



Relatório do Lab2 de CCI-22

Trabalho 02 – Sistemas Lineares - Parte 1

Aluno:

Bruno Costa Alves Freire

Turma:

T 22.4

Professor:

Marcos Ricardo Omena de Albuquerque Máximo

Data:

23/03/2019

Instituto Tecnológico de Aeronáutica – ITA
Departamento de Computação

1. Análise (Parte 1)

Para analisar o ganho de desempenho proporcionado pela estratégia da Decomposição LU, foram resolvidos 100 sistemas lineares utilizando Eliminação Gaussiana e a solução via Decomposição LU. Os tempos de execução dos algoritmos foram registrados e plotados no gráfico da Figura 1. A resolução dos sistemas, a medição dos tempos e a produção dos gráficos foram feitos por meio do script MATLAB `linsyscomparison.m`.

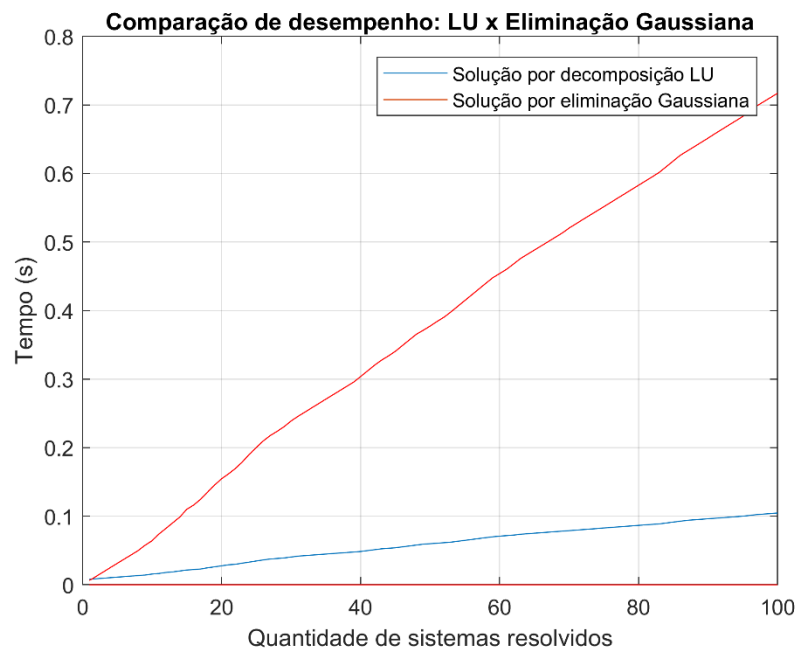


Figura 1: Comparação de desempenho entre LU e Eliminação Gaussiana, com sistemas com a mesma matriz de coeficientes

É evidente que a solução LU apresenta um menor tempo de execução conforme a quantidade de sistemas resolvidos aumenta. Isso ocorre pois a complexidade de resolver um sistema linear (uma vez já calculada a fatoração LU) cai de $O(n^3)$ para $O(n^2)$, pois consiste em resolver dois sistemas triangulares, cuja complexidade é $O(n^2)$. De fato, na referência MEYER, C. D., **Matrix Analysis and Applied Linear Algebra**, Philadelphia: SIAM, 2000, nas seções 1.2 e 3.10, respectivamente, são calculadas com mais rigor a quantidade de operações de multiplicação e somas efetuadas nos dois métodos. Enquanto a eliminação gaussiana executa $n^3/3 + n^2 - n/3$ multiplicações e $n^3/3 + n^2/2 - 5n/6$ adições, a solução via decomposição LU (após calculada a fatoração) efetua apenas n^2 multiplicações e $n^2 - n$ adições, evidenciando a diferença de complexidade entre os dois métodos.

