

# Listas

## Listas Circulares

---

Prof. Edson Alves - UnB/FGA

2018

1. Definição
2. Implementação
3. Inserção
4. Remoção

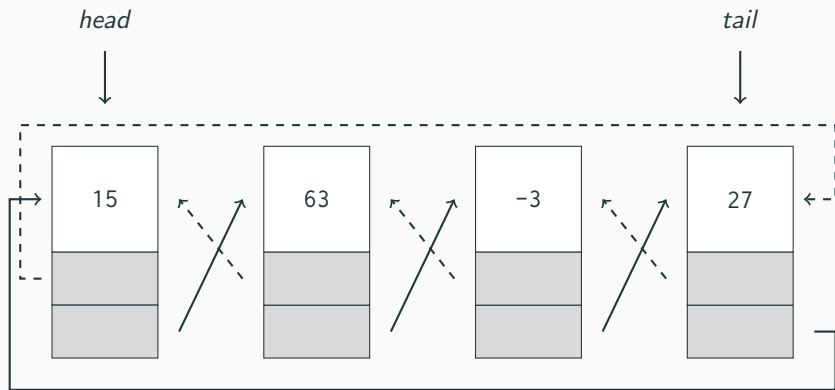
# Definição

---

# Listas circulares

- Uma lista circular é uma lista onde o membro next do último elemento aponta para o primeiro elemento, e o campo prev do primeiro elemento aponta para o último elemento, quando for o caso
- A lista forma um caminho cíclico entre seus elementos, de modo que a identificação do primeiro ou do último elemento é, de fato, relativa
- Uma travessia deve marcar um ponto de partida e progredir até que atinja este ponto novamente, encerrando assim a travessia
- Em geral, as listas circulares são implementadas como listas encadeadas
- As operações de inserção e remoção em uma posição conhecida tem complexidade constante

# Visualização de uma lista circular



# Implementação

---

# Implementação de uma lista circular

- Uma lista circular pode ser implementada a partir de adaptações pontuais nas implementações das listas encadeadas ou duplamente encadeadas
- A lista que servirá como ponto de partida deve ser escolhida de acordo com a memória disponível ou dos sentidos de travessia desejados
- Deve ser mantida a invariante que o último elemento aponta para o primeiro após cada operação (e que o primeiro aponta para o último, no caso das listas duplamente encadeadas)
- É preciso oferecer um iterador circular, que permita a travessia circular dos elementos da lista

## Exemplo de implementação de uma lista circular

```
1 #ifndef CIRCULAR_LIST_H
2 #define CIRCULAR_LIST_H
3
4 #include <ostream>
5 #include <initializer_list>
6
7 template<typename T>
8 class CircularList {
9
10     friend
11     std::ostream& operator<<(std::ostream& os, const CircularList& list) {
12         os << "[";
13
14         if (not list.empty()) {
15             auto it = list.begin();
16
17             do {
18                 os << " " << *it;
19                 it++;
20             } while (it != list.begin());
21         }
22     }
```



## Exemplo de implementação de uma lista circular

```
23         os << " ]";
24
25         return os;
26     }
27
28 private:
29     struct Node {
30         T info;
31         Node *prev, *next;
32
33         Node(const T& i, Node *p, Node *n) : info(i), prev(p), next(n) {}
34     };
35
36     Node *head, *tail;
37     unsigned long _size;
38
39 public:
40     CircularList() : head(nullptr), tail(nullptr), _size(0) {}
41
42     CircularList(std::initializer_list<T> source)
43         : head(nullptr), tail(nullptr), _size(0)
```

## Exemplo de implementação de uma lista circular

```
44     {
45         for (auto it = source.begin(); it != source.end(); ++it)
46             push_back(*it);
47     }
48
49     ~CircularList()
50     {
51         if (head == nullptr)
52             return;
53
54         auto p = head;
55
56         do {
57             auto next = p->next;
58             delete p;
59             p = next;
60         } while (p != head);
61     }
62
63     const T& front() const
64     {
```

## Exemplo de implementação de uma lista circular

```
65         if (head)
66             return head->info;
67         else
68             throw "Empty list!";
69     }
70
71     const T& back() const
72     {
73         if (tail)
74             return tail->info;
75         else
76             throw "Empty list!";
77     }
78
79     bool empty() const { return head == nullptr; }
80
81     unsigned long size() const { return _size; }
82
83     class iterator {
84     public:
85         explicit iterator(Node *n) : node(n) {}
```

