

## Camada Física - 14 - Modulação em frequência

Rafael Corsi

outubro - 2017

### Conteúdos :

- Compartilhamento dos meios
  - Multiplexação no tempo
  - Multiplexação em frequência
- Modulação em frequência
  - Limite de banda da mensagem
  - Portadora
  - Modulação AM
    - \* Teoria (via exemplo)
    - \* Super modulação (overmodulation)
  - Demodulação AM
    - \* Teoria (via exemplo)
- Modulação em frequência
  - Referências

### Compartilhamento dos meios

Diversos canais de comunicação podem compartilhar o mesmo meio de transmissão/-recepção de dados. Uma fibra ótica que conecta o Brasil nos Estados Unidos conecta milhões de dispositivos por meio de um único meio (a fibra). Já o ar é utilizado por diversas emissoras de televisão e rádio para propagação dos seus programas.

Existem duas formas básicas de compartilhamento dos meios de comunicação : multiplicação no tempo e multiplexação na frequência.

#### Multiplexação no tempo

Na multiplexação no tempo apenas um canal de comunicação utiliza o meio por vez. Os canais alternam a utilização baseado em um tempo pré definido de uso.

Multiplexação no tempo. REF 1

## Multiplexação em frequência

Na multiplexação em frequência todos os nós utilizam o canal de forma simultânea porém em frequências bem limitadas. Para isso utiliza-se alguma das técnicas de deslocamento em frequência para mover a mensagem da frequência original (centrada no 0 Hz) para uma frequência de transmissão. Um exemplo da multiplexação no tempo em um meio bem definido é o da fibra ótica onde podemos ter vários links de comunicação ocorrendo de forma simultânea, cada um utilizando um espectro de sinal diferente (cores diferentes para cada canal).

Essa técnica de multiplexação é amplamente utilizada nos sistemas de comunicação moderno e é a base da televisão do rádio do wifi da comunicação com satélites. A multiplexação em frequência é realizada em duas etapas: Limite da banda original da mensagem e modulação.

## Modulação em frequência

A modulação em frequência é o método de compartilhar um meio de comunicação entre diversas mensagens por meio do limite em frequência que cada mensagem pode ocupar. A figura a seguir ilustra um espectro na qual diversas mensagens ocupam regiões diferentes do espectro:

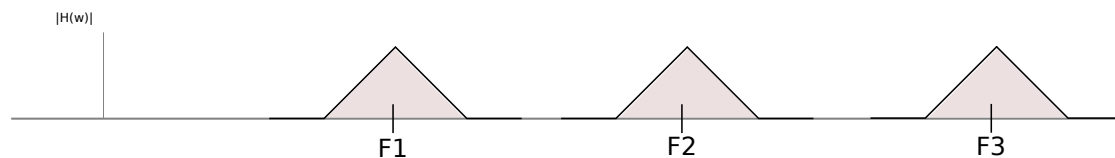


Figura 1: Compartilhamento do espectro

Na figura, a mensagem  $m1(t)$  está centrada na frequência  $F1$ , a mensagem  $m2(t)$  está centrada na frequência  $F2$  e assim por diante.

O desafio está em como deslocar a mensagem que é centrada em 0Hz para uma frequência, para isso existem duas técnicas amplamente utilizadas: modulação em amplitude (AM) e modulação em frequência (FM).

## Limite de banda da mensagem

Uma mensagem ocupa geralmente um amplo espectro de frequência, uma das etapas da modulação em frequência é o de limitar esse espectro para que a banda da mensagem

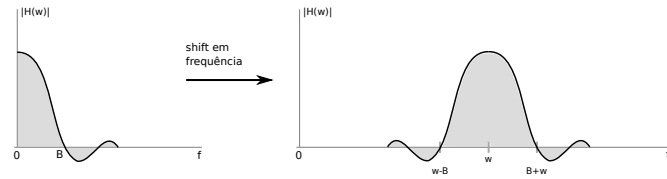


Figura 2: Deslocamento em frequência

caiba na banda disponível para transmissão. Com isso temos a penalidade de perda de parte da informação original da mensagem.

