

Relatório Experimento 02:

Bruno C. Messias

1 Introdução

Este relatório é referente ao experimento 02 da matéria EEL7319(Circuitos RF), sobre o tema de Parâmetros de Espalhamento e Ábaco de Smith, que possui o objetivo de avaliar o comportamento dos componentes em aplicações de RF. Primeiramente foi calculado os valores teóricos da matriz S do componente. Esse modelo foi implementado no Software *QUCS* e assim foi analisado dois métodos afim de determinar seus parâmetros de espalhamento. Também foi analisado e modelado circuitos que representem um arquivo *TouchStone* e analisado o fator de qualidade destes modelos desenvolvidos, utilizando de apoio a linguagem *Python* para processamento de dados.

2 Pré Lab

Durante o pré-laboratório foi estudado o circuito a seguir, representado na Figura 1, para o cálculo de seus parâmetros de espalhamento:

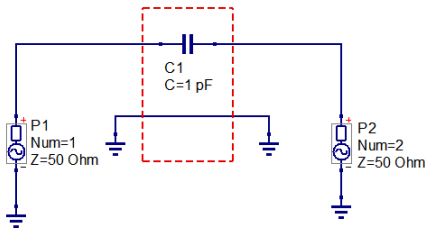


Figura 1: Quadripolo do capacitor em série

Inicialmente definimos as equações a serem utilizadas:

$$b_1 = S_{11}a_1 + S_{12}a_2$$

$$b_2 = S_{21}a_1 + S_{22}a_2$$

Onde temos que:

$$S_{11} = \frac{b_1}{a_1} \Big|_{a_2 = 0} \quad S_{12} = \frac{b_1}{a_2} \Big|_{a_1 = 0}$$
$$S_{21} = \frac{b_2}{a_1} \Big|_{a_2 = 0} \quad S_{22} = \frac{b_2}{a_2} \Big|_{a_1 = 0}$$

2.1 Cálculo S11:

Temos as Equações 1a e 1b, referentes a Figura 2, supondo um Z_0 real.

$$a_1 = \frac{V_1 + I_1 Z_0}{2\sqrt{Z_0}} \quad (1a)$$

$$b_1 = \frac{V_1 - I_1 Z_0}{2\sqrt{Z_0}} \quad (1b)$$

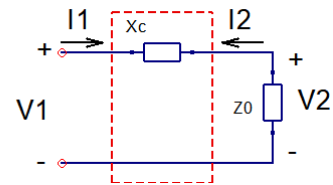


Figura 2: Circuito utilizado para análise dos parâmetros

Analizando o circuito temos:

$$V_1 = I_1 Z_{in} \rightarrow I_1 = \frac{V_1}{Z_{in}}; \quad (2a)$$

$$Z_{in} = X_c + Z_0 \quad (2b)$$

Utilizando as Eqs. 2 nas Eqs. 1, temos que:

$$S_{11} = \frac{1 - Z}{1 + Z} \quad (3a)$$

$$Z = \frac{Z_0}{X_c + Z_0} \quad (3b)$$

2.2 Cálculo S21:

Analizando a mesma Figura 2, temos que:

$$I_2 = -I_1 \quad (4a)$$

$$V_2 = \frac{V_1 Z_0}{X_c + Z_0} \quad (4b)$$

E utilizando as Eqs. 4 na Eq. 1b, chegamos em:

$$S_{21} = \frac{2Z}{1 + Z} \quad (5a)$$

$$Z = \frac{Z_0}{X_c + Z_0} \quad (5b)$$

Para o cálculo de S12 e S22, utilizamos o conceito de simetria e reciprocidade onde diz que:

$$S_{11} = S_{22} \text{ e } S_{21} = S_{12}$$

Para os valores numéricos: $F = 1\text{GHz}$ e $Z_0 = 50\text{ Ohms}$, temos a seguir a Matriz dos parâmetros S do circuito calculados:

$$S = \begin{bmatrix} 0.846\angle -32.15^\circ & 0.532\angle 57.86^\circ \\ 0.532\angle 57.86^\circ & 0.846\angle -32.15^\circ \end{bmatrix}$$

3 Parte Experimental

3.1 Comparações de métodos de simulação

A seguir iremos simular dois métodos para a determinação dos parâmetros S.