No entanto, é esperado que no começo, por conta do custo de calcular a fatoração LU, haja uma pequena desvantagem da solução LU com relação à eliminação Gaussiana. Dando um zoom no gráfico da figura 1, podemos observar o momento em que a solução LU se torna mais eficaz, na figura 2:

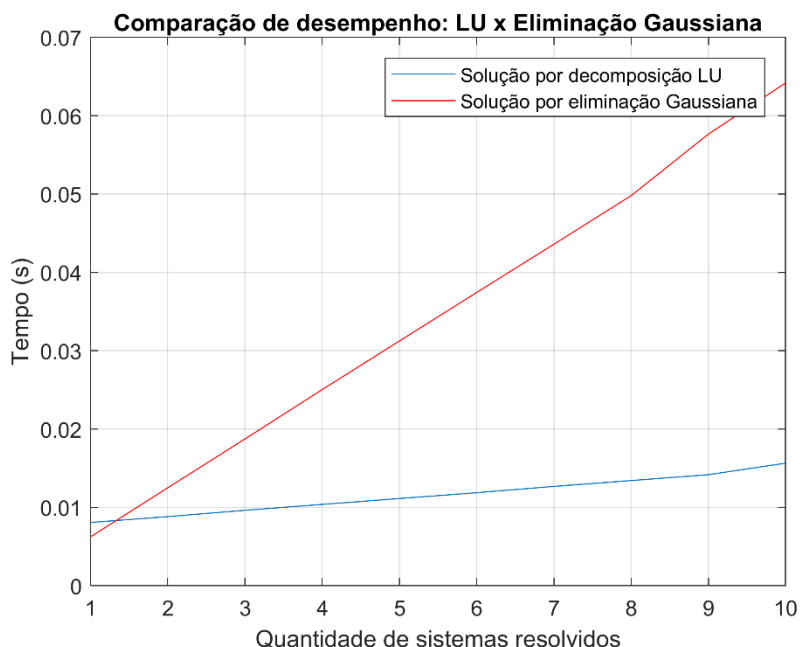


Figura 2: Destaque do ponto em que a solução LU supera a Eliminação Gaussiana

Pela figura 2 fica evidente que a partir do segundo sistema linear resolvido com a mesma matriz de coeficientes, a solução LU já se mostra mais vantajosa. No entanto, sabemos que a vantagem da solução LU está condicionada ao uso da mesma decomposição para resolver vários sistemas distintos, de modo que, se tentarmos resolver sistemas com matrizes de coeficientes distintas, é de se esperar que a solução LU perca essa vantagem. No gráfico da figura 3, é possível comprovar este fato:

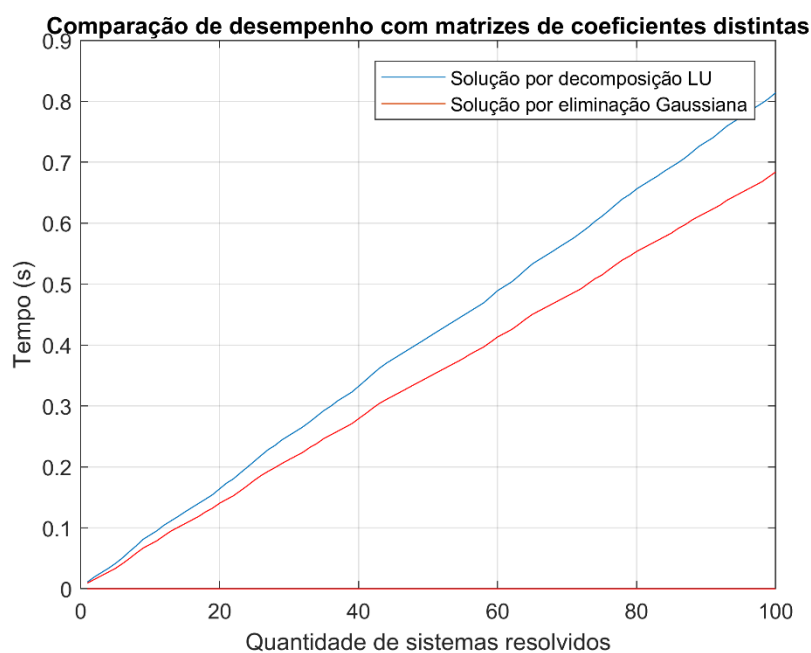


Figura 3: Comparação entre LU eliminação Gaussiana com matrizes de coeficientes distintas