# Mini-Curso de Minizinc (baseado em exemplos)

Claudio Cesar de Sá

Departamento de Ciência da Computação
Centro de Ciências e Tecnológias
Universidade do Estado de Santa Catarina

22 de agosto de 2016

# Sumário

# Notas

- Todos os códigos apresentados se encontram em: `https://github.com/claudiosa/CCS/minizinc`
- Metodologia: ensino da linguagem via exemplos
- 
- Agradecimentos a todos da SBPO pela oportunidade em organizar este material e estudantes da UDESC por testarem parte dele.

# Problemas × Otimização


Trocar esta figura futuramente ....

# Problemas e Otimização

## Complexidade $\Leftrightarrow$ Encontrar soluções:

- Problemas complexos de interesse prático (e teórico): NPs $\Uparrow$
- Tentativas de soluções: diversas direções (teoria) e muitos paradigmas computacionais (práticas)
- Seguem desde um modelo matemático existente a um modelo empírico a ser descoberto. Exemplificando:

# Problemas e Otimização

## Complexidade $\Leftrightarrow$ Encontrar soluções:

- Problemas complexos de interesse prático (e teórico): NPs $\Uparrow$
- Tentativas de soluções: diversas direções (teoria) e muitos paradigmas computacionais (práticas)
- Seguem desde um modelo matemático existente a um modelo empírico a ser descoberto. Exemplificando:
  - Uma equação de regressão linear: $y = ax^2 + b$
  - ... até ...
  - Programação genética (evolução de um modelo)
- Problemas apresentam características comuns como: variáveis, domínios, restrições, espaços de estados (finitos e infinitos, contínuos e discretos) ...

# Otimização

## Complexidade $\Leftrightarrow$ Otimização:

- A área de **Otimização** tem uma divisão: Discreta ou Combinatória e Contínua ou Numérica (funções deriváveis)

# Otimização

## Complexidade $\Leftrightarrow$ Otimização:

- A área de **Otimização** tem uma divisão: Discreta ou Combinatória e Contínua ou Numérica (funções deriváveis)

  Combinatória: Problemas definidos em um espaço de estados finitos (ou infinito mas enumerável)

  Numérica: Definidos em subespaços infinitos e não enumeráveis, como os números reais e complexos

- Difícil: problemas que tenham uma ordem maior ou igual a $2^{O(n)}$ são exponenciais, consequentemente, difíceis!

# Como atacar estes problemas?

## Técnicas:

**Combinatória:**

- Busca Local
- Métodos Gulosos: busca tipo subida a encosta (*hill-climbing*), recozimento simulado (*simulated annealing*), busca tabu, etc.
- Programação Dinâmica
- **Programação por Restrições** (PR)
- Redes de Fluxo
- .....

**Numérica:**

- Descida do Gradiente
- Gauss-Newton
- Lavemberg-Marquardt
- .....

# Programação por Restrições (PR)

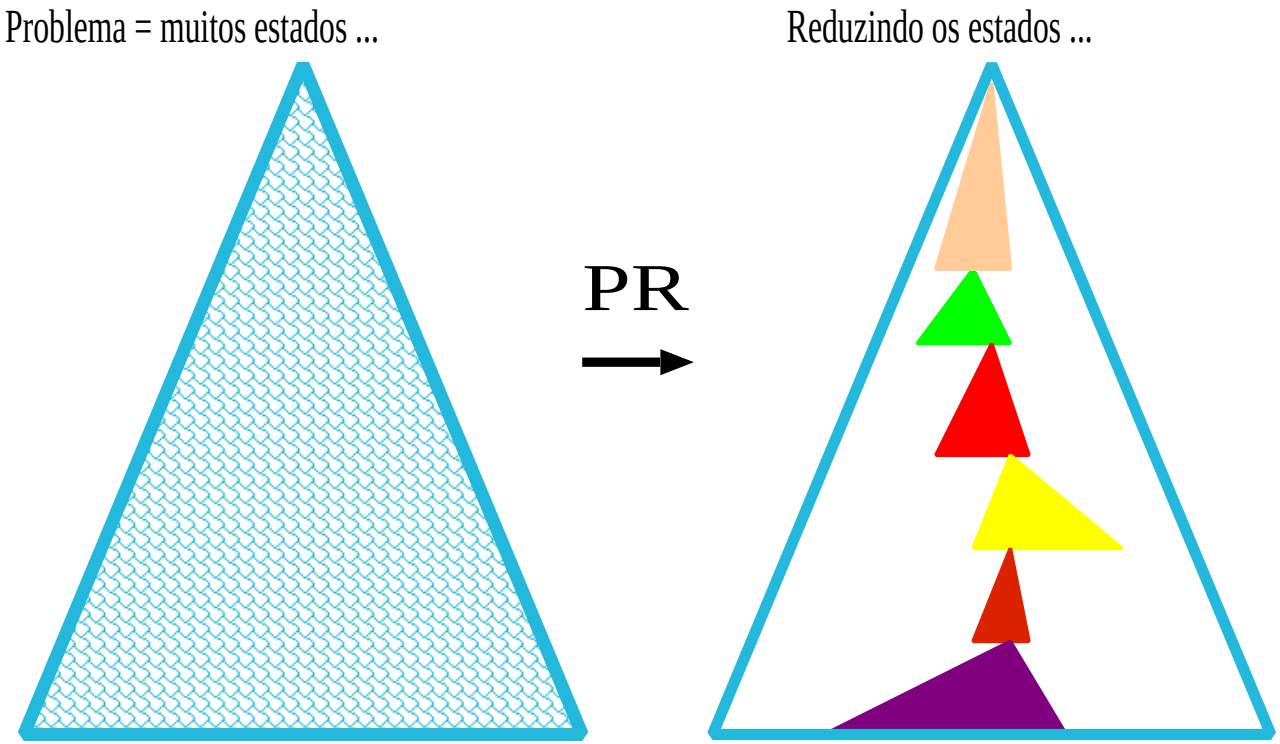



Figura: O *mar de estados* e a filtragem da PR

# Onde o objetivo é:

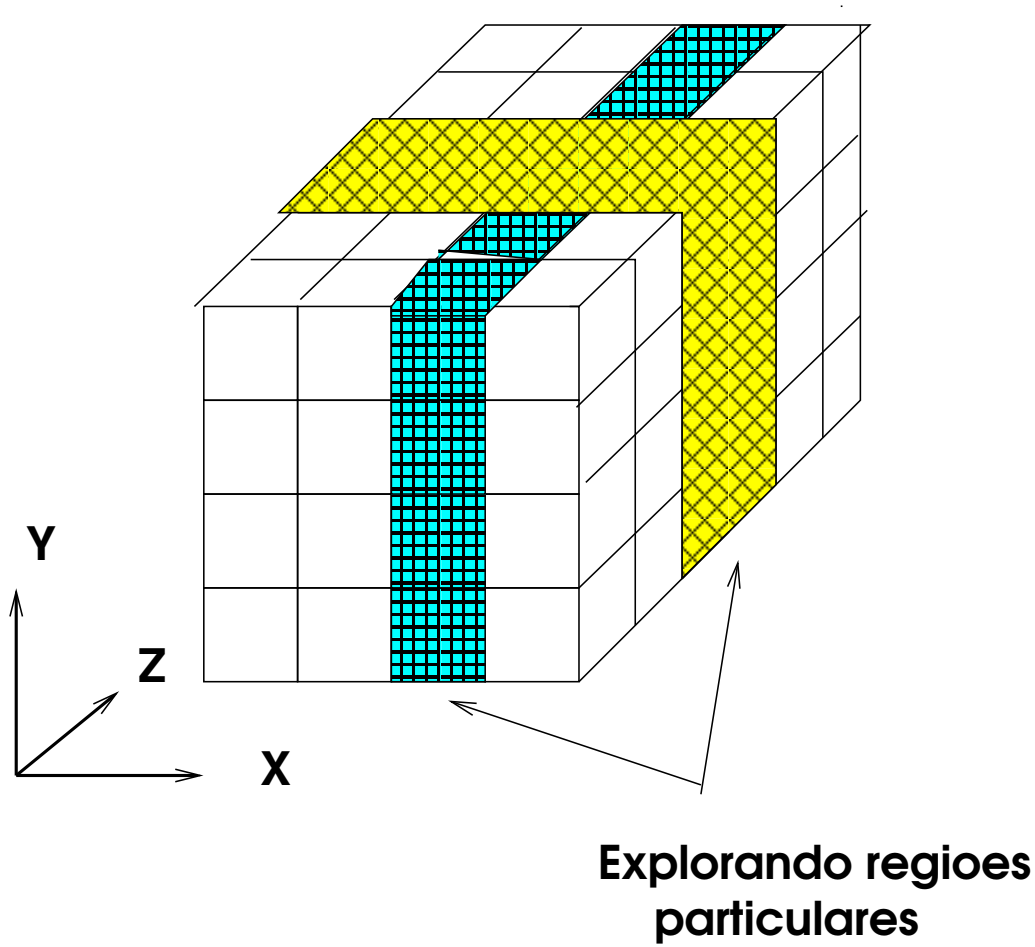



Figura: Operando com regiões específicas ou reduzidas

# Redução em sub-problemas:

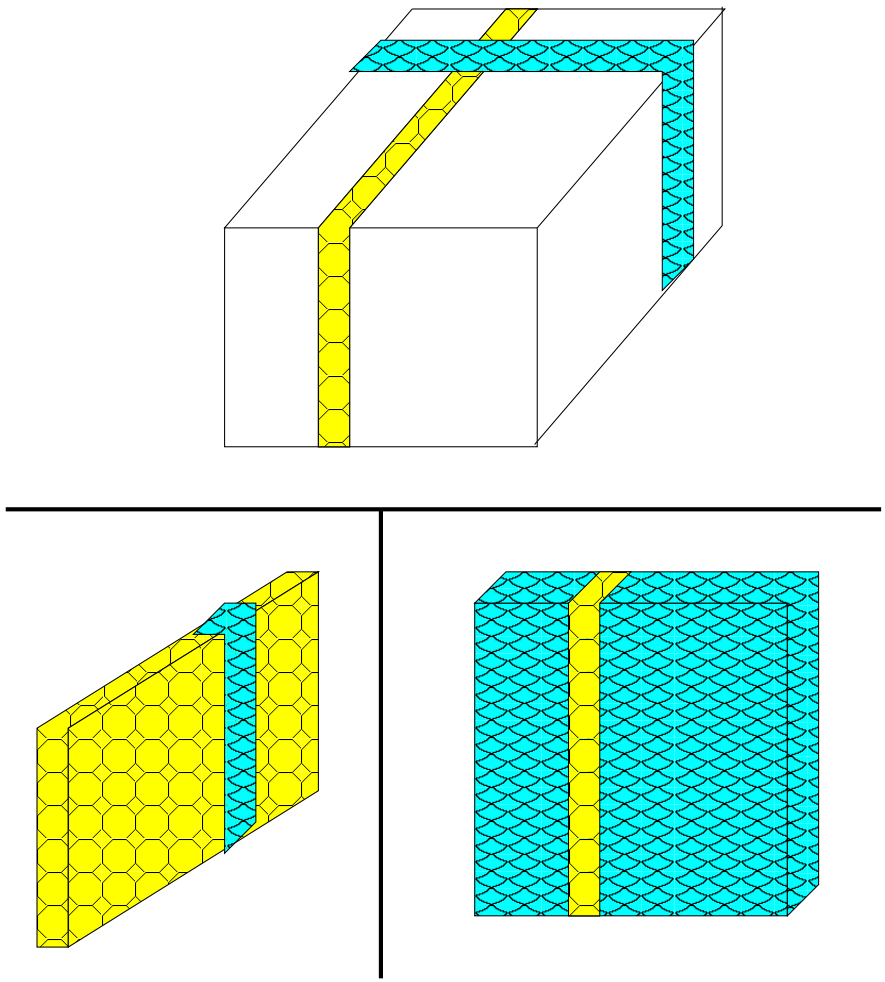
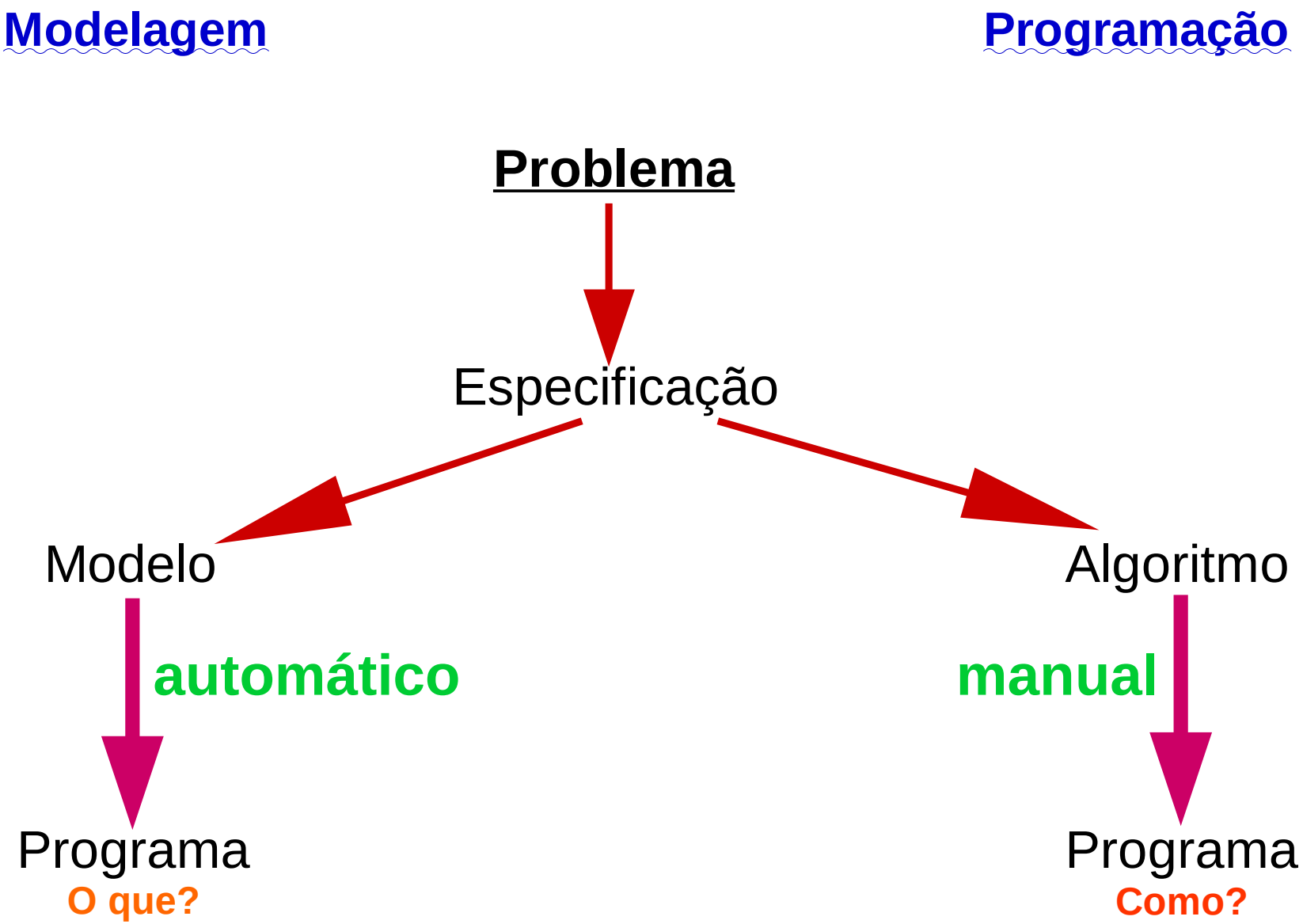


