

# aniversario

May 17, 2022

## 1 Problema do Aniversário

Quantos alunos de Processos Estocásticos são necessários para termos mais que 50% de chances de termos pelo menos dois alunos com a mesma data de aniversário?

### 1.1 Solução:

Supomos que cada aluno pode ter nascido em qualquer dia com igual probabilidade

$$P[\text{data nascimento aluno qualquer}] = 1/365$$

Normalmente quando temos o termo “pelo menos” é mais fácil calcular essa probabilidade pelo seu complemento

Definimos os eventos:

$$A = \{\text{pelo menos 2 alunos tem o mesmo aniversário}\} = \{2 \text{ alunos ou } 3 \text{ alunos ou } \dots \text{ tem o mesmo aniv.}\}$$

$$B = \{\text{nenhum aluno tem o mesmo aniv.}\}$$

então

$$P[A] = 1 - P[B]$$

Esse problema pode ser visto como uma urna contendo 365 bolas numeradas de 1 a 365 correspondendo a cada dia do ano. Uma bola é sorteada, seu valor anotado e colocada de volta na urna, o sorteio é repetido  $N$  vezes, número de alunos necessários, até que  $P[A] \geq 0,5$ ,  $A$  seria agora pelo menos 2 bolas com o mesmo número.

Raciocinando com números pequenos, por exemplo, 4 bolas numeradas de 1 a 4 e 2 sorteios (o ano teria 4 dias e a turma dois alunos) teríamos então

$$4^2 = 16 \text{ possibilidades}$$

$$(1,1) (1,2) (1,3) (1,4)$$

$$(2,1) (2,2) (2,3) (2,4)$$

$$(3,1) (3,2) (3,3) (3,4)$$

$$(4,1) (4,2) (4,3) (4,4)$$

e

$4 \times 3 = 12 = (\text{AR})_4^2$  com bolas diferentes em dois sorteios, o que equivale a um sorteio e a não reposição da bola na urna.

Para 365 bolas e N sorteios

$365^N$  N-tuplas e  $(AR)_{365}^N$  bolas diferentes em N sorteios

Assim

$$P[B] = \frac{(AR)_{365}^N}{365^N} \text{ e } P[A] = 1 - P[B]$$

## 1.2 Cálculo de P[B]

Para  $N = 2$   $P[B(2)] = 365 \times 364 / 365^2 = 364 / 365$

Para  $N = 3$   $P[B(3)] = 365 \times 364 \times 363 / 365^3 = (364/365)(363/365) = P[B(2)](363/365) = P[B(2)](365 - (3 - 1) / 365$

Para  $N = k$   $P[B(k)] = P[B(k - 1)](365 - k + 1) / 365$

```
[9]: """
    @author: albert
    IQuanta - DEE - UFCG
    Data: maio 2022
    Versão: 1.0
    """

import random
import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np
from numpy import random
import math

N = range(2,51) # número de alunos
N_alunos = []
B = []
A = []

for i in N:
    N_alunos.append(i)
    B.append(i)
    A.append(i)

aux = 364
for j in range(49):
    if(j == 0):
        B[j] = aux/365
        A[j] = 1 - B[j]
    else:
        aux -= 1
        B[j] = B[j-1]*aux/365
        A[j] = 1 - B[j]
```

```
plt.figure(figsize=(12,6))
plt.plot(N_alunos,A, 'o-', color="blue", linewidth=2)
plt.ylabel("P[A]", fontsize=20)
plt.xlabel("Número de Alunos", fontsize=20)
plt.grid(True)
plt.show()
```