## Exemplo de implementação de uma lista circular

```
87 // Prefix
88 iterator& operator++() {
89     node = node->next;
90     return *this;
91 }
92
93 // Posfix
94 iterator& operator++(int) {
95     return ++(*this);
96 }
97
98 iterator& operator--() {
99     node = node->prev;
100    return *this;
101 }
102
103 bool operator==(const iterator& it) const
104 {
105     return node == it.node;
106 }
107
```

## Exemplo de implementação de uma lista circular

```
108     bool operator!=(const iterator& it) const
109     {
110         return not (*this == it);
111     }
112
113     T& operator*() const {
114
115         if (node == nullptr)
116             throw "Invalid iterator";
117
118         return node->info;
119     }
120
121     private:
122         Node *node;
123 };
124
125     iterator begin() const {
126         return iterator(head);
127     }
128
```

# Inserção

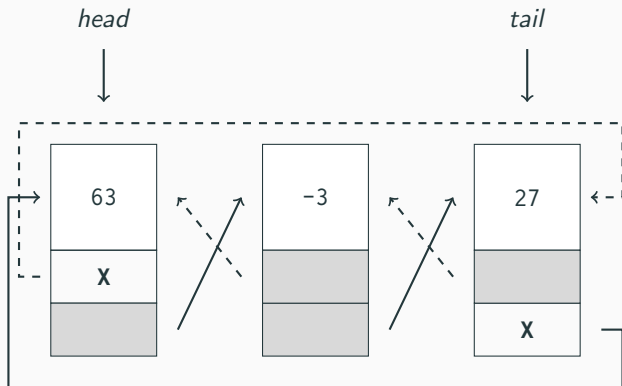
---

# Inserção no início

- A inserção no início (`push_front()`) de uma lista circular tem complexidade  $O(1)$
- O primeiro passo da inserção é criar um novo nó
- Em seguida, deve ser preenchido o campo `info`
- O membro `prev` deve ser nulo
- O membro `next` deve apontar então para o primeiro elemento da lista (`head`)
- O membro `head` deve apontar para o novo elemento
- Por fim, é preciso reestabelecer o invariante da lista circular: o campo `next` de `tail` tem que apontar para `head` e o campo `prev` de `head` tem que apontar para `tail`