O limite da banda acontece normalmente através de um filtro passa baixas aplicado na mensagem original antes da modulação. Filtros atuam na mensagem “limitando” algumas frequências do sinal.

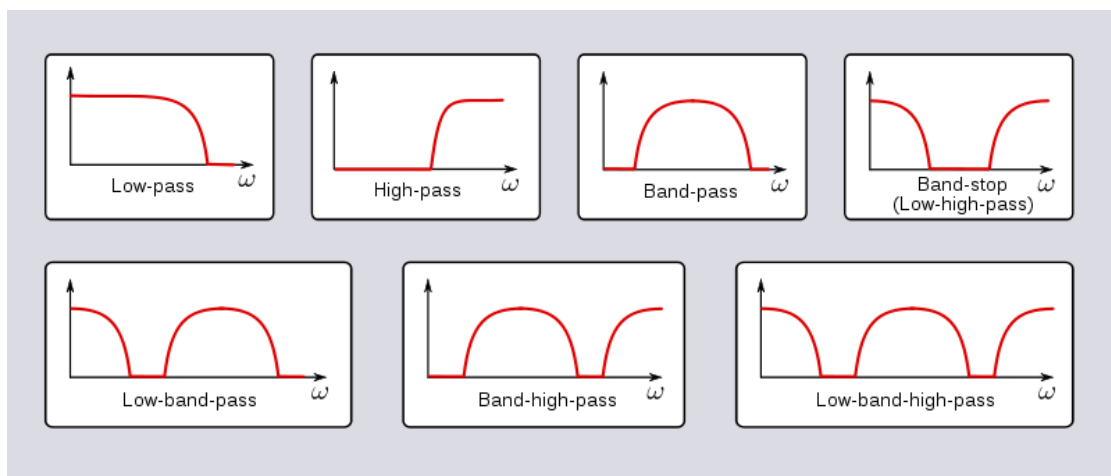


Figura 3: Resposta em frequência : Filtros - REF 2

O projeto do filtro é realizado normalmente em frequência, defini-se o tipo do filtro (passa baixas, passa altas, passa faixa) suas características construtivas (FIR, IR, janela) e de projeto (banda e frequência de corte). Com o filtro definido deve-se agora “realizar” o filtro, esse é o processo na qual encontra-se o filtro que satisfaz os requisitos anteriores.

## Portadora

A portadora de uma modulação é o sinal que irá “carregar” a mensagem, a combinação da portadora mais a mensagem gera o sinal modulado. A frequência da portadora é geralmente definida por :  $f_c$  (carry frequency) e um amplitude  $A_c$ , defina por:

$$c(t) = A_c \cos(2\pi f_c t)$$

A mensagem modulada estará centrada na frequência da portadora, como na imagem a baixo :

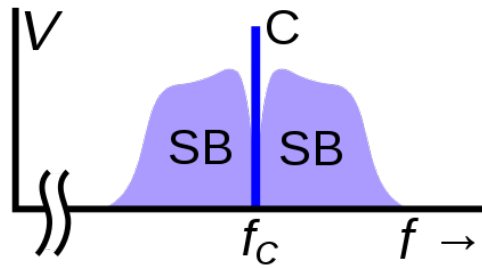


Figura 4: Portadora - REF 3

## Modulação AM

A primeira técnica de modulação que surgiu foi a da modulação em amplitude que se popularizou na transmissão de sinais de rádio. Essa técnica modula a amplitude de uma portadora a partir da mensagem que deseja ser transmitida :

$$am(t) = M(t) * A_c \sin(2\pi f_c t)$$

onde:  $am(t)$  é a mensagem modulada,  $M(t)$  é a mensagem que deseja-se modular e  $A_c \sin(2\pi f_c t)$  a portadora centrada na frequência  $f_c$ . A figura a seguir ilustra uma mensagem sendo modulada em amplitude :

