

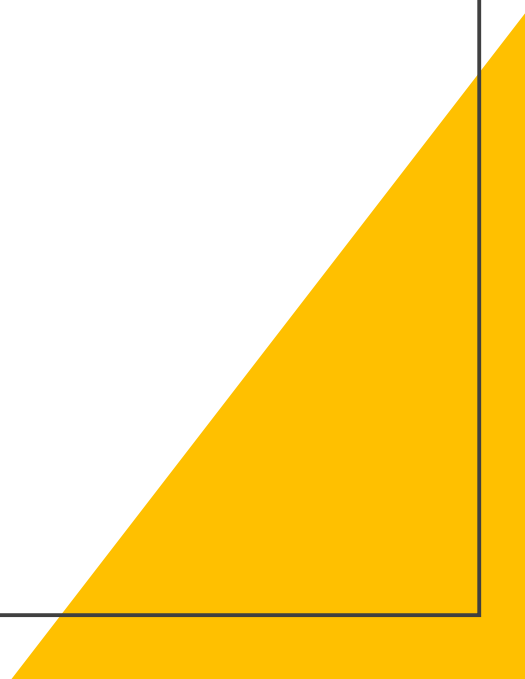


TECNOLOGIA EM ANÁLISE E DESENVOLVIMENTO DE SISTEMAS

FUNDAMENTOS DE INFORMÁTICA

Prof. Me. Matheus Raffael Simon

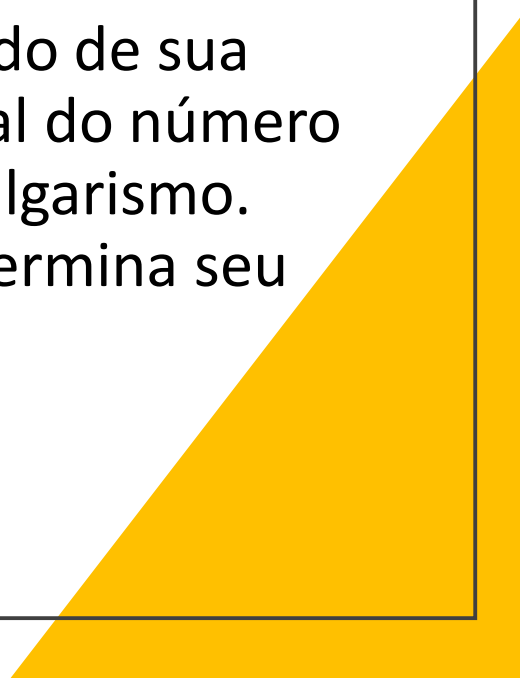
Sistema numeral



Notação posicional – base decimal

- Desde os primórdios da civilização o Homem vem adotando formas e métodos específicos para representar números, tornando possível, com eles, contar objetos e efetuar operações aritméticas (+, -, *, /).
- A forma mais empregada de representação numérica é a chamada **notação posicional**.

Notação posicional – base decimal

- Nela os algarismos componentes de um número assumem valores diferentes, dependendo de sua posição relativa no número. O valor total do número é a soma dos valores relativos de cada algarismo. Assim é a sua posição ou dígito que determina seu valor.
- 
- A large yellow triangle is located in the bottom right corner of the slide, pointing towards the top right.

Notação posicional – base decimal

- A cultura ocidental adotou um sistema contendo 10 dígitos: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.
- Assim foi chamado de sistema decimal.
- O seu avanço se dá no acúmulo de números e é “infinito”.

Notação posicional – base decimal

- Já o sistema de Numeração Grego tinha 27 letras para representar os valores.