Figura: Redução de $P$ em outros sub-problemas equivalentes

# Construção de modelos e implementações:



# Ferramentas: linguagens, tradutores e *solvers*:

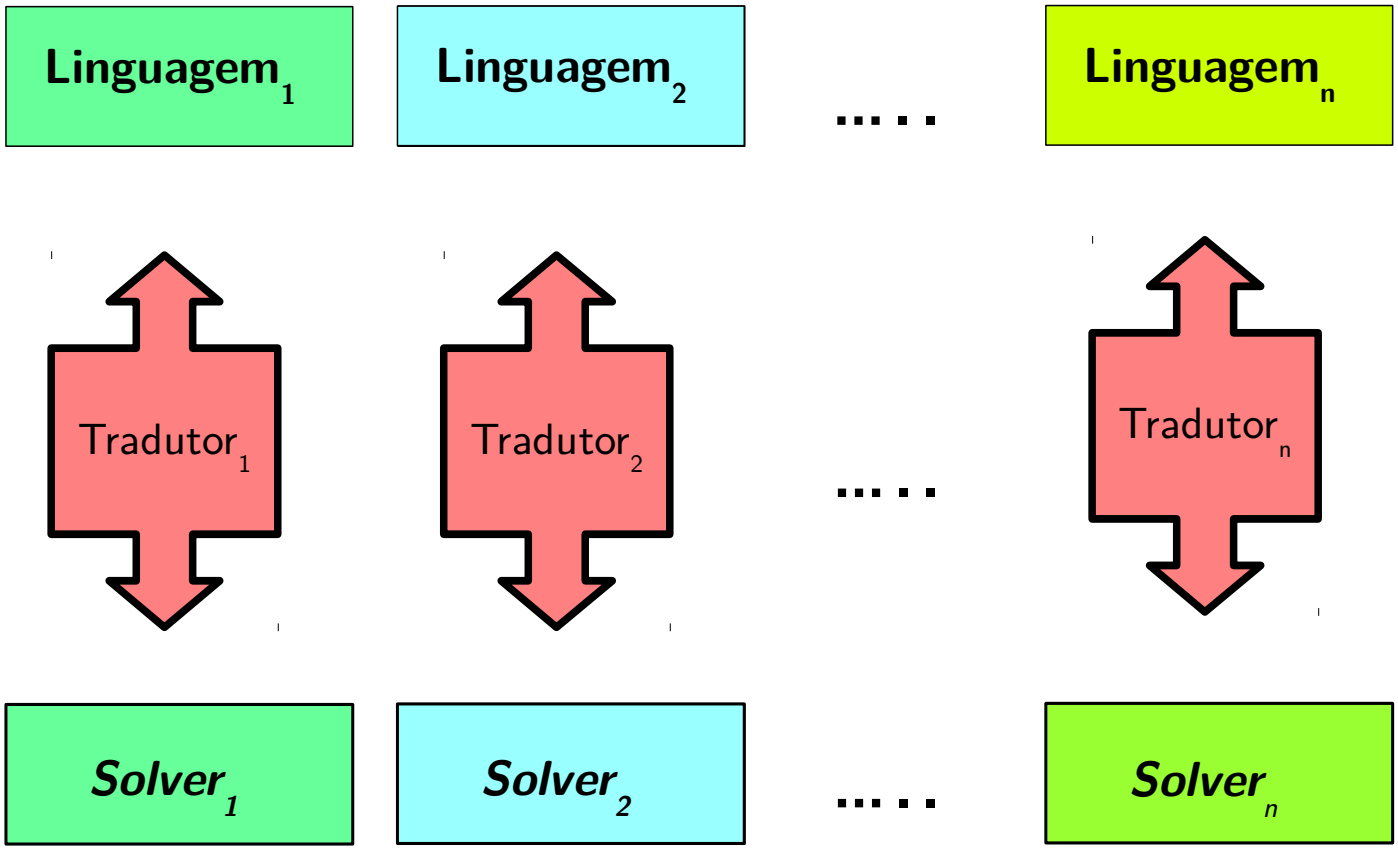



Figura: Linguagens, bibliotecas e *solvers* de propósitos diversos

# Minizinc, tradutores e os *solvers*:

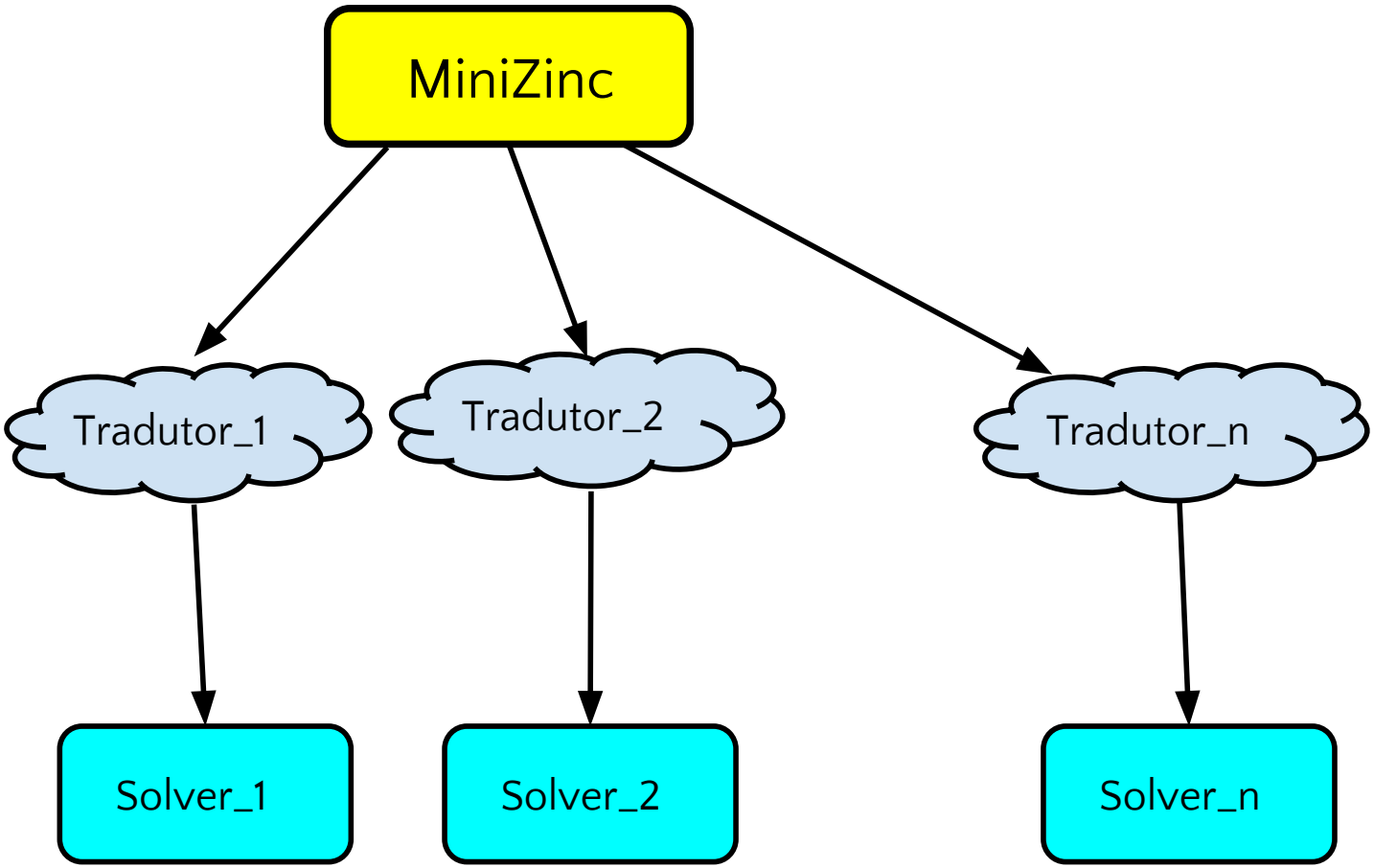



Figura: Há muitas conversores do MiniZinc para vários *solvers* $\Rightarrow$ uma proposta unificada

# Histórico

➳ Em 2006 a comunidade de CP *Constraint Programming* discutiu a necessidade de uma linguagem unificada para seus modelos e pesquisas

# Histórico

➳ Em 2006 a comunidade de CP *Constraint Programming* discutiu a necessidade de uma linguagem unificada para seus modelos e pesquisas

➳ Inicialmente a linguagem ZINC foi criada pelo NICTA, Universidade de Melbourne e Universidade de Monash. Tudo na Austrália!

# Histórico

➳ Em 2006 a comunidade de CP *Constraint Programming* discutiu a necessidade de uma linguagem unificada para seus modelos e pesquisas

➳ Inicialmente a linguagem ZINC foi criada pelo NICTA, Universidade de Melbourne e Universidade de Monash. Tudo na Austrália!

➳ O MINZINC é um sub-conjunto do ZINC

# Histórico

➳ Em 2006 a comunidade de CP *Constraint Programming* discutiu a necessidade de uma linguagem unificada para seus modelos e pesquisas

➳ Inicialmente a linguagem ZINC foi criada pelo NICTA, Universidade de Melbourne e Universidade de Monash. Tudo na Austrália!

➳ O MINZINC é um sub-conjunto do ZINC

➳ Linguagem de modelagem $\Rightarrow$ paradigma lógico de programação

# Histórico

➳ Em 2006 a comunidade de CP *Constraint Programming* discutiu a necessidade de uma linguagem unificada para seus modelos e pesquisas

➳ Inicialmente a linguagem ZINC foi criada pelo NICTA, Universidade de Melbourne e Universidade de Monash. Tudo na Austrália!

