UNIVERSIDADE FEDERAL DE JUIZ DE FORA
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS
CURSO DE CIÊNCIAS EXATAS

BRUNA CRUZ SIQUEIRA
Matrícula: 202165012AD

ANÁLISE DE SENSIBILIDADE DA POLÍTICA DE ESTOQUE (s, S) SOB DEMANDA POISSON

Uma abordagem via Simulação de Monte Carlo

Opção de 2º Ciclo: Estatística

Orientador: Lupércio F. Bessegato

Juiz de Fora - MG
2025

1 Introdução

O gerenciamento de estoques é essencial para a administração de operações e logística, pois afeta diretamente o nível de serviço, a disponibilidade de produtos e o custo total da cadeia de suprimentos. Em ambientes sujeitos à incerteza, a demanda dificilmente é constante ou totalmente previsível, o que torna modelos determinísticos incapazes de representar adequadamente a dinâmica real dos sistemas. Por isso, abordagens estocásticas tornam-se indispensáveis para lidar com a variabilidade, o risco de ruptura e os custos associados ao excesso ou à falta de itens.

O objetivo do estudo é analisar a eficácia e a robustez da política de estoque (s, S) otimizada via modelo paramétrico de Poisson, confrontando-a com a realidade estocástica através da Simulação de Monte Carlo, visando identificar o comportamento dos custos e do nível de serviço sob incerteza. Para alcançar o objetivo geral, este trabalho propõe-se a comparar a abordagem teórica com a Simulada: Avaliar se os parâmetros s (ponto de pedido) e S (nível alvo) calculados analiticamente sustentam o Nível de Serviço desejado quando submetidos à variância real de uma demanda (λ)dia a dia. Além de realizar uma análise de sensibilidade paramétrica: Quantificar o impacto no custo total médio decorrente de variações no lead time (L), na demanda(λ) e nos custo de pedido (K), manutenção (h) e falta (p), verificando a elasticidade do modelo a fatores esternos.

A seção 2 apresenta a fundamentação teórica, a metodologia adotada e os materiais utilizados na simulação. A seção 3 expõe os resultados obtidos e suas respectivas análises. Por fim, a seção 4 reúne as considerações finais do estudo e aponta possíveis direções para pesquisas futuras.

2 Modelo de Estoque Probabilístico

Os modelos determinísticos assumem demanda conhecida e constante. O objetivo é minimizar custos de pedido (K) e manutenção (h), tendo como principal exemplo o modelo de lote econômico de compra (EOQ) . Embora matematicamente simples, os modelos determinísticos são pouco realistas por ignorarem a incerteza da demanda. Já os modelos estocásticos tratam a demanda como uma variável aleatória, focando na minimização do custo total esperado. Embora existam outras modelagens de demanda estocástica, como, por exemplo, exponencial, distribuição normal e binomial negativa, a Poisson é a mais apropriada para a demanda discreta e de baixa a moderada taxa de ocorrência, representando o número de clientes ou pedidos por unidade de tempo. O modelo de período único, problema do jornaleiro, é ideal para itens perecíveis ou sazonais, exigindo uma única decisão de compra, para itens mantidos continuamente, existem modelos de múltiplos períodos, que se diferenciam pelo monitoramento: (i) revisão periódica (P-systems), o estoque é verificado em intervalos fixos (t); (ii) revisão contínua (Q-systems), o monitoramento é constante e o pedido é disparado ao atingir o ponto s, na política (s, Q) utiliza um lote fixo (Q), enquanto a política (s, S), o foco do estudo, utiliza um lote variável para restaurar o inventário ao nível alvo S quando o nível de estoque cai para s ou abaixo, o tamanho do pedido é, portanto, $Q = S -$ Posição de Estoque.

As hipóteses da política (s, S) neste trabalho incluem:

1. Demanda discreta e estocástica, seguindo um processo de Poisson.
2. Lead time (L) constante e conhecido.
3. Custos de pedido (K), manutenção (h) e falta (p) constantes.