UNIDADES				DEZENAS				CENTENAS			
A	α	alfa	1	I	ι	iota	10	P	ρ	rô	100
B	β	beta	2	K	κ	kapa	20	Σ	σ	sigma	200
Γ	γ	gama	3	Λ	λ	lambda	30	T	τ	tau	300
Δ	δ	delta	4	M	μ	mu	40	Υ	υ	upsilon	400
E	ε	epsilon	5	N	ν	nu	50	Φ	φ	phi	500
Ϛ	ϛ	digama	6	Ξ	ξ	ksi	60	X	χ	khi	600
Z	ζ	zeta	7	O	ο	ômicron	70	Ψ	ψ	psi	700
H	η	eta	8	Π	π	pi	80	Ω	ω	ômega	800
Θ	θ	teta	9	Ϟ	ϟ	kopa	90	Ϡ	ϡ	san	900

Notação posicional – base decimal

- O sistema babilônico tinha valores diferentes de 1 a 10 e ia até o 59, quando chegava ao 60

𐎶 1	𐎶𐎵 11	𐎶𐎵𐎶 21	𐎶𐎵𐎶𐎵 31	𐎶𐎵𐎶𐎵𐎶 41	𐎶𐎵𐎶𐎵𐎶𐎵 51
𐎶𐎶 2	𐎶𐎶𐎵 12	𐎶𐎶𐎶 22	𐎶𐎶𐎶𐎵 32	𐎶𐎶𐎶𐎵𐎶 42	𐎶𐎶𐎶𐎵𐎶𐎵 52
𐎶𐎶𐎶 3	𐎶𐎶𐎶𐎵 13	𐎶𐎶𐎶𐎶 23	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵 33	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵𐎶 43	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵𐎶𐎵 53
𐎶𐎶𐎶𐎶 4	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵 14	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 24	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵 34	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵𐎶 44	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵𐎶𐎵 54
𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 5	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵 15	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 25	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵 35	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵𐎶 45	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵𐎶𐎵 55
𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 6	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵 16	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 26	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵 36	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵𐎶 46	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵𐎶𐎵 56
𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 7	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵 17	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 27	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵 37	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵𐎶 47	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵𐎶𐎵 57
𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 8	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵 18	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 28	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵 38	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵𐎶 48	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵𐎶𐎵 58
𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 9	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵 19	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 29	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵 39	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵𐎶 49	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵𐎶𐎵 59
𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 10	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵 20	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 30	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵 40	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵𐎶 50	

Notação posicional – base decimal

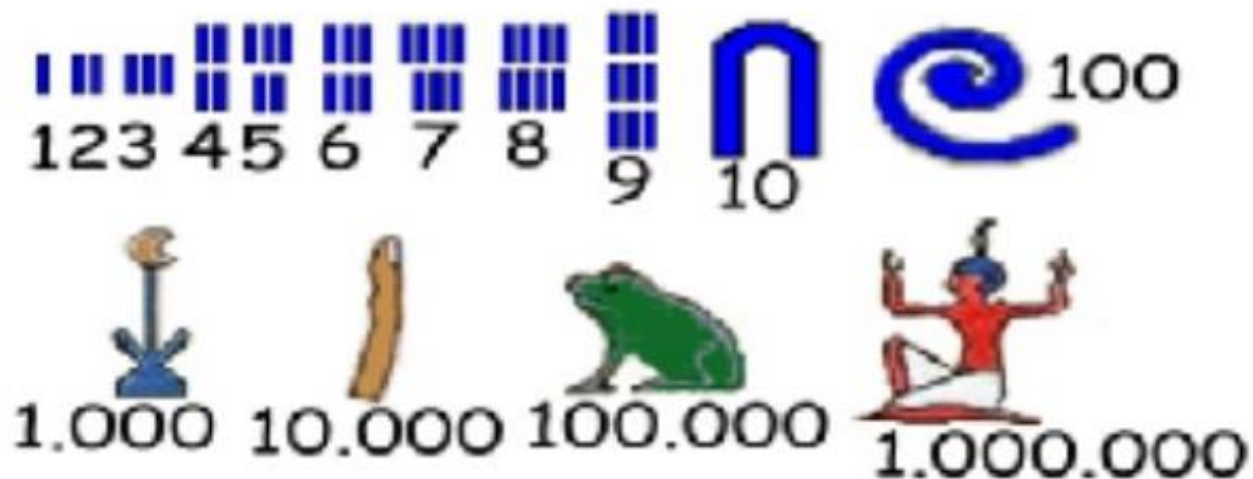
- O sistema romano era mais enxuto havendo apenas 7 letras para representar os números.