# Visualização da inserção no início

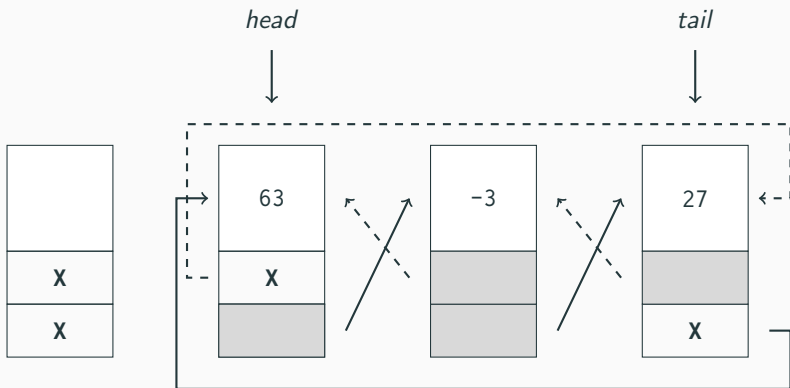
Valor a ser inserido: 88





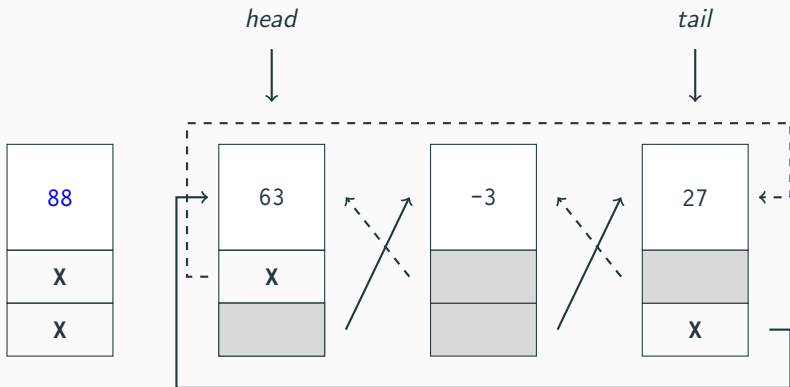
# Visualização da inserção no início

**Passo 01:** Criar um novo nó



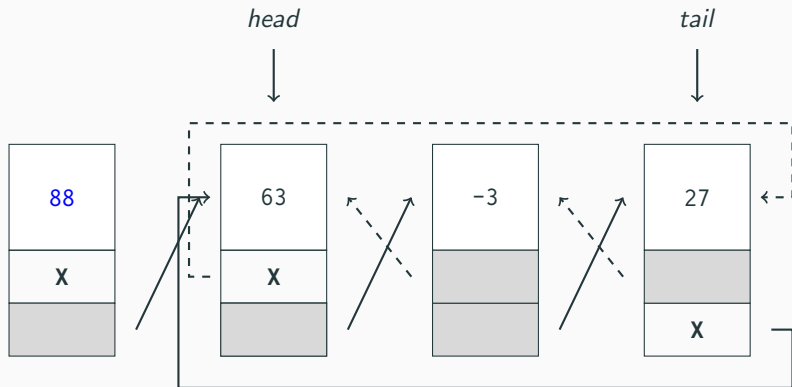
# Visualização da inserção no início

**Passo 02:** Preencher o campo info



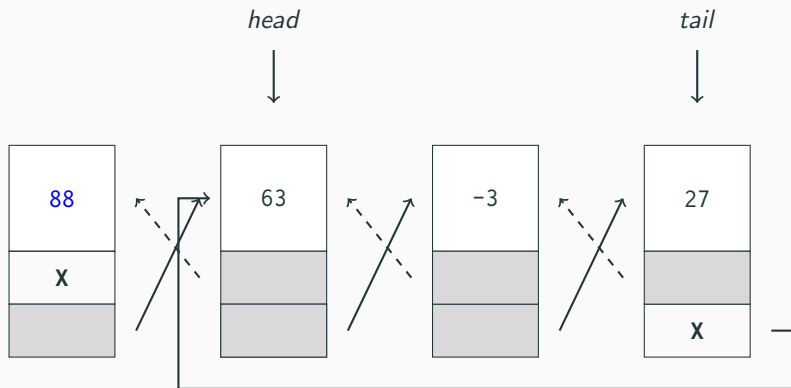
# Visualização da inserção no início

**Passo 03:** Apontar next para o primeiro elemento



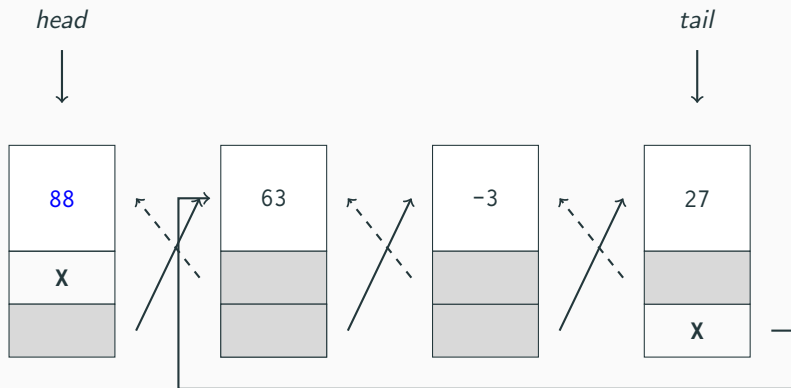
# Visualização da inserção no início

**Passo 04:** Apontar prev de head para o novo elemento



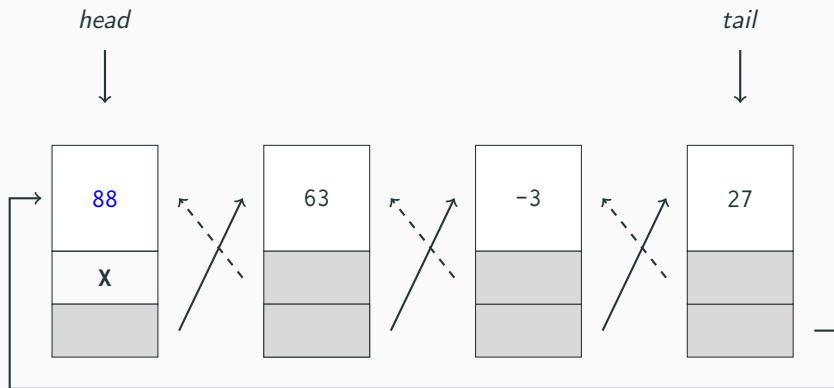
# Visualização da inserção no início

**Passo 05:** Apontar head para o novo elemento



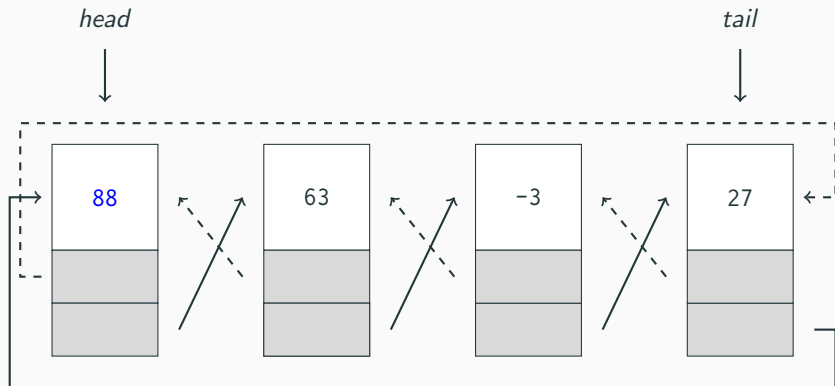
## Visualização da inserção no início

**Passo 06:** Apontar next de tail para head



## Visualização da inserção no início

**Passo 07:** Apontar prev de head para tail



# Implementação da inserção no início

```