➳ O MINZINC é um sub-conjunto do ZINC

➳ Linguagem de modelagem $\Rightarrow$ paradigma lógico de programação

➳ Minizinc é compilado para o FlatZinc – cujo código é traduzido há vários outros *solvers*

# Propósitos

➳ Objetivo: resolver problemas de otimização combinatória e PSR (Problemas de Satisfação de Restrições)

➳ O objetivo é descrever o problema: **declarar** no lugar de especificar o que o programa deve fazer

➳ Paradigma de programação imperativo: **como** deve ser calculado !

➳ Paradigma de programação declarativo: **o que** deve ser calculado!

# Motivação

## O que é um problema combinatório?

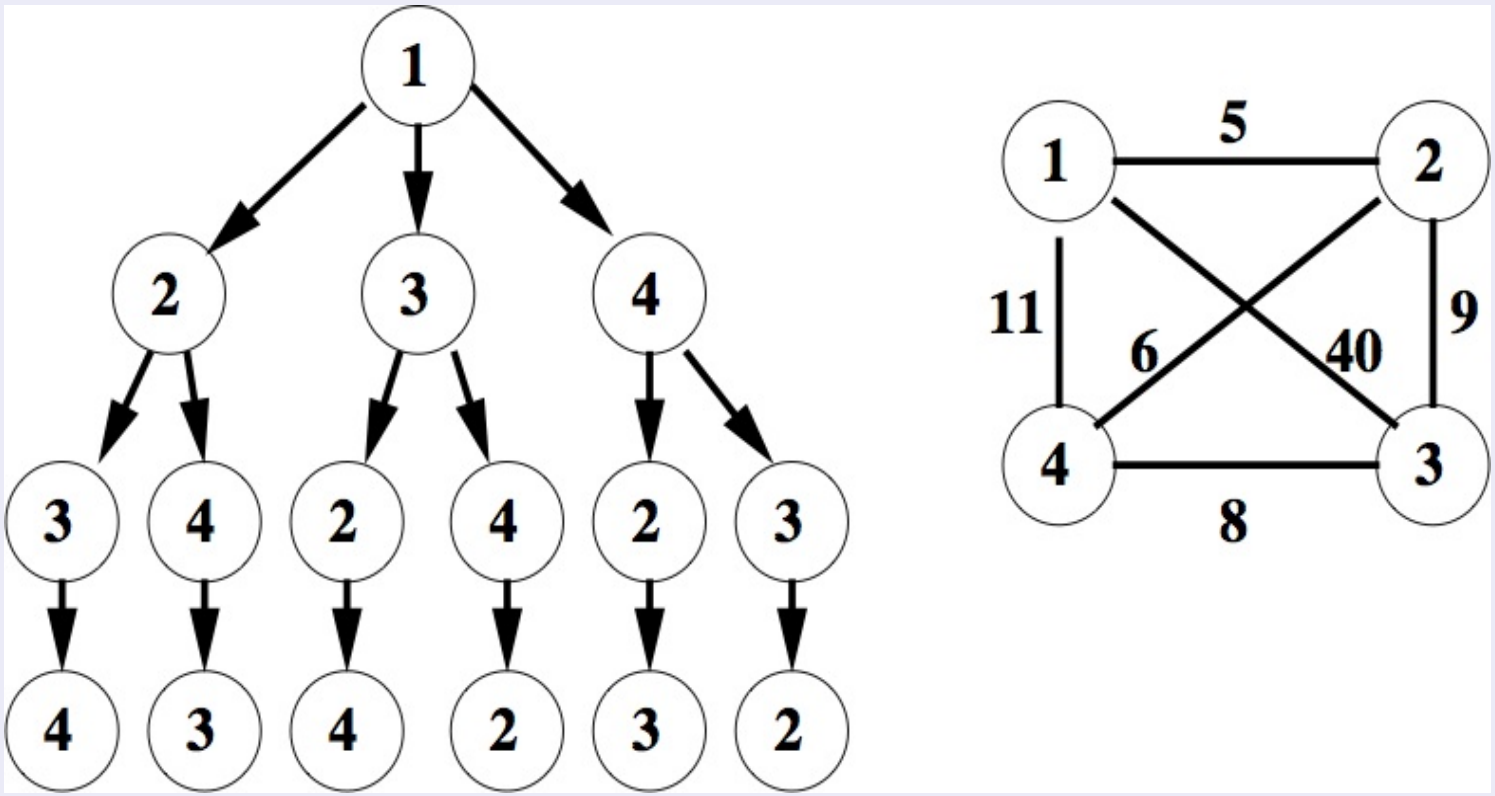



Figura: Problema da sequência de visitas

# Complexidade × Combinatória

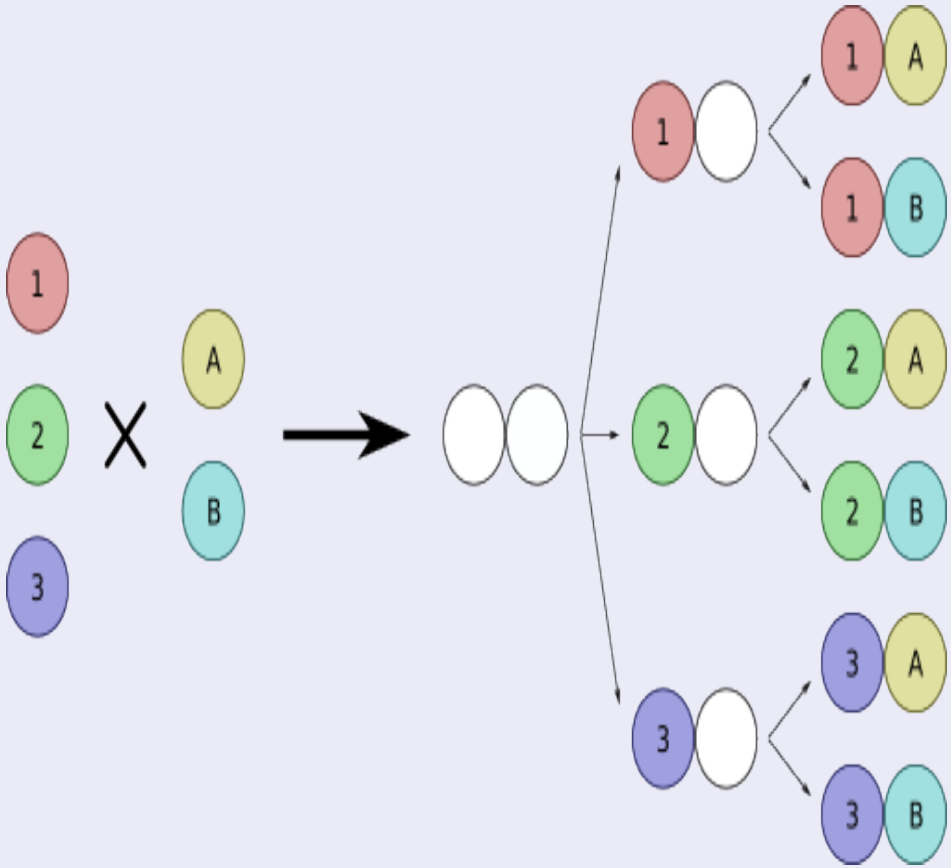



Figura: Contando combinações das variáveis: `X` e `Y`

## Um paradigma computacional:

$$Modelo + Dados = A_1 \wedge A_2 \wedge A_3 \wedge .... \wedge A_n$$

➳ $A_i$ : são assertivas declaradas (declarações de restrições) sobre o problema

## Um paradigma computacional:

$$Modelo + Dados = A_1 \wedge A_2 \wedge A_3 \wedge .... \wedge A_n$$

➳ $A_i$ : são assertivas declaradas (declarações de restrições) sobre o problema

➳ Linguagem $\Rightarrow$ construir modelos $\Rightarrow$ problemas reais

## Um paradigma computacional:

$$Modelo + Dados = A_1 \wedge A_2 \wedge A_3 \wedge .... \wedge A_n$$

- $A_i$ : são assertivas declaradas (declarações de restrições) sobre o problema
- Linguagem $\Rightarrow$ construir modelos $\Rightarrow$ problemas reais
- **Modelos** $\Leftrightarrow$ computáveis!

## Um paradigma computacional:

$$Modelo + Dados = A_1 \wedge A_2 \wedge A_3 \wedge .... \wedge A_n$$

- $A_i$ : são assertivas declaradas (declarações de restrições) sobre o problema
- Linguagem $\Rightarrow$ construir modelos $\Rightarrow$ problemas reais
- **Modelos** $\Leftrightarrow$ computáveis!
- Visão lógica: insatisfatível (sem respostas) ou consistente

# Resumindo alguns livros e *solvers*

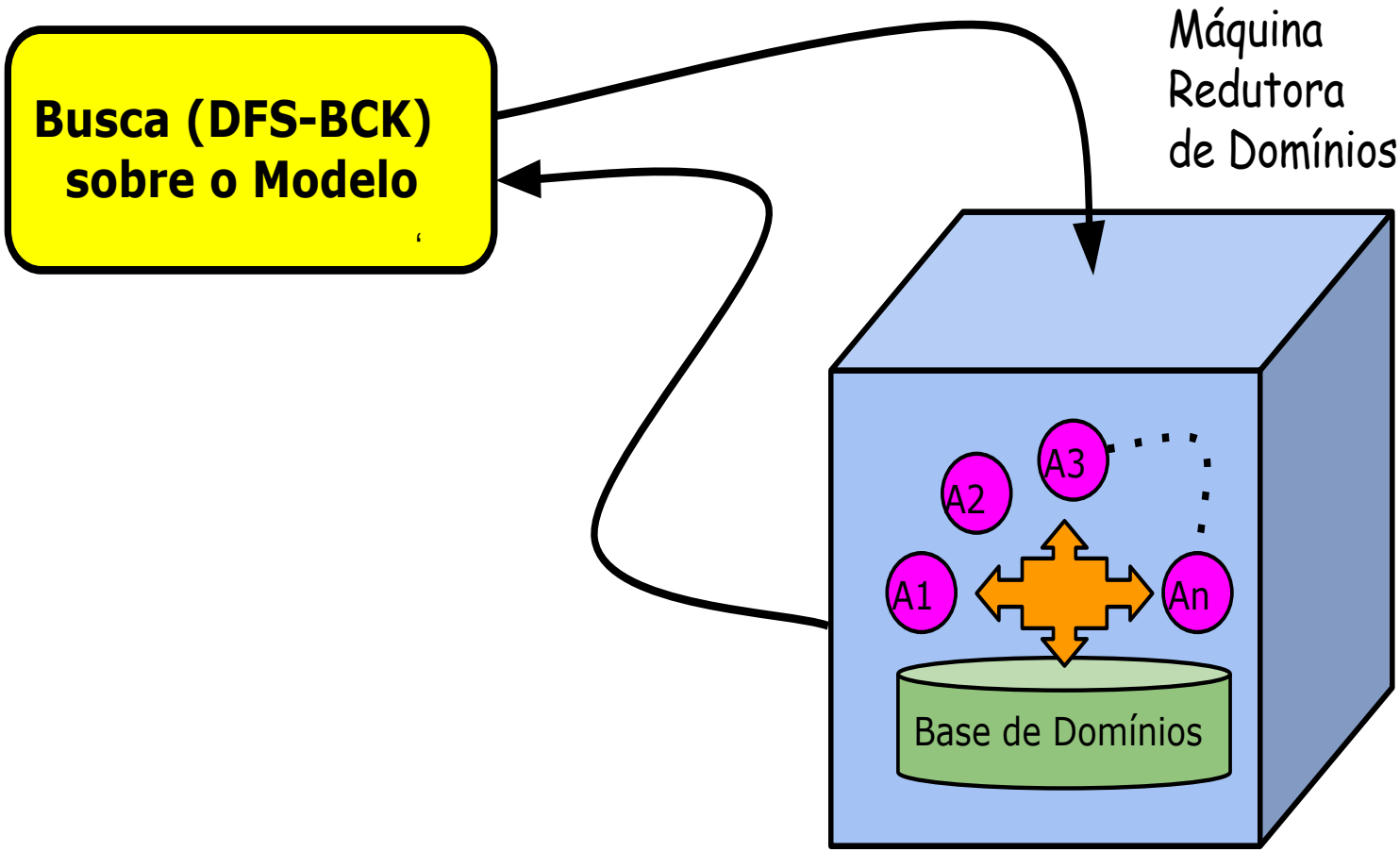



Figura: Ciclo entre a efetiva busca e a poda, na propagação das restrições

# Características do MiniZinc

- Modelagem: imediata à abordagem matemática existente

# Características do MiniZinc

- Modelagem: imediata à abordagem matemática existente
- Para isto, *MUITOS* recursos: operadores booleanos, aritméticos, constantes, variáveis, etc

# Características do MiniZinc

- Modelagem: imediata à abordagem matemática existente
- Para isto, *MUITOS* recursos: operadores booleanos, aritméticos, constantes, variáveis, etc
- **Fortemente tipada**

# Características do MiniZinc

- Modelagem: imediata à abordagem matemática existente
- Para isto, *MUITOS* recursos: operadores booleanos, aritméticos, constantes, variáveis, etc
- **Fortemente tipada**
- *Dois* tipos de dados: constantes e variáveis

# Continuando as características:

- Constantes: são valores fixos – são conhecidos como **parâmetros**

# Continuando as características:

- Constantes: são valores fixos – são conhecidos como **parâmetros**
- Variáveis: assumem valores sobre um domínio (aqui é o ponto)

# Continuando as características:

- Constantes: são valores fixos – são conhecidos como **parâmetros**
- Variáveis: assumem valores sobre um domínio (aqui é o ponto)
- Logo: restringir estes domínios apenas para valores admissíveis

# Continuando as características:

- Constantes: são valores fixos – são conhecidos como **parâmetros**
- Variáveis: assumem valores sobre um domínio (aqui é o ponto)
- Logo: restringir estes domínios apenas para valores admissíveis
- Mas há muitos tipos de dados: *int*, *bool*, *real*, *arrays*, *sets*, etc

# Continuando as características:

- Constantes: são valores fixos – são conhecidos como **parâmetros**
- Variáveis: assumem valores sobre um domínio (aqui é o ponto)
- Logo: restringir estes domínios apenas para valores admissíveis
- Mas há muitos tipos de dados: *int*, *bool*, *real*, *arrays*, *sets*, etc
- Diferentemente da tipagem dinâmica .... aqui não existe!