I = 1	XX = 20	CCC = 300
II = 2	XXX = 30	CD = 400
III = 3	XL = 40	D = 500
IV = 4	L = 50	DC = 600
V = 5	LX = 60	DCC = 700
VI = 6	LXX = 70	DCCC = 800
VII = 7	LXXX = 80	CM = 900
VIII = 8	XC = 90	M = 1000
IX = 9	C = 100	MM = 2000
X = 10	CC = 200	MMM = 3000

Notação posicional – base decimal




















- O sistema numeral dos egípcios é um dos mais antigos, datado de 6000 ac. Era representado por símbolos especiais para 1, 10, 100, 1000 e de forma aditiva.
- 1 era representado por um bastão |
- 2 por dois bastões || ...

Notação posicional – base decimal



Notação posicional – base decimal

- O sistema numeral dos maias era do tipo vigesimal, ou seja, na base 20. Possuía como base a soma dos dedos das mãos e dos pés.

	•	••	•••	••••
0	1	2	3	4
				
5	6	7	8	9
				
10	11	12	13	14
				
15	16	17	18	19
•	•	•	•	•
	•	••		
20	21	22	30	33

Notação posicional – base decimal

- O sistema numeral chinês é formado pela adição e multiplicação dos símbolos.
- Curiosidade: os primeiros números encontrados por arqueólogos no começo dos anos 1900 estavam escritos em ossos e cascos de tartarugas.

一	二	三	四	五	六
1	2	3	4	5	6
七	八	九	十	百	千
7	8	9	10	100	1000

Notação posicional – base decimal

- O sistema numeral Indo-arábico, veio dos hindus, e devidos os árabes, foram transmitidos para a Europa ocidental. Ele sofreu atualizações com o decorrer dos anos e se transformou no nosso sistema.

HINDU 300 a.C	-	=	≡	𑆑	𑆒	𑆓	𑆔	𑆕	𑆖	
HINDU 500 d.C	𑆑	𑆒	𑆓	𑆔	𑆕	𑆖	𑆗	𑆘	𑆙	𑆚
ÁRABE 900 d.C	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	٠
ÁRABE (ESPANHA) 1000 d.C	1	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	٠
ITALIANO 1400 d.C	1	2	٣	4	٥	6	7	8	9	0
ATUAL	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0

Notação posicional – base decimal

- A quantidade de algarismos disponíveis em um dado sistema de numeração é chamada de **base**. A base serve para contarmos grandezas maiores, indicando a noção de grupamento. O sistema de dez algarismos tem base 10. Outro sistema que possua apenas dois algarismo diferentes (0,1) é de base 2 (binário).

Notação posicional – base decimal

- Exemplificando: seja o N^o 1303, na base 10, escrito da seguinte forma: 1303_{10}
- Em base decimal, por ser mais usual, costuma-se dispensar o indicador da base: 1303.
- Neste exemplo o número tem 4 algarismos: 1, 3, 0 e 3. E cada algarismo possui um valor correspondente à sua posição no número.

