Laboratorio 3 - Sistemas LTI

Señales y Sistemas 2025

Introducción

Objetivo

El objetivo de este laboratorio es validar los conceptos de identificación de sistemas abordados en la materia. Específicamente, se realizarán medidas experimentales para caracterizar un sistema linear e invariante en el tiempo (LTI) a través de su respuesta al impulso y de su respuesta en frecuencia.

Condiciones de trabajo

Este laboratorio deberá realizarse en parejas.
Fecha de entrega: Lunes 1 de diciembre de 2025, 23:59.

Instrucciones

Entregables

Como resumen del trabajo realizado, se deberá realizar:

- Un informe de laboratorio que contenga las respuestas de todas las consignas planteadas en cada actividad. Además de responder las preguntas, agregue al informe todas las imágenes y gráficas que consideren pertinentes para justificar sus respuestas.
- Una defensa oral del trabajo realizado, en la cual se responderán preguntas sobre los conceptos involucrados y los resultados obtenidos. Debe poder explicarse el código utilizado, aun el que haya sido brindado por el equipo docente.

Pautas para los informes

Los informes deberán estructurarse en secciones, una por cada actividad. Cada sección deberá contener:

- Una breve sección de introducción, indicando qué se hizo y cómo. No es necesario realizar un marco teórico exhaustivo, pero sí es necesario explicar brevemente los conceptos involucrados.
- Los resultados obtenidos, incluyendo gráficos, tablas, etc., y las respuestas a las preguntas planteadas.
- Un análisis/discusión de los resultados obtenidos, incluyendo una comparación con lo esperado.

El informe debe cerrar con una sección de conclusiones sobre el total de lo que se hizo: ¿qué se aprendió, confirmó, verificó en cada parte?

Las imágenes que aparezcan en el informe tienen que estar referidas y explicadas en el texto. Una gráfica sin explicación no tiene valor. Además de la referencia en el texto, cada imagen debe tener un título y una leyenda que explique lo que la misma muestra.

Los informes deberán tener no más de 10 páginas.

Citas y referencias

Todos los elementos del código y del informe que no sean de su autoría deben estar apropiadamente referenciados. Las citas deben aparecer en el lugar donde está el material de terceros, no alcanza con tener una lista de referencias genéricas al final.

Marco teórico

En este laboratorio se trabajará con un circuito simple (conocido como circuito RC) como ejemplo de sistema lineal invariante en el tiempo (LTI).

En la primera actividad se calcularán en forma teórica su respuesta al impulso, al escalón unitario y a un pulso rectangular. Luego, en el laboratorio, se relevarán dichas señales, verificando el desarrollo teórico visto en clase.

En la segunda actividad se relevará la **respuesta en frecuencia** del circuito. Primero se calcularán en forma teórica los valores esperados de respuesta en frecuencia para distintos valores de R, C, y ω. Luego, en el laboratorio, se relevarán dichas predicciones.

Sea el circuito RC de la figura siguiente, donde $V(t)$ es la tensión de entrada y $V_C(t)$ es la tensión en el capacitor C.

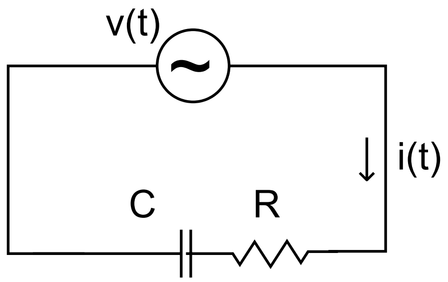

Figura 1: Circuito RC

Aplicando la ley de mallas, se tiene que

$$V(t) = V_R(t) + V_C(t)$$

donde $V_R(t) = Ri(t) = R\frac{dq}{dt}(t)$ y $V_C(t) = \frac{q(t)}{C}$.