# Instalação e uso

## Tem evoluído muito nestes últimos anos:

1. **Tudo tem sido simplificado**
2. **Download e detalhes: http://www.minizinc.org/**
3. Basicamente: baixar o arquivo da arquitetura desejada, instalar, acertar variáveis de ambiente, *path*, e usar como:

# Instalação e uso

## Tem evoluído muito nestes últimos anos:

1. **Tudo tem sido simplificado**
2. **Download e detalhes: http://www.minizinc.org/**
3. Basicamente: baixar o arquivo da arquitetura desejada, instalar, acertar variáveis de ambiente, *path*, e usar como:
   - Modo console (ou linha de comando) ou
   - Interface IDE

## Resumindo

➳ Modo console: `mzn2doc`, `mzn2fzn`, `mzn-g12fd`, `mzn-g12lazy`, `mzn-g12mip`, `mzn-gecode`, ...

1. Edite o programa em um editor ASCII
2. Para compilar e executar:
   **mzn-xxxx nome-do-programa.mzn** ou escolher um outro *solver*
3. Exemplo como todas soluções:
   **mzn-g12fd –all_solutions nome-do-programa.mzn**
4. Detalhes e opções: `mzn-g12fd -help`

## Resumindo

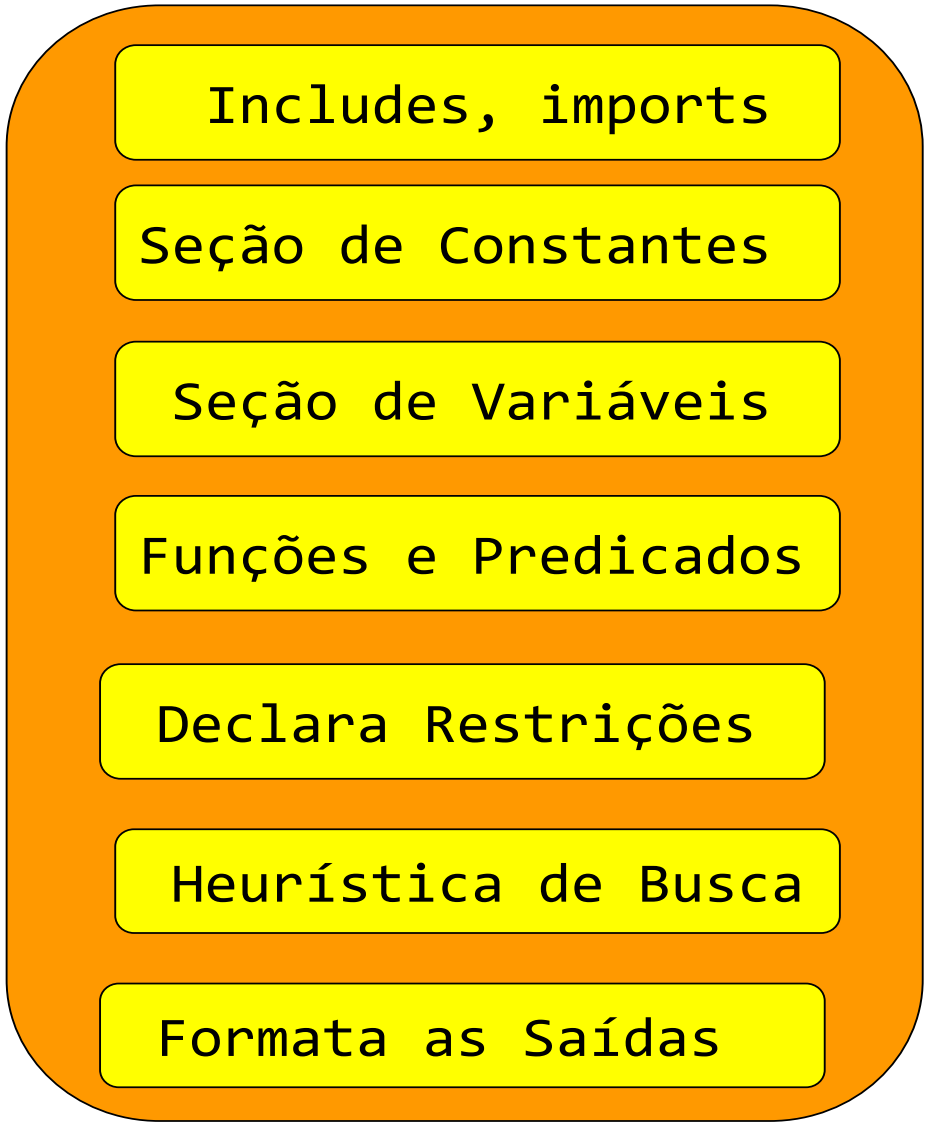
➳ Modo console: `mzn2doc`, `mzn2fzn`, `mzn-g12fd`, `mzn-g12lazy`, `mzn-g12mip`, `mzn-gecode`, `...`

1. Edite o programa em um editor ASCII
2. Para compilar e executar:
   **mzn-xxxx nome-do-programa.mzn** ou escolher um outro *solver*
3. Exemplo como todas soluções:
   **mzn-g12fd –all_solutions nome-do-programa.mzn**
4. Detalhes e opções: `mzn-g12fd -help`

➳ Modo IDE: minizinc_IDE ou minizincIDE

➳ Na IDE dá para editar e alterar configurações

# Estrutura de um Modelo



# Exemplo × Espaço de Estado (EE)

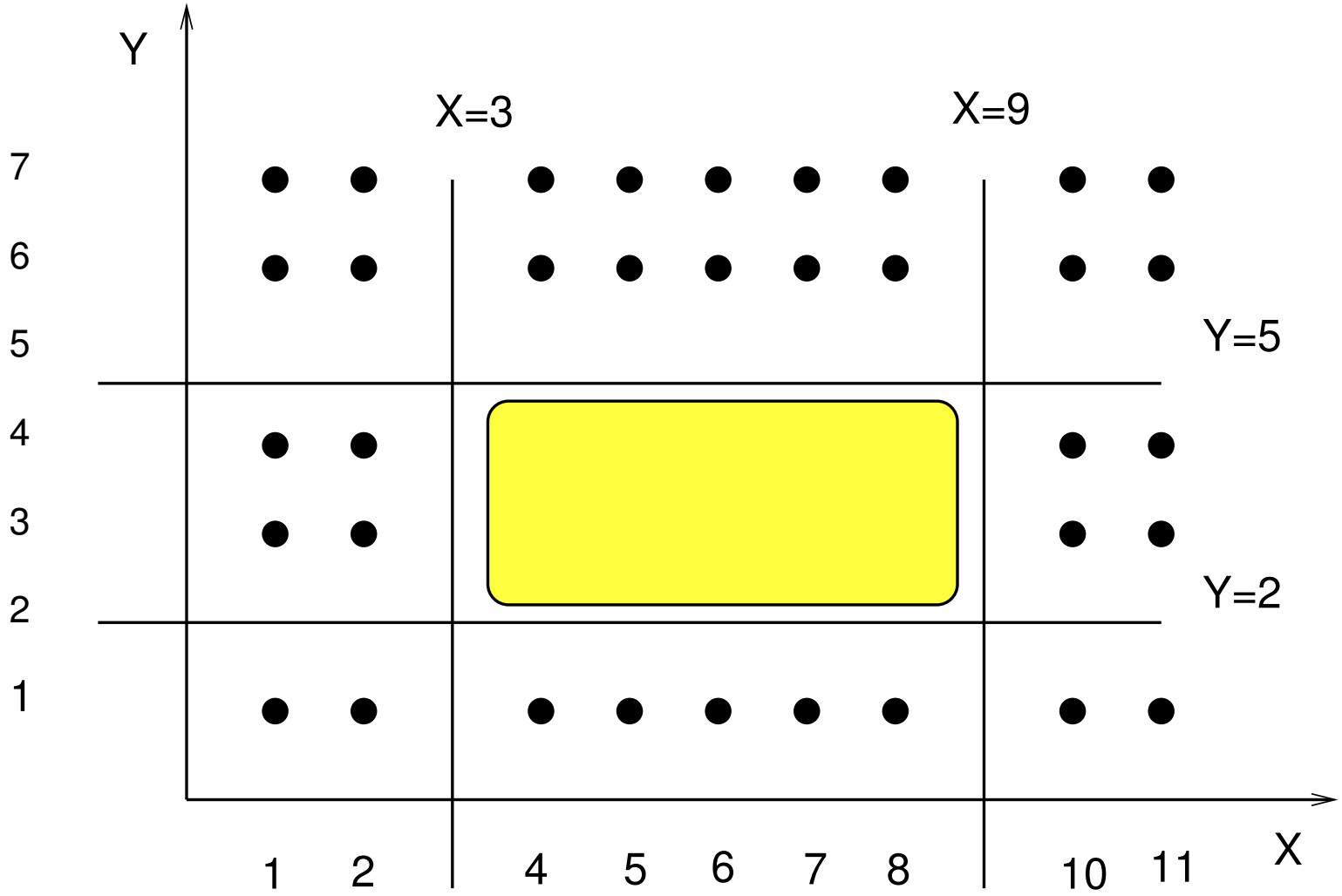



Figura: Obter os pontos do interior do retângulo

# Exemplo

```
1  %% Declara constantes
2  int: UM = 1; int: DOIS = 2; int:  CINCO = 5;
3  %% Declara variaveis
4  var UM  .. 11 : X; %% segue o dominio 1..11
5  var UM  .. 7 : Y;
6
7  %% As restricoes
8  constraint
9     Y >  DOIS  /\   Y <  CINCO ;
10
11 constraint
12    X >  3    /\     X <  9 ;
13
14 %%% A busca : MUITAS OPCOES ....
15 solve::int_search([X,Y],input_order,indomain_min,complete) satisfy;
16 %% SAIDAS
17 output ["   X: ", show(X), "     Y: ", show(Y), "\n"];
```

# Saída

```
$ mzn-g12fd -a sbpo_xerek-ygor.mzn
   X: 4     Y: 3
----------
   X: 4     Y: 4
----------
   X: 5     Y: 3
----------
   X: 5     Y: 4
----------
   X: 6     Y: 3
----------
   X: 6     Y: 4
----------
   X: 7     Y: 3
----------
   X: 7     Y: 4
----------
   X: 8     Y: 3
----------
   X: 8     Y: 4
----------
```

# Parâmetros e Variáveis

## Existem basicamente dois tipos de variáveis em Minizinc:

# Parâmetros e Variáveis

## Existem basicamente dois tipos de variáveis em Minizinc:

**Parâmetros**: *quase igual* às váriaveis de linguagens de programação comuns. Entretanto, só é permitido atribuir um valor a um parâmetro uma única vez.

# Parâmetros e Variáveis

## Existem basicamente dois tipos de variáveis em Minizinc:

**Parâmetros**: *quase igual* às váriaveis de linguagens de programação comuns. Entretanto, só é permitido atribuir um valor a um parâmetro uma única vez.

**Variáveis de Decisão**: mais próximo ao conceito de incógnitas da matemática. O valor de uma váriavel de decisão é escolhido pelo Minizinc para atender todas as restrições estabelecidas.