Notação posicional – base decimal

- Assim, o número 3, mais a direita, representa 3 unidades. Neste caso o valor absoluto do algarismo, que é 3, é igual ao seu valor relativo, o 3, pois está na primeira posição. Considerando-se 3 vezes a potência 0 na base 10:
- $3 * 10^0 = 3$

Notação posicional – base decimal

- Enquanto o segundo 3 vale três vezes a potencia 2 da base 10, ou:
 - $3 * 10^2 = 300$
- E o ultimo à esquerda, vale uma vez a potência 3 da base 10, ou $1 * 10^3 = 1000$
- O número total seria $1000+300+0+3=1303$

Notação posicional – base decimal

- Generalizando, num sistema qualquer de numeração posicional, um número N é expresso da seguinte forma:
- $N = (d_{n-1} d_{n-2} d_{n-3} \dots d_1 d_0)_b$
- Onde:
- d indica cada algarismo do número.
- $n-1, n-2, 1, 0$ (índice) indicam a posição de cada algarismo.
- b indica a base da numeração.
- n indica o número de dígitos inteiros.

Notação posicional – base decimal

- O valor de número pode ser obtido do seguinte somatório:
- $N = d_{n-1} * b^{n-1} + d_{n-2} * b^{n-2} + ... + d_1 * b^1 + d_0 * b^0$
- Deste modo, na base 10, podemos representar um número: $N=3748$
- Onde:
- $N=4$ (quatro dígitos inteiros)

Notação posicional – base decimal

- Utilizando a formula anterior temos:
- $N = 3 * 10^3 + 7 * 10^2 + 4 * 10^1 + 8 * 10^0 =$
- $3000 + 700 + 40 + 8 = 1748_{10}$
- OBS números fracionários são representados de outra forma.

Outras bases de numeração

- Além da base decimal, temos outras bases muito utilizadas, que são a base 2 (binário), a base 8 (octal) e a base 16 (hexadecimal)

Base 2	Base 8	Base 10	Base 16
0	0	0	0
1	1	1	1
10	2	2	2
11	3	3	3
100	4	4	4
101	5	5	5
110	6	6	6
111	7	7	7
1000	10	8	8
1001	11	9	9
1010	12	10	A
1011	13	11	B
1100	14	12	C
1101	15	13	D
1110	16	14	E
1111	17	15	F
10000	20	16	10
10001	21	17	11

Base binária

- O sistema binário ou base 2, é um sistema de numeração posicional em que todas as quantidades se representam com base em dois números.
- Símbolos da base binária: 0 e 1.



Base binária

- Os computadores digitais trabalham internamente com dois níveis de tensão, pelo que o seu sistema de numeração natural é o sistema binário (aceso, apagado). Com efeito, num sistema simples como este é possível simplificar o cálculo, com o auxílio da lógica booleana. Em computação, chama-se um dígito binário (0 ou 1) de bit, que vem do inglês Binary Digit. Um agrupamento de 8 bits corresponde a um byte (Binary Term).

