

# Camada Física da Computação - Aula 11 - Transformada de Fourier

Rafael Corsi - [rafael.corsi@insper.edu.br](mailto:rafael.corsi@insper.edu.br)

Setembro - 2017

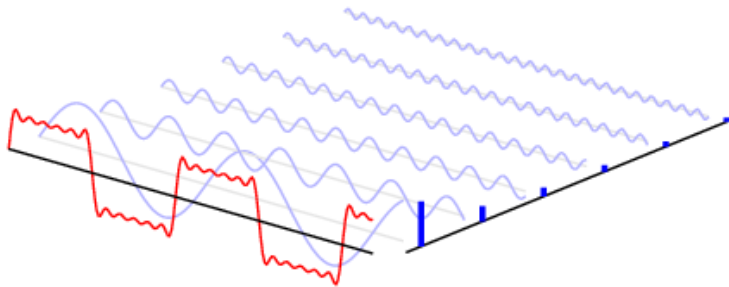
# Introdução

# Objetivos

- ▶ Transformada de Fourier
- ▶ Análise de sinal

# Transformada de Fourier

- ▶ Proposta em 1822 por Joseph Fourier
- ▶ Possibilita decompor um sinal em infinitas senóides
  - ▶ Contínuo periódico
  - ▶ Contínuo não periódico
  - ▶ Discreto periódico
  - ▶ Discreto não periódico
- ▶ Com isso, pode-se analisar o sinal de uma forma diferente.



# Utilidade

- ▶ Extrair informações que não estão claras na análise temporal :

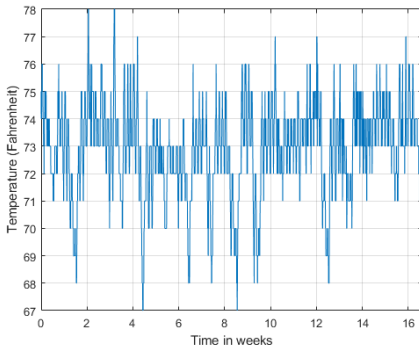


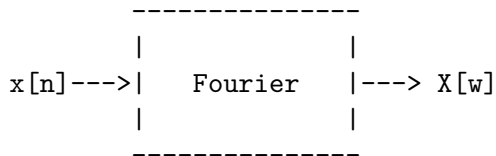
Figure 2: Temperatura em um escritório : REF: [2]

- ▶ É possível extrair informações relevantes desse gráfico ?

# Transformada de Fourier

sinal no tempo

componentes em frequência



# Componentes de frequência

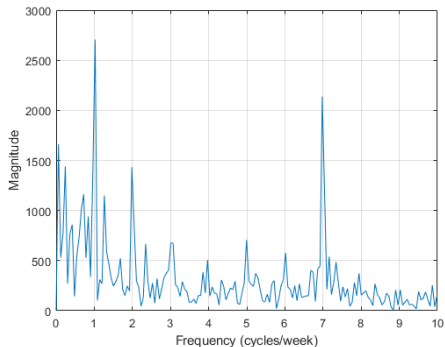


Figure 3: Temperatura em um escritório : REF: [2]

- ▶ Agora é possível verificar que :
  - ▶ Existe um ciclo semanal ( $1/7$ )
  - ▶ Existe um ciclo diário ( $7/7$ )

# Matemática

*Discrete Time Fourier Transform :*

$$X[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n] e^{-i2\pi kn/N}$$

$$X[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n] \cdot [\cos(2\pi kn/N) - i \cdot \sin(2\pi kn/N)]$$

Onde :

- $x[n]$  : sinal discretizado
- $X[k]$  : transformada



# Algumas propriedades :

Algumas propriedades da transformada:

- ▶ **O sinal resultante é complexo**
  - ▶  $X[k]$  : possui módulo e fase
- ▶ Soma de sinais no tempo é equivalente a soma dos sinais em frequência :
  - ▶  $x(t) + y(t) \longrightarrow X(W) + Y(W)$
- ▶ A multiplicação no tempo é igual a convolução em frequência
  - ▶ (veremos isso depois)

# Módulo e Fase

- ▶ O sinal resultante da transformada é um sinal complexo :
  - ▶ Re \$\$ módulo da transformada de Fourier

# Computacionalmente

- ▶ Como resolver computacionalmente a transformada ?

- ▶  $X[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n] \cdot [\cos(2\pi kn/N) - i \cdot \sin(2\pi kn/N)]$

- ▶ Via DFT :

- ▶  $O(n^2)$

...

- ▶ Fast Fourier Transform - **FFT**

- ▶  $O(n \cdot \log(n))$

FFT