Matemática Discreta
Tópicos da Linguagem e da Lógica Matemáticas

Texto da Semana 3, Parte 3

Negação

Sumário

Neste texto, continuamos com as aplicações de simbolizações e tabelas na resolução de problemas lógicos que estão associados diretamente com a prática matemática.

Após nos convencermos que a negação de enunciados atômicos depende fortemente de certas convenções e até da maneira como eles são interpretados (Seção 1), abordarmos a aplicação de equivalências na *reescrita da negação de enunciado moleculares* (Seção 2).

Depois de estudarmos este texto, vamos ser capazes de: negar enunciados atômicos, baseados na maneira como eles são interpretados (Exercício 1); e reescrever a negação de enunciados construídos por aplicações dos conectivos (Exercícios 2 e 3).

1 Negação de enunciados atômicos

Uma das habilidades básicas que um estudante de Matemática deve possuir é a de reescrever a negação de enunciados. Vamos, agora, estudar um pouco este aspecto da Linguagem Matemática. Nesta seção, vamos tratar da negação de enunciados atômicos. A negação de enunciados moleculares é o assunto da Seção 2.

Primeiramente, vamos, discutir algumas peculiaridades da negação que influenciam diretamente a negação de enunciados atômicos.

(1) Considerar que um enunciado tem um significado negativo pode depender, e muito, do contexto no qual ele está inserido.

Exemplo 1 Um resultado negativo pode ser, na verdade, um resultado positivo, como no caso do resultado de um exame de uma doença.

Por exemplo, o enunciado

o exame de sangue deu negativo para a enfermidade

que pode ser considerado como a negação de

o exame de sangue deu positivo para a enfermidade

tem, na verdade, um significado positivo.

(2) Muitas vezes, a negação de um enunciado é feita por uma pequena modificação em alguma palavra que ocorre no enunciado que está sendo negado.

Exemplo 2 A negação de

ele é aprovado no teste

pode ser "escrita atômicamente" como

ele é reprovado no teste

dado que, como todos sabem, a negação de

ser aprovado

é

ser reprovado

(3) Muitas vezes, as negações são formadas pela colocação de certos prefixos bem definidos junto a alguma palavra que ocorre no enunciado que está sendo negado. Mas devemos tomar cuidado quando tentamos classificar um enunciado como uma negação apenas pela ocorrência de um desses "prefixos de negação", pois muitas vezes estas partículas são usadas em outro sentido.

Exemplo 3 O prefixo

in

na frase

João é infeliz

indica uma negação.

Por outro lado, o enunciado

Carolina ingeriu a comida

não é a negação de

Carolina geriu a comida.

(4) Em Matemática, além do uso do conectivo

não

a negação é feita pelo emprego de certas convenções sobre como os símbolos são usados no discurso matemático.

Exemplo 4 Em Matemática, é comum negarmos uma proposição que envolve um símbolo especial, riscando o símbolo com barras como $/$ ou $|$.

A tabela abaixo relaciona a negação de certos símbolos que representam conceitos bem conhecidos e utilizados no discurso matemático. O significado e o uso de alguns destes símbolos serão estudados mais detalhadamente nas próximas aulas.

conceito	símbolo	negação
pertinência	$\in$	$\notin$
inclusão	$\subseteq$	$\not\subseteq$
igualdade	$=$	$\neq$
precedência	$<$	$\geq$
sucessão	$>$	$\leq$

1.1 Observação

Observação 1 A negação de enunciados atômicos depende fortemente da maneira como interpretamos o enunciado, mas é guiada por certos padrões usuais da Linguagem Matemática. Estes padrões são adquiridos com estudo (e maturidade).