129 void push_front(const T& info)
130 {
131     auto n = new Node(info, nullptr, head);
132
133     head ? head->prev = n : tail = n;
134     head = n;
135
136     head->prev = tail;
137     tail->next = head;
138
139     _size++;
140 }
```

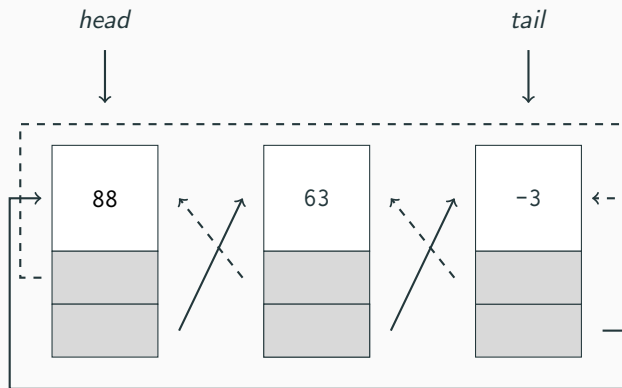


# Inserção no final

- A inserção no final (`push_back()`) de uma lista circular tem complexidade  $O(1)$
- O primeiro passo da inserção é criar um novo nó
- Em seguida, deve ser preenchido o campo `info`
- O membro `prev` do novo elemento tem que apontar para `tail`
- O membro `next` de `tail` deve apontar então para o novo elemento da lista
- O membro `tail` deve apontar para o novo elemento
- Por fim, é preciso reestabelecer o invariante da lista circular: o campo `next` de `tail` tem que apontar para `head` e o campo `prev` de `head` tem que apontar para `tail`