# Parâmetros e Variáveis

## Existem basicamente dois tipos de variáveis em Minizinc:

**Parâmetros**: *quase igual* às váriaveis de linguagens de programação comuns. Entretanto, só é permitido atribuir um valor a um parâmetro uma única vez.

**Variáveis de Decisão**: mais próximo ao conceito de incógnitas da matemática. O valor de uma váriavel de decisão é escolhido pelo Minizinc para atender todas as restrições estabelecidas.

**Variáveis de Restrição**: similar a anterior, exceto que o domínio é específico as respostas desejadas do problema

# Parâmetros e Variáveis

## Existem basicamente dois tipos de variáveis em Minizinc:

**Parâmetros**: *quase igual* às váriaveis de linguagens de programação comuns. Entretanto, só é permitido atribuir um valor a um parâmetro uma única vez.

**Variáveis de Decisão**: mais próximo ao conceito de incógnitas da matemática. O valor de uma váriavel de decisão é escolhido pelo Minizinc para atender todas as restrições estabelecidas.

**Variáveis de Restrição**: similar a anterior, exceto que o domínio é específico as respostas desejadas do problema

**Variáveis de Restrição**: estas são *descobertas* dentro de um domínio de valores sob um conjunto de restrições que é o **modelo a ser computado**!

# Exemplos de Variáveis

## Exemplo de Parâmetro (*variável fixa*) em MINIZINC

```
1 int: parametro = 5;
```

## Exemplo de Variável em MINIZINC

```
1 var 1..15: variavel;
```

# *Constraints* (Restrições)

Restrições podem ser equações ou desigualdades sobre as váriaveis de decisão, de forma a restringir os possíveis valores que estas podem receber.

# *Constraints* (Restrições)

Restrições podem ser equações ou desigualdades sobre as váriaveis de decisão, de forma a restringir os possíveis valores que estas podem receber.

## Exemplos de Restrições

```
1 constraint x > 2;
2
3 constraint 3*y - x <= 17;
4
5 constraint x != y;
6
7 constraint x = 2*z;
```

# Alguns Operadores Lógicos

## Operadores Lógicos

Os operadores lógicos (*and*, *or*, *not*), que existem na maioria das linguagens de programação, também podem ser utilizados em MINIZINC nas restrições.

# Alguns Operadores Lógicos

## Operadores Lógicos

Os operadores lógicos (*and*, *or*, *not*), que existem na maioria das linguagens de programação, também podem ser utilizados em MINIZINC nas restrições.

## Exemplo de Utilização (and)

```
1 var bool : p;
2 var bool : q;
3 constraint
4     (p /\ q) == true;
5
6 solve satisfy;
7
8 output [show(p), "      ",show(q)];
```

## Exemplo de Utilização (*or*)

```
1 constraint (p \/ q) = false;
```

## Exemplo de Utilização (*not*)

```
1 constraint (not)p = true;
```

# Quermesse da Nossa Escola

## Exemplo

A escola local fará uma festa e esta precisa que façamos bolos para vender. Sabemos como fazer dois tipos de bolos. Eis a receita de cada um deles:

# Quermesse da Nossa Escola

## Exemplo

A escola local fará uma festa e esta precisa que façamos bolos para vender. Sabemos como fazer dois tipos de bolos. Eis a receita de cada um deles:

| **Bolo de Banana** | **Bolo de Chocolate** |
|---|---|
| - 250g de farinha | - 200g de farinha |
| - 2 bananas | - 75g de cacau |
| - 75g de açúcar | - 150g de açúcar |
| - 100g de manteiga | - 150g de manteiga |

Tabela: Insumos de cada bolo

## Continuando o enunciado ...

O preço de venda de um Bolo de Chocolate é de R$4,50 e de um Bolo de Banana é de R$4,00. Temos 4kg de farinha, 6 bananas, 2kg de açúcar, 500g de manteiga e 500g de cacau. Qual a quantidade de cada bolo que deve ser feita para maximizar o lucro das vendas para a escola?

## Comentários Gerais da Solução

1. Basicamente temos que encontrar: $N_1$ (número de bolos de Chocolate) e $N_2$ (número de bolos de Banana);

## Comentários Gerais da Solução

1. Basicamente temos que encontrar: $N_1$ (número de bolos de Chocolate) e $N_2$ (número de bolos de Banana);
2. Tendo os valores $N_1$ e $N_2$, sabemos o nosso lucro máximo, dado o valor por bolo vendido;

## Comentários Gerais da Solução

1. Basicamente temos que encontrar: $N_1$ (número de bolos de Chocolate) e $N_2$ (número de bolos de Banana);
2. Tendo os valores $N_1$ e $N_2$, sabemos o nosso lucro máximo, dado o valor por bolo vendido;
3. Assim a equação a ser maximizada é:
   $4500.N_1 + 4000.N_2 = Lucro$

## Comentários Gerais da Solução

1. Basicamente temos que encontrar: $N_1$ (número de bolos de Chocolate) e $N_2$ (número de bolos de Banana);
2. Tendo os valores $N_1$ e $N_2$, sabemos o nosso lucro máximo, dado o valor por bolo vendido;
3. Assim a equação a ser maximizada é:
   $4500.N_1 + 4000.N_2 = Lucro$
4. Sabe-se que **UM** bolo necessita de quantidades de insumos dado na tabela 1

## Comentários Gerais da Solução

1. Basicamente temos que encontrar: $N_1$ (número de bolos de Chocolate) e $N_2$ (número de bolos de Banana);
2. Tendo os valores $N_1$ e $N_2$, sabemos o nosso lucro máximo, dado o valor por bolo vendido;
3. Assim a equação a ser maximizada é:
   $4500.N_1 + 4000.N_2 = Lucro$
4. Sabe-se que **UM** bolo necessita de quantidades de insumos dado na tabela 1
5. Logo, se são $N$ bolos por insumos e respeitando a disponibilidade de cada um, as restrições para ambos os bolos são do tipo:
   $N_1.qt_{manteiga_{chocolate}} + N_2.qt_{manteiga_{banana}} \leq Manteiga_{disponivel}$

## Comentários Gerais da Solução

1. Basicamente temos que encontrar: $N_1$ (número de bolos de Chocolate) e $N_2$ (número de bolos de Banana);
2. Tendo os valores $N_1$ e $N_2$, sabemos o nosso lucro máximo, dado o valor por bolo vendido;
3. Assim a equação a ser maximizada é:
   $4500.N_1 + 4000.N_2 = Lucro$
4. Sabe-se que **UM** bolo necessita de quantidades de insumos dado na tabela 1
5. Logo, se são $N$ bolos por insumos e respeitando a disponibilidade de cada um, as restrições para ambos os bolos são do tipo:
   $N_1.qt_{manteiga_{chocolate}} + N_2.qt_{manteiga_{banana}} \leq Manteiga_{disponivel}$
6. E estes valores são tomados da tabela 1.

## Uma tabela *conhecida* tipo:

| | farinha | cacau | bananas | açucar | manteiga | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $N_1$ (Choco) | 200 | 75 | – | 150 | 150 | |
| $N_2$ (Banana) | 250 | – | 2 | 75 | 100 | |
| Disponível | 4000 | 500 | 6 | 2000 | 500 | |

## Código desta solução:

```
1  var 0..100: bc; %Bolo de chocolate: N1
2  var 0..100: bb; %Bolo de banana: N2
3
4  constraint 250*bb + 200*bc <= 4000;
5  constraint 2*bb <= 6;
6  constraint 75*bb + 150*bc <= 2000;
7  constraint 100*bb + 150*bc <= 500;
8  constraint 75*bc <= 500;
9
10 solve maximize (4500*bc + 4000*bb);
11
12 output[" Choc = ", show(bc), "\t Ban = ",show(bb)];
```

## Saída

```
Compiling bolos.mzn
Running bolos.mzn
 Choc = 0  Ban = 0
----------
 Choc = 1  Ban = 0
----------
 Choc = 2  Ban = 0
----------
 Choc = 3  Ban = 0
----------
 Choc = 2  Ban = 2
----------
==========
Finished in 36msec
```

# Teoria dos Conjuntos

## Há várias funções prontas:

$A \cup B$, $A \cap B$, $\overline{A}$, etc

```
1  set of int: B = {1,2,3};
2  % OU set of int: B = 1 .. 3;
3  set of int: A = {4,5};
4
5  var set of   1 .. 5 : var_uniao;
6  var set of   1 .. 5 : var_inters ;
7
8  constraint
9    var_uniao = B union A;
10
11 constraint
12   var_inters = B intersect A;
13
14 solve satisfy;
15
16 output
17      ["VAR_Uniao = " , show(var_uniao),"\n",
18       "VAR_Inters = " , show(var_inters),"\n"];
```

# Funções e Predicados. Exemplo: $y = x^3$

```
1  int: n = 3;
2  var int: z1;
3  var int: z2;
4
5  function var int: pot_3_F(var int: n) = n*n*n ;
6
7  predicate pot_3_P(int: n, var int: res) =
8            res =  n*n*n ;
9
10 constraint
11      z1 = pot_3_F(n) ;
12
13 constraint
14      pot_3_P(n,z2) ;
15
16 solve satisfy;
17
18 output ["n: ", show(n),"\n", "z1: ", show(z1), "\n",
19         "z2: ", show(z2), "\n"];
```

## Saída:

```
Finished in 400msec
Compiling funcao_01.mzn
Running funcao_01.mzn
n: 3
z1: 27
z2: 27
----------
Finished in 54msec
```

# Teste de paridade. Exemplo: $f_{paridade}(5) = false$, $f_{paridade}(6) = true$

```
1  int : X = 5 ; %%  constantes
2  int : Y = 6;
3  var bool : var_bool_01;
4  var bool : var_bool_02;
5
6  %%% Temos if-then-else-endif
7  function var bool :  testa_paridade(int : N) =
8       if( (N mod 2) == 0)
9          then
10           true
11         else
12           false
13       endif;
14
15 constraint
16    var_bool_01 == testa_paridade(X);
17
18 constraint
19    var_bool_02 == testa_paridade(Y);
20
21 /* OR   var_bool_01 == ((x mod 2) == 0);
22         var_bool_02 == ((y mod 2) == 0);   */
23
24 solve satisfy;
25
```

## Continuando ...

```
.......................
solve satisfy;

output
    ["  CTE_X = ", show(X), "  CTE_Y = ", show(Y), "\n",
     "  VAR_B01 = ", show( var_bool_01 ),
     "  VAR_B02 = ", show( var_bool_02 )  ] ;
```

## Continuando ...

```
.......................
solve satisfy;

output
    ["  CTE_X = ", show(X), "  CTE_Y = ", show(Y), "\n",
     "  VAR_B01 = ", show( var_bool_01 ),
     "  VAR_B02 = ", show( var_bool_02 )  ] ;
```

Saída:

```
$ mzn-g12fd -a minizinc/bool_function.mzn
  CTE_X = 5  CTE_Y = 6
  VAR_B01 = false  VAR_B02 = true
----------
==========
```

# Uso na Lógica Proposicional

## Exemplos:

- Modus-Ponens: $x \wedge x \rightarrow y \vdash y$
- Modus-Tollens: $\sim y \wedge x \rightarrow y \vdash \sim x$

```
1  var bool : x;
2  var bool : y;
3  var bool : Phi01;
4  var bool : Phi02;
5
6  constraint                  %% MODUS PONENS
7         ((x /\
8         (x -> y)) -> y)
9         <-> Phi01 ;
10
11 constraint                        %% MODUS TOLLENS
12        ((not y /\
13        (x -> y)) -> not x)
14        <-> Phi02 ;
15
16 solve satisfy;
17
18 output
```

## Saída:

```
$ mzn-g12fd -a minizinc/interp_log_MP.mzn
 X: false   Y: false  MP:Phi01: true
 X: false   Y: false  MT:Phi02: true
----------
 X: true   Y: false  MP:Phi01: true
 X: true   Y: false  MT:Phi02: true
----------
 X: false   Y: true  MP:Phi01: true
 X: false   Y: true  MT:Phi02: true
----------
 X: true   Y: true  MP:Phi01: true
 X: true   Y: true  MT:Phi02: true
----------
==========
```

# Interpretação na Lógica de Primeira-Ordem

## Sejam as FPO abaixo:

- Exemplo 01: $\forall x \ \exists y \ (y < x)$
- Exemplo 02: $\exists x \ \forall y \ (x < y)$
- Exemplo 03: $\forall x \ \exists y \ (x^2 == y)$
- Exemplo 04: $\exists x \ \forall y \ (x^2 != y)$
- Avalie a validade para os domínios: $D_x = \{2, 3, 4\}$ e $D_y = \{3, 4, 5\}$