3.1.1 S Parameter Simulation

Nesta etapa utilizamos o simulador de parâmetros S já desenvolvido do *QUCS*. Como na Figura 3, com resultados na Figura 4.

3.1.2 AC Simulation

A fim de confirmar a veracidade das Equações 1 fizemos a Simulação AC representados nas Figuras 5 e 6 com os resultados na Figura 7.

Como uma conclusão inicial, não há diferenças significativas entre os dois sistemas de simulação, comprovando a veracidade das Equações 1.

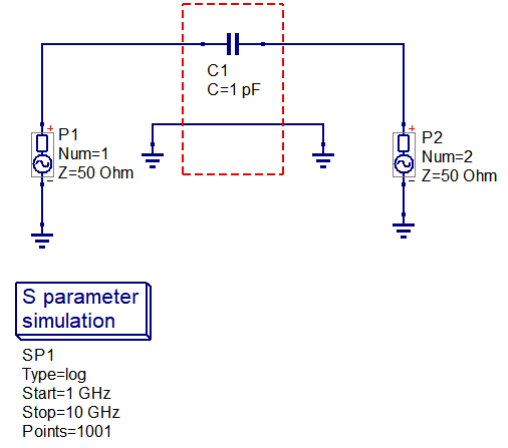


Figura 3: Simulação S Parameter

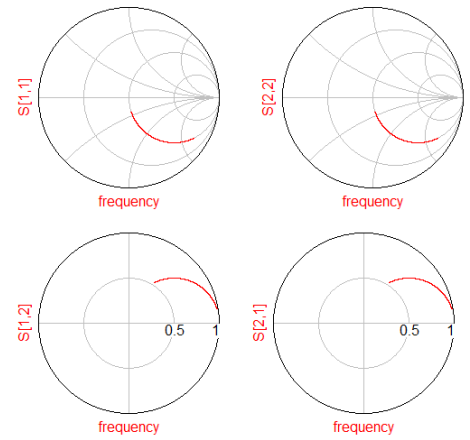


Figura 4: Resultados da Simulação S

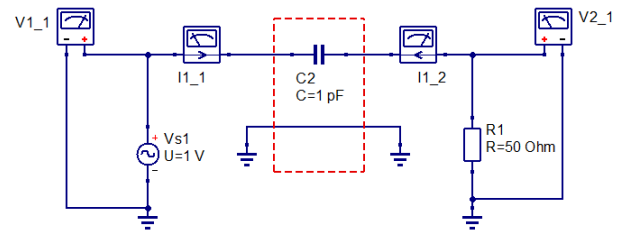


Figura 5: Simulação AC para o cálculo dos parâmetros S

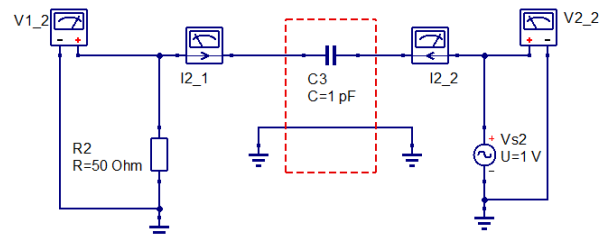


Figura 6: Simulação AC para o cálculo dos parâmetros S22 e S12

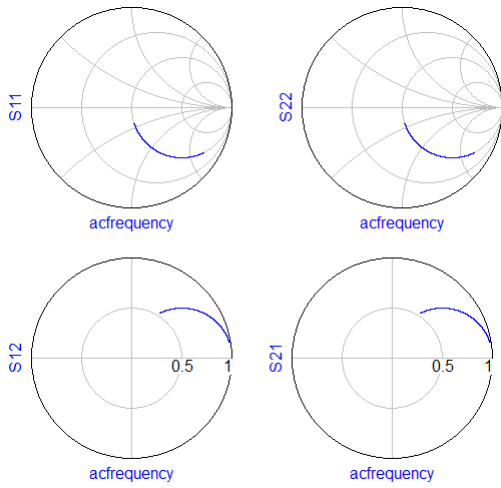


Figura 7: Simulação AC para o cálculo dos parâmetros S22 e S12

3.2 Análise da trajetória na Carta de Smith

Num primeiro momento quando a frequência é mais baixa, o circuito comporta como um circuito aberto, localizado na carta de Smith para impedâncias, o ponto focal direito. A medida que a frequência aumenta a componente variante com a frequência, a capacitância, diminui por ser inversamente proporcional há frequência, assim se direcionando ao centro da Carta, onde determina uma característica resistiva pura, descrevendo um arco de reatância com sua parte resistiva constante.

