

Instituto Tecnológico de Aeronáutica – ITA

Matemática Computacional – CCI-22

Laboratório 8 – Integração Numérica

Professor: Marcos Ricardo Omena de Albuquerque Maximo

19 de maio de 2019

1 Tarefas

1.1 Implementação

Implementar as seguintes funções em MATLAB (cada uma em um arquivo .m separado):

1. `I = IntegracaoTrapezio(h, y)`: usando a Regra Composta dos Trapézios, calcula uma aproximação para a integral:

$$I = \int_a^b f(x)dx \quad (1)$$

Considera-se $n + 1$ pontos $\{x_0 = a, x_1, \dots, x_n = b\}$ igualmente espaçados no intervalo de integração $[a, b]$. No caso, o espaçamento entre dois pontos consecutivos é $h = x_i - x_{i-1} = (b - a) / n$. As entradas da função são h e o vetor coluna $\mathbf{y} = [y_0, y_1, \dots, y_n]^T$, em que $y_i = f(x_i)$, $i = 0, 1, \dots, n$.

2. `I = IntegracaoSimpson(h, y)`: usando a Regra Composta de Simpson, calcula uma aproximação para a integral:

$$I = \int_a^b f(x)dx \quad (2)$$

Considera-se $n + 1$ pontos $\{x_0 = a, x_1, \dots, x_n = b\}$ igualmente espaçados no intervalo de integração $[a, b]$. No caso, o espaçamento entre dois pontos consecutivos é $h = x_i - x_{i-1} = (b - a) / n$. As entradas da função são h e o vetor coluna $\mathbf{y} = [y_0, y_1, \dots, y_n]^T$, em que $y_i = f(x_i)$, $i = 0, 1, \dots, n$. Note que, na Regra Composta de Simpson, deve-se ter n par.

3. `[I, x] = IntegracaoQuadraturaAdaptativa(f, a, b, epsilon)`: usando o Método da Quadratura Adaptativa com Regra de Simpson, calcula uma aproximação para a integral:

$$I = \int_a^b f(x)dx \quad (3)$$

As entradas são a função $f(x)$, os extremos do intervalo de integração $[a, b]$ e o erro total na integração ε (variável **epsilon**). As saídas são o valor da aproximação da integral I e o vetor coluna $\mathbf{x} = [x_0, x_1, \dots, x_n]^T$ de pontos que foram usados para calcular a integral.

1.2 Análise

1. Seja a integral:

$$I_1 = \int_1^2 xe^{x^2} \quad (4)$$

Traça num único gráfico as seguintes curvas:

- (a) Aproximações para I_1 usando a Regra Composta dos Trapézios em função de n , com $n \in \{2 : 2 : 100\}$.
- (b) Aproximações para I_1 usando a Regra Composta de Simpson em função de n , com $n \in \{2 : 2 : 100\}$.

O resultado obtido condiz com o que você esperava?

2. Considere a função:

$$f_2(x) = 0,5 - 0,02x^2 + e^{-(x-1)^2} \sin^2(\pi x) \quad (5)$$

Calcule a integral:

$$I_2 = \int_{-5}^5 f_2(x)dx \quad (6)$$

usando o Método da Quadratura Adaptativa com Regra de Simpson. Utilize $\varepsilon = 10^{-4}$. Traça num mesmo gráfico os pontos $\{(x_i, y_i = f(x_i)), i = 0, 1, \dots, n\}$ escolhidos pela quadratura adaptativa para o cálculo da aproximação da integral. Para facilitar a visualização dos pontos, utilize a opção ‘*’ do **plot**. A distribuição dos pontos é escolhida pela quadratura adaptativa é o que você esperava intuitivamente? Explique. Dica: analisar o gráfico de $f(x)$ traçado com um passo bem pequeno (e.g. $h = 0,01$) pode facilitar esta análise.

2 Instruções

- A primeira etapa do processo de correção consistirá em submeter as funções implementadas a vários casos de teste de forma automatizada. Assim, os cabeçalhos das funções devem ser seguidos **rigorosamente**. Arquivos .m com os nomes destas funções e os cabeçalhos já implementados foram fornecidos juntamente com este roteiro. Dê preferência a implementar seu laboratório a partir destes arquivos .m fornecidos para evitar erros.
- **Não** é permitido o uso de funções ou comandos prontos do MATLAB que realizem toda a funcionalidade atribuída a uma certa função. Entretanto, o uso destas funções para verificação das implementações realizadas é encorajado. Em caso de dúvida quanto à permissão de uso de alguma função ou comando, recomenda-se consultar o professor.
- Não é necessário reimplementar métodos de laboratórios anteriores. Assim, funções implementadas em laboratórios anteriores podem ser utilizadas. Caso prefira, também é permitido utilizar funções equivalentes do MATLAB.
- Não é necessário se preocupar com verificação dos dados de entrada.
- Os arquivos .m implementados devem ser entregues juntamente com um relatório.
- No relatório, não é necessário demonstrar que as funções implementadas funcionam corretamente (isto será verificado separadamente). Basta incluir resultados e conclusões relativos à **Análise**.
- Para facilitar a correção da Análise, inclua os gráficos diretamente no relatório. Nos gráficos, coloque títulos, legendas e nomes nos eixos.

3 Dicas:

- Utilize o operador @ para definir cada função **f** passada como argumento para `IntegracaoQuadraturaAdaptativa`, e.g. `f = @(x) x^2`.
- Utilize recursão na implementação da função `IntegracaoQuadraturaAdaptativa`. Para verificar como implementar recursão no MATLAB, veja o esquema de recursão já implementado no esqueleto `IntegracaoQuadraturaAdaptativa` fornecido juntamente com o roteiro. A recursão deve ser chamada para subdividir o intervalo considerado em mais pontos caso o critério de parada da quadratura adaptativa não tenha sido atingido.
- Utilize a função `trapz` do MATLAB para testar `IntegracaoTrapezio`. Note que `trapz` é mais geral e calcula a integral mesmo que **x** não seja igualmente espaçado. Assim, faça:
`I = trapz(a:h:b, y)`
- Cuidado com o formato requerido para vetores para evitar problemas na correção automática.

- Para criar gráficos com alta qualidade em formato PNG para inclusão em arquivos do Microsoft Word, utilize o comando: `print -dpng -r300 grafico.png`.
- Se utilizar \LaTeX , dê preferência para incluir gráficos em formato vetorizado. No Linux, utilizando `pdflatex`, você pode gerar um gráfico em formato EPS usando “`print -depsc2 grafico.eps`” e depois convertê-lo para PDF usando o comando de terminal “`epstopdf grafico.eps`”. O arquivo PDF é aceito pelo `pdflatex`.