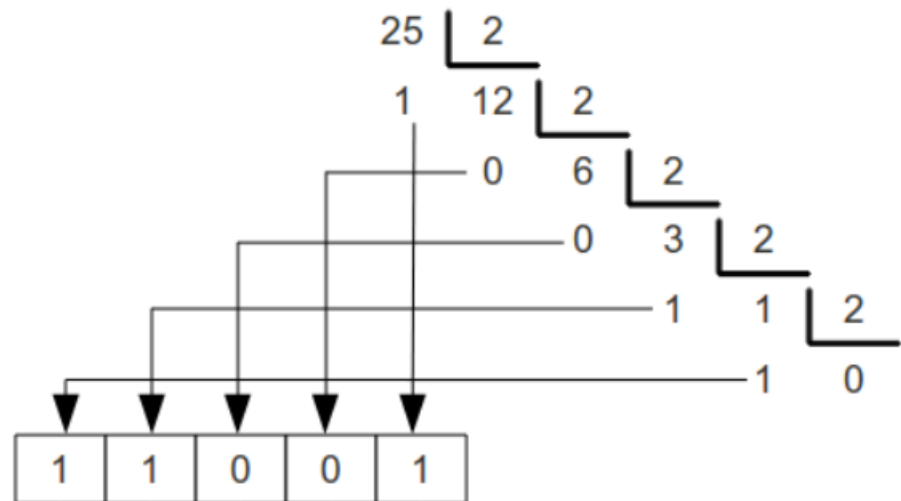
Base binária



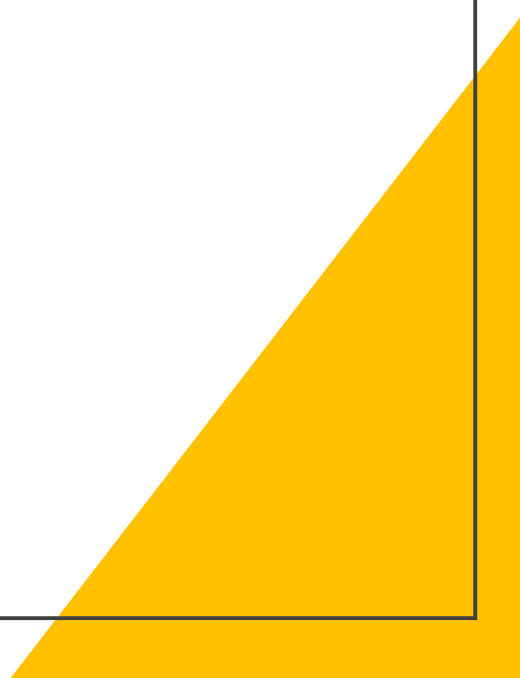
- O sistema binário é base para a Álgebra booleana (de George Boole - matemático inglês), que permite fazer operações lógicas e aritméticas usando-se apenas dois dígitos ou dois estados (sim e não, falso e verdadeiro, tudo ou nada, 1 ou 0, ligado e desligado). Toda a eletrônica digital e computação está baseada nesse sistema binário e na lógica de Boole, que permite representar por circuitos eletrônicos digitais (portas lógicas) os números, caracteres, realizar operações lógicas e aritméticas. Os programas de computadores são codificados sob forma binária e armazenados nas mídias (memórias, discos, etc) sob esse formato.

Conversão de Decimal para Binário

- Divide-se sucessivamente por 2. Depois o número binário é formado pelo quociente da última divisão seguido dos restos de todas as divisões na sequência em que foram realizadas.
- Exemplo $8 (D) = ? (B)$
- $8/2=4$ resto 0
- $4/2=2$ resto 0
- $2/2=1$ resto 0
- $8(D)=1000(B)$



Conversão de Decimal para Binário

- Exercite-se: Converta os valores decimais em binários:
 - 51
 - 24
 - 101
 - 63
 - 15963
 - 15688954
- 
- A large yellow triangle is positioned in the bottom right corner of the slide, pointing towards the top right.

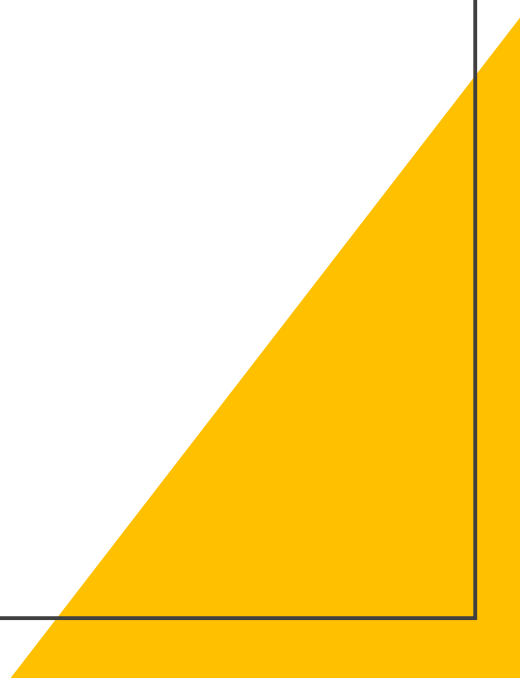
Conversão de Binário para Decimal

- Deve-se escrever cada número que o compõe (bit), multiplicado pela base do sistema ($\text{base}=2$), elevado à posição que ocupa. A soma de cada multiplicação de cada dígito binário pelo valor das potências resulta no número real representado.