4. Faltas (backorders) são permitidas e atendidas assim que o estoque chega.

A escolha da política de revisão contínua (s, S) não é arbitrária; ela é sustentada por resultados clássicos de otimização estrutural na teoria de estoques. Quando existe um custo fixo de pedido $K > 0$, a função de custo total deixa de ser convexa, impossibilitando estratégias simples como políticas base-stock. O trabalho seminal de Scarf (1959) demonstrou que, sob K-convexidade, a política ótima para horizontes finitos é caracterizada por dois parâmetros críticos s e S.

A demanda é modelada como um processo de Poisson homogêneo (PPH), caracterizado por incrementos independentes e estacionários, ou seja, a contagem de pedidos em um intervalo t é uma variável aleatória Poisson(λ). Pode-se afirmar também que o tempo entre ocorrências (pedidos) é uma variável aleatória com distribuição Exponencial(λ), que tem a propriedade de falta de memória. Essas características, conforme Kulkarni (2011) e Tijms (2003), tornam o Poisson o modelo mais apropriado para processos de chegada discretos e aleatórios, como pedidos em varejo e atacado. Sendo assim, o ponto de pedido s deve cobrir o risco de demanda durante o lead time L, então, com a suposição adotada para a demanda, a quantidade de pedidos durante o lead time L é $D_L \sim$ Poisson(λL).Além disso, o ponto de pedido s é escolhido como o menor inteiro que satisfaz o nível de serviço α (probabilidade de não faltar estoque), sendo $P(D_L \leq s) \geq \alpha$ e o estoque de segurança (SS) é a diferença $s - E[D_L]$, tal que $s = \min\{k \in \mathbb{N} \mid P(D_L \leq k) \geq \alpha\}$.

Aproximamos pelo EOQ determinístico a magnitude do lote de reposição (Q), substituindo a demanda D pela taxa média λ, $Q^* = \sqrt{\frac{2\lambda K}{h}}$. Assim, o nível-alvo ($S$) é definido pela soma do ponto de pedido e do lote de reposição: $S^* = s^* + Q^*$.Logo, tendo os parâmetros de custo de pedido (K), custo de manutenção (h) e o custo de falta (p), que é um custo na forma de penalidade caso o produto esteja em falta ao chegar um cliente, podemos usar a função de custo desenvolvida por (Hadley; Whitin, 1963), $C(s,Q) = K\frac{\lambda}{Q} + h\left(\frac{Q}{2} + s - \mu_L\right) + p\frac{\lambda}{Q}E(D_L > s)$, porém, a função é complexa e dificilmente admite soluções fechadas para todos, assim, seguindo (Banks; Carson; Nelson; Nicol, 2010) e Taha (2017), a simulação de Monte Carlo é utilizada para avaliar: (i) o impacto de h, p, K, λ, L no custo; (ii) A robustez prevista por Chen; Zheng (1997). A simulação permite verificar empiricamente se a "insensibilidade" teórica encontrada por (Chen; Zheng, 1997) para a demanda exponencial se mantém para a demanda discreta de Poisson, preenchendo uma lacuna de modelos realísticos.

O presente estudo adota uma abordagem quantitativa híbrida, sendo classificado como um experimento computacional. Tal metodologia foi escolhida por ser a forma mais robusta de analisar sistemas estocásticos, nos quais a interação entre a demanda aleatória e os parâmetros de controle não admite soluções analíticas simples. Assim, o objetivo é avaliar empiricamente a eficiência e a robustez da política (s, S) em diferentes cenários. Para isso, a pesquisa foi conduzida em etapas: modelagem teórica, simulação computacional e análise de sensibilidade.

Como exemplo de aplicação numérica, considerou-se uma situação em que a demanda λ é de 20 ocorrências/dia; o lead time (L) é fixado em 4 dias; o horizonte de simulação (T) é de 10.000 períodos (dias); e os custos de pedido (k), manutenção (h) e falta (p) são de 100 por pedido, 1 por unidade/dia e 5 por unidade em falta, respectivamente. Esses parâmetros foram definidos antes da simulação, com valores fundamentados na realidade de empresas. Para o cálculo do ponto de pedido (s), com base na demanda durante o lead time (D_L), empregou-se a função quantil da distribuição de Poisson (qpois em R) para garantir um nível de serviço α de 95%.