3.3 Resultados numéricos

Na Figura 8 está os resultados numéricos dado pelo programa, vemos que são bem similares aos calculados teoricamente.

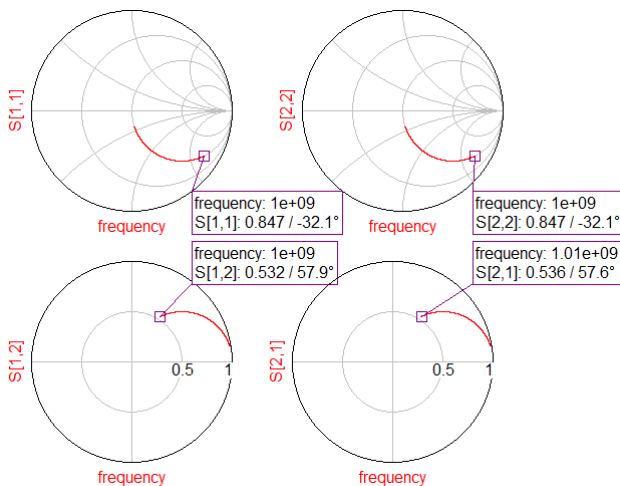


Figura 8: Resultados numéricos da simulação

3.4 Arquivos Touchstone

Analisando os arquivos Touchstone fornecidos previamente, foi observado que a faixa de frequência medida foi de 50MHz à 20GHz.

Fazendo a simulação para este intervalo onde o arquivo L_07C10N_SER.s2p é representado na Figura 9 e o arquivo L-07C10N_SNT.s2p na Figura 10

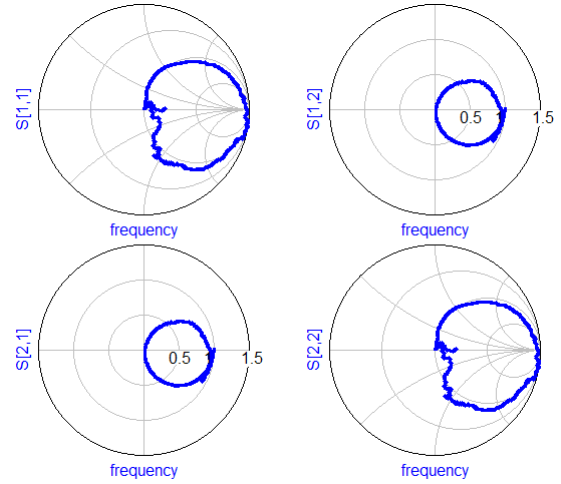


Figura 9: Simulação arquivo SER na frequência válida

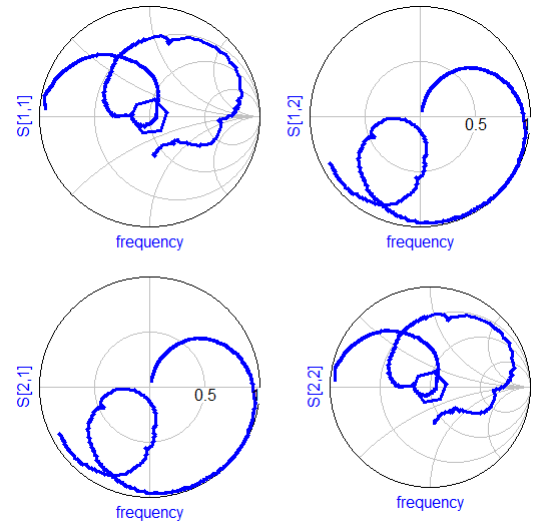


Figura 10: Simulação arquivo SNT na frequência válida

A seguir interpretando os resultado:

3.4.1 Comportamentos na baixa frequência:

- A impedância na frequência mais baixa do arquivo *SER* se aproxima ao centro da carta indicando uma comportamento puramente resistivo

- No arquivo *SNT*, nas baixas frequência o modelo está num regime de curto circuito.