Conversão de Binário para Decimal

- Exemplo: $1011(B) = ?(D)$
- $1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0 =$
- $8 + 0 + 2 + 1 =$
- 11
- $1011(B) = 11(D)$

Conversão de Binário para Decimal

- Exercite-se: Converta os valores decimais em binários:
 - 110000
 - 1000000000
 - 10000000000
 - 100000000001
 - 1001111001001110001011100
- 
- A large yellow right-angled triangle is positioned in the bottom right corner of the slide, pointing towards the top right.

Soma de Binários

- $0+0=0$
- $0+1=1$
- $1+0=1$
- $1+1= 10$
- $1+1+1= 11$

Soma de Binários

- Para somar dois números binários, o procedimento é o seguinte:
- Exemplo 1:
- 1100
- + 111
- 10011
- Explicando: Na soma de 0 com 1 o total é 1. Quando se soma 1 com 1, o resultado é 2, mas como 2 em binário é 10, o resultado é 0 (zero) e passa-se o outro 1 para a "frente", ou seja, para ser somado com o próximo elemento, conforme assinalado pelo asterisco, como no exemplo acima.

Soma de Binários

- Exemplo 2: **
- 1100
- + 1111
- 11011
- Explicando: Nesse caso acima, na quarta coluna/casa da direita para a esquerda, nos deparamos com uma soma de 1 com 1 mais a soma do 1 (*) que veio da soma anterior. Quando temos esse caso (1 + 1 + 1), o resultado é 1 e passa-se o outro 1 para frente.

Exercício



- Some os seguintes valores em binário:
- $100111+11101$
- $1111+1000$
- $1+11111$
- $19+18$

Subtração de Binários

- $0-1=1$ e vai 1^* para ser subtraído no dígito seguinte
- $1-1=0$
- $1-0=1$
- $0-0=0$
- Para subtrair dois números binários, o procedimento é o seguinte:
 - * **
 - 1101110
 - - 10111
 - 1010111

Subtração de Binários

- Explicando: Quando temos 0 menos 1, precisamos "pedir emprestado" do elemento vizinho. Esse empréstimo vem valendo 2 (dois), pelo fato de ser um número binário. Então, no caso da coluna $0 - 1 = 1$, porque na verdade a operação feita foi $2 - 1 = 1$. Esse processo se repete e o elemento que cedeu o "empréstimo" e valia 1 passa a valer 0. Os asteriscos marcam os elementos que "emprestaram" para seus vizinhos. Perceba, que, logicamente, quando o valor for zero, ele não pode "emprestar" para ninguém, então o "pedido" passa para o próximo elemento e esse zero recebe o valor de 1.

Exercício



- Subtraia os seguintes valores em binário:
- 100101-11101
- 1111-1000
- 1-11111
- 17-16

Sistema Hexadecimal

- O sistema hexadecimal é um sistema de numeração posicional que representa os números em base 16, portanto empregando 16 símbolos.
- Símbolos da base Hexadecimal: 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B C D E F

Sistema Hexadecimal

- O sistema hexadecimal está vinculado à informática, pois os computadores costumam utilizar o byte como unidade básica da memória. 1 byte = 8 bits e então um byte pode ser representado por 8 algarismos do sistema binário ou por 2 algarismos do sistema hexadecimal. Ex: Bin = 10011100, Hexa= 9C.

Conversão de Binário para Hexadecimal

- Separe o número binário em grupos de 4 dígitos da direita para a esquerda e então faça a conversão de cada grupo de acordo com a tabela de conversão direta abaixo. Caso a quantidade de dígitos a ser convertida não for um número múltiplo de 4, complete com 0's a esquerda até torná-lo múltiplo de 4.

