

Instituto Tecnológico de Aeronáutica – ITA

Sistemas de Controle Contínuos e Discretos –

CMC-12

Lista 4 – Transformada de Laplace e Função de Transferência

Professor: Marcos Ricardo Omena de Albuquerque Maximo

12 de março de 2023

Instruções:

- A entrega da solução dessa lista consiste de submissão de arquivos no Google Classroom.
- Compacte todos os arquivos a serem submetidos em um único **.zip** (use obrigatoriamente **.zip**, e **não** outra tecnologia de compactação de arquivos) e anexe esse **.zip** no Google Classroom.
- O arquivo com os passos das soluções de todas as questões (rascunho) deve ser entregue num arquivo chamado **rascunho.pdf** (**não** usar outro formato além de **.pdf**).
- Para o **.zip**, use o padrão de nome **<login_ga>_listaX.zip**. Por exemplo, se seu login é **marcos.maximo** e você está entregando a lista 1, o nome do arquivo deve ser **marcos.maximo_lista1.zip**. **Não** crie subpastas, deixe todos os arquivos na “raiz” do **.zip**.
- Favor remover todas as impressões e traçados de gráficos usados para depuração antes de entregar sua solução.

Questão 1. Encontre a inversa da seguinte expressão no domínio s :

$$F(s) = \frac{3s + 5}{s^3 + 4s^2 + 5s + 2}. \quad (1)$$

Forneça sua resposta como uma função anônima do MATLAB, que representa $f(t)$ e deve ser retornado pela função `questao1()`, definida no arquivo `questao1.m`. Sua função anônima deve receber uma única variável como argumento, que representa o tempo. Exemplo, se a inversa encontrada fosse

$$f(t) = 2 - e^{-t} + e^{-2t}, \quad (2)$$

então a função anônima seria: `f = @(t) 2 - exp(-t) + exp(-2 * t)`. **Observação:** pode considerar que a função recebe apenas valores $t \geq 0$.

Questão 2. Considere o sistema massa-mola-amortecedor forçado

$$m\ddot{x}(t) + b\dot{x}(t) + kx(t) = u(t), \quad (3)$$

em que $x(t)$ é a posição do bloco, $m = 1 \text{ kg}$ é a massa do bloco, $b = 6 \text{ Ns/m}$ é uma constante de amortecimento, $k = 18 \text{ N/m}$ é a constante de força da mola. Usando transformada de Laplace, resolva um problema de valor inicial (PVI) considerando essa dinâmica, entrada $u(t) = 18 \cdot 1(t) \text{ N}$ (i.e. degrau com amplitude 18 N) e condições iniciais $x(0) = 1$ e $\dot{x}(0) = 3$. Forneça sua resposta como uma função anônima do MATLAB, que representa $f(t)$ e deve ser retornado pela função `questao2()`, definida no arquivo `questao2.m`

Questão 3. Considere um motor elétrico como discutido em sala de aula e apresentado na Figura 1. Determine a função de transferência $G(s) = \Theta(s)/V(s)$, que relaciona a tensão de entrada com a posição angular do motor.

Forneça sua resposta como uma função de transferência do MATLAB, obtida através dos comandos `tf` ou `zpk`. A implementação deve ser realizada no arquivo entregue `questao3.m`. Use parâmetros conhecidos de modelagem de motor elétrico: J é a inércia, b é a constante de amortecimento, R é a resistência, L é a indutância, K_t é a constante de torque. No caso, **não** despreze o efeito do indutor L .

Dica: obtenha o sistema de equações diferenciais ordinárias (EDOs) que descreve a dinâmica do motor elétrico, use transformada de Laplace nas equações e então obtenha a função de transferência $G(s) = \Theta(s)/V(s)$.

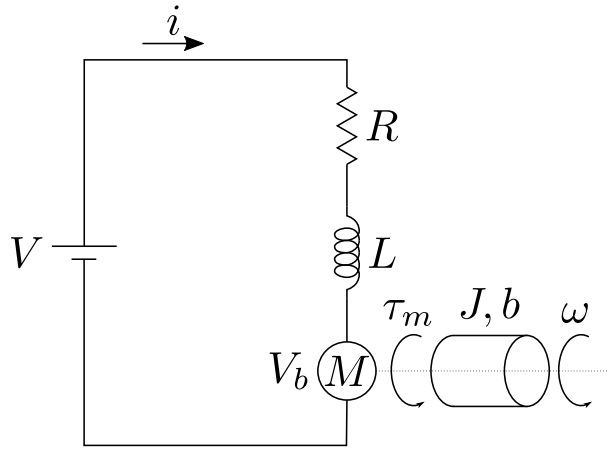


Figura 1: Motor elétrico.

Questão 4. Deseje-se verificar o comportamento do controlador de posição de um carro autônomo quando submetido a uma referência rampa unitária $x_r(t) = t$. Para isso, solicita-se que você implemente uma função para simular essa situação, assumindo que o carro parte do repouso (i.e. condições iniciais nulas). Considere que o controlador é do tipo P+V com malhas aninhadas, conforme mostrado na Figura 2, de modo que a dinâmica do sistema em malha fechada é

$$m\ddot{x} + (b + K_v)\dot{x} + K_p K_v x = K_p K_v x_r, \quad (4)$$

em que m é a massa do carro, b é uma constante de amortecimento devido à resistência do ar, K_p é o ganho proporcional e K_v é o ganho de velocidade. Implemente sua simulação no arquivo `questao4.m`. Nesse arquivo, define-se a função $\mathbf{x} = \text{questao4}(m, b, K_p, K_v, \mathbf{t})$, em que argumentos m , b , K_p e K_v referem-se a m , b , K_p e K_v , respectivamente. Além disso, \mathbf{t} representa o vetor $\mathbf{t} = [t_0, t_1, \dots, t_f]^T$, que contém os instantes de tempo da simulação, e \mathbf{x} é $\mathbf{x} = [x(t_0), x(t_1), \dots, x(t_f)]^T$, que guarda as posições do carro nos instantes de tempo considerados em \mathbf{t} .

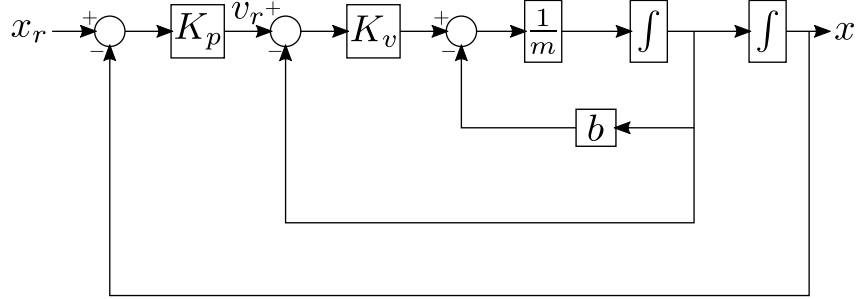


Figura 2: Diagrama de blocos com malhas aninhadas de posição e velocidade para controlar a posição de um carro autônomo.