3.4.2 Comportamento em função da frequência:

- Ao aumentar a frequência do circuito *SER* adquire um caráter indutivo até uma frequência de 5 GHz.
- Analizando o circuito *SNT*, ele inicialmente possui um comportamento indutivo e após 5 GHz, adquire um comportamento capacitivo, que após a frequência atingir 10 GHz ele volta ao mesmo caráter indutivo.

3.4.3 Ressonâncias:

- Temos que no arquivo *SER* a 5 GHz uma ressonância no indutor.
- No arquivo *SNT* temos uma ressonância também em 5 GHz.

3.4.4 Variação das partes imaginárias e reais da impedância:

- No arquivo *SER*, temos que a parte imaginária implementa um arco seguindo um arco de indutância e capacitância constante, retornando ao ponto inicial, com a sua parte real acompanhando até um circuito aberto(resistência infinita) e retornando.
- No arquivo *SNT*, vemos que o circuito parte de quase um curto e segue um arco de indutância constante até atingir sua ressonância em 5 GHz, enquanto sua parte real vai aumentando também.

3.4.5 Configurações Série ou Paralelo:

- No arquivo *SER*, temos uma conexão de um indutor em série
- No arquivo *SNT*, temos uma conexão de um indutor em paralelo, pois a carta parte de um quase curto circuito.

3.5 Modelos propostos

A seguir é apresentado os modelos propostos para cada arquivo, bem como suas simulações, indicando suas áreas válidas:

3.5.1 Arquivo SER:

Na Figura 11 é apresentado um primeiro modelo proposto para o primeiro arquivo Touchstone e seu resultado na Figura 12, possui uma validade na faixa de 50 MHz até 7Hz.

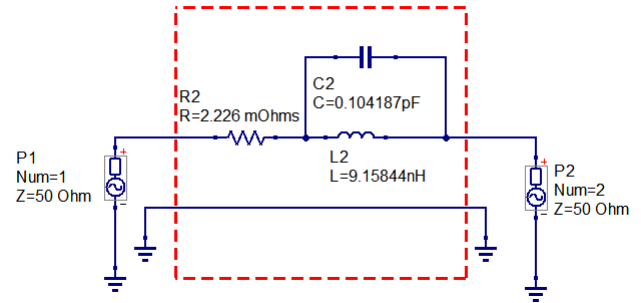


Figura 11: Modelo proposto para o Arquivo SER

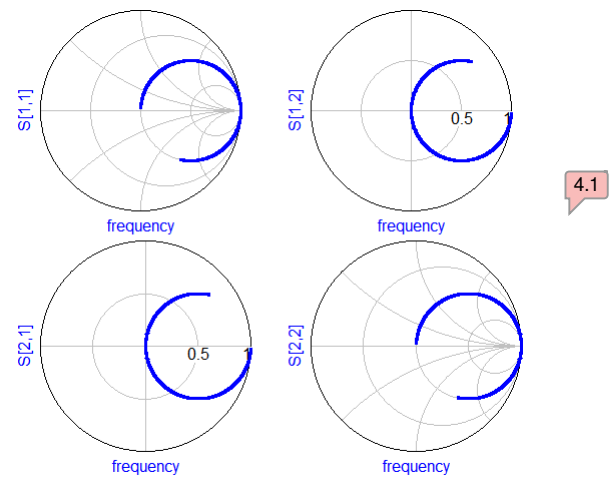


Figura 12: Resultados da simulação sobre o modelo proposto SER

3.5.2 Arquivo SNT:

Na Figura 13 é apresentado um primeiro modelo proposto para o primeiro arquivo Touchstone e seu resultado na Figura 14, possui uma validade na faixa de 50 MHz até 5Hz.