# Interpretação na Lógica de Primeira-Ordem

```
1  %%Declarando dominio das  variaveis
2
3  set of int: X = {2, 3, 4};
4  set of int: Y = {3, 4, 5};
5
6  function bool: exemplo_01(set of int: x, set of int: y) =
7          (forall (i in x) (exists (j in y) (j < i)));
8
9  function bool: exemplo_02(set of int: x, set of int: y) =
10         exists (i in x) (forall (j in y) (i < j));
11
12 function bool: exemplo_03(set of int: x, set of int: y) =
13         forall (i in x) (exists (j in y) (pow(i,2) == j));
14
15 function bool: exemplo_04(set of int: x, set of int: y) =
16         exists (i in x) (forall (j in y) (pow(i,2) != j));
17
18 solve satisfy;
19
20 output["\n Exemplo 01: "++ show(exemplo_01(X,Y))++
21        "\n Exemplo 02: "++ show(exemplo_02(X,Y))++
22        "\n Exemplo 03: "++ show(exemplo_03(X,Y))++
23        "\n Exemplo 04: "++ show(exemplo_04(X,Y))];
```

## Saída:

```
$ mzn-g12fd -a minizinc/interp_fol_set.mzn

 Exemplo 01: false
 Exemplo 02: true
 Exemplo 03: false
 Exemplo 04: true
----------
==========
```

# Vetores (ou *Arrays*) Unidimensional ou 1D

## Vetores 1D

- Seja `int : n = 7;`
- `array[1..n] of int : vetor01; (constante)`
- `array[1..n] of {0,1,2,3} : vetor02; (constante)`
- `array[1..n] of var { 0,1 } : vetor03; (variável)`

## Vetor 1D: Soma dos subconjuntos (*Subset Sum Problem*)

Seja o conjunto de números $\{2, 3, 5, 7\}$. Encontre um subconjunto que satisfaça uma soma para um dado valor. Exemplo: $k = 9$

| Subconjunto | Soma |
|---|---|
| $\{\}$ | 0 |
| $\{2\}$ | 2 |
| $\{2, 3\}$ | 5 |
| $\{2, 3, 5\}$ | 10 |
| ..... | ..... |
| $\{2, 3, 5, 7\}$ | 17 |

Complexidade: $2^n = 16$, onde $n$ é o número de elementos do conjunto

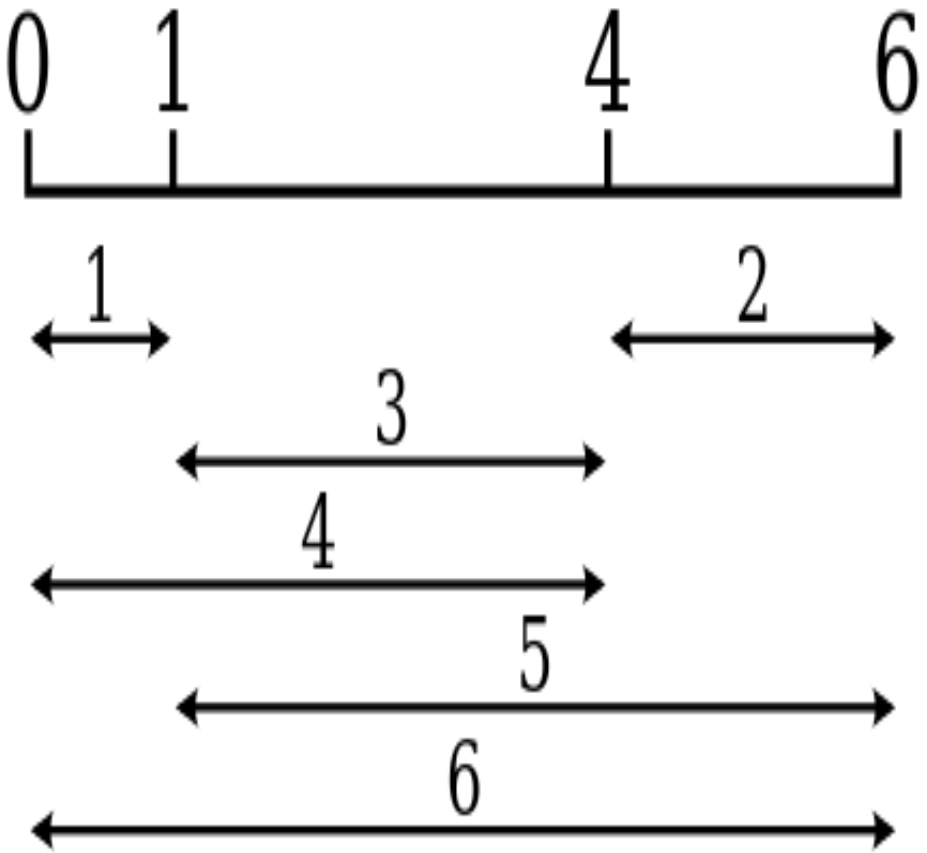
# Soma dos subconjuntos (*Subset Sum Problem*)

```
1  int: n = 7; % total de elementos do vetor
2  int: K = 15; %% Soma do sub-set
3
4  array[1..n] of var 0..1 : x_decision;
5
6  array[1..n] of int : v_valores;
7  v_valores = [3, 4, 5, 7, 9, 10, 1];
8
9  var int: total_VALOR;
10
11 constraint
12   total_VALOR = sum( i in 1..n ) (x_decision[i]* v_valores[i]);
13
14 constraint
15   total_VALOR == K;
16
17 % minimize or maximize something
18 solve satisfy;
19
20 output ["Total_VALOR: " ++ show(total_VALOR) ++"\n"++
21         "Seleciona:" ++ show( x_decision ) ++ "\n\t   " ,
22         show( v_valores ) ];
```

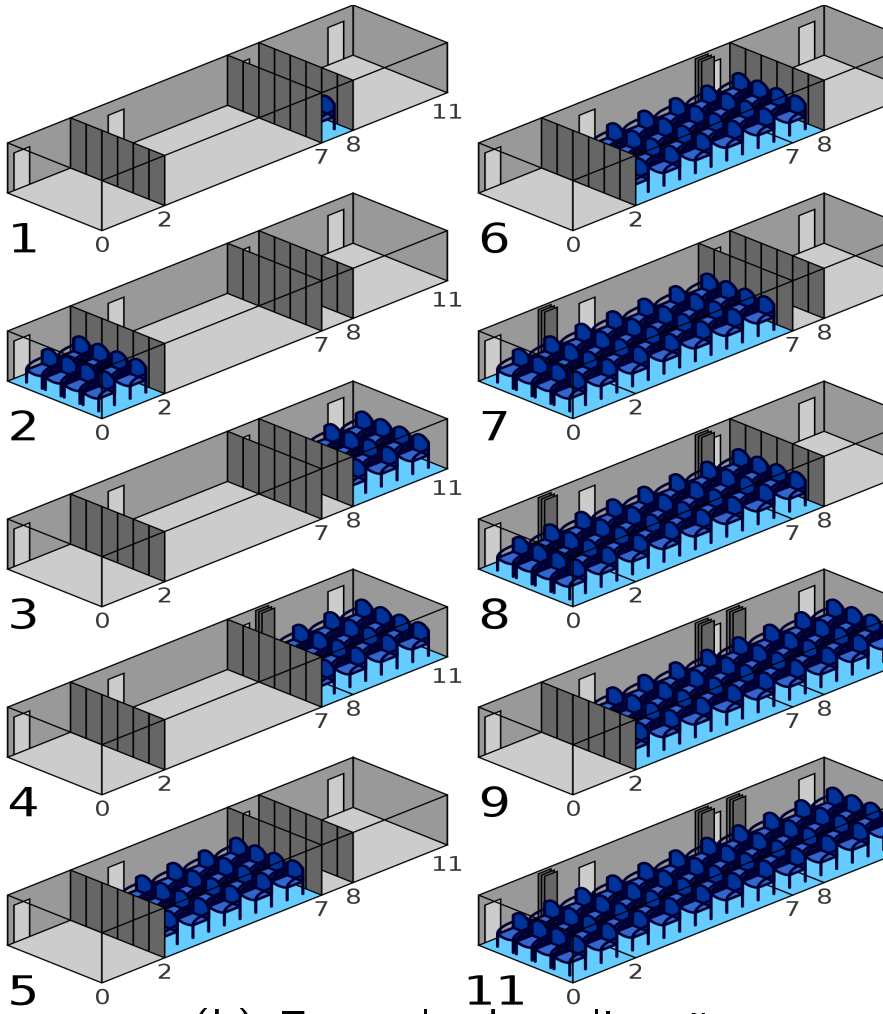
## Saída:

```
$mzn-g12fd -a sub_set_sum.mzn
Total_VALOR: 15
Seleciona:[1, 0, 1, 1, 0, 0, 0]
          [3, 4, 5, 7, 9, 10, 1]
----------
Total_VALOR: 15
Seleciona:[0, 0, 1, 0, 0, 1, 0]
          [3, 4, 5, 7, 9, 10, 1]
----------
Total_VALOR: 15
Seleciona:[1, 1, 0, 1, 0, 0, 1]
          [3, 4, 5, 7, 9, 10, 1]
----------
Total_VALOR: 15
Seleciona:[0, 0, 1, 0, 1, 0, 1]
          [3, 4, 5, 7, 9, 10, 1]
----------
Total_VALOR: 15
Seleciona:[0, 1, 0, 0, 0, 1, 1]
          [3, 4, 5, 7, 9, 10, 1]
----------
==========
```

# Régua de Golomb




(a) 4 marcas (ordem-4) e a maior distância entre duas marcas (comprimento: 6)




(b) Exemplo de aplicação

# Vetor 1D: Régua de Golomb

```
1  include "globals.mzn";
2  %% GOLOMB mas n itens a serem escolhidos e repetidos
3  int: n = 3;  %% NUM de PEDACOS
4  int: m = 6;  %% TAMANHO 0 .. 6
5
6  array[1..n] of var 0..m : regua; %% TAMANHO dos PEDACOS
7  array[1..(n+1)] of var 0..m : regua_SAIDA; %% APENAS para OUT
8
9  constraint  %% pedacos maior que 0
10     forall(i in 1 .. n) ( regua[i] > 0 );
11
12 %% Diferentes e decrescente ... PEDACOS/medidas
13 constraint
14   alldifferent ( regua ); %% /\ decreasing( regua );
15
16 %% Diferentes medidas/PEDACOS entre TODOS os CORTES
17 constraint
18     forall(i in 1 .. n-2) (
19       forall(j in i+1 .. n) (regua[ i ] != regua[ j ]) );
20
21 constraint  %% CRITERIO DE REGUA OTIMA
22        sum([regua[i] | i in 1..n] ) == m;
23
24 constraint %% formatando uma saida
25     regua_SAIDA[1] == 0 /\
```

## Saída:

```
$ mzn-g12fd -a golomb_ruler.mzn
 Tamanho dos cortes: 1 | 3 | 2 |  A REGUA: 0 | 1 | 4 | 6 |
----------
 Tamanho dos cortes: 1 | 2 | 3 |  A REGUA: 0 | 1 | 3 | 6 |
----------
 Tamanho dos cortes: 2 | 3 | 1 |  A REGUA: 0 | 2 | 5 | 6 |
----------
 Tamanho dos cortes: 2 | 1 | 3 |  A REGUA: 0 | 2 | 3 | 6 |
----------
 Tamanho dos cortes: 3 | 2 | 1 |  A REGUA: 0 | 3 | 5 | 6 |
----------
 Tamanho dos cortes: 3 | 1 | 2 |  A REGUA: 0 | 3 | 4 | 6 |
----------
==========
```

# Criando funções, variáveis locais e escopo. Exemplo: y=soma(vetor 1D)

```
1  int: n = 7; %% total de elementos
2  int: m = 4; %% m itens a serem selecionados
3
4  array[1..n] of var {0,1} : x_decision;
5
6  %% OK e direto via sum( i in 1..n ) (vetor_1d[i]);
7  function var int: sum_array_1d(array[1..n] of var int: vetor_1d) =
8   let{
9         array[1..n] of var int : temp;
10        constraint                          %%%% C_1
11        temp[1] == vetor_1d[1];
12        constraint                          %%%% C_2
13        forall(i in 2..n)
14          ( temp[i] == temp[i-1] + vetor_1d[i] );
15        } in temp[n] %%% Valor acumulado aqui
16     ;
17
18 %%% constraint  m == sum( i in 1..n ) (x_decision[i]);
19
20 constraint
21    m == sum_array_1d( x_decision );
22
23 solve satisfy;
```