A simulação foi implementada na linguagem R Core Team (2024), utilizando os pacotes dplyr (Wickham; François; Henry; Müller, 2023) para manipulação de dados e ggplot2 Wickham (2016) para visualização gráfica, utilizando o ambiente R Markdown. Uma função em R (simular_sS) foi desenvolvida para modelar o ciclo diário de estoque, registrando o estado do estoque e calculando os custos. A avaliação da robustez da política (s, S) foi conduzida por meio de uma análise de sensibilidade paramétrica, variando-se os parâmetros críticos individualmente. Seu objetivo é quantificar as influências de cada fator nos critérios de comparação. Essa abordagem metodológica é inspirada no framework analítico de (Chen; Zheng, 1997), que investigou a sensibilidade do custo total em demandas contínuas. Nosso estudo utiliza a simulação de Monte Carlo para verificar empiricamente essa robustez em um ambiente de demanda discreta de Poisson.

3 Resultados

A primeira tabela calcula os valores de (s^*), (Q^*), (S^*) e (SS) do cenário base.

Tabela 1: Resultados do Cenário Base para a Política (s, S)

Parâmetro	Valor
Lote Econômico (Q*)	63
Ponto de Pedido (s)	95
Nível Alvo (S)	158
Estoque de Segurança	15

A Tabela 2 quantifica o comportamento de longo prazo esperado da política de estoque otimizada, ainda sob os parâmetros iniciais.

Tabela 2: Métricas de Desempenho do Cenário Base para a Política (s,S)

Métrica	Média	DesvioPadrao	IC95
Custo Total Médio	249.8109	0.5349	0.1914
Taxa de Pedidos/Dia	0.2028	0.0008	0.0003
Estoque Médio	219.5401	0.5959	0.2132
Probabilidade de Falta	0.0003	0.0002	0.0001
Estoque Positivo Médio (I+)	219.5414	0.5959	0.2132
Estoque Negativo Médio (I-)	0.0013	0.0010	0.0003
Faltas Totais (unid/dia)	0.0013	0.0010	0.0003

Os resultados do cenário base demonstram a robustez da política parametrizada. Observa-se um Nível de Serviço superior a 99,9% (probabilidade de falta de 0,03%), indicando uma proteção quase total contra rupturas. A baixa variabilidade dos resultados (desvio padrão < 1% da média) confirma a estabilidade estatística da simulação. Operacionalmente, o sistema estabilizou-se com pedidos a cada aproximadamente 5 dias, mantendo um estoque médio de 219 unidades para suportar a demanda estocástica.

A seguir são apresentados os resultados consolidados da análise de sensibilidade sob variações nos parametros K, h, p, L e λ, cada parâmetro foi ajustado proporcionalmente ao cenário base, testando valores reduzidos pela metade e ampliados em duas e quatro vezes, permitindo observar como variações moderadas e extremas afetam o custo médio. Além disso, foram calculados os intervalos de confiança de 95% (IC) que representam a incerteza associada ao custo médio estimado por simulação.

Tabela 3: Resultados Consolidados da Análise de Sensibilidade da Política (s, S)