1.2 Exercício

Exercício 1 Escreva a negação de cada enunciado abaixo:

(i)	1 é primo	(ii)	$x \in \mathbb{N}$
(iii)	10 é múltiplo de 2	(iv)	$\frac{1}{2} \in A$
(v)	2 e 4 são primos entre si	(vi)	$\{1, 2\} \subseteq \mathbb{N}$
(vii)	$\mathbb{N}$ é infinito	(viii)	$2^{10} < 10^2$
(ix)	$C(8, 3)$ é igual a $C(3, 8)$	(x)	$P(A) > 1$

Antes de ler a resolução, tente resolver o exercício usando os conceitos estudados.

***Resolução do Exercício 1*: A negação de enunciados atômicos é fortemente apoiada em convenções matemáticas. Este exercício deixa isto claro.** (i) Negação: 1 não é primo. Se pode ou não ser escrito como 1 é composto depende da convenção matemática adotada. (ii) Negação: $x \notin \mathbb{N}$. (iii) Negação: 10 não é múltiplo de 2. Pode ser escrito como 2 não divide 10 ou, ainda, como 2 não é fator de 10. (iv) Negação: $\frac{1}{2} \notin A$. (v) Negação: 2 e 4 não são primos entre si. Observe as diferenças entre os enunciados 2 e 4 são primos entre si e 2 e 4 são primos. (vi) Negação: $\{1, 2\} \not\subseteq \mathbb{N}$. (vii) Negação: $\mathbb{N}$ não é finito. Pode (e deve) ser escrito como $\mathbb{N}$ é finito. (viii) Negação: $2^{10} \geq 10^2$. Pode ser escrito como $10^2 \leq 2^{10}$. (ix) Negação: $C(8, 3)$ não é igual a $C(3, 8)$. Pode ser escrito como $C(8, 3) \neq C(3, 8)$. (x) Negação: $P(A) \leq 1$. Pode ser escrito como $1 \geq P(A)$.

2 Negação de enunciados moleculares

Vamos, agora, tratar da negação de enunciados moleculares.

O problema de negar um enunciado molecular φ tem uma solução trivial: basta escrever o símbolo $\neg$ na frente do enunciado, obtendo $\neg\varphi$, ou $\neg(\varphi)$, quando os parênteses forem necessários.

Por exemplo, estritamente falando, a negação de

$$\text{todos os alunos devem se matricular em Matemática Discreta} \tag{1}$$

é, simplesmente:

$$\neg(\text{todos os alunos devem se matricular em Matemática Discreta}) \tag{2}$$

Mas, quando falamos em negar um enunciado molecular, não estamos falando em negar no sentido estrito. O que queremos, na verdade, é um enunciado equivalente à negação, que nos transmita alguma informação mais adequada do que a obtida simplesmente pela colocação de uma ocorrência do símbolo $\neg$ na frente do enunciado negado.

Por exemplo, uma maneira de reescrever a negação de (1) é

alguns alunos não precisam se matricular em Matemática Discreta

que é muito mais informativo do que (2).

Assim, parte do trabalho envolvido no problema de negar um enunciado molecular é reescrever a negação de uma maneira adequada. Como veremos, os enunciados equivalentes são uma ferramenta útil para este fim.

Negação da negação

Uma negação $\neg\varphi$ tem a tabela:

φ	$\neg\varphi$
V	F
F	V.

Assim, a negação de uma negação, $\neg(\neg\varphi)$, tem a tabela:

φ	$\neg\varphi$	$\neg(\neg\varphi)$
V	F	V
F	V	F.

Observe que φ e $\neg(\neg\varphi)$ têm exatamente os mesmos valores nas mesmas interpretações. Isto mostra que $\neg(\neg\varphi)$ é *equivalente* à própria φ.

Exemplo 5 A negação de

não é o caso que 2 não é ímpar

é equivalente a

2 é ímpar.

Negação da conjunção

Uma conjunção $\varphi \wedge \psi$ tem a tabela:

φ	ψ	$\varphi \wedge \psi$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F.