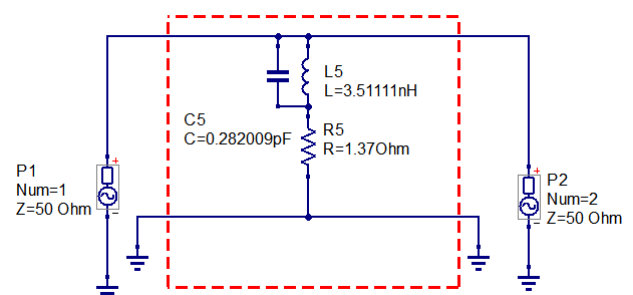


Figura 13: Modelo proposto para o Arquivo SNT

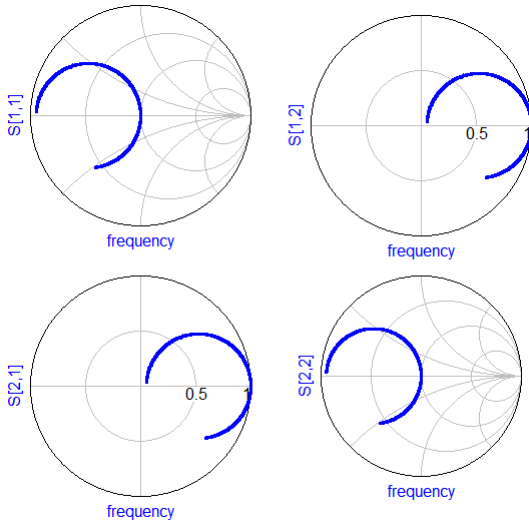


Figura 14: Resultados da simulação sobre o modelo proposto SNT

3.6 Fator de Qualidade:

A seguir plotamos os Fatores de qualidade dos modelos propostos, utilizando a seguinte Equação 6. Onde:

$$\Delta F$$

é a banda de 3db do máximo e F_r , a frequência de máxima impedância. Os resultados seguem a lógica representados pela Equação 7, onde a Eqn. 7a para uma conexão paralela, como no arquivo *SNT* e a Eqn. 7b em série, para o arquivo *SER*. Os gráficos foram gerados utilizando a linguagem *Python* utilizando o compilador *Jupyter* para o processamento dos dados, notebook em anexo, junto como os dados utilizados.

$$Q = \frac{F_r}{\Delta F} \quad (6)$$

$$Q = R/X \quad (7a)$$

$$Q = X/R \quad (7b)$$

3.6.1 Modelo SER:

A seguir o fator de qualidade do modelo SER representado na Figura 15. Podemos observar que o fator Q aumenta com o aumento da frequência que condiz com a expressão 7b, onde com o aumento da frequência tende a aumentar com a frequência e portanto Q possui um aumento proporcional, temos este comportamento pois o nosso modelo não considera que a resistência atuando como uma função da frequência.

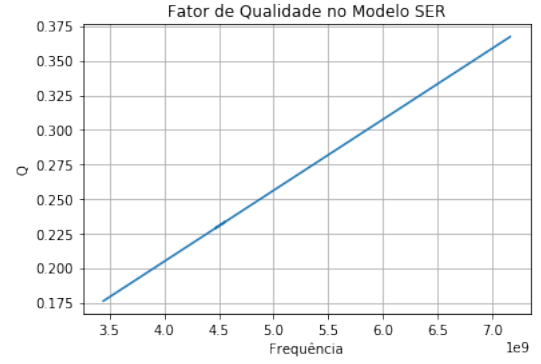


Figura 15: Fator de Qualiade do modelo SER

3.6.2 Modelo SNT:

A seguir o fator de qualidade do modelo SER representado na Figura 16. Podemos indentificar que a frequência de autorressonância de 5.06 GHz que condiz como os experimentos realizados. Podemos observar que até a frequência de ressonância o modelo se comportava como um circuito em paralelo de acordo com a Expressão 7a, no entanto no momento que a frequência de análise ultrapassa F_r o modelo passa a se comportar como um circuito em paralelo seguindo a lógica da Expressão 7b.