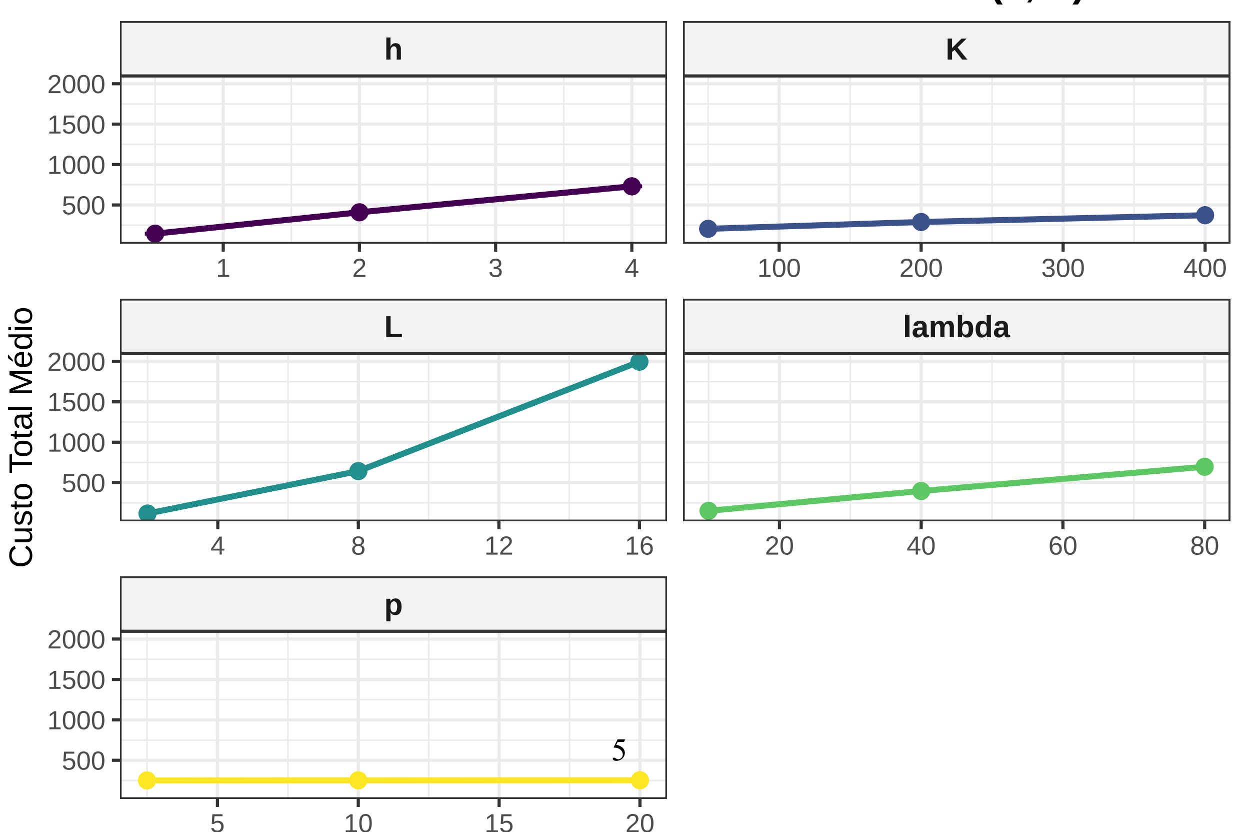
Parâmetro	Valor Testado	Custo Médio (R$)	IC 95% (± R$)
K	50.0	204,59	0,14
K	200.0	289,08	0,35
K	400.0	372,88	0,20
h	0.5	144,54	0,18
h	2.0	409,17	0,28
h	4.0	730,64	0,68
p	2.5	250,81	0,19
p	10.0	251,81	0,19
p	20.0	252,82	0,19
lambda	10.0	150,96	0,25
lambda	40.0	396,52	0,24
lambda	80.0	696,31	0,41
L	2.0	117,36	0,04
L	8.0	642,48	1,08
L	16.0	1.996,48	5,73

A tabela 4 mostra os novos valores ótimos s, S e Q, recalculados para cada variação dos parãmetros,em seguida,foi gerado um gráfico, para melhor visualização, de cada parâmetro a fim de ilustrar o comportamento e a sensibilidade do modelo diante das variações.

Tabela 4: Parâmetros Recalculados (s, S, Q) para Análise de Sensibilidade

Parametro	Valor	s	S	Q
K	50.0	95	140	45
K	200.0	95	184	89
K	400.0	95	221	126
h	0.5	95	184	89
h	2.0	95	140	45
h	4.0	95	127	32
p	2.5	96	159	63
p	10.0	97	160	63
p	20.0	98	161	63
lambda	10.0	51	96	45
lambda	40.0	181	270	89
lambda	80.0	350	476	126
L	2.0	51	114	63
L	8.0	181	244	63
L	16.0	350	413	63

Gráfico 1: Análise de Sensibilidade da Política (s, S)