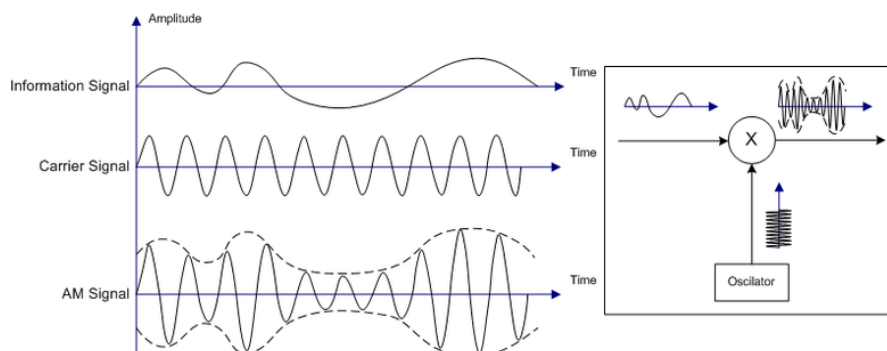


Figura 5: Modulação AM e seu equivalente em hardware - REF 3

Note que a amplitude da senoide de alta frequência (portadora) assume o formato do sinal de baixa frequência (mensagem), formando o que se chama de **envelope de modulação**. Para a modulação AM basta-se gerar uma senoide (pode-se utilizar por exemplo o CI 555) e multiplicar essa senoide pela mensagem (para isso utiliza-se transistores).

Quais são os tipos de modulação AM e quais as principais diferenças (Double Side Band, Single Side Band, ...).

Reproduza o espectro das diferentes técnicas de modulação pesquisadas anteriormente.

Quem foi a primeira pessoa a propor a utilização da modulação AM

Escolha um circuito analógico que faz a modulação AM e explique o seu funcionamento.

### Teoria (via exemplo)

Uma portadora qualquer é dado por :

$$c(t) = A \sin(2\pi f_c t)$$

Uma mensagem  $m(t)$  representada por um cosseno é dado por :

$$m(t) = M \cos(2\pi f_m t + \phi)$$

Obtemos a mensagem modulada em AM :

$$\begin{aligned} am(t) &= M \cos(2\pi f_m t + \phi) \cdot A \sin(2\pi f_c t) \\ am(t) &= A \cdot M (\cos(2\pi f_m t + \phi) \cdot \sin(2\pi f_c t)) \end{aligned}$$

Podemos usar a propriedade trigonométrica :

$$\sin a \cos b = \frac{\sin(a+b) + \sin(a-b)}{2}$$

E obtemos :

$$am(t) = \frac{AM}{2} \sin(2\pi(f_c + f_m)t + \phi) + \frac{AM}{2} \sin(2\pi(f_c - f_m)t - \phi)$$

O que obtivemos foi a mensagem original  $m(t)$  duplicada nas frequências  $+f_c$  e  $-f_c$  com ganho alterado de :  $AM/2$  e fase alterada em  $\pi/2$ .

Realize as mesmas etapas porém exibindo o resultado obtido no espectro.

### Super modulacao (overmodulation)

Devemos garantir que  $M(t)$  seja sempre inferior 1 :  $M(t) < 1$ , caso isso não aconteça um fenômeno de super modulação acontece e a reconstrução da mensagem via demodulação acarretará em perda de informação.

Faça um programa em python que simule a super modulação, nesse programa utilize uma mensagem formada por uma senoide de baixa frequência modulada em AM. Exiba e analise os gráficos da mensagem no tempo para :  $M = 0$ ;  $M = 0.5$ ;  $M = 0.7$ ;  $M = 1$ ;  $M=1.25$ ;  $M=1.5$ .

Uma portadora de frequência 10Mhz com valor de pico de 10V é modulada em amplitude por um seno de 5Khz e amplitude de 6V. Determine o fator de modulação e a banda ocupada pelo sinal.

### Demodulação AM

A demodulação AM pode ser realizada simplesmente pela multiplicação da mensagem modulada  $am(t)$  novamente pela portadora. Após realizado essa etapa, aplica-se novamente o filtro passa baixa na mensagem e a mensagem  $m(t)$  transmitida originalmente é recuperada (a menos da diferença do ganho).