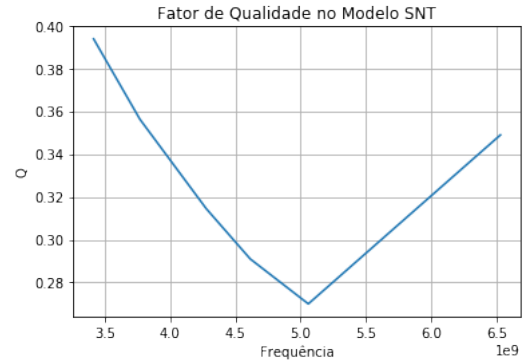


Figura 16: Fator de Qualiade do modelo SNT

4 Questões

4.1 Questão 1:

Prove que se pode realizar a conversão entre as matrizes Z e S utilizando a Equação 8, onde I é a matriz identidade.

$$S = \frac{(Z - Z_0 I)}{(Z + Z_0 I)} \quad (8)$$

Resolução:

Temos as Equações 1 onde V e I são vetores como a seguir:

$$V = \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} \quad \mathbf{I} = \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

Temos também que a matriz Z definida a seguir:

$$V = ZI, \text{ onde } Z = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix}$$

Aplicando a definição $V = ZI$ na parte $V + Z_0I$ das Equações 1 temos que:

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} + Z_0 \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} + Z_0 \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} Z_{11}I_1 + Z_{12}I_2 \\ Z_{21}I_1 + Z_{22}I_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Z_0I_1 \\ Z_0I_2 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} Z_{11}I_1 + Z_{12}I_2 + Z_0I_1 \\ Z_{21}I_1 + Z_{22}I_2 + Z_0I_2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} (Z_{11} + Z_0)I_1 + Z_{12}I_2 \\ Z_{21}I_1 + (Z_{22} + Z_0)I_2 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} Z_{11} + Z_0 & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} + Z_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

Sabendo que o quadripolo de admitância tem sua forma definida como:

$$\left[\begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix} + Z_0 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \right] \cdot \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = (Z + Z_0I)\mathbf{I}$$

Portanto temos que:

$$a = \frac{(Z + Z_0I)\mathbf{I}}{2\sqrt{Z_0}} \quad (9a)$$

$$b = \frac{(Z - Z_0I)\mathbf{I}}{2\sqrt{Z_0}} \quad (9b)$$

Sabemos que $S = b/a$, logo:

$$S = \frac{(Z - Z_0I)}{(Z + Z_0I)}$$

4.2 Questão 2:

Encontrar a matriz Y (e a matriz S) do quadripolo representado na Figura 17.

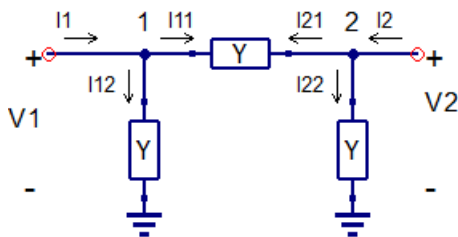


Figura 17: Quadripolo proposto para encontrar a Matriz Y e a Matriz S

Resolução:

4.2.1 Cálculo Matriz Y :

Analisando o nó 1 da Figura 17 e sabendo que Y representa sua admitância, temos que:

$$I_1 = I_{11} + I_{12}$$

Onde temos que:

$$I_{11} = (V_1 - V_2)Y \text{ e } I_{12} = V_1Y$$

Substituindo na equação anterior:

$$I_1 = (V_1 - V_2)Y + V_1Y$$

$$I_1 = 2YV_1 - YV_2$$

Analogamente para o nó 2, temos que:

$$I_2 = -YV_1 + 2YV_2$$

$$I_1 = Y_{11}V_1 + Y_{12}V_2 \quad (10a)$$

$$I_2 = Y_{21}V_1 + Y_{22}V_2 \quad (10b)$$

Comparando os resultados obtidos, temos por comparação a matriz Y a seguir:

$$Y = \begin{bmatrix} 2Y & -Y \\ -Y & 2Y \end{bmatrix}$$

4.2.2 Cálculo Matriz S :

Para o cálculo para a a matriz S primeiramente iremos converter a Matriz Z em Y , feito a seguir:

$$\begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix}^{-1}$$

$$= \frac{1}{|Y|} \begin{bmatrix} Y_{22} & -Y_{12} \\ -Y_{21} & Y_{11} \end{bmatrix}, \text{ onde } |Y| = Y_{11}Y_{22} - Y_{12}Y_{21}$$

