Questões Decidíveis $\Rightarrow$ questões que podem ser respondidas sobre as LR.

Contudo há questões fundamentais:

1º $L_1 \equiv L_2$? $\longrightarrow$ depende de 2º !

2º $LR \equiv \emptyset$?

3º LR é finita ?

4º LR é infinita ?

....

DECIDÍVEL $\Rightarrow$ (grosseiramente) aproximadamente EXISTÊNCIA DE UM ALGORITMO ?

POSITIVO OU NEGATIVO A $\exists$ Alg

IGUALMENTE IMPORTANTE

PARA AS QUESTÕES 2, 3 e 4 $\Rightarrow$ BASE DE PROVA

Lema do Bombeamento

VAZIA

Linguagem VAZIA $\Longrightarrow$ "A linguagem L aceita por um AF com n estados é não-vazia se e somente se o AF aceitar pelo menos uma cadeia w tal que $|w| < n$"

Ou seja: $L \neq \emptyset$ ou L é não-vazia se esta aceitar UMA (pelo menos uma) sentença w, tal que $|w| < n$.

Prova: "Pumping Lemma" (LB) $\Rightarrow$ ver detalhes no livro.

Como avaliar ?

R: Basta calcular todas as palavras de comprimento de $\emptyset$ (zero) até $(n-1)$ (inclusive), ou seja, $0 \leq |w| \leq (n-1)$ palavras sobre o AF. Caso nenhuma for aceita $\Longrightarrow$ L é vazia!

Assim: n- estados e m símbolos de Σ avaliar:

Compto w	0	1	2	3	...	n-1	
# Cadeias distintas	1	m	m^2	m^3	...	m^{n-1}	$\Rightarrow \sum_{i=0}^{n-1} m^i$

muitas avaliações

Ex: $\Sigma = \{a, b, c\}$ $m = 3$; $|w| = 1 \Rightarrow a, b, c$ (3)
$|w| = 2 \Rightarrow aa, ab, ac, \ldots cc$ (9)

Linguagem infinita ⇒ "Um linguagem L aceita por
INFINITA um AF com n estados é
infinita se e somente se o AF
aceitar pelo menos uma palavra w tal que:
$w \in \Sigma^* \wedge \underline{n \leq |w| < 2n}$"

Análise: se $|w| > n$ então ao ser reconhecida no AF
esta passou em algum estado duas vezes!
Ou seja, há um ciclo em algum ponto
ou retorno há um estado já visitado.

* BASTA UMA PALAVRA TER esta "propriedade"... e
* e esta palavra $n \leq |w| \leq 2n$

P.S.: Isto não significa que L tenha comprimento
máximo de 2n ... isto não relaciona com a
de w ∈ LR!

Prova: ver livro. (pumping lemma).

Quantidade de cadeias a serem testadas?

R: $\sum_{i=0}^{2n-1} m^i$

Exº: Seja L uma LR com $\Sigma = \{a, b\}$ e aceita por um AF de 2 estados. Logo $n = 2$!

Assim:

Testar se vazia $\Rightarrow$ $0 \leq |w| \leq (2-1)$, não pode existir nenhuma palavra aceita nestes limites. Logo basta testar:

$$\{\underbrace{\lambda}_{|w|=0}, \underbrace{a, b}_{|w|=1}\}$$

Quanto a verificar se é infinita: $n \leq |w| < 2n$

$n = 2$ logo $2 \leq |w| < 4$ (2×2) assim as palavras avaliadas têm comprimentos 2 e 3

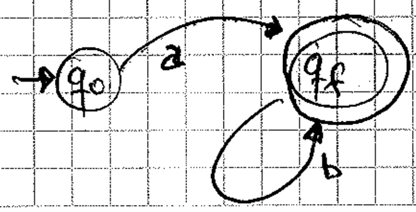
$\{|w| = 2\} = \{aa, ab, ba, bb\} \Rightarrow 4$

$\{|w| = 3\} = \{aaa, aab, aba, \ldots, bbb\} \Rightarrow 8$

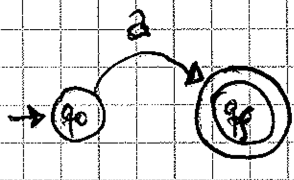
Assim se EXISTIR ALGUMA PALAVRA ACEITA destas 12 cadeias for aceita por M, então M é infinita! L

Caso contrário L é finita (e não vazia ?).