Entonces,

$$V(t) = R\frac{dq}{dt}(t) + \frac{q(t)}{C}$$

Reescribiendo la expresión en términos de $V(t)$ y $V_C(t)$ se obtiene:

$$V(t) = RC\frac{dV_C}{dt} + V_C(t)$$

Si consideramos ahora el sistema dado por el circuito anterior donde la entrada es el voltaje aplicado $V(t)$ y la salida es el voltaje observado sobre el capacitor $V_C(t)$, puede mostrarse que el sistema definido es lineal e invariante en el tiempo.[1] En lo que sigue trabajaremos con dicho sistema.

Actividad 1

Predicciones teóricas

1. Verifique que la respuesta al impulso del sistema es

$$h(t) = \frac{1}{RC} e^{-\frac{t}{RC}} u(t)$$

   Sugerencia: Verifique que $V_C(t) = h(t)$ es la salida de la ecuación diferencial cuando la entrada es $V(t) = \delta(t)$. Halle el tiempo τ en el cual la respuesta al impulso cae a $h(\tau) = \frac{h(0)}{e} \approx 0.37h(0)$.

2. A partir del resultado anterior, calcule la respuesta al escalón, $h_u(t)$. Muestre que el tiempo τ también corresponde al tiempo que tarda la respuesta al escalón en alcanzar el $1 - e^{-1} \approx 63\%$ de su valor final ($h_u(\tau) = 0.63h_u(\infty)$).

3. Calcule la respuesta del sistema cuando $V(t) = \Pi(t/T)$, donde

$$\Pi(t/T) = \begin{cases} 1, & |t| \leq T/2 \\ 0, & \text{otro} \end{cases}$$

   Sugerencias:

   - Observe que $\Pi(t/T) = u(t + T/2) - u(t - T/2)$ y calcule la respuesta aplicando los principios de superposición e invariancia temporal.

Actividades de laboratorio

Materiales

- Placa protoboard
- Capacitor de $C = 2.2\mu F$
- Resistencia de $R = 16k\Omega$
- Generador de Señales
- Osciloscopio

Configuración del osciloscopio

- **Acoplos:** Configurar ambos canales en acople de continua, presionando CH1→Acople (seleccionar el símbolo de corriente continua). Repetir para CH2.
- **Escalas:** Configurar las escalas en $1V/div$ (Para facilitar el cálculo de la respuesta al impulso puede modificarse la escala de CH2 a $200mV/div$). Fijar la escala de tiempo en $50ms/div$.
- **Disparo:** Trigger → Modo → Normal, flanco creciente. Puede utilizar el botón "Single" para tomar un solo disparo y congelar la imagen.

Desarrollo

1. Obtenga una resistencia de valor nominal $R = 16k\Omega$ y un capacitor de $C = 2.2\mu F$. Utilizando un multímetro, mida el valor real de la resistencia y del capacitor. Registre estos valores.

2. Armar un circuito RC, conectando el generador de señales como entrada ($V(t)$).

3. Conectar el canal 1 del osciloscopio a la entrada ($V(t)$) y el canal 2 a la salida ($V_C(t)$). Configurarlo como se detalla en el apartado anterior.

4. **Relevamiento de la respuesta al impulso** $h(t)$ Un impulso ideal no puede generarse en un sistema físico real, pero puede aproximarse mediante un pulso de corta duración y alta amplitud. Esto es lo que se hará en este apartado.

    1. Configurar en el generador de funciones un pulso de amplitud $A = 5V_{PP}$ y duración $T = 10ms$ y frecuencia $f = 1Hz$ (es decir, un pulso por segundo), con un offset de $2.5V$.

    2. Verificar visualmente que la forma de la respuesta al impulso coincide con la esperada.

    3. Medir el valor de la tensión de referencia (el "piso" de la función). Este valor se utilizará como referencia para las medidas de potenciales que siguen.

    4. Registrar la coordenada del pico de $h(t)$, $(t_0,\ V_0)$.

    5. Buscar el valor de t tal que $V_C(t) = 0.37V_0$ y verificar que el tiempo de descarga coincide con la constante de tiempo calculada τ.