Conversão de Binário para Hexadecimal

0	0000	4	0100	8	1000	C	1100
1	0001	5	0101	9	1001	D	1101
2	0010	6	0110	A	1010	E	1110
3	0011	7	0111	B	1011	F	1111

Conversão de Binário para Hexadecimal

- Ex: (1010111001010)B para hexadecimal:

<u>000</u> 1	0101	1100	1010
1	5	C	A

- Note que os 3 primeiros zeros foram preenchidos apenas para formar um grupo. Desta forma o número correspondente em hexadecimal é **15CA**.

Conversão de Binário para Hexadecimal

- Execute o processo inverso ao da conversão de binário para hexadecimal, convertendo cada dígito hexadecimal em um grupo de 4 dígitos binários.

- Ex: $(1F7)_H$ para binário:

1	F	7
0001	1111	0111

- Podemos excluir os zeros à esquerda que sobraram no grupo mais a esquerda, assim o resultado em binário será: 111110111.

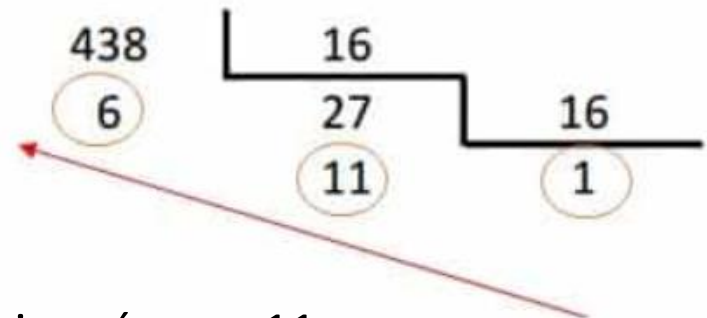
Exercício



- Converta o número para binário ou hexadecimal:
- 10010111101
- 11111000
- 11111011011111
- 8B1C
- F5
- A4

Conversão de Decimal para Hexadecimal

- Para esta conversão, dividiremos o número decimal por 16 sucessivas vezes, separando sempre o seu resto e continuando a dividir o seu quociente até que ele seja menor que 16. Por fim, a seqüência inversa dos restos (começando pelo quociente da última divisão) formará o resultado.
- Ex: (438)D para hexadecimal:
- $438 / 16 = 27$ resto = 6
- $27 / 16 = 1$ resto = 11
- Resultado = 1B6_H
- Note que o resto da segunda divisão foi o número 11, que corresponde ao número B em Hexadecimal.



Exercício



- Converta o número decimal para hexadecimal:
- 488
- 1024
- 269
- 300

Conversão de Hexadecimal para decimal

- Para realizarmos essa conversão, primeiro transformamos cada dígito hexadecimal em decimal. Assim o C, por exemplo, será convertido para 12. Agora multiplicamos cada número decimal convertido por 16^n , onde n é casa decimal onde ele se encontra, sendo que o dígito mais a direita é 0. No final somamos todas as multiplicações obtidas.

Conversão de Hexadecimal para decimal

- Ex: (7C12)H para decimal:
- $7 \times 16^3 + 12 \times 16^2 + 1 \times 16^1 + 2 \times 16^0 = (31762)D$

Decimal	Binário	Hexadecimal
0	0000	0
1	0001	1
2	0010	2
3	0011	3
4	0100	4
5	0101	5
6	0110	6
7	0111	7
8	1000	8
9	1001	9
10	1010	A
11	1011	B
12	1100	C
13	1101	D
14	1110	E
15	1111	F

Exercício



- Converta o número decimal para hexadecimal:
- 4F1
- 1D9
- 95E3
- 11A1

Sistema Octal

- Sistema Octal é um sistema de numeração cuja base é 8, ou seja, utiliza oito símbolos para a representação de quantidade. No ocidente, estes símbolos são os algarismos arábicos. O octal foi muito utilizado na informática como uma alternativa mais compacta ao sistema binário na programação e em linguagem de máquina. Hoje, o sistema hexadecimal é mais utilizado como alternativa ao binário.