Assim, a negação de uma conjunção, $\neg(\varphi \wedge \psi)$, tem a tabela:

φ	ψ	$\varphi \wedge \psi$	$\neg(\varphi \wedge \psi)$
V	V	V	F
V	F	F	V
F	V	F	V
F	F	F	V.

Observe que a negação de uma conjunção $\neg(\varphi \wedge \psi)$ é V exatamente nos casos em que <u>ao menos uma</u> das duas proposições φ e ψ é F. Isto mostra que $\neg(\varphi \wedge \psi)$ é *equivalente* a $(\neg\varphi) \vee (\neg\psi)$, o que fica mais evidente quando construímos a tabela de $(\neg\varphi) \vee (\neg\psi)$:

φ	ψ	$\neg\varphi$	$\neg\psi$	$(\neg\varphi) \vee (\neg\psi)$
V	V	F	F	F
V	F	F	V	V
F	V	V	F	V
F	F	V	V	V.

Observe que $\neg(\varphi \wedge \psi)$ e $(\neg\varphi) \vee (\neg\psi)$ têm exatamente os mesmos valores nas mesmas interpretações. Isto mostra que $\neg(\varphi \wedge \psi)$ é *equivalente* a $(\neg\varphi) \vee (\neg\psi)$.

Exemplo 6 A negação de

x é par e x é quadrado perfeito

é equivalente a

x não é par ou x não é quadrado perfeito.

Negação da disjunção

Uma disjunção $\varphi \vee \psi$ tem a tabela:

φ	ψ	$\varphi \vee \psi$
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F.

Assim, a negação de uma disjunção, $\neg(\varphi \vee \psi)$, tem a tabela:

φ	ψ	$\varphi \vee \psi$	$\neg(\varphi \vee \psi)$
V	V	V	F
V	F	V	F
F	V	V	F
F	F	F	V.

Observe que a negação de uma disjunção $\neg(\varphi \vee \psi)$ é V exatamente no caso em que ambas as proposições φ e ψ são F. Isto mostra que $\neg(\varphi \vee \psi)$ é *equivalente* a $(\neg\varphi) \wedge (\neg\psi)$, o que fica mais evidente quando construímos a tabela de $(\neg\varphi) \wedge (\neg\psi)$:

φ	ψ	$\neg\varphi$	$\neg\psi$	$(\neg\varphi) \wedge (\neg\psi)$
V	V	F	F	F
V	F	F	V	F
F	V	V	F	F
F	F	V	V	V.

Observe que em cada caso $\neg(\varphi \vee \psi)$ e $(\neg\varphi) \wedge (\neg\psi)$ têm exatamente os mesmos valores nas mesmas interpretações. Isto mostra que $\neg(\varphi \vee \psi)$ é *equivalente* a $(\neg\varphi) \wedge (\neg\psi)$.

Exemplo 7 A negação de

x é par ou x é ímpar

é equivalente a

x não é par e x não é ímpar.

Negação da implicação

Uma implicação $\varphi \to \psi$ tem a tabela:

φ	ψ	$\varphi \to \psi$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V.

Assim, a negação de uma implicação, $\neg(\varphi \to \psi)$, tem a tabela:

φ	ψ	$\varphi \to \psi$	$\neg(\varphi \to \psi)$
V	V	V	F
V	F	F	V
F	V	V	F
F	F	V	F.

Observe que a negação de uma implicação $\neg(\varphi \to \psi)$ é V exatamente no caso em que a proposição φ é V e a proposição ψ é F. Isto mostra que $\neg(\varphi \to \psi)$ é *equivalente* a $\varphi \wedge (\neg\psi)$, o que fica mais evidente quando construímos a tabela de $\varphi \wedge (\neg\psi)$:

φ	ψ	$\neg\psi$	$\varphi \wedge (\neg\psi)$
V	V	F	F
V	F	V	V
F	V	F	F
F	F	V	F.