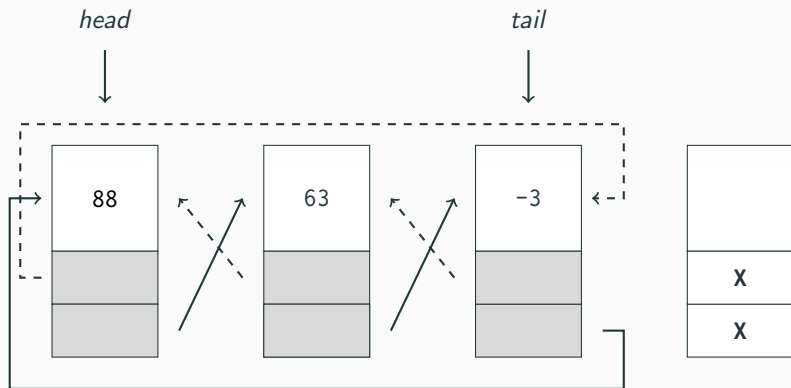
## Visualização da inserção no final

Valor a ser inserido: 15



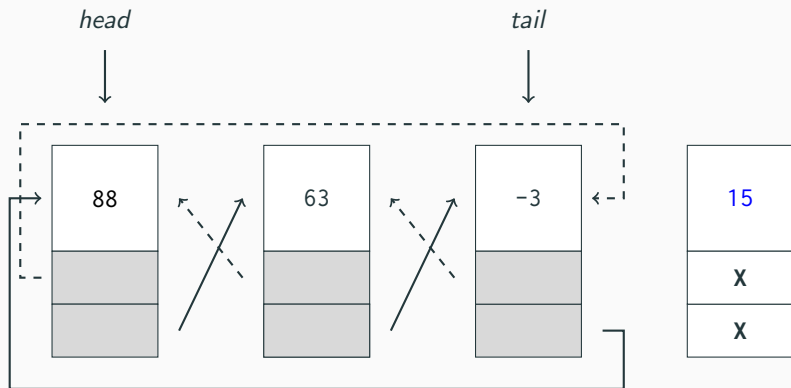
# Visualização da inserção no final

**Passo 01:** Criar um novo nó



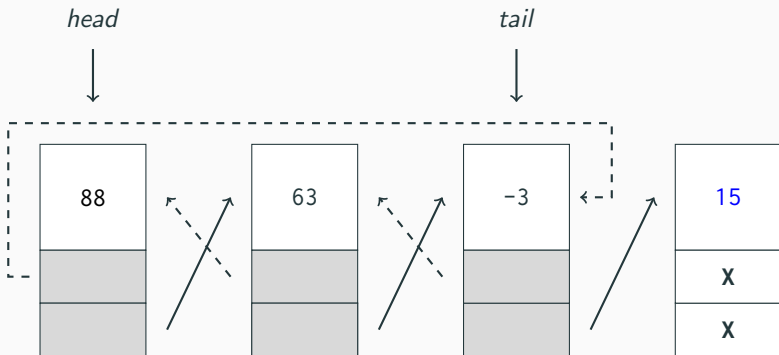
# Visualização da inserção no final

**Passo 02:** Preencher o campo info



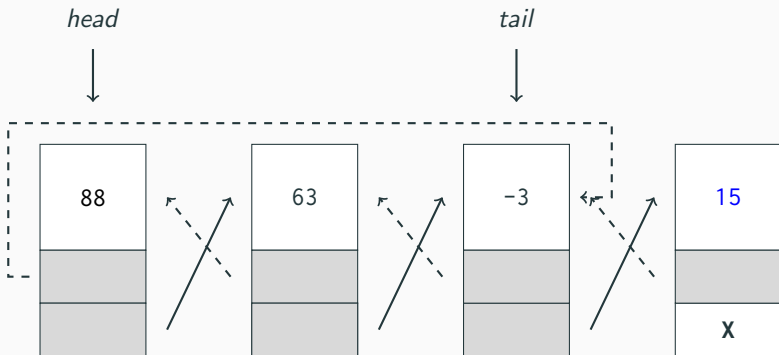
# Visualização da inserção no final

**Passo 03:** Apontar o membro next de tail para o novo nó



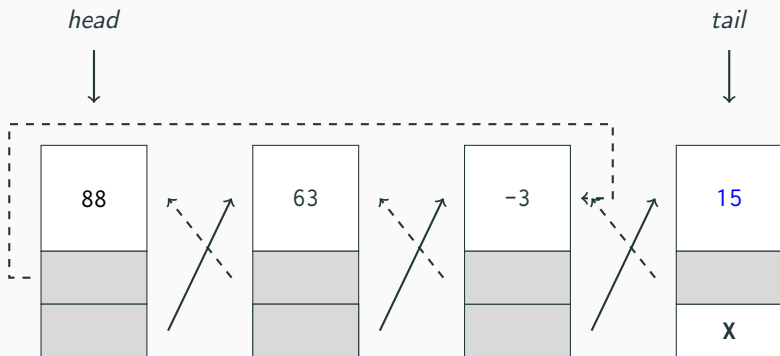
# Visualização da inserção no final

**Passo 04:** Apontar o membro prev do novo nó para tail



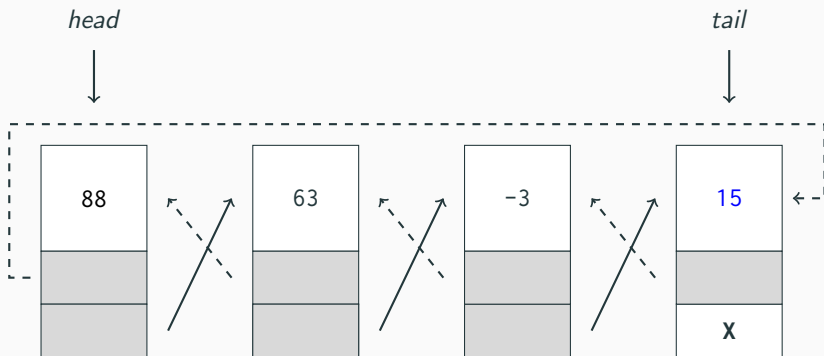
# Visualização da inserção no final

**Passo 05:** Apontar tail para o novo nó



## Visualização da inserção no final

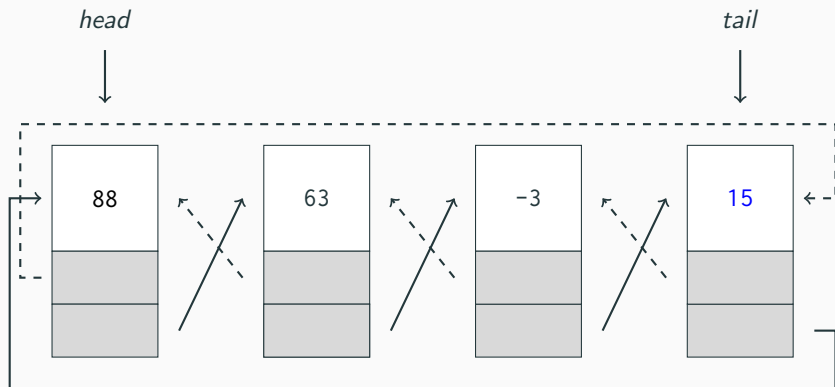
**Passo 06:** Apontar prev de head para tail





## Visualização da inserção no final

**Passo 07:** Apontar next de tail para head



# Implementação da inserção no final

```
142 void push_back(const T& info)
143 {
144     auto n = new Node(info, tail, nullptr);
145
146     tail ? tail->next = n : head = n;
147     tail = n;
148
149     tail->next = head;
150     head->prev = tail;
151
152     _size++;
153 }
```

# Inserção em posição arbitrária

- A inserção em posição arbitrária tem complexidade  $O(N)$ , onde  $N$  é o número de elementos da lista, ou  $O(1)$ , caso o ponteiro para a posição onde o elemento será inserido seja conhecido
- Observe que, no caso dos vetores, mesmo que a posição de inserção seja conhecida, a complexidade permanece sendo  $O(N)$
- É preciso ajustar adequadamente os membros `prev` e `next` do novo nó, de seu antecessor e de seu sucessor, caso existam
- Também é preciso ter cuidado com os ponteiros `head` e `tail`
- Há vários *corner cases*:
  1. Lista vazia
  2. Apenas um elemento na lista
  3. Inserção na primeira posição
  4. Posição de inserção inválida