Comparando os resultados e substituindo os valores obtemos:

$$Z = \begin{bmatrix} 2/3 Z & 1/3 Z \\ 1/3 Z & 2/3 Z \end{bmatrix}$$

Para a o cálculo da matriz S utilizaremos a Eqn. 8, feito a seguir:

$$S = (Z - Z_0I)(Z + Z_0I)^{-1}$$

Seguindo este raciocínio obtemos:

$$\begin{aligned}
S_{11} &= [(Z_{11} - Z_0)(Z_{22} + Z_0) - Z_{12}Z_{21}] / |Z| \\
S_{12} &= [Z_{12}(Z_{11} + Z_0) - Z_{12}(Z_{11} - Z_0)] / |Z| \\
S_{21} &= [Z_{21}(Z_{22} + Z_0) - Z_{21}(Z_{22} - Z_0)] / |Z| \\
S_{22} &= [(Z_{11} + Z_0)(Z_{22} - Z_0) - Z_{12}Z_{21}] / |Z|
\end{aligned}$$

$$|Z| = (Z_{11} + Z_0)(Z_{22} + Z_0) - Z_{12}Z_{21}$$

Utilizando estas equações encontramos:

$$\begin{aligned}
S_{11} &= \frac{\frac{1}{3}Z^2 - Z_0^2}{(Z + 4Z_0)\frac{Z}{3} + Z_0^2} \\
S_{12} &= \frac{\frac{2}{3}ZZ_0}{(Z + 4Z_0)\frac{Z}{3} + Z_0^2}
\end{aligned}$$

Temos por reciprocidade e simetria:

$$S_{11} = S_{22} \text{ e } S_{21} = S_{12}$$

4.3 Questão 3:

Encontrar a matriz Z (e a matriz S) do quadripolo representado na Figura 18.

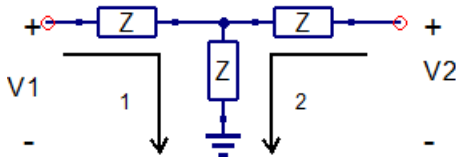


Figura 18: Quadripolo proposto para encontrar a Matriz Z e a Matriz S

Resolução:

4.3.1 Cálculo Matriz Z:

Analizando o a malha 1 do circuito na Figura 18, e sabendo que Z representa sua impedância, temos que:

$$V_1 - I_1Z - Z(I_1 + I_2)$$

$$V_1 = 2ZI_1 + ZI_2$$

Analogamente para a malha 2, temos:

$$V_2 = ZI_1 + 2ZI_2$$

Sabendo que o quadripolo de impedância tem sua forma definida como:

$$V_1 = Z_{11}I_1 + Z_{12}I_2 \quad (11a)$$

$$V_2 = Z_{21}I_1 + Z_{22}I_2 \quad (11b)$$

Comparando os resultados obtidos anteriormente, temos por comparação a matriz Z a seguir:

$$Z = \begin{bmatrix} 2Z & Z \\ Z & 2Z \end{bmatrix}$$

4.3.2 Cálculo Matriz S:

Para o cálculo da Matriz seguimos o mesmo processo de anteriormente e obtemos os seguinte resultados:

$$\begin{aligned}
S_{11} = S_{22} &= \frac{3Z^2 - Z_0^2}{(3Z + 4Z_0)Z + Z_0^2} \\
S_{12} = S_{21} &= \frac{2ZZ_0}{(3Z + 4Z_0)Z + Z_0^2}
\end{aligned}$$

4.4 Questão 4:

Sabendo que em circuito em série segue a lógica como da Equação 7b e como o Fator de Qualidade não varia com a frequência, portanto um valor constante, logo para essa fração citada as trajetórias seriam representados como a Figura 19, para alguns valores de Q definidos.

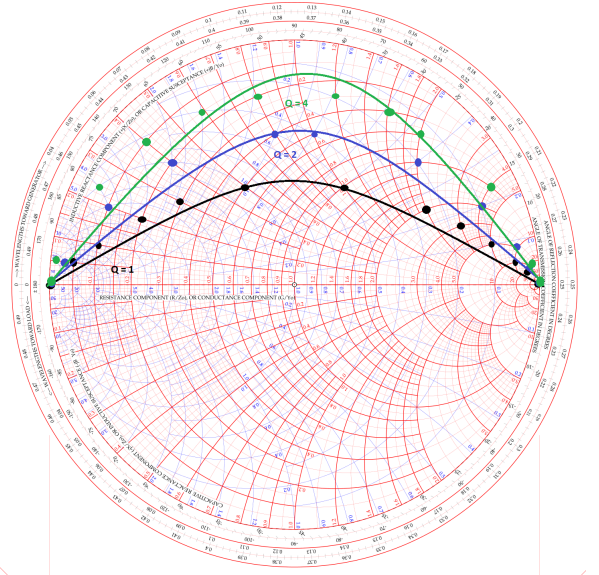


Figura 19: Trajetórias para o Fator Q

4.5 Questão 5:

Inicialmente, em frequências mais inferiores, o circuito não teria influências sobre os componentes, no momento que CA passa a conduzir, os