Observe que $\neg(\varphi \to \psi)$ e $\varphi\wedge(\neg\psi)$ têm exatamente os mesmos valores nas mesmas interpretações. Isto mostra que $\neg(\varphi \to \psi)$ é *equivalente* a $\varphi \wedge (\neg\psi)$.

Exemplo 8 A negação de

se x é par, então x^2 é par

é equivalente a

x é par e x^2 não é par,

que pode ser reescrita como

x é par e x^2 é ímpar.

Negação da bi-implicação

Uma bi-implicação $\varphi \leftrightarrow \psi$ tem a tabela:

φ	ψ	$\varphi \leftrightarrow \psi$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V.

Assim, a negação de uma bi-implicação, $\neg(\varphi \leftrightarrow \psi)$, tem a tabela:

φ	ψ	$\varphi \leftrightarrow \psi$	$\neg(\varphi \leftrightarrow \psi)$
V	V	V	F
V	F	F	V
F	V	F	V
F	F	V	F.

Observe que a negação de uma bi-implicação $\neg(\varphi \leftrightarrow \psi)$ é V exatamente nos casos em que as proposições φ e ψ possuem valores opostos (observe a segunda e a terceira linhas da tabela acima, descontando a linha de referência). Isto mostra que $\neg(\varphi \leftrightarrow \psi)$ é *equivalente* a $(\varphi \wedge (\neg\psi)) \vee ((\neg\varphi) \wedge \psi)$. Isto fica mais evidente quando construímos a tabela de $(\varphi \wedge (\neg\psi)) \vee ((\neg\varphi) \wedge \psi)$:

φ	ψ	$\neg\varphi$	$\neg\psi$	$\varphi \wedge (\neg\psi)$	$(\neg\varphi) \wedge \psi$	$[\varphi \wedge (\neg\psi)] \vee [(\neg\varphi) \wedge \psi]$
V	V	F	F	F	F	F
V	F	F	V	V	F	V
F	V	V	F	F	V	V
F	F	V	V	F	F	F.

Observe que $\neg(\varphi \leftrightarrow \psi)$ e $(\varphi \wedge (\neg\psi)) \vee ((\neg\varphi) \wedge \psi)$ têm exatamente os mesmos valores nas mesmas interpretações. Isto mostra que $\neg(\varphi \leftrightarrow \psi)$ é *equivalente* a $(\varphi \wedge (\neg\psi)) \vee ((\neg\varphi) \wedge \psi)$.

Exemplo 9 A negação de

x é primo se, e somente se, x possui fatores próprios

é equivalente a (observe os parênteses e a vírgula)

> x é primo e (não (x possui fatores próprios)), ou (não (x é primo)) e x possui fatores próprios,

que pode ser reescrita como

> x é primo e x não possui fatores próprios, ou x não é primo e x possui fatores próprios.

□

Também podemos obter o enunciado $(\varphi\wedge(\neg\psi))\vee((\neg\varphi)\wedge\psi)$ a partir do enunciado $\neg(\varphi \leftrightarrow \psi)$, usando o nosso conhecimento sobre proposições equivalentes e negação de conjunções e implicações. De fato, de acordo com o Exercício 1.2.1(ii) da Parte 2 do texto da Semana 3, sabemos que $\varphi \leftrightarrow \psi$ é equivalente a $(\varphi \rightarrow \psi) \wedge (\psi \rightarrow \varphi)$.