5. **Relevamiento de la respuesta al escalón** $u(t)$ Un escalón unitario ideal tampoco puede generarse en un sistema físico real, debido a su duración infinita. Sin embargo, puede aproximarse mediante un pulso de larga duración. Esto es lo que se hará en este apartado.

    1. Reconfigurar el generador de funciones para que el pulso sea de $T = 500ms$, manteniendo la frecuencia en $f = 1Hz$.

    2. Verificar visualmente que la forma de la respuesta al escalón coincide con la esperada.

    3. Repetir lo realizado en el inciso anterior pero ahora para estimar el tiempo de subida de la respuesta al escalón hasta que alcance el 63% de su valor final (siempre con respecto a la tensión de referencia). Verificar que este tiempo coincide con la constante de tiempo calculada τ.

6. **Relevamiento de la respuesta a la función** $\Pi(t/T)$

    1. Reconfigurar el generador de funciones para que el pulso sea de $T = 100ms$, manteniendo la frecuencia en $f = 1Hz$.

    2. Verificar visualmente que la forma de la respuesta al impulso coincide con la esperada.

Actividad 2

Predicciones teóricas

Sea el circuito RC de la Figura 1, donde $V(t)$ es la tensión de entrada y $V_C(t)$ es la tensión en el capacitor C. Utilizando los resultados del marco teórico del laboratorio 1, y lo visto en clase:

1. Halle una expresión para la respuesta en frecuencia del sistema $H(j\omega)$ en función de ω, R, y C.

2. A partir del resultado anterior, halle una expresión para el módulo y otra para la fase de la expresión anterior.

3. Verifique analíticamente que:

   a. si $\omega \ll (RC)^{-1}$ el módulo de la respuesta en frecuencia es aproximadamente 1, y la fase es 0.

   b. si ω es muy grande la respuesta en frecuencia tiende a 0.

   c. si $\omega = (RC)^{-1}$ se cumple $|H(j\omega)| = 1/\sqrt{2}$.

4. Grafique las expresiones anteriores en función de ω para los valores $R = 1.6k\Omega$ y $C = 2.2\mu F$ utilizando alguna herramienta informática. Grafique el rango de frecuencias entre 0 y 1kHz.

5. El sistema en cuestión es una implementación *real* de un filtro *ideal*. ¿A qué tipo de filtro de los vistos en clase se asemeja? **Nota:** Al valor de frecuencia que satisface $|H(j\omega)| = 1/\sqrt{2}$ se lo define como la *frecuencia de corte* del filtro, pues corresponde a la frecuencia en la cual la ganancia del filtro, en términos de potencia de salida, cae a la mitad de su valor máximo.

6. Complete las tablas que se brindan a continuación con los valores calculados para las distintas combinaciones de valores.

7. Si en un circuito RC con $R = 1.6k\Omega$ y $C = 2.2\mu F$ se coloca a la entrada una sinusoidal $x(t) = 3\cos(200\pi t)$, a la salida se tendrá otra sinusoidal. ¿Cuál será la amplitud de la salida? ¿Y cuál será su relación temporal con la entrada? (¿estará adelantada? ¿atrasada? ¿cuánto tiempo?)

8. Grafique las señales de entrada y salida de la parte anterior en función del tiempo.

Tabla 1: Valores para $R = 1.6k\Omega$ y $C = 2.2\mu F$

f [Hz]	ω **[rad/s]**	$\lvert H(j\omega)\rvert$	$\phi = \arg H(j\omega)$ **[rad]**	ϕ/ω **[s]**
5				
10				
20				
50				
100				
200				
500				
1000				
2000				
5000				

Tabla 2: Valores para $R = 160\Omega$ y $C = 2.2\mu F$

f [Hz]	ω **[rad/s]**	$\lvert H(j\omega)\rvert$	$\phi = \arg H(j\omega)$ **[rad]**	ϕ/ω **[s]**
5				
10				
20				
50				
100				
200				
500				
1000				
2000				
5000				

Actividades de laboratorio

Requisitos para realizar el laboratorio

El día del laboratorio cada estudiante deberá traer impresas las gráficas y tablas completas de la sección anterior. El equipo docente controlará las mismas, pero no serán calificadas. En caso de no tenerlas no será posible realizar el laboratorio y el estudiante tendrá la falta del día.