A análise de sensibilidade mostra que cada parâmetro do modelo (s, S) afeta diretamente o equilíbrio entre custos e nível de estoque. Como neste estudo os valores ótimos de s e S são recalculados a cada cenário, o sistema se ajusta estruturalmente às mudanças nos parâmetros, refletindo seus efeitos tanto nos custos quanto nos níveis de estoque. O custo de falta (p) eleva o custo total médio apenas de forma moderada, pois o aumento de p faz com que o valor ótimo de s cresça, reduzindo a frequência de rupturas e atenuando seu impacto no custo final. O custo de manutenção (h) aumenta o custo total porque, mesmo após o recálculo de s e S, níveis de estoque mais altos continuam penalizados por h, tornando o modelo altamente sensível a esse parâmetro. A demanda média λ exerce influência significativa: como $D_L \sim \text{Poisson}(\lambda L)$, aumentos em λ ampliam a variabilidade e elevam os valores ótimos de s e S, resultando em maiores estoques de segurança e maiores custos. O lead time (L) é o parâmetro mais crítico, pois sua ampliação aumenta o horizonte de incerteza da demanda, gerando aumentos expressivos em s, S e no custo total, mesmo após o ajuste ótimo dos parâmetros. Por fim, o custo fixo de pedido (K) afeta principalmente o lote econômico Q: valores baixos levam a Q reduzidos e reposições mais frequentes, enquanto valores elevados ampliam Q, elevando o estoque médio e o custo total. Assim, os resultados mostram que, ao recalcular (s, S) em cada cenário, é possível observar a forma como cada parâmetro reorganiza a estrutura da política, revelando sua influência direta sobre os custos, o nível de estoque e a robustez operacional da política (s, S).

4 Conclusão

O estudo integrou a teoria do processo de Poisson, a formulação do modelo de estoque (s, S) e a análise empírica por simulação. A revisão teórica reforçou os fundamentos estocásticos e estruturais que justificam a política (s, S), como incrementos independentes, distribuição de Poisson da demanda e ciclos de renovação. De forma geral, as simulações confirmam a robustez do modelo (s, S) e sua sensibilidade a parâmetros ligados à variabilidade da demanda e ao custo de manutenção, demonstrando que a política (s, S) é altamente sensível a variações nos parâmetros, e que a otimização de s (proteção contra falta) e Q (diluição do custo de pedido) deve ser feita de forma integrada para minimizar o custo total esperado, conforme sugerido por (Chen; Zheng, 1997).

Os próximos passos para a continuidade da pesquisa incluem trabalhar com o lead time estocástico, investigar a política (s, S) sob a hipótese de lead time estocástico, o que aumentaria a complexidade e a aderência à realidade. Além disso, analisar o estudo em modelos não homogêneos, onde a taxa de demanda $\lambda(t)$ varia sazonalmente ou ao longo do dia, exigindo uma política de estoque dinâmica.

Apêndice A – Repositório do Trabalho e Código-Fonte

O arquivo completo em RMarkdown, contendo o texto integral do trabalho, todos os códigos de simulação e geração de gráficos, está disponível publicamente em: https://github.com/BrunaCruz0

Referências

BANKS, J. et al. **Discrete-Event System Simulation**. 5. ed. [s.l.] Pearson Education, 2010.

CHEN, F.; ZHENG, Y.-S. Sensitivity analysis of an (s,S) inventory model. **Operations Research Letters**, v. 21, n. 1, p. 19–23, 1997.

HADLEY, G.; WHITIN, T. M. **Analysis of Inventory Systems**. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1963.

KULKARNI, V. G. **Introduction to Modeling and Analysis of Stochastic Systems**. New York: Springer Science & Business Media, 2011.

R CORE TEAM. **R: A Language and Environment for Statistical Computing**. Vienna, Austria: R Foundation for Statistical Computing, 2024.

SCARF, H. E. The Optimality of (s, S) Policies in the Inventory Problem. Em: ARROW, K. J.; KARLIN, S.; SCARF, H. E. (Eds.). **Studies in the Mathematical Theory of Inventory and Production**. Stanford, CA: Stanford University Press, 1959. p. 196–202.

TAHA, H. A. **Operations Research: An Introduction**. 10. ed. [s.l.] Pearson, 2017.

TIJMS, H. C. **A First Course in Stochastic Models**. Chichester: John Wiley & Sons, 2003.

WICKHAM, H. **ggplot2: Elegant Graphics for Data Analysis**. [s.l.] Springer-Verlag New York, 2016.

WICKHAM, H. et al. **dplyr: A Grammar of Data Manipulation**. [s.l: s.n.].