Relatório do Lab4 de CCI-22

Trabalho 04 – Zeros de Funções

Aluno:

Bruno Costa Alves Freire

Turma:

T 22.4

Professor:

Marcos Ricardo Omena de Albuquerque Máximo

Data:

07/04/2018

Instituto Tecnológico de Aeronáutica – ITA
Departamento de Computação

1. Análise do comportamento dos métodos

Foram aplicados os métodos da Bissecção, do Ponto Fixo, da Posição Falsa, de Newton-Raphson e da Secante às funções:

1) $f(x) = x^3 - x^2 + 10x - 5$
2) $f(x) = e^{-x^2} - \cos x$

Os métodos foram configurados conforme pedido no roteiro do laboratório, através do *script* `analisezeros.m`. Os dados coletados foram compilados nas tabelas 1 e 2, para a primeira e a segunda funções, respectivamente.

Tabela 1: Caso $f(x) = x^3 - x^2 + 10x - 5$

Método	n	r	$f(r)$
Bissecção	13	0,512817382812500	$5,373078056436498 \cdot 10^{-5}$
Posição Falsa	4	0,512810418335686	$-1,426554110750544 \cdot 10^{-5}$
Ponto Fixo	2	0,512804492187500	$-7,212430100977940 \cdot 10^{-5}$
Newton-Raphson	1	0,512820512820513	$8,429002511789463 \cdot 10^{-5}$
Secante	3	0,512812304690477	$4,151513712358224 \cdot 10^{-6}$
`fzero`	5	0.512811879474436	0

Tabela 2: Caso $f(x) = e^{-x^2} - \cos x$

Método	n	r	$f(r)$
Bissecção	9	1,447265625000000	$-9,454888421210617 \cdot 10^{-5}$
Posição Falsa	6	1,447357067800570	$-3,638758569463052 \cdot 10^{-5}$
Ponto Fixo	6	1,447524707573783	$7,025777685441825 \cdot 10^{-5}$
Newton-Raphson	2	1,447416347013611	$1,320435745091886 \cdot 10^{-6}$
Secante	5	1,447413447215868	$-5,242249916104225 \cdot 10^{-7}$
`fzero`	8	1.447414271296237	$8.326672684688674 \cdot 10^{-17}$

Analisando os dados das tabelas 1 e 2, pode se concluir que o método de Newton-Raphson é de longe o melhor, em termos de rapidez de convergência. Secante é um pouco mais lento mas também apresenta rápida convergência e até melhor precisão. O método do Ponto Fixo depende muito da função de iteração utilizada, mas em geral, quando esta é bem escolhida, tem desempenho próximo ao dos dois métodos supracitados, nunca superando o Newton-Raphson, no entanto.

Já os métodos da Bissecção e da Posição Falsa apresentam desempenho inferior aos demais, sendo o da Bissecção o mais lento, devido à sua dependência com o logaritmo do inverso de épsilon.

A vantagem do método de Newton-Raphson em relação aos demais se explica pelo fato de ser um caso particular ótimo do método do Ponto Fixo. No entanto, pode ser difícil encontrar uma aproximação inicial suficientemente boa, e pode não ser possível calcular a derivada da função.

O método da Secante tem como vantagem o seu funcionamento semelhante ao do Newton-Raphson, porém se livrando da complicação de calcular a derivada. Perde um pouco de rapidez pois sua taxa de convergência passa a ser superlinear, em vez de quadrática. A rigor, a ordem de convergência do método Secante cai de 2 para φ (a razão áurea). Ainda existe o risco de divergir caso a função seja muito horizontal, porém esse risco é amenizado com relação ao método de Newton-Raphson.

O método do Ponto Fixo é vantajoso apenas em relação aos métodos de refinamento de intervalos por sua possibilidade de convergir mais rapidamente, contudo, seu desempenho está totalmente condicionado a uma boa escolha da função de iteração e de um bom chute inicial, o que o torna difícil de ser utilizado. Para as funções analisadas nesse problema, podemos ver que as funções de iteração são adequadas para o problema, pois suas derivadas são limitadas em módulo por 1 no intervalo de busca, isto é, as funções de iteração são *contrações* nos intervalos selecionados, que é a hipótese para que o método convirja.

Por fim, os métodos de refinamento de intervalos, o da Bissecção e da Posição Falsa, apresentam condições de convergência mais simples, o que os torna de certa forma mais “seguros” de se utilizar sem risco de divergência. A desvantagem é que possuem uma convergência bem mais lenta que os demais.

Por essa razão, talvez, o método nativo do MATLAB, `fzero`, faça uso do método da bissecção combinado com uma interpolação. Configurando a `fzero` para utilizar a tolerância de épsilon no valor da função e o número máximo de iterações definido para os demais métodos, esta é capaz de obter os melhores resultados de todos.

- Se um método é melhor que os demais, por que existem outros?

Apesar do método de Newton-Raphson ter um desempenho ótimo pela lógica do Ponto Fixo, o mesmo possui casos em que a convergência falha, como quando atinge um ponto com derivada nula, quando entra loop infinito, entre outros casos. Ainda sem considerar esses casos, vale ressaltar que as condições para que o método funcione são razoavelmente restritivas, calcular a derivada da função pode ser difícil, e encontrar uma aproximação inicial também. Para contornar o problema da derivada, existe o método da Secante. Para contornar o problema da aproximação inicial, outros métodos podem ser usados para obter essa aproximação.