## Saída:

```
mzn-g12fd -a minizinc/function_sum_vetor_1D.mzn
x_decision: [0, 0, 0, 1, 1, 1, 1]
----------
 x_decision: [0, 0, 1, 0, 1, 1, 1]
----------
 x_decision: [1, 0, 0, 0, 1, 1, 1]
 ..........................................
 x_decision: [1, 1, 0, 1, 1, 0, 0]
----------
 x_decision: [1, 1, 1, 0, 1, 0, 0]
----------
 x_decision: [1, 1, 1, 1, 0, 0, 0]
----------
==========
```

# Vetores Bi-dimensionais ou 2D)

## Motivação

- As matrizes são essenciais em alguns problemas. Exemplo: *job-shop problem*
- Bi-dimensional (tem nomes especiais)
- A rigor MiniZinc estende a idéia para vetores n-ários (n-dimensões)

# Vetores Bi-dimensionais ou 2D

## Representação

```
1  array[1..3, 1..2] of int : A;
2  A = [| 4, 5
3       | 0, 9
4       | 5, 8 |];
5
6  array[1..2, 1..3] of int : B;
7  B = array2d(1..2, 1..3,
8              [9,8,-3, 5,-5,7]);
9
10 array[1..2, 1..3, 1..2] of int : C;
11 C = array3d(1..2, 1..3, 1..2,
12               [9, -5, 3,  5, 6, 8,
13               19, 12, -13, 17, -15, 18]);
14
15 solve satisfy;
16
17 output[show2d(A),"\n",show2d(B),"\n",show3d(C)];
```

## Saída:

```
$ mzn-g12fd -a minizinc/sbpo_ilustra-2D.mzn
[| 4, 5 |
   0, 9 |
   5, 8 |]

[|  9,  8, -3 |
    5, -5,  7 |]

[| |   9,  -5 |
       3,   5 |
       6,   8 |,

   |  19,  12 |
     -13,  17 |
     -15,  18 | |]
----------
==========
```

## Quadrado Mágico

- Um quadrado mágico é uma matriz $N \times N$ onde os somatórios das linhas, colunas e diagonais (principal e secundária) são todos iguais a um valor $K$. Além disso, os elementos da matriz devem ser diferentes entre si, com valores de 1 a $N^2 - 1$.
- Um quadrado mágico de ordem 4 ($N = 4$) é dado por:

| | | | |
|---|---|---|---|
| 16 | 3 | 2 | 13 |
| 5 | 10 | 11 | 8 |
| 9 | 6 | 7 | 12 |
| 4 | 15 | 14 | 1 |

- Onde $K = \frac{N(N^2+1)}{2}$ (valor mágico), para $N = 4$ tem-se $K = 34$

# Quadrado Mágico

```
1  int: N = 4;
2  float: Kte = ceil(N*(N*N +1 )/2); %% Coercao float -> int ou floor
3  set of int : Index = 1..N;
4  array[Index, Index] of var 1 .. (N*N)-1: mat;
5
6  constraint forall(i in Index) %% LINHAS
7          (mat[i,1] + mat[i,2] + mat[i,3]+ mat[i,4] = Kte);
8
9  constraint forall(j in Index) %% COLUNAS
10         (mat[1,j] + mat[2,j] + mat[3,j] + mat[4,j] = Kte);
11
12 constraint % Diagonal 1...
13    mat[1,1] + mat[2,2] + mat[3,3] + mat[4,4] = Kte;
14
15 constraint % Diagonal 2 ...
16    mat[4,1] + mat[3,2] + mat[2,3] + mat[1,4] = Kte;
17
18 constraint %% alldifferent
19  forall(i in Index, j in Index, k in i..N, l in j..N)
20  (if (i!= k \/ j != l) then mat[i,j] != mat[k,l] else
21   true endif);
22
23 solve satisfy;
24
25
```

## Saída:

```
$ mzn-g12mip -a minizinc/quadrado_magico.mzn
 9  7  4 14
 4 14  5 11
11  5 10  8
10  8 15  1
----------
==========
PS: solver mzn-g12mip
```

# Vetores 2D

## Problema de Atribuição

Seja uma matriz de peso:

| Mulheres / Homens | $M_1$ | $M_2$ | $M_3$ | $M_4$ | $M_5$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $H_1$ | 1 | 11 | 13 | 7 | 3 |
| $H_2$ | 6 | 5 | 2 | 8 | 10 |
| $H_3$ | 6 | 3 | 9 | 4 | 12 |
| $H_4$ | 32 | 17 | 6 | 18 | 11 |
| $H_5$ | 1 | 3 | 4 | 1 | 5 |

- Como obter pares $(H_i, M_j)$ tal que cada mulher/homem tenham **um único** companheira(o) apenas!
- Estende-se a idéia para: máquinas $\times$ trabalhadores, processos $\times$ tarefas, tradutores $\times$ linguagens, etc.

# Vetores 2D: Problema de Atribuição

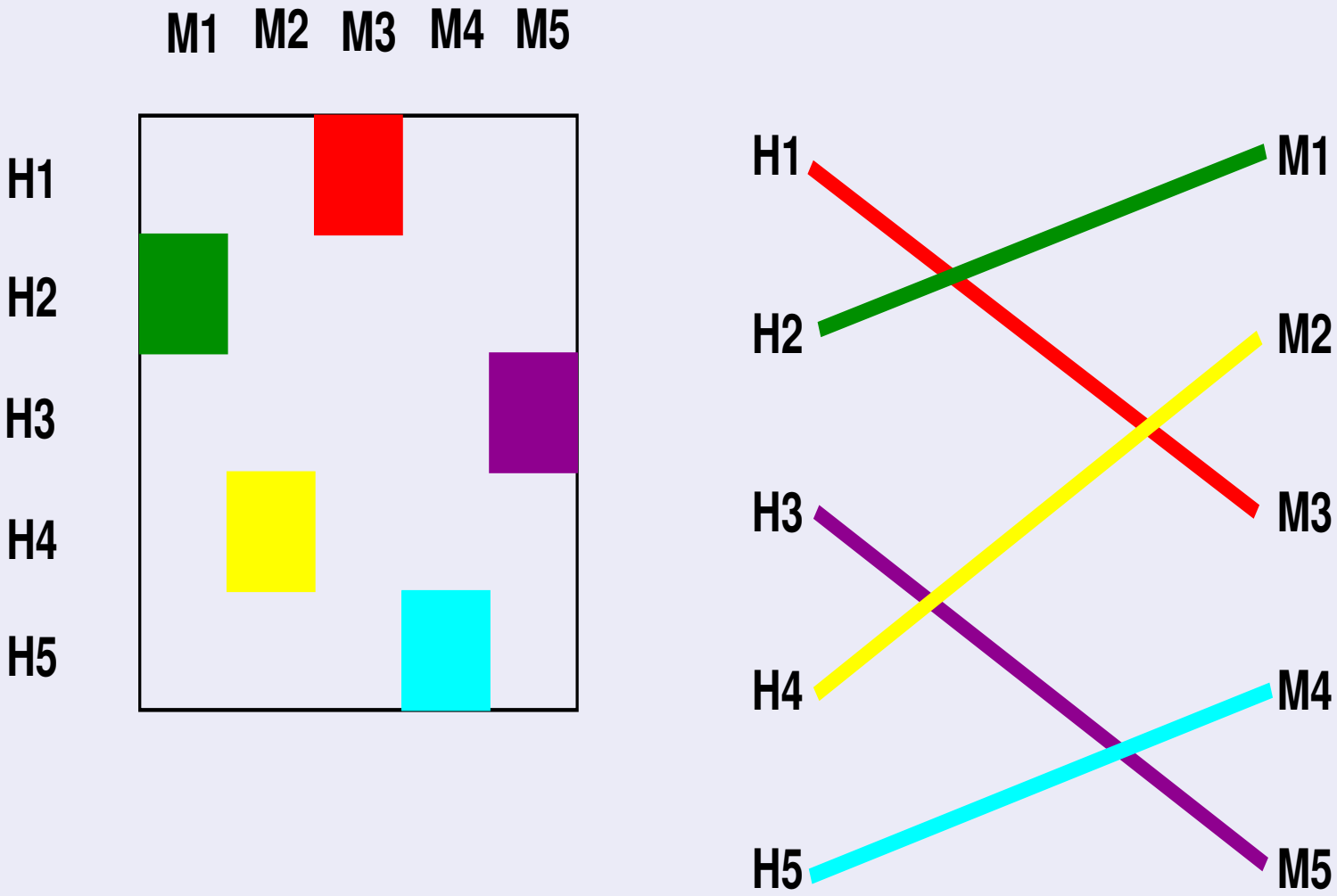



Figura: *Matriz e o Grafo Bi-partido*

# Problema de Atribuição

```
1  int: linhas = 4;      int: cols = 5;
2
3  %%%% m_PESO =  MATRIZ DEFINIDA  NO FINAL do arquivo
4
5  array[1..linhas, 1..cols] of int:  m_PESO;
6  array[1..linhas, 1..cols] of var 0..1: x; %% x: MATRIZ DE DECISAO
7  var int:  f_CUSTO;
8
9  constraint  %% exatamente UMA escolha por  linha
10  forall(i in 1..linhas) (
11         sum(j in 1..cols) (x[i,j]) == 1 );
12
13 constraint  %% exatamente 0 ou UMA escolha por coluna
14   forall(j in 1..cols) (
15         sum(i in 1..linhas) (x[i,j]) <= 1 );
16
17 constraint  %% Uma funcao CUSTO ou  objetivo
18   f_CUSTO = sum(i in 1..linhas, j in 1..cols) (x[i,j]*m_PESO[i,j]);
19
20 solve maximize f_CUSTO;
21
22 output ["f_custo: ", show(f_CUSTO ), "\n", show2d(x)];
23 /*************************************************************/
24
25 m_PESO =
```

## Saída:

```
.....................................
----------
f_custo: 42
[| 0, 0, 0, 0, 1 |
   0, 1, 0, 0, 0 |
   0, 0, 0, 1, 0 |
   0, 0, 1, 0, 0 |]
----------
f_custo: 43
[| 1, 0, 0, 0, 0 |
   0, 1, 0, 0, 0 |
   0, 0, 0, 0, 1 |
   0, 0, 0, 1, 0 |]
----------
f_custo: 44
[| 0, 0, 0, 0, 1 |
   0, 1, 0, 0, 0 |
   1, 0, 0, 0, 0 |
   0, 0, 0, 1, 0 |]
----------
==========
```

# Vetores 2D

## Os Nadadores Americanos

| Swimmer | Time (seconds) | | | |
|---|---|---|---|---|
| | Free | Breast | Fly | Back |
| Gary Hall | 54 | 54 | 51 | 53 |
| Mark Spitz | 51 | 57 | 52 | 52 |
| Jim Montgomery | 50 | 53 | 54 | 56 |
| Chet Jastremski | 56 | 54 | 55 | 53 |

Figura: Do livro do *Operations Research: Applications and Algorithms* – Wayne L. Winston

# Problema de Atribuição: Nadadores

```
1  include "alldifferent.mzn";
2  int : N = 4;
3  array[1..N] of var 1..N: vetDecisao; %% VETOR Decisao 1D
4  var int: T_min;
5
6  array[1..N,1..N] of int: tempo_NADADORES;
7
8  tempo_NADADORES = array2d(1..N, 1..N,
9                            [54,54,51,53,
10                           51,57,52,52,
11                           50,53,54,56,
12                           56,54,55,53]);
13
14 constraint alldifferent(vetDecisao);
15
16 constraint
17    T_min = sum(i in 1..N)(tempo_NADADORES[i, vetDecisao[i]]);
18
19 solve minimize T_min;
20
21 output[" Menor tempo: ", show(T_min) ,"\n",
22        " Atribuicao (vetDecisao): ", show(vetDecisao), "\n "] ++
23  [show(i)++":"++show(vetDecisao[i])++"-> "++
24   show(tempo_NADADORES[ i, vetDecisao[i] ])++ "\n " | i in 1..N] ;
```

## Saída:

```
$ mzn-g12fd -a minizinc/sbpo_nadadores.mzn
 Menor tempo: 212
 Atribuicao (vetDecisao): [3, 1, 4, 2]
 1:3-> 51
 2:1-> 51
 3:4-> 56
 4:2-> 54

----------
 Menor tempo: 207
 Atribuicao (vetDecisao): [3, 4, 1, 2]
 1:3-> 51
 2:4-> 52
 3:1-> 50
 4:2-> 54

----------
==========
```

# Vetores 2D

## Problema de *Job-Shop-Schedulling*

| Tarefas ($J_i$) | Sequência | | | Tempo em $M_j$ | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | $M_1$ | $M_2$ | $M_3$ | 3 | 3 | 3 |
| 2 | $M_1$ | $M_3$ | $M_2$ | 2 | 3 | 4 |
| 3 | $M_2$ | $M_1$ | $M_3$ | 3 | 2 | 1 |