Assim, temos:

$$\neg(\varphi \leftrightarrow \psi)$$

é equivalente a

$$\neg[(\varphi \rightarrow \psi) \wedge (\psi \rightarrow \varphi)]$$

é equivalente a

$$\neg(\varphi \rightarrow \psi) \vee \neg(\psi \rightarrow \varphi)$$

é equivalente a

$$(\varphi \wedge \neg\psi) \vee (\psi \wedge \neg\varphi)$$

é equivalente a

$$(\varphi \wedge \neg\psi) \vee (\neg\varphi \wedge \psi).$$

Em cada passagem acima, transformamos um enunciado simbolizado em outro equivalente. Para isto, usamos as seguintes equivalências, respectivamente:

$$\begin{array}{rcl} \varphi \leftrightarrow \psi & \text{e} & (\varphi \to \psi) \wedge (\psi \to \varphi) \\ \neg(\varphi \wedge \psi) & \text{e} & \neg\varphi \vee \neg\psi \\ \neg(\varphi \to \psi) & \text{e} & \varphi \wedge \neg\psi \\ \psi \wedge \neg\varphi & \text{e} & \neg\varphi \wedge \psi. \end{array}$$

Observe que na sequência de enunciados obtida acima, quaisquer dois enunciados são equivalentes.

2.1 Observações

Observação 2 Em resumo, temos:

(1) Negar um proposição molecular é reescrever a sua negação de uma maneira mais informativa.

(2) Esta reescrita pode ser feita de maneira sistemática, pelo uso de proposições equivalentes.

(3) As equivalências mais úteis para este fim, são as seguintes:

$$\begin{array}{lcl} \neg(\neg\varphi) & \text{e} & \varphi \\ \neg(\varphi \wedge \psi) & \text{e} & (\neg\varphi) \vee (\neg\psi) \\ \neg(\varphi \vee \psi) & \text{e} & (\neg\varphi) \wedge (\neg\psi) \\ \neg(\varphi \to \psi) & \text{e} & \varphi \wedge (\neg\psi) \\ \neg(\varphi \leftrightarrow \psi) & \text{e} & (\varphi \wedge (\neg\psi)) \vee ((\neg\varphi) \wedge \psi). \end{array}$$

2.2 Exercícios

Exercício 2 Escreva a negação de cada enunciado abaixo, do seguinte modo: (a) identifique os enunciados componentes, (b) defina uma legenda, (c) simbolize o enunciado de acordo com a legenda definida, (d) reescreva a negação do enunciado simbolizado através de equivalências e, finalmente, (e) traduza o enunciado obtido ao final do processo de volta para a linguagem natural, de acordo com a legenda definida.

(i) Não é o caso que $1 + 2 > \pi$
(ii) x é irracional
(iii) $2 + 1 = 3$ e $2 - 1 \neq 1$
(iv) ABC é retângulo e DEF é isósceles
(v) x é par ou x é primo
(vi) $x < y$ ou x não é positivo
(vii) Se $\mathbb{N}$ é infinito, então $\mathbb{Z}$ não é finito

(viii) Se A é finito, então $P(A) > 1$
(ix) 2 é par se, e somente se, 2^2 é ímpar
(x) ABC é um triângulo se, e somente se, $\overline{AX}$ e $\overline{BY}$ são colineares

Exercício 3 Escreva a negação de cada enunciado abaixo:

(i) a presidência está sendo exercida com competência e inteligência
(ii) 3 é ímpar e primo, mas 4 não
(iii) x é igual a 1, 2, ou 3
(iv) se a candidata falar a verdade, não será eleita, mas se mentir também não
(iv) se a Presidenta e o Ministro vão ao encontro, o Senador falta
(v) o triângulo de ângulos A, B e C é retângulo se, e somente se, um dos seus ângulos é reto

Antes de ler as resoluçẽs, tente resolver os exercícios usando os conceitos estudados.

