ECUACIONES

# Introducción (opcional)

**Problema 1.** La suma de dos números es 100 y su diferencia es 50. ¿Cuáles son los números? Plantear una fórmula general que a partir de la suma s y la diferencia d calcule cuáles son los números.

**Problema 2.** Tres números son tales que las tres parejas de cada dos de ellos suman 20, 30 y 40 respectivamente. ¿Cuáles son los números? Plantear una fórmula general que a partir de las tres sumas, a, b y c, calcule cuáles son los números.

*(La fórmula debería ser una cuenta que si reemplazamos los valores de los datos, el resultado es el valor de la incógnita. Por ejemplo, el Teorema de Pitágoras nos dice que si sabemos los valores de los catetos a y b (datos), entonces la hipotenusa h (incógnita) puede calcularse con la fórmula:*

*.*

*La idea es encontrar una fórmula así que resuelva los problemas 1 y 2 para cualquier valor de los datos que nos dan.)*

# Una incógnita

**Problema 1.** (2016) A y B participaron en una carrera. La cantidad de corredores que llegaron antes que A es igual a la de los que llegaron después que él. La cantidad de corredores que llegaron antes que B es igual al triple de los que llegaron después que él. Además, hubo exactamente 10 participantes que quedaron ubicados entre A y B, sin contar a A y a B. Determinar cuántos corredores corrieron esta carrera.

**Problema 2.** (2015) Escribir un número en cada casilla para que se verifiquen las siguientes condiciones:

* En cada casilla de la fila inferior, excepto la primera, el número sea el doble que el de la casilla de su izquierda.
* En las demás casillas, cada número sea igual a la suma de los dos números de las casillas de la fila inmediata inferior que la tocan.
* La suma de los 10 números escritos sea igual a 2070.

**Problema 3.** (2018) Ana, Bea, Ceci, Dany y Emi están sentados, en ese orden, alrededor de una mesa redonda (Bea está a la derecha de Ana y Ana a la derecha de Emi). Cada uno tiene algunos caramelos y entre los cinco suman 100 caramelos. Todos en un mismo instante le dan caramelos al vecino de la derecha. Ana entrega 1/3 de sus caramelos; Bea entrega 1/4 de sus caramelos; Ceci entrega 1/5 de los suyos; Dany entrega 1/6 de sus caramelos y Emi entrega 1/7 de sus caramelos. Después de estos pases de caramelos cada uno de los chicos tiene exactamente la misma cantidad de caramelos que tenía antes de los pases. Determinar cuántos caramelos tiene cada uno.

**Problema 4.** (2020) En el cuadrado mágico de 3 × 3 la suma de los tres números de cada fila, la suma de los tres números de cada columna y la suma de los tres números de cada una de las dos diagonales son iguales. Ya se han escrito tres números (ver figura). Determinar el número que se debe escribir en la casilla que tiene la X.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | 7 |
| X |  |  |
|  | 10 | 3 |

# Divisibilidad

**Problema 1.** Hallar todos los números enteros x que satisfacen

2x(4 - x) = 2x + 4

**Problema 2.**

1. Hallar todos los números enteros n tales que (n + 98) / (n + 19) es un número entero.
2. Hallar todos los números enteros n tales que (n2 + 7) / (n + 3) es también un número entero.

**Problema 3.** Hallar todos los números enteros n de 5 dígitos tales que al suprimir el dígito del medio queda un número m de 4 dígitos que verifica que n/m es entero.

**Problema 4.** Un número a de tres cifras es raro si existe un número b de dos cifras tal que al dividir a por b, el resto es igual al cubo del cociente. Por ejemplo, 100 es raro porque al dividirlo por 46, el cociente es 2 y el resto es 8 = 23. ¿Cuántos números raros de tres cifras hay?

**Problema 5.**

1. Hallar todos los enteros n tales que 2n - 1 es divisible por 7.
2. Demostrar que cualquiera sea el entero positivo n, 2n + 1 no es divisible por 7.

**Problema 6.** Si a, b son números reales que satisfacen

(10b + a) / (10a + b) + a / 2b = 2

Calcular b / a. Dar todas las posibilidades.

**Problema 7.** Sean a y b enteros positivos tales que

a / (a – 2) = (b + 5) / (b + 15)

Determinar el mayor valor posible de a / b.