# *Job-Shop-Schedulling*

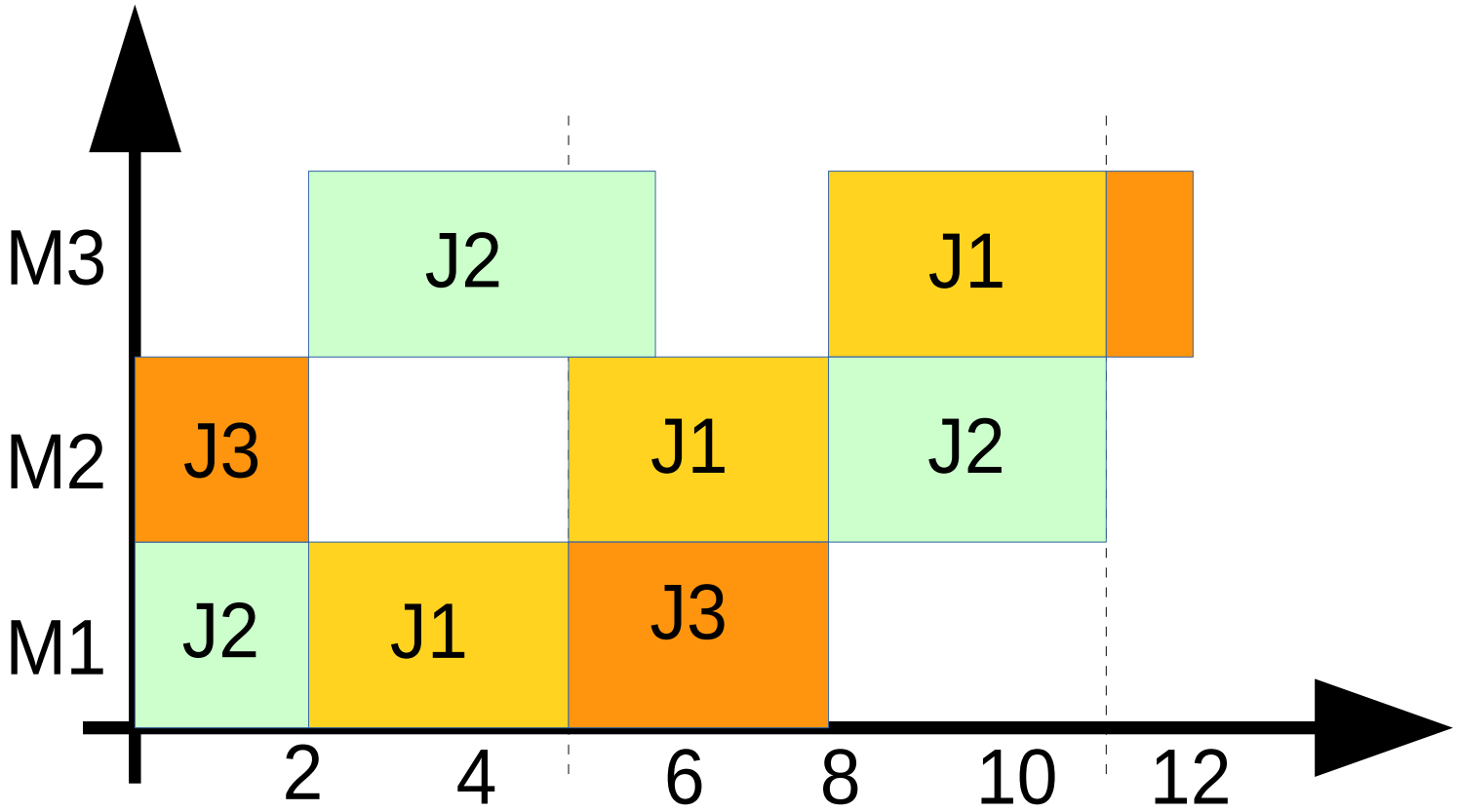



Figura: Uma solução !

# *Job-Shop-Schedulling*

Ver código completo em:
`https://github.com/claudiosa/CCS/minizinc/sbpo_job_shop.mzn`

## Partes do Código:

```
%% um limite para todos as tarefas tenham terminado
int: END_TIME =
    sum([job_time[j,k] | j in jobs, k in machines])+100;

%% A menor duracao eh o maior tempo de uma tarefa
var 0..END_TIME:
   min_duration =
        max([job_end[j, k] | j in jobs, k in machines]);

%% Evita inicializacoes com valores negativos
constraint
   forall(j in jobs, k in machines )
         (job_start[j,k] >= 0  );

%% Final de uma tarefa e o seu inicio + duracao
constraint
 forall(j in jobs, k in machines )
    (job_end[j,k] = job_start[j,k] + job_time[j,k]);
```

## Partes do Código:

```
constraint                %% PRECEDENCIA -- MAIS DIFICIL
  forall( j in  jobs)
  (forall( k1, k2  in  machines where k1 < k2)
    (if( job_sequence[j,k1] < job_sequence[j,k2] )
       then
         job_end[j,k1] <= job_start[j, k2]
 %%Tempo final de J1 eh menor ou igual o tempo de inicio de J2
       else
         job_end[j,k2] <= job_start[j, k1]
       endif
     ));
```

## Partes do Código:

```
%% Disjuncao entre todas as tarefas sobre uma maquina
constraint
%%%% para cada MAQUINA cada JOB sera DISJUNTIVO
 forall( k in machines )
  (disjunctive([job_start[j,k] | j in jobs  ] ,
               [job_time[j,k]  | j in jobs ])  );
```

## Saída:

```
$ mzn-g12fd -a sbpo_job_shop.mzn
.........................................
job_start =
[|  2,  5,  8 |
    0,  8,  2 |
    5,  0, 11 |]

job_end =
[|  5,  8, 11 |
    2, 11,  6 |
    8,  2, 12 |]
.........................................
t_end = 12    MUITAS RESPOSTAS COM ESTA COTA
.........................................
 SAIDA DETALHADA:

JOB 1 : 2..5  5..8  8..11
JOB 2 : 0..2  8..11  2..6
JOB 3 : 5..8  0..2  11..12
----------
```

# Vetor 2D – Grafos


Figura: Coloração de Mapas – Regiões da Itália

# Coloração de Mapas

```
1  int: n=8; %% REGIOES
2  int: c=4; %% CORES
3
4  array [1..n, 1..n] of int : Adj; %% Matriz Adjacencia
5  array [1..n] of var 1..c : Col;  %% Saida
6
7  constraint
8    forall (i in 1..n, j in i+1..n)
9       (if Adj[i,j] == 1 then Col[i] != Col[j] else true endif);
10
11 solve satisfy;
12
13 output [show(Col)];
14
15 Adj = [|0,1,0,0,0,0,0,0
16       |1,0,1,1,1,0,0,0
17       |0,1,0,1,0,0,0,0
18       |0,1,1,0,1,1,0,0
19       |0,1,0,1,0,1,1,0
20       |0,0,0,1,1,0,1,1
21       |0,0,0,0,1,1,0,0
22       |0,0,0,0,0,1,0,0|];
23
24 %% Regioes da Italia
25 % 1 Friuli Venezia Giulia
```

## Saída:

```
$ mzn-gecode sbpo_coloracao_mapas.mzn
[2, 1, 2, 3, 2, 1, 3, 2]
UMA SAIDA
```

# Melhorando as Buscas

## Práticas dos experimentos

- Usar restrições globais $\Rightarrow$ tem muitas!
- Restrições complexas. Exemplo: restrições reifadas, restrições *entubadas* ($y = f(x) \Leftrightarrow x = g(x)$)
- Comece com domínios reduzidos e vá aumentando gradativamente ao testar seus modelos $\Rightarrow$ *comece pequeno*
- Variar as estratégias de buscas (eis a PR!) $\Rightarrow$ ponto de exploração

# Variando as Buscas

## Parâmetro *search*

```
solve :: int_search(Var_Exp, Sel_VAR, Sel_DOM, estrategia)
         satisfy (ou minimize ou maximize);
```

```
Formato Geral:
int_search(Var_Exp, Sel_VAR, Sel_DOM, estrategia)
bool_search(Var_Exp, Sel_VAR, Sel_DOM, estrategia)
set_search(Var_Exp, Sel_VAR, Sel_DOM, estrategia)
```

Escolha da variável: `input_order`, `first_fail`, `smallest`, `largest`, `dom_w_deg`

- `input_order`: a ordem que vão aparecendo
- `first_fail`: variável com o menor tamanho de domínio
- `anti_first_fail`: oposto da anterior
- `smallest`: variável com o menor valor no domínio
- `largest`: variável com o maior valor no domínio

# Variando as Buscas

## Parâmetro: *search*

Escolha do valor no domínio: `indomain_min`, `indomain_max`, `indomain_median`, `indomain_random`, `indomain_split`, `indomain_reverse_split`.

Exemplificando, considere o domínio: $\{1, 3, 4, 18\}$

- `indomain_min`: `1, 3, ...`
- `indomain_max`: `18, 4, ...`
- `indomain_median`: `3,4, ...`
- `indomain_split`: `x <= (1+18)/2; x > (1+18)/2`
- `indomain_reverse_split`: `x > (1+18)/2 ; x <= (1+18)/2`

# Exemplo *Search*

```
1  include "globals.mzn";
2
3  array[1..4] of var 1..7: x;
4
5  constraint
6        alldifferent(x) /\ increasing (x);
7  constraint
8        sum(x) <= 13;
9
10 ann: Selec_VAR;    %% Anotacao de CODIGO
11 ann: Selec_DOM;
12
13 solve :: int_search(x, Selec_VAR, Selec_DOM, complete)
14          satisfy;
15
16 %%%% Vah modificando AQUI
17 Selec_VAR = dom_w_deg; %dom_w_deg, first_fail, largest
18 Selec_DOM = indomain_min;
```

- ann: cria um tipo de anotação no código
- Atenção: cuidar das compatibilidades entre o parâmetro *search* e o *backend* utilizado.

## Saída:

```
$ time(mzn-g12fd -a sbpo_var_val_choice.mzn)
x = array1d(1..4 ,[1, 2, 3, 4]);
----------
x = array1d(1..4 ,[1, 2, 3, 5]);
----------
x = array1d(1..4 ,[1, 2, 3, 6]);
----------
x = array1d(1..4 ,[1, 2, 3, 7]);
----------
x = array1d(1..4 ,[1, 2, 4, 5]);
----------
x = array1d(1..4 ,[1, 2, 4, 6]);
----------
x = array1d(1..4 ,[1, 3, 4, 5]);
----------
==========

real 0m0.158s
user 0m0.076s
sys 0m0.012s
```

# Restrições Globais

`include "globals.mzn";` muito úteis:

- Restrições de escalonamento: `disjunctive`, `cumulative`, `alternative`;
- Restrições de ordenamento: `decreasing`, `increasing`, `sort`, etc
- Restrições extensionais: `regular`, `regular_nfa`, `table`;
- Restrições de empacotamento: `bin_packing`, `bin_packing_capa`, ....
- Restrições de *entubamento* (*channeling*): `int_set_channel`, `inverse`, *link_set_to_booleans*, etc
- Restrições de *genéricas*–I: `all_different`, `all_disjoint` (uso em conjuntos), `all_equal`, `nvalue`, etc
- Restrições de *genéricas*–II: `arg_max`, `arg_min`, `circuit`, `disjoint`, `maximum`, `member`, `minimum`, `network_flow`, `network_flow_cost`, `range`, `partition_set`, `sliding_sum`, etc

# *String* e *Fix*

```
1  set of int : Index = 1 .. 4;
2
3  array[Index] of string:
4               Estacoes = ["Verao", "Outono", "Inverno", "Primavera"];
5  var Index : x;
6
7  constraint
8       x >= 2;
9
10 solve satisfy;
11 output [ Estacoes[ fix (x) ], "\n", show(Estacoes) ];
```

**Nota:**

- Verifica se a variável está *fixada* e faz uma coerção de tipos
- Coerções possíveis: `boo2int`, `int2float`, `set2array`

## Saída

```
$ mzn-gecode -a sbpo_string_fix.mzn
Outono
["Verao", "Outono", "Inverno", "Primavera"]
----------
Inverno
["Verao", "Outono", "Inverno", "Primavera"]
----------
Primavera
["Verao", "Outono", "Inverno", "Primavera"]
----------
==========
```

# Conclusões

1. Formulação matemática $\approx$ código MiniZinc
2. Declarativo $\Rightarrow$ escrever "**o que**" e muito direto
3. 
4. 
5. Exemplos de mais códigos:
   - `https://github.com/hakank/hakank/tree/master/minizinc`
   - 
   - `https://github.com/MiniZinc/` (**cuidado**)