1/2

```
        # Interface de consulta:
        def atingiuEOF?()
            return @celulas[ @cursor ] == ">"
        end
        def configuracao?()
            simboloCorrente = @celulas[@cursor]
            prefixo = ""
            sufixo = ""
            n = @celulas.length
            (0 .. n-1).each { |i|
                prefixo += @celulas[i]+" " if( i < @cursor )
                sufixo += @celulas[i]+" " if( i > @cursor )
            }
            return "(%s, %s[%s]%s)"%
                [@cursor, prefixo, simboloCorrente, sufixo]
        end
        def to_s()
            return @celulas.join( " " )
        end
    end
```

4.17 Exercícios

Gramáticas livres de contexto

1. Considere a gramática abaixo, definida sobre o alfabeto $\{a, b, c, \varepsilon, +, *, (,)\}$:

$$S \rightarrow SS \mid S+S \mid S^* \mid \text{“(”}S\text{“)”} \mid a \mid b \mid c \mid \text{“}\varepsilon\text{”}$$

   a) Explique, com suas próprias palavras, a linguagem definida por essa gramática.

   b) Verifique se as cadeias abaixo pertencem à linguagem gerada por essa gramática, mostrando as respectivas seqüências de derivação em caso afirmativo:

   - ε
   - $a(b \mid cc)^*(de \mid \varepsilon)ea^*$
   - $a^*b(ca^* + bcc)^* + \varepsilon$
   - $(a^*)^*$

2. A Forma Normal de Backus (abreviada BNF, em inglês) é uma notação tradicionalmente utilizada para a representação sintática de linguagens do tipo 2, em especial de linguagens de programação, constituindo importante alternativa à utilização da notação algébrica na definição de tais linguagens. As poucas diferenças da BNF em relação à notação algébrica das gramáticas são as seguintes:

   - Símbolos não-terminais são delimitados pelos metassímbolos “<” e “>”;
   - O metassímbolo “::=” substitui o metassímbolo “→” nas produções.

   Exemplo, na notação algébrica:

$$\begin{aligned} S &\rightarrow 0S33 \\ S &\rightarrow XY \\ X &\rightarrow 1X \\ X &\rightarrow \varepsilon \\ Y &\rightarrow Y2 \\ Y &\rightarrow 2 \end{aligned}$$

   Mesmo exemplo, na notação BNF:

$$\begin{aligned} <S> &::= 0<S>33 \\ <S> &::= <X><Y> \\ <X> &::= 1<X> \\ <X> &::= \varepsilon \\ <Y> &::= <Y>2 \\ <Y> &::= 2 \end{aligned}$$

   Defina uma gramática do tipo 2 (utilizando a notação algébrica) que represente conjuntos de produções em BNF. Em outras palavras, defina uma gramática tal que as sentenças por ela geradas sejam conjuntos de produções denotadas em BNF.

3. A Notação de Wirth, assim como a BNF, também é largamente utilizada na especificação da sintaxe livre de contexto de linguagens de programação. Suas principais características e diferenças em re-

Fazer as indicadas

2/2

lação à notação algébrica são apresentadas abaixo. Sua maior vantagem reside na possibilidade de representação explícita da repetição de termos, sem necessidade de uso de recursões.

- Símbolos terminais são delimitados por aspas;
- O metassímbolo "=" substitui o metassímbolo "→" nas produções;
- As alternativas de substituição de um mesmo não-terminal são separadas uma da outra pelo metassímbolo "|".
- O fechamento reflexivo e transitivo de um termo é denotado delimitando-o pelo par de metassímbolos "{" e "}";
- Termos opcionais são delimitados pelo par de metassímbolos "[" e "]";
- O metassímbolo "." é usado para indicar o término de cada regra.

Exemplo, na notação algébrica:

$$\begin{aligned} S &\rightarrow 0S33 \\ S &\rightarrow XY \\ X &\rightarrow 1X \\ X &\rightarrow \varepsilon \\ Y &\rightarrow Y2 \\ Y &\rightarrow 2 \end{aligned}$$