Ex:



e quanto ?



?

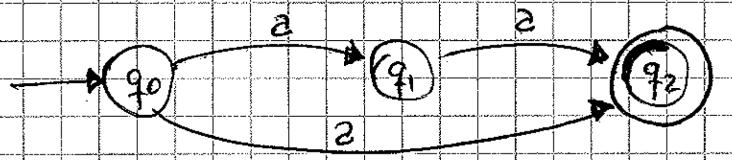
Ling. FINITA: "A Linguagem L aceita por um AF com n-estados

FINITA é finita se e somente se o AF não aceita NENHUMA sentença w tal que $n \leq |w| < 2n$"

→ Vem do teorema anterior.

→ Basicamente se uma palavra $\underline{w}$ não repetir estados (não for aceita por ciclos) então é finita.

Ex1: Seja $\Sigma = \{a\}$, L_1 que é definida por um AF dado por:



Logo $\underline{n=3}$

a) L_1 é vazia?

Como $m=2$ e $n=3$ e esta NÃO pode aceitar nenhuma palavra em $|w| < n$. Quanto as palavras de Σ^* válidas são:

$\therefore \{ \underbrace{\Lambda}_{0}, \underbrace{a}_{1}, \underbrace{aa}_{2} \} \longleftarrow |w| < n$

Logo como $\underline{a}$ e $\underline{aa}$ são aceitas $L_1 \neq \emptyset$!

b) L_1 é infinita? $(\underbrace{n}_{3} \leq |w| < 2n)$ $3 \leq |w| < 6$ alguma a ser aceita!

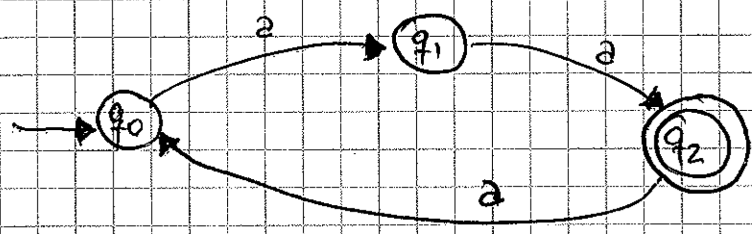
$\therefore \{ \underbrace{aaa}_{=3}, \underbrace{aaaa}_{=4}, \underbrace{aaaaa}_{=5} \}$ nenhuma destas é aceita!

c) L_1 é finita ?

R: Como NENHUMA palavra foi aceita em $n \leq |w| < 2n$ então é finita!

⇒ Como L_1 não é vazia, não é infinita → finita!

Ex 2: Seja $L_2(M_2)$ definido por $aa(aaa)^*$ com $\Sigma = \{a\}$ definida por:



Demonstre que é infinita: $n = 3$, $m = 1 = |\Sigma|$

Critério $n \leq |w| < 2n$ logo: $\{\underbrace{aaa}_{3}, \underbrace{aaaa}_{4}, \underbrace{aa^3}_{5}\}$

NA expressão: $\underbrace{aa}(\ldots)^*$

↳ NÃO - VAZIA

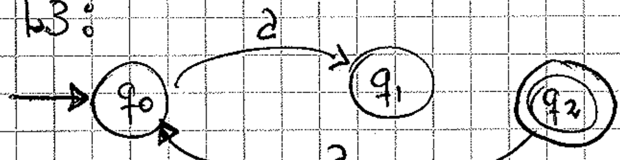
A palavra que garantiu a infinitude é a^5, nem a^3 e a^4 indicam que L_2 é infinita!

Ex 3: $L3$:

$\Sigma = \{a\}$

$n = 3$

$m = 1$



condição de $\emptyset$: $0 \leq |w| \leq (n-$

Logo = $\{\Lambda, a, aa\}$ UMA DEST

deveriam ser aceitas!

Logo: $L3 = \emptyset$

The END