyzerin zu berechnen.

$$\eta = \frac{2(\rho_{Kugel} - \rho_{Medium}) \cdot g \cdot R^2}{9 \cdot v} \quad (10)$$

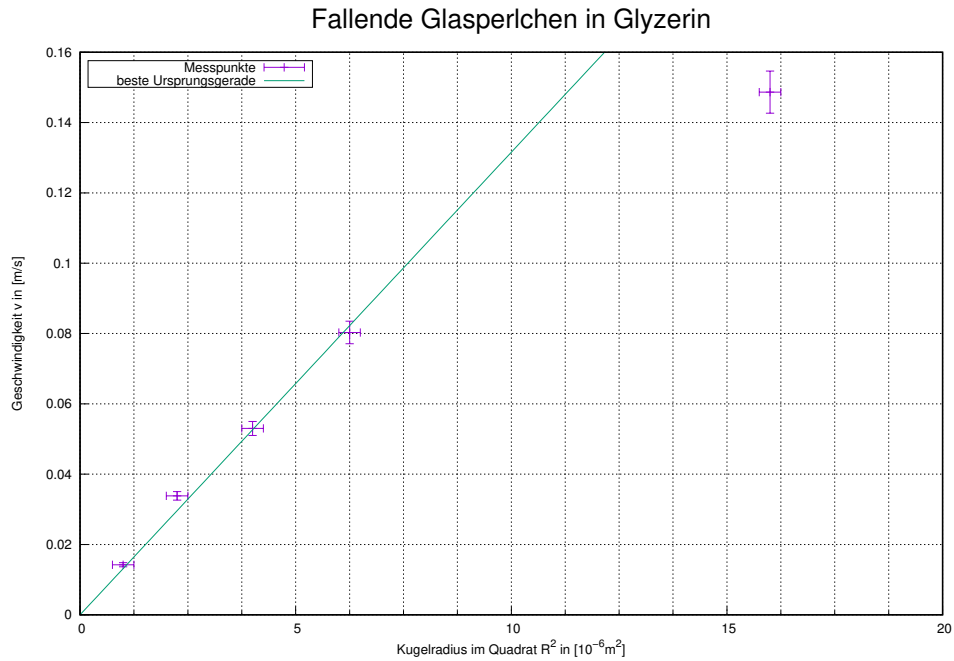


Abbildung 5: Fehlerschranke 4%

Als wir die Zahlenwerte: $\rho_{Kugel} = ??$, $\rho_{Medium} = 1.26 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$, $g = 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$, $R = 0.002 \text{ m}$, $v = 0.0530 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ einsetzen wollten, fiel uns auf, dass wir vergessen haben die Masse der Kugel zu bestimmen. Dadurch war es uns nicht möglich ihre Dichte auszurechnen und somit können wir auch keinen Wert für die Viskosität von Glyzerin angeben.

Kugelradius	1	1.5	2	2.5	4	Einheit [10^{-3} m]	mittlere Fehlerabweichung $\pm 0.1 \cdot 10^{-3} \text{ m}$
mittlere Fallzeit	70.243	29.56	18.866	12.453	6.72	[s]	$\pm 0.2 \text{ s}$
Geschwindigkeit	0.01423	0.03382	0.0530	0.08029	0.14866	[$\frac{\text{m}}{\text{s}}$]	$\pm 0.1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

Tabelle 2: unsere Messwerte des Versuchs *Fallende Glasperlchen in Glyzerin*

3.2.3 Diskussion

Es wäre die Idee gewesen, dass wir die Dichte der Glasperlchen selbst berechnen. Jedoch vergassen wir, die Masse der Kugel zu bestimmen. Mit Hilfe der Masse, und des Kugelradius (war uns bekannt) hätte man die Dichte mit der Formel $\frac{\text{Masse}}{\text{Volumen}}$ bestimmen können. Da wir jedoch keine Angabe für die Masse unserer Glasperlchen hatten, konnten wir diesen Wert nicht berechnen.

Der letzte Messwert passt nicht mit den anderen überein und liegt nicht auf der selben Gerade. Wir gehen davon aus, dass dieser Wert nicht genau stimmt. Dieser Messfehler könnte dadurch entstanden sein, dass wir die Glasperlchen nicht immer von der gleichen Höhe aus ins Wasser fallen liessen. Je grösser die Kugeln wurden, desto mehr von ihnen sanken am Rand des Zylinders zu Boden und eckten daran an. Um dies zu verhindern, liessen wir die Perlchen immer unmittelbarer über der Wasseroberfläche in den Zylinder fallen. Somit besaßen die Kügelchen mit kleinerem Radius bereits eine Anfangsgeschwindigkeit, hingegen die grössten Kügelchen keine. Wir erklären uns die Abweichung des letzten Messwertes damit.

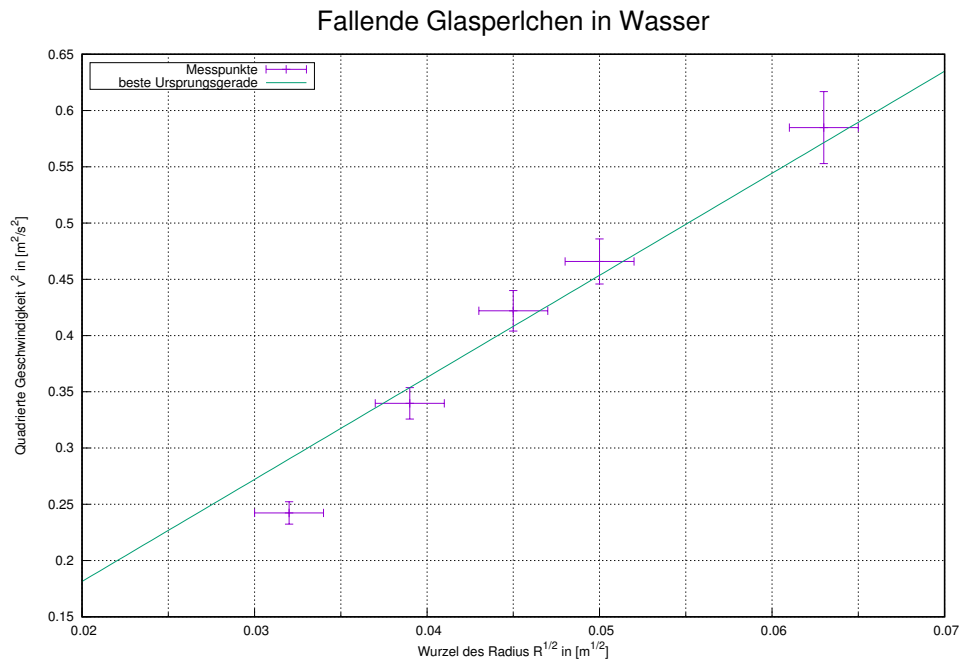


Abbildung 6: Fehlerschranke 4%

3.3 Fallende Glasperlchen in Wasser

3.3.1 Aufbau

3.3.2 Ergebnisse

	1	1.5	2	2.5	4	Einheit	mittlere Fehlerabweichung
Kugelradius						$[10^{-3}\text{m}]$	$\pm 0.1 \cdot 10^{-3}\text{m}$
mittlere Fallzeit	4.1266	2.94333	2.37	2.14666	1.71	$[\text{s}]$	$\pm 0.2\text{s}$
Geschwindigkeit	0.2423	0.33975	0.42194	0.46583	0.58479	$[\frac{\text{m}}{\text{s}}]$	$\pm 0.1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

Tabelle 3: unsere Messwerte des Versuchs *fallende Glasperlchen in Wasser*

3.3.3 Diskussion