$m(t) = am(t).sin(2\pi f_c t)$  ; aplicado a um filtro passa baixas.

### Teoria (via exemplo)

Para demodularmos o sinal  $am(t)$  criado no exemplo anterior (para  $A = 1$  e  $M = 1$ ):

$$am(t) = \frac{1}{2} \sin(2\pi(f_c + f_m)t) + \frac{1}{2} \sin(2\pi(f_c - f_m)t)$$

Basta multiplicarmos o sinal  $am(t)$  pela portadora  $c(t)$  :

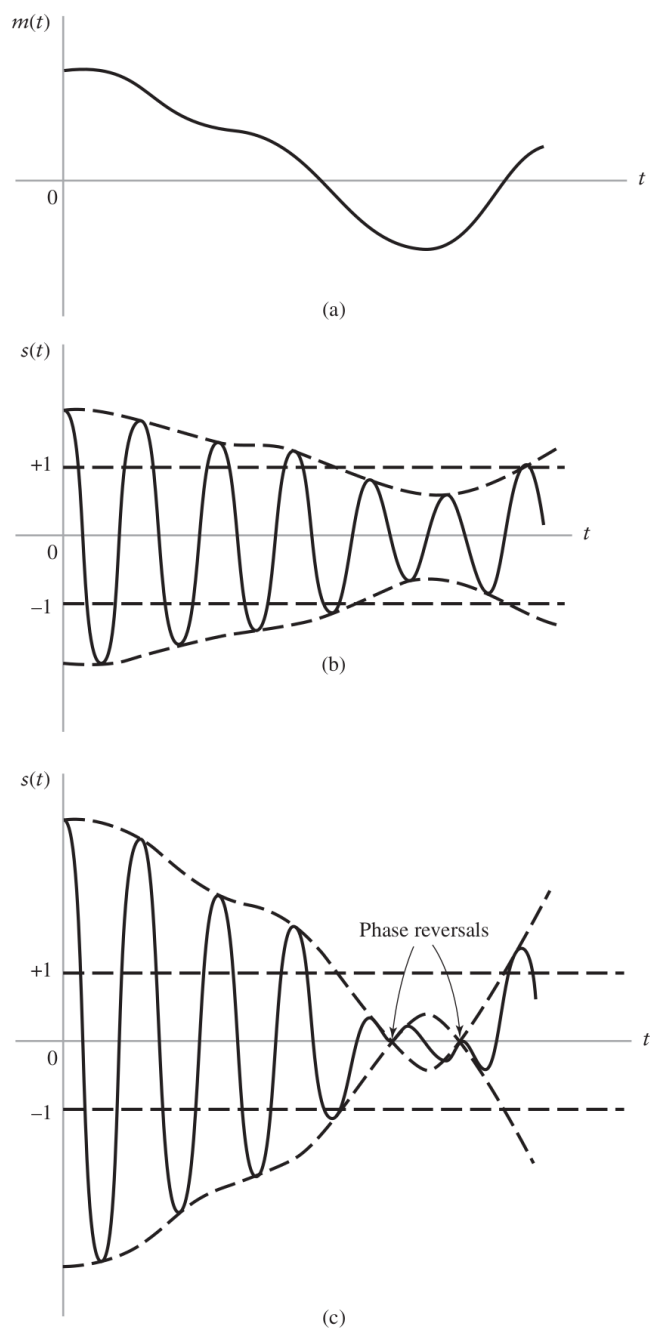


Figura 6: Ilustração da super modulação. (a) O sinal da mensagem  $m(t)$ . (b) a mensagem AM para  $M < 1$ . (c) a mensagem AM para  $|M| > 1$ . Ilustração retirada do livro An Introduction to Analog and Digital Communications, 2nd Edition by Simon Haykin

$$m'(t) = \left[ \frac{1}{2} \sin(2\pi(f_c + f_m)t) + \frac{1}{2} \sin(2\pi(f_c - f_m)t) \right] \cdot A \sin(2\pi f_c t)$$