***Resolução do Exercício 2*:** (i) Legenda: $p \;:\; 1+2>\pi$. Simbolização: $\neg p$. Negação: $\neg\neg p$, equivalente a p. Reescrita: $1+2>\pi$. (ii) Assumindo que ser irracional é a negação de ser racional. Legenda: $p \;:\; x$ é racional. Simbolização: $\neg p$. Negação: $\neg\neg p$, equivalente a p. Reescrita: x é racional. (iii) Legenda: $\begin{array}{lcl} p & : & 2+1=3 \\ q & : & 2-1=1. \end{array}$ Simbolização: $p \wedge \neg q$. Negação: $\neg(p \wedge \neg q)$, equivalente a $\neg p \vee \neg\neg q$, equivalente a $\neg p \vee q$. Reescrita: $2+1 \neq 3$ ou $2-1=1$. Como $\neg p \vee q$ é equivalente a $p \to q$ **(Verifique esta afirmação!)**, a negação pode ser reescrita como se $2+1=3$, então $2-1=1$. (iv) Legenda: $\begin{array}{lcl} p & : & ABC \text{ é retângulo} \\ q & : & DEF \text{ é isósceles.} \end{array}$ Simbolização: $p \wedge q$. Negação: $\neg(p \wedge q)$, equivalente a $\neg p \vee \neg q$. Reescrita: ABC não é retângulo ou DEF não é isósceles. Como $\neg p \vee \neg q$ é equivalente a $p \to \neg q$ **(Verifique esta afirmação!)**, a negação pode ser reescrita como se ABC é retângulo, então DEF não é isósceles. (v) Legenda: $\begin{array}{lcl} p & : & x \text{ é par} \\ q & : & x \text{ é primo.} \end{array}$ Simbolização: $p \vee q$. Negação: $\neg(p \vee q)$, equivalente a $\neg p \wedge \neg q$. Reescrita: x não é par e x não é primo. Se soubéssemos que $x \neq 0$ e $x \neq 1$, este enunciado poderia ser reescrito como x é ímpar e x é composto. (vi) Assumindo que $x \geq y$ é a negação de $x < y$, quando x e y são números reais. Legenda: $\begin{array}{lcl} p & : & x<y \\ q & : & x \text{ é positivo.} \end{array}$ Simbolização: $p \vee \neg q$. Negação: $\neg(p \vee \neg q)$, equivalente a $\neg p \wedge \neg\neg q$, equivalente a $\neg p \wedge q$. Reescrita: $x \geq y$ e x é positivo. (vii) Assumindo que ser finito é a negação de ser infinito. Legenda: $\begin{array}{lcl} p & : & \mathbb{N} \text{ é finito} \\ q & : & \mathbb{Z} \text{ é finito.} \end{array}$ Simbolização: $\neg p \to \neg q$. Negação: $\neg(\neg p \to \neg q)$, equivalente a $\neg p \wedge \neg\neg q$, equivalente a $\neg p \wedge q$. Reescrita: $\mathbb{N}$ é infinito e $\mathbb{Z}$ é finito. (viii) Assumindo que $x \leq y$ é a negação de $x > y$, quando x e y são números reais. Legenda: $\begin{array}{lcl} p & : & A \text{ é finito} \\ q & : & P(A)>1. \end{array}$ Simbolização: $p \to q$. Negação: $\neg(p \to q)$, equivalente a $p \wedge \neg q$. Reescrita: A é finito e $P(A) \leq 1$. (ix) Assumindo que ser ímpar é a negação de ser par. Legenda: $\begin{array}{lcl} p & : & 2 \text{ é par} \\ q & : & 2^2 \text{ é par.} \end{array}$ Simbolização: $p \leftrightarrow \neg q$. Negação: $\neg(p \leftrightarrow \neg q)$, equivalente a $(p \wedge \neg\neg q) \vee (\neg p \wedge \neg q)$, equivalente a $(p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q)$. Reescrita: (2 é par e 2^2 é par) ou (2 é ímpar e 2^2 é ímpar). (x) Legenda: $\begin{array}{lcl} p & : & ABC \text{ é um triângulo} \\ q & : & \overline{AX} \text{ e } \overline{BY} \text{ são colineares.} \end{array}$ Simbolização: $p \leftrightarrow q$. Negação: $\neg(p \leftrightarrow q)$, equivalente a $(p \wedge (\neg q)) \vee ((\neg p) \wedge q)$. Reescrita: ABC é um triângulo e $\overline{AX}$ e $\overline{BY}$ não são colineares;