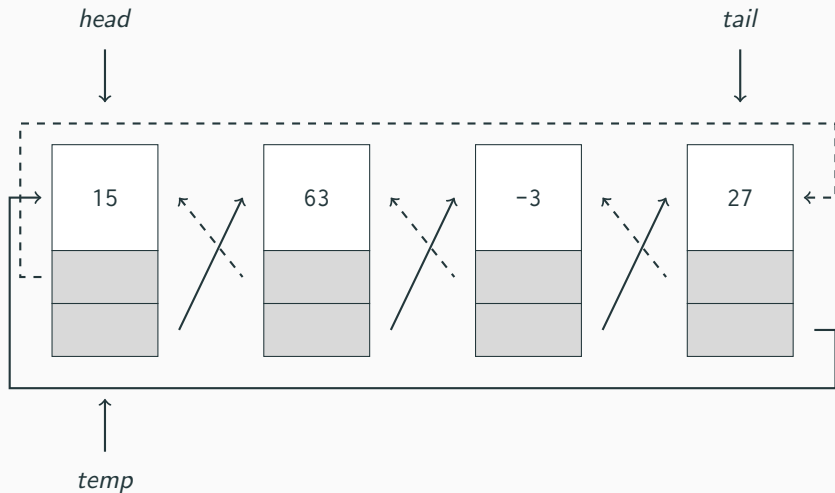
# Remoção

---

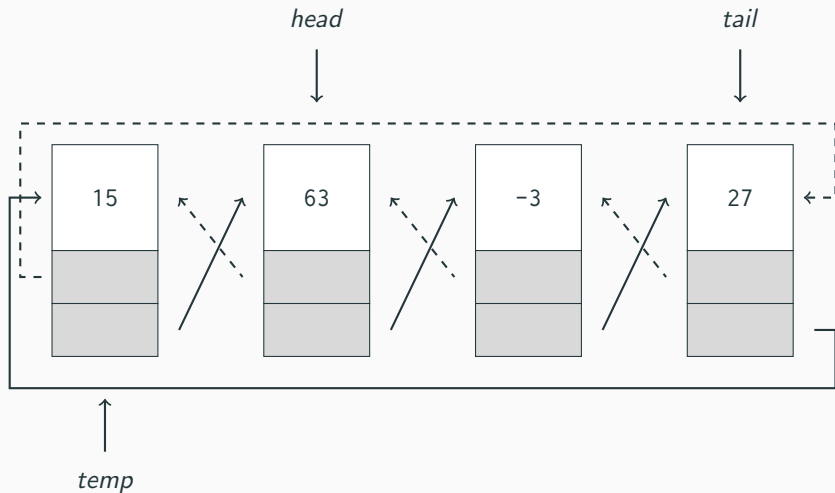
## Remoção do início

- A remoção de um elemento do início de uma lista circular (`pop_front()`) tem complexidade  $O(1)$
- O primeiro passo da remoção é armazenar o membro `head` em uma variável temporária
- Em seguida, `head` deve apontar para o próximo elemento da lista
- O membro `prev` de `head` deve ser apontar para o último elemento (`tail`)
- O membro `next` de `tail` deve ser apontar para o primeiro elemento (`head`)
- Por fim, o ponteiro armazenado na variável temporária é deletado
- O membro `size` deve ser decrementado, se existir

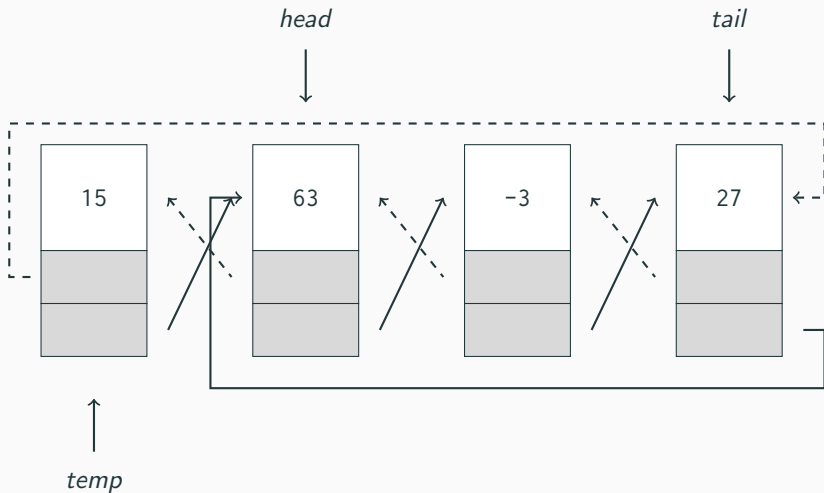
## Visualização da remoção do início da lista