Via distribuição, obtemos :

$$m'(t) = \frac{1}{2} \sin(2\pi(f_c + f_m)t) \cdot A \sin(2\pi f_c t) + \frac{1}{2} \sin(2\pi(f_c - f_m)t) \cdot A \sin(2\pi f_c t)$$

Aplicando a identidade trigonométrica :

$$\sin a \sin b = \frac{\cos(a - b) - \cos(a + b)}{2}$$

Obtemos :

$$m'(t) = \frac{1}{4} [\cos(2\pi f_m t) - \cos(2\pi(2f_c + f_m)t)] + \frac{1}{4} [\cos(-2\pi f_m t) - \cos(2\pi(-2f_c + f_m)t)]$$

Realize as mesmas etapas porém exibindo o resultado obtido no espectro.

## Modulação em frequência

A modulação em frequência (FM) é uma outra técnica de modulação de sinal que faz uso de uma portadora porém agora a portadora não possui a amplitude modulada pela mensagem mas sim sua frequência :

$$f_m(t) = A_c \cos(2\pi f_c \mathbf{m}(t))$$

Onde  $m(t)$  é a mensagem a ser modulada,  $A_c \cos(2\pi f_c)$  o sinal da portadora. O resultado é ilustrado na forma de onda a seguir :

Algumas notas sobre a modulação FM :

- A frequência derivada da modulação depende da amplitude da mensagem.
- A frequência central da modulação FM é a resultante de quando a  $m(t) = 0$

A modulação FM possui algumas vantagens sobre a AM, entre elas :

- Potência constante :



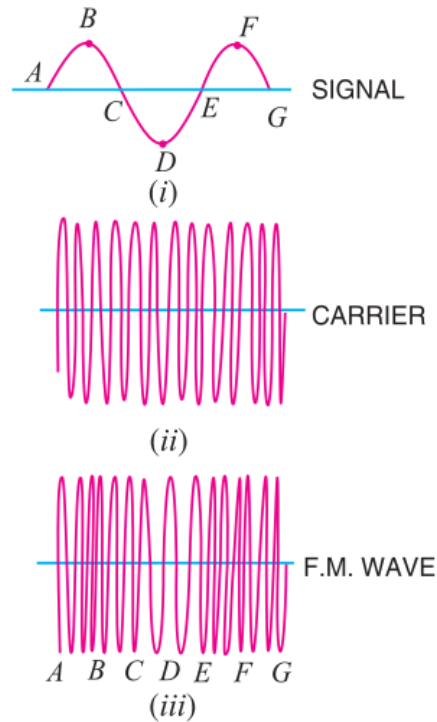


Figura 7: Modulação FM

A potência transmitida durante uma transmissão FM é constante :

$$P_{med} = \frac{1}{2} A_c^2$$

Isso já não é verdade na modulação AM.

- Dificuldade na visualização da mensagem

Na modulação AM é fácil visualizarmos a mensagem modulada na portadora simplesmente pela análise do envelope, isso já não é verdade na modulação FM, onde não existem um envelope.

- Melhor tolerância a ruído aditivo

A modulação FM possui maior tolerância a ruídos aditivos que a modulação AM, já que dificilmente um ruído irá influenciar na frequência do sinal, mas pode facilmente influenciar a amplitude da onda AM.

Dado uma mensagem modulada em FM :  $f_m(t)12\cos(6000t + 5\sin 1250t)$ , encontre : A frequência da portadora, a frequência do sinal, a banda ocupada para transmissão da mensagem.

Liste aplicações comerciais que utilizam modulação AM e FM.

O que é index de modulação FM ? Como o mesmo é calculado ?

## Referências

- [1] : [https://en.wikipedia.org/wiki/Time-division\\_multiplexing](https://en.wikipedia.org/wiki/Time-division_multiplexing)
- [2] : [https://en.wikipedia.org/wiki/Filter\\_\(signal\\_processing\)](https://en.wikipedia.org/wiki/Filter_(signal_processing))
- [3] : [https://en.wikipedia.org/wiki/Carrier\\_wave](https://en.wikipedia.org/wiki/Carrier_wave)