Mesmo exemplo, na Notação de Wirth:

$$\begin{aligned} S &= \text{"0"}S\text{"3""3"} \mid XY. \\ X &= \text{"1"}X \mid \varepsilon. \\ Y &= Y\text{"2"} \mid \text{"2"}. \end{aligned}$$

ou (utilizando-se "[" e "]" para os termos opcionais):

$$\begin{aligned} S &= \text{"0"}S\text{"3""3"} \mid XY. \\ X &= [\text{"1"}X]. \\ Y &= Y\text{"2"} \mid \text{"2"}. \end{aligned}$$

ou (utilizando-se "{" e "}" para os termos que se repetem):

$$\begin{aligned} S &= \text{"0"}S\text{"3""3"} \mid XY. \\ X &= \{\text{"1"}\}. \\ Y &= \text{"2"}\{\text{"2"}\}. \end{aligned}$$

ou simplesmente (fazendo-se as substituições dos não-terminais X e Y):

$$S = \text{"0"}S\text{"3""3"} \mid \{\text{"1"}\}\text{"2"}\{\text{"2"}\}.$$

Para a linguagem assim definida, construa uma gramática do tipo 2 (utilizando a notação algébrica) que represente conjuntos de produções na Notação de Wirth.

Derive algumas palavras....

4. Construa gramáticas livres de contexto que gerem as seguintes linguagens. Guarde-as, pois serão utilizadas em exercícios mais adiante.
   a) $L_1 = \{a^i b^j c^* \mid i \neq j\}$;
   b) $L_2 = \{a^i b^j c^k \mid i = j + k\}$;
   c) $L_3 = \{a^i b^j c^k \mid j = i + k\}$;
   d) $L_4 = \{a^i b^j c^k \mid k = i + j\}$;
   e) $L_5 = \{a^{k+1} b c^{2k}, k \geqslant 1\}$;
   f) $L_6 = \{a^k (b \mid c)(d \mid e)^k, k \geqslant 0\}$;
   g) $L_7 = \{(a \mid b)^k c (d \mid e)^k f, k \geqslant 0\}$;
   h) $L_8 = \{a^i b^j \mid i \leqslant j \leqslant 2i\}$
   i) $L_9 = \{a^m b^m c^n d^n, m \geqslant 1, n \geqslant 1\}$;
   j) $L_{10} = \{a^m b^n c^{n+1} d^{2m}, m \geqslant 1, n \geqslant 1\}$;
   k) $L_{11} = \{a^i b^j c^k d^m e^n \mid i > j, j \geqslant 0, k \geqslant 1, m = 2n, n \geqslant 0\}$;
   l) $L_{12} = \{d^{2j+1} a^i b c^{i+2} e^j \mid i \geqslant 0, j \geqslant 1\}$;
   m) $L_{13} = \{d^{2j} a^i b c^{i+1} e^j \mid i \geqslant 0, j \geqslant 2\}$;
   n) $L_{14} = \{a^i b^j c^k a^{k+2} b^{j*3} c^{i-1} \mid i \geqslant 1, j \geqslant 0, k \geqslant 0\}$;
   o) $L_{15} = \{a^m b^n (c(d \mid \varepsilon)e)^{m+n}, m \geqslant 0, n \geqslant 0\}$.
5. Linguagens livres de contexto são geradas por gramáticas dos tipos 2 ou 3. No entanto, existem algumas linguagens livres de contexto que só podem ser geradas por gramáticas do tipo 2.
   a) Qual é o aspecto lingüístico que diferencia esta classe de linguagens das demais que também podem ser geradas por gramáticas do tipo 3?
   b) De que forma este aspecto se manifesta nas gramáticas utilizadas para definir tais linguagens?
6. Construa uma gramática livre de contexto que gere todas as gramáticas livres de contexto possíveis de serem definidas sobre os alfabetos $\Sigma = \{a, b, c\}$ (símbolos terminais) e $N = \{S, X, Y\}$ (símbolos não-terminais).
7. Prove que as seguintes linguagens são livres de contexto:
   a) $\{a^i b^{2i} \mid i \geqslant 1\}$;
   b) $\{wcw^R \mid w \in \{a, b\}^*\}$;
   c) $\{ww^R \mid w \in \{a, b, c\}^*\}$;
   d) $\{w \in \{a, b\}^* \mid |w|_a = |w|_b\}$;
   e) $\{aa^* b^i c^j, i \geqslant 1, j \geqslant i\}$;
   f) $\{aa^* ab^i a^* c^j, i \geqslant 1, j \leqslant i\}$;
   g) $\{a^* b^i c^j, i > j\}$;
   h) $\{a^* b^i c^j, i < j\}$;
   i) $\{a^* b^i c^j, i \neq j\}$.
8. Mostre que as gramáticas G_1 e G_2 geram a mesma linguagem:
   - $G_1 = (\{S, A, B, a, b, c\}, \{a, b, c\}, \{S \rightarrow A \mid B, A \rightarrow aAbA \mid c, B \rightarrow aS \mid aAbB\}, S)$;