ou ABC não é um triângulo e $\overline{AX}$ e $\overline{BY}$ são colineares. ***Resolução do Exercício 3*:** (i) Reescrita: a presidência está sendo exercida com competência e a presidência está sendo exercida com inteligência. Legenda: c : a presidência está sendo exercida com competência; i : a presidência está sendo exercida com inteligência. Simbolização: $c \wedge i$. Negação: $\neg(c \wedge i)$, equivalente a $(\neg c) \vee (\neg i)$. Reescrita: a presidência não está sendo exercida com competência ou a presidência não está sendo exercida com inteligência. (ii) Reescrita: (3 é ímpar e 3 é primo) e [não (4 é ímpar e 4 é primo)]. Legenda: p : 3 é ímpar; q : 3 é primo; r : 4 é ímpar; s : 4 é primo. Simbolização: $(p \wedge q) \wedge \neg(r \wedge s)$. Negação: $\neg[(p \wedge q) \wedge \neg(r \wedge s)]$, equivalente a $[\neg(p \wedge q)] \vee \neg\neg(r \wedge s)$, equivalente a $[(\neg p) \vee (\neg q)] \vee (r \wedge s)$. Reescrita: 3 não é ímpar ou 3 não é primo ou (4 é ímpar e primo). (iii) Reescrita: ($x = 1$ ou $x = 2$) ou $x = 3$. Legenda: u : $x = 1$; d : $x = 2$; t : $x = 3$. Simbolização: $(u \vee d) \vee t$. Negação: $\neg[(u \vee d) \vee t)]$, equivalente a $\neg(u \vee d) \wedge \neg t$, equivalente a $(\neg u \wedge \neg d) \wedge \neg t$. Reescrita: ($x \neq 1$ e $x \neq 2$) e $x \neq 3$. (iv) Assumindo que faltar ao encontro significa não ir ao encontro. Reescrita: se (a Presidenta vai ao encontro e o Ministro vai ao encontro), então o Senador não vai ao encontro. Legenda: p : a Presidenta vai ao encontro; m : o Ministro vai ao encontro; s : o Senador vai ao encontro. Simbolização: $(p \wedge m) \to \neg s$. Negação: $\neg[(p \wedge m) \to \neg s]$, equivalente a $\neg[(p \wedge m) \to \neg\neg s]$, equivalente a $(p \wedge m) \wedge \neg s$. Reescrita: (a Presidenta vai ao encontro e o Ministro vai ao encontro) e o Senador vai ao encontro. Ou seja, a Presidenta, o Ministro e o Senador vão ao encontro. (v) Reescrita: o triângulo de ângulos A, B e C é retângulo se, e somente se, (o ângulo A é reto ou o ângulo B é reto) ou o ângulo C é reto. Legenda: r : o triângulo de ângulos A, B e C é retângulo; a : o ângulo A é reto; b : o ângulo B é reto; c : o ângulo C é reto. Simbolização: $r \leftrightarrow (a \vee b \vee c)$. Negação: $\neg[r \leftrightarrow (a \vee b \vee c)]$, equivalente a $[r \wedge \neg(a \vee b \vee c)] \vee [\neg r \wedge (a \vee b \vee c)]$, equivalente a $(r \wedge \neg a \wedge \neg b \wedge \neg c) \vee [\neg r \wedge (a \vee b \vee c)]$. Reescrita: (o triângulo de ângulos A, B e C é retângulo e o ângulo A não é reto e o ângulo B não é reto e o ângulo C não é reto) ou [o triângulo de ângulos A, B e C não é retângulo (o ângulo A é reto ou o ângulo B é reto ou o ângulo C é reto)]. Ou seja, (o triângulo é retângulo e nenhum dos ângulos é reto) ou (o triângulo não é retângulo e ao menos um dos ângulos é reto).
