

LFA

Prova por Indução Matemática: Reverso

March 7, 2018

1 **Exercício:** $(uv)^r = v^r u^r$

Demonstre que $(uv)^r = v^r u^r$.

r : reverso ou invertido

$\Lambda \equiv \epsilon \equiv \lambda$: vazio

BASE Indutiva:

1. Se $u = \Lambda$ e $v = \Lambda \rightarrow k=0$
2. Se $u = a$ e $v = \Lambda \rightarrow k=1$
3. Se $u = \Lambda$ e $v = a \rightarrow k=1$
4.
5. e $k = |uv|$

HIPÓTESE Indutiva:

1. $|u^r v^r| = n$
2. Passo k : temos $k = n \Rightarrow u^r v^r = (vu)^r$

\Rightarrow **Precisamos provar para $k = (n + 1)$.** Por exemplo seja a palavra: $(aw)^r$ logo $| (aw)^r | = n + 1$ (passo em $n + 1$), onde $w = uv$ então $(auv)^r = v^r u^r a^r = v^r u^r a$ e $| u^r v^r a^r | = n + 1$, ou ainda $| (auv)^r | = n + 1$

Passo (ou Prova) Indutivo:

1. $(aw)^r = (auv)^r$ assim, esta é a partida
2. $(auv)^r = ((au)v)^r$ (1) Associatividade
3. $((au)v)^r = v^r (au)^r$ (2) usando a Hipótese Indutiva
4. $v^r (au)^r = v^r (u^r a^r)$ (3) novamente Hipótese Indutiva
5. $v^r (u^r a^r) = v^r u^r a^r$ (4) Associatividade
6. $(auv)^r = v^r u^r a^r = v^r u^r a$ (5) C.Q.D.
7. Esclarecendo: $a^r = a$ da definição do reverso, pois a é símbolo do alfabeto.
8. Idem quanto $\lambda^r = \lambda$

2 Notas:

1. Esclarecendo: $a^r \equiv a$ da definição do reverso, pois a é símbolo do alfabeto.
2. Idem quanto $\lambda^r \equiv \lambda$
3. Há uma outra solução desta prova no livro do Sudkamp, página 41.
4. Digitação inicial: Paula