Conversão de octal para decimal

- Para converter um número octal para decimal, basta multiplicar cada dígito pelo seu valor de posição e somar os resultados.

Conversão de octal para decimal

- Ex: Converter o número 0723

Octal	0	7	2	3
Valor de Posição	8^3	8^2	8^1	8^0
Calculo	$0 \times 8^3 = 0$	$7 \times 8^2 = 448$	$2 \times 8^1 = 16$	$3 \times 8^0 = 3$
Valor Final	$0 + 448 + 16 + 3 = 467$ (Decimal)			

Exercício



- Converta o número octal para decimal:
- 7230
- 6741
- 56163
- 321654351

Conversão de decimal para octal

- Para converter um número decimal para octal, basta realizar divisões sucessivas do número decimal por 8 (base do sistema octal). O número octal é formado pelo quociente da última divisão e os restos das divisões sucessivas da direita para a esquerda.
- Ex= 59 de decimal para octal

59 8
3 7

59 Decimal = 73 Octal

* 1000 D para O:

1000 8
0 125 8
5 15 8
7 1

1000 Decimal = 1750 Octal

Exercício



- Converta o número octal para decimal:
- 1024
- 8888
- 789789
- 3369

Conversão de octal para binário

- A conversão de octal para binário é feita convertendo dígito a dígito de octal em binário, da direita para a esquerda. Cada dígito é convertido para um grupo de 3 bits, conforme tabela a seguir:

Octal	Binário
0	000
1	001
2	010
3	011
4	100
5	101
6	110
7	111

Conversão de octal para binário

- Ex: vamos converter o número 1754_8 :
- 1 | 7 | 5 | 4
- 001|111|101|100
- 001111101100₂
- Ou ~~00~~1111101100₂

Conversão de binário para octal

- Para conversão de binário em octal, faz-se o processo inverso, ou seja, separa-se o número em grupo de 3 bits (a partir da direita) e converte cada grupo no octal correspondente.
- Ex: vamos converter o número 11001000_2 :
- $011|001|000$
- $3|1|0$
- 310_8

Exercício



- Converta o número octal para decimal ou decimal para octal:
- 111011001
- 100001
- 1111111
- 644
- 123
- 351

Conversão de octal para hexadecimal

- Neste caso, tanto para converter octal para hexadecimal ou vice e versa, utiliza-se num primeiro momento a conversão para binário e posteriormente para o sistema que se quer converter.
- Ex: de octal para hexadecimal:
- 154_8
- Transforma-se o valor para binário
- Posteriormente de binário para hexadecimal

Conversão de octal para hexadecimal

- Neste caso, tanto para converter octal para hexadecimal ou vice e versa, utiliza-se num primeiro momento a conversão para binário e posteriormente para o sistema que se quer converter.
- Ex: de octal para hexadecimal:
- 154_8
- Transforma-se o valor para binário
- Posteriormente de binário para hexadecimal

Exercício



- Converta o número octal para hexadecimal ou hexadecimal para octal:
- 1277
- 133
- 1024
- 7F
- 12C
- 99F

Trabalho

- 1) Faça a conversão para os seguintes sistemas numéricos: binário, decimal, hexadecimal e octal: Obs as contas devem ser descritas e descreva os resultados em uma tabela 4x13.
 - a. 100101
 - b. 1000101101
 - c. 1111010110110
 - d. 297
 - e. 4021
 - f. 9135
 - g. 7CD
 - h. 9873
 - i. 2F5AB
 - J. 156
 - K. 761
 - L. 444
- 