Pads iram começar a conduzir, afetando a corrente original, após o capacitor CB conduzir irá produzir um curto onde o circuito não funcionará mais adequadamente. Portanto sua impedância com o aumento da frequência irá diminuir. A parte imaginária começará no negativo e aumentar, enquanto a parte real vai decair, fazendo que no final a impedância tenda a 0 enquanto a frequência aumenta. Resultado da simulação na Figura 20.

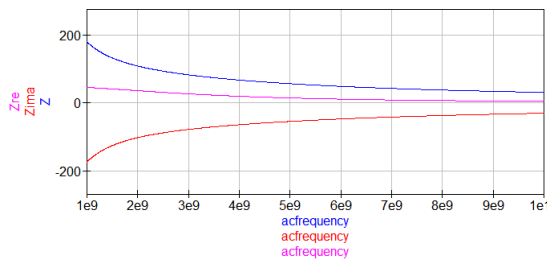


Figura 20: Resultados da análise dos "Pads" em função da frequência

4.6 Questão 6:

Partiria de um circuito aberto, por conta do capacitor, em baixas frequências, fazendo um arco até atingir a frequência de autorressonância, onde, a partir desse ponto, as componentes indutivas terão maior influência sobre o circuito, se deslocando para um circuito aberto novamente, em frequência muito superiores.

5 Conclusão

Em conclusão, neste experimento foi analisado as equações de ondas de potência e o uso da simulação de parâmetros S do simulador *QUCS*. Foi analisado o uso de arquivos Touchstone para análise e modelamento dos circuitos medidos, analisando suas faixas de frequências válidas, bem como a determinação do Fator de Qualidade. Foi analisado de forma mais teórica o uso de diversas matrizes de parâmetros como matriz S, Z, Y bem como suas conversões e aplicabilidade. Analisamos também os problemas que os "pads" podem gerar num circuito caso não sejamos cuidadosos com as frequências utilizadas nos circuitos. Uma pequena análise teórica de como um circuito RLC se comportaria no ábaco de Smith, como também o Fator de Qualidade.

6 Referências

Referências

- [1] F. Caspers and P. Kowina, "RF measurement concepts," *Proceedings of the CAS-CERN Accelerator School: Advanced Accelerator Physics*, vol. 009, no. August 2013, pp. 101–156, 2013.
- [2] C. B. S, "Parameters Conversion Table.pdf," vol. 42, no. 2, pp. 205–211, 1994.
- [3] F. Caspers, "RF engineering basic concepts: S-parameters," *CAS 2010 - CERN Accelerator School: RF for Accelerators, Proceedings*, pp. 67–93, 2011.
- [4] "S to h T Y Z Parameter Conversion - RF Cafe." [Online]. Available: <https://www.rfcafe.com/references/electrical/s-h-y-z.htm>
- [5] "N-port matrix conversions." [Online]. Available: <http://qucs.sourceforge.net/tech/node98.html>
- [6] S. J. Orfanidis and J. O. Sophocles, "Electromagnetic Waves and Antennas," *Media*, vol. 2, no. Rutgers U, pp. 313–321, 2003. [Online]. Available: <http://www.ece.rutgers.edu/orfanidi/ewa/>
- [7] "What is a Touchstone file?" [Online]. Available: <https://www.kirkbymicrowave.co.uk/Support/FAQ/is-a-Touchstone-file/>
- [8] M. Steer, *Microwave and RF design*, 2010, vol. 3.

Índice de comentários

- 4.1 FAltou plotar "contra" os dados de medição.
- 5.1 O Q está muito baixo nos dois casos. Experimentou plotar em conjunto com os dados de medição?