Procedimiento

En el laboratorio se relevará, mediante el uso del osciloscopio, la relación de amplitudes y temporal entre las sinusoidales de entrada y la salida en el sistema RC.

Materiales

- Placa protoboard
- Capacitor de $C = 2.2\mu F$
- Resistencias de $R = 1.6k\Omega$ y $R = 160\Omega$
- Generador de Señales
- Osciloscopio

Configuración del osciloscopio

- **Acoples:** Configure ambos canales en acoplo de alterna, presionando CH1→Acoplo (seleccione el símbolo de corriente alterna). Repetir para CH2.
- **Escalas:** Configure las escalas en $1V/div$ (Para facilitar el cálculo de la respuesta al impulso puede modificar la escala de CH2 a $200mV/div$). Fije la escala de tiempo en $50ms/div$.
- **Disparo:** Trigger → Modo → Normal, flanco creciente. Puede utilizar el botón "Single" para tomar un solo disparo y congelar la imagen.

Desarrollo

1. **Armado y conexión del circuito**

    1. Obtenga una resistencia de valor nominal $R = 1.6k\Omega$ y un capacitor de $C = 2.2\mu F$. Utilizando un multímetro, mida el valor real de la resistencia y del capacitor. Registre estos valores.

    2. Arme el circuito RC. Conecte el generador de señales como entrada ($V(t)$). Conectar el canal 1 del osciloscopio a la entrada ($V(t)$) y el canal 2 a la salida ($V_C(t)$). Configure el osciloscopio como se detalla en el apartado anterior.

    3. Configure en el generador de funciones una señal sinusoidal de amplitud $A = 1V_{PP}$ y frecuencia $f = 5Hz$. Mida los valores de amplitud y período reales de la señal generada utilizando el osciloscopio. ¿Coinciden con los esperados?

    4. Verifique visualmente que la forma de la salida del sistema coincide con la esperada, y que la frecuencia de las dos señales son la misma.

2. **Relevamiento de la respuesta en frecuencia $H(j\omega)$ para $R = 1.6k\Omega$ y $C = 2.2\mu F$**

    Comenzando con la entrada con $f = 5Hz$:

    1. Registre el valor de amplitud de la señal de salida en la celda correspondiente.

    2. Registre el valor de retraso temporal de la salida respecto de la entrada en la celda correspondiente.

    3. Repita los pasos anteriores para todas las frecuencias que figuran en la tabla a completar.

3. **Relevamiento de la respuesta en frecuencia $H(j\omega)$ para $R = 160\Omega$ y $C = 2.2\mu F$**

    1. Sustituya la resistencia del circuito con otra del nuevo valor. Repita todos los pasos anteriores hasta completar la tabla.

4. Grafique los datos obtenidos para cada circuito en la herramienta informática utilizada en la sección de predicciones teóricas (en el mismo gráfico donde se encuentran los correspondientes teóricos) y compárelos.

Tabla 3: Mediciones para $R = 1.6k\Omega$ y $C = 2.2\mu F$

f [Hz]	**A entrada [V]**	**A salida [V]**	**Delay [s]**
5			
10			
20			
50			
100			
200			
500			
1000			
2000			
5000			

Tabla 4: Mediciones para $R = 160\Omega$ y $C = 2.2\mu F$

f [Hz]	**A entrada [V]**	**A salida [V]**	**Delay [s]**
5			
10			
20			
50			
100			
200			
500			
1000			
2000			
5000			

---

1. Esto es cierto para cualquier sistema cuya relación entrada-salida pueda describirse mediante una ecuación diferencial ordinaria de coeficientes constantes si se supone que el sistema parte del reposo. Esto se demostrará más adelante en el curso. ↩