

# Exercício 1.

	Y			
X	-1	0	1	P(X=x)
-0,25	0,050	0,070	0,260	0,380
0	0,075	0,210	0,120	0,405
0,25	0,125	0,070	0,020	0,215
P(Y=y)	0,250	0,350	0,400	1

X	P(X=x)
-0,25	0,380
0	0,405
0,25	0,215

$$E(X) = -0,25 \times 0,380 + 0 \times 0,405 + 0,25 \times 0,215$$

$$E(X) = -0,095 + 0 + 0,05375$$

$$E(X) = -0,04125 //$$

$$Var(X) = (-0,25 + 0,04125)^2 \times 0,380 + (0 + 0,04125)^2 \times 0,405 + (0,25 + 0,04125)^2 \times 0,215$$

$$Var(X) = 0,01656 + 0,000689 + 0,018238$$

$$Var(X) = 0,03548671 //$$

Y	P(Y=y)
-1	0,250
0	0,350
1	0,400

$$E(Y) = -1 \times 0,250 + 0 \times 0,350 + 1 \times 0,400$$

$$E(Y) = -0,250 + 0 + 0,400$$

$$E(Y) = 0,15 //$$

$$Var(Y) = (-1 - 0,15)^2 \times 0,250 + (0 - 0,15)^2 \times 0,350 + (1 - 0,15)^2 \times 0,400$$

$$Var(Y) = 0,330625 + 0,007875 + 0,289$$

$$Var(Y) = 0,6275 //$$

$$\text{Corr}(x, y) = \frac{1}{n} \cdot \sum (x_i - \bar{x}) \cdot (y_i - \bar{y})$$

$$\text{Cov}(x, y) = \sum_x \sum_y (x - \bar{x}) (y - \bar{y}) \cdot P(X=x, Y=y)$$

$$\begin{aligned} \text{Cov}(x, y) = & (-0,25 + 0,04125)(-1 - 0,15) \times 0,05 + (-0,25 + 0,04125)(0 - 0,15) \times 0,070 + \\ & + (-0,25 + 0,04125)(1 - 0,15) \times 0,260 + (0 + 0,04125)(-1 - 0,15) \times 0,075 + \\ & + (0 + 0,04125)(0 - 0,15) \times 0,070 + \\ & + (0 + 0,04125)(1 - 0,15) \times 0,020 \end{aligned}$$

$$\boxed{\text{Cov}(x, y) = -0,0725625}$$

$$\begin{aligned} \text{Corr}(x, y) &= \frac{\text{Cov}(x, y)}{\sqrt{\text{Var}(x) \cdot \text{Var}(y)}} = \frac{-0,0725625}{\sqrt{0,03548671 \cdot 0,6275}} = \frac{-0,0725625}{\sqrt{0,02226791}} = \boxed{-0,486264} \end{aligned}$$

2.

$$G_1 = 0,5 \times (-0,25) + 0,5 \times (-1) = -0,125 - 0,5 = -0,625 \rightarrow 0,050$$

$$G_2 = 0,5 \times (-0,25) + 0,5 \times 0 = -0,125 \rightarrow 0,070$$

$$G_3 = 0,5 \times (-0,25) + 0,5 \times 1 = -0,125 + 0,5 = 0,375 \rightarrow 0,260$$

$$G_4 = 0,5 \times (0) + 0,5 \times (-1) = -0,5 \rightarrow 0,075$$

$$G_5 = 0,5 \times 0 + 0,5 \times 0 = 0 \rightarrow 0,210$$

$$G_6 = 0,5 \times 0 + 0,5 \times (1) = 0,5 \rightarrow 0,120$$

$$G_7 = 0,5(0,25) + 0,5(-1) = 0,125 - 0,5 = -0,375 \rightarrow 0,125$$

$$G_8 = 0,5(0,25) + 0,5(0) = 0,125 \rightarrow 0,07$$

$$G_9 = 0,5(0,25) + 0,5(1) = 0,125 + 0,5 = 0,625 \rightarrow 0,020$$



3.

$g$	$P(G=g)$
-0,625	0,050
-0,125	0,070
0,375	0,260
-0,5	0,075
0	0,21
0,5	0,12
-0,375	0,125
0,125	0,07
0,625	0,020

$$E(G) = -0,625 \times 0,05 + (-0,125) \times 0,07 + 0,375 \times 0,26 + (-0,5) \times 0,075 + 0 \times 0,21 + 0,5 \times 0,12 + (-0,375) \times 0,125 + 0,125 \times 0,07 + 0,625 \times 0,020$$

$$E(G) = -0,03125 - 0,00875 + 0,0975 - 0,0375 + 0 + 0,06 - 0,046875 + 0,00875 + 0,0125$$

$$E(G) = 0,054375$$

$$Var(G) = (-0,625 - 0,054375)^2 \times 0,050 + (-0,125 - 0,054375)^2 \times 0,07 + \dots + (0,625 - 0,054375)^2 \times 0,020$$

$$Var(G) = 0,129465$$

$$4. E(G) = 0,5 \times [E(X) + E(Y)]$$

$$E(G) = 0,5 \times [-0,04125 + 0,15]$$

$$E(G) = 0,5 \times 0,10875$$

$$E(G) = 0,054375$$

$$Var(G) = (0,5)^2 \times [Var(X) + Var(Y) + 2Cov(X, Y)]$$

$$Var(G) = 0,25 [0,03548671 + 0,6275 + 2 \cdot (-0,0725)]$$

$$Var(G) = 0,25 [0,51786171]$$

$$Var(G) = 0,129465$$