## Visualização da remoção do início da lista

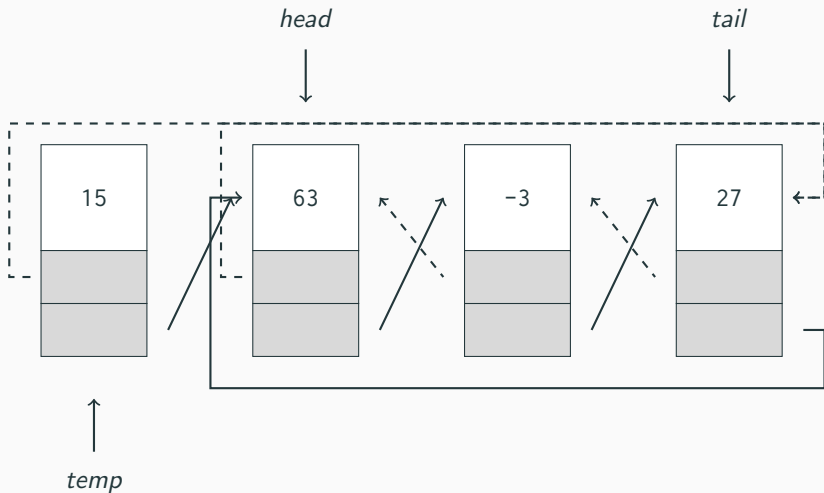


## Visualização da remoção do início da lista

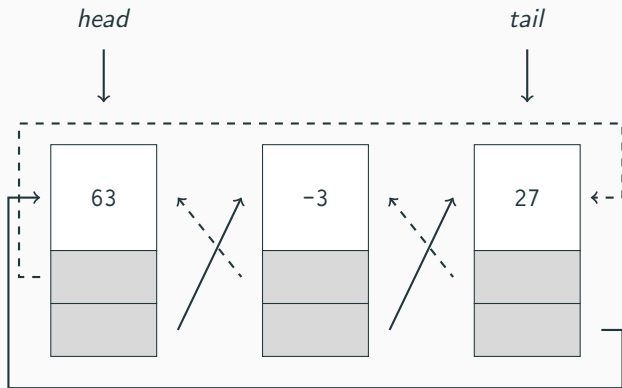




## Visualização da remoção do início da lista



## Visualização da remoção do início da lista



## Implementação da remoção do início

```
155 void pop_front()
156 {
157     if (!head)
158         throw "Lista vazia";
159
160     auto temp = head;
161     head = _size > 1 ? head->next : nullptr;
162     delete temp;
163
164     head ? head->prev = tail, tail->next = head : tail = nullptr;
165     _size--;
166 }
```

## Remoção do final da lista

- A remoção do último elemento de uma lista circular (`pop_back()`) tem complexidade  $O(1)$
- Efetivamente, ela pode ser reduzida à uma remoção do início: basta delocar tanto `head` quanto `tail` uma posição para trás
- Esta simplificação evita a duplicidade de código, e mantém os invariantes da lista

# Implementação da remoção do final

```
168 void pop_back()
169 {
170     if (!tail)
171         throw "Lista vazia";
172
173     tail = tail->prev;
174     head = head->prev;
175
176     pop_front();
177 }
178 };
179
180 #endif
```

## Remoção em posição arbitrária

- A remoção em posição arbitrária também tem complexidade  $O(1)$  ou  $O(N)$ , caso esteja disponível ou não um ponteiro para o elemento a ser removido
- Novamente é possível reduzir este problema para o da remoção do início: basta avançar `head` e `tail` simultaneamente até que `head` se iguale com o ponteiro do elemento a ser removido
- Assim como nas demais remoções, a tentativa de excluir um elemento de uma lista vazia constitui um erro

## Exemplo de uso da lista encadeada

```
1 #include <iostream>
2 #include "circular_list.h"
3
4 using namespace std;
5
6 int main()
7 {
8     CircularList<int> clist { 1, 2, 3, 4, 5 };
9
10    cout << clist << '\n';
11
12    clist.push_back(6);
13    clist.push_front(7);
14
15    cout << clist << '\n';
16
17    auto it = clist.begin();
18
19    for (int i = 0; i < 20; ++i)
20        cout << *it++ << ' ';
```

## Exemplo de uso da lista encadeada

```
21     cout << '\n';
22
23     int counter = 0;
24
25     while (not clist.empty())
26     {
27         counter++ % 2 ? clist.pop_front() : clist.pop_back();
28         cout << clist << '\n';
29     }
30
31     cout << "Empty? " << clist.empty() << '\n';
32
33     clist.push_back(10);
34     clist.push_front(20);
35     clist.push_back(30);
36
37     cout << clist << '\n';
38
39     return 0;
40 }
```



1. **DROZDEK**, Adam. *Algoritmos e Estruturas de Dados em C++*, 2002.
2. **KERNIGHAN**, Bryan; **RITCHIE**, Dennis. *The C Programming Language*, 1978.
3. **STROUSTROUP**, Bjarne. *The C++ Programming Language*, 2013.
4. C++ Reference<sup>1</sup>.

---

<sup>1</sup><https://en.cppreference.com/w/>