

# Instituto Tecnológico de Aeronáutica – ITA

## Matemática Computacional – CCI-22

### Laboratório 4 – Zeros de Funções Reais

**Professor:** Marcos Ricardo Omena de Albuquerque Maximo

3 de abril de 2019

## 1 Tarefas

### 1.1 Implementação

As seguintes funções já implementadas são fornecidas:

1. `[r,n] = Bisseccao(f,a,b,epsilon,maxIteracoes)`: determina uma aproximação para um zero contido no intervalo  $[a,b]$  da função  $f(x)$  utilizando o Método da Bisseção. O retorno da função é a aproximação  $r$  e o número de iterações  $n$  executadas. Considera-se para critério de parada a ocorrência de uma das duas situações:  $|f(x_i)| < \varepsilon$  ou  $i > \text{maxIteracoes}$ , em que  $x_i$  é a aproximação para a raiz na  $i$ -ésima iteração.
2. `[r,n] = PontoFixo(f,g,x0,epsilon,maxIteracoes)`: determina um zero da função  $f(x)$  a partir do chute inicial  $x_0$  utilizando o Método do Ponto Fixo com função de iteração  $g(x)$ . O retorno da função é a aproximação  $r$  e o número de iterações  $n$  executadas. Considera-se para critério de parada a ocorrência de uma das duas situações:  $|f(x_i)| < \varepsilon$  ou  $i > \text{maxIteracoes}$ , em que  $x_i$  é a aproximação para a raiz na  $i$ -ésima iteração.

Implementar as seguintes funções em MATLAB (cada uma em um arquivo .m separado):

1. `[r,n] = PosicaoFalsa(f,a,b,epsilon,maxIteracoes)`: determina uma aproximação para um zero contido no intervalo  $[a,b]$  da função  $f(x)$  utilizando o Método da Posição Falsa. O retorno da função é a aproximação  $r$  e o número de iterações  $n$  executadas. Considera-se para critério de parada a ocorrência de uma das duas situações:  $|f(x_i)| < \varepsilon$  ou  $i > \text{maxIteracoes}$ , em que  $x_i$  é a aproximação para a raiz na  $i$ -ésima iteração.
2. `[r,n] = NewtonRaphson(f,df,x0,epsilon,maxIteracoes)`: determina um zero da função  $f(x)$  a partir do chute inicial  $x_0$  utilizando o Método de Newton-Raphson com função derivada  $f'(x) = df(x)$ . O retorno da função é a aproximação  $r$  e o

número de iterações  $n$  executadas. Considera-se para critério de parada a ocorrência de uma das duas situações:  $|f(x_i)| < \varepsilon$  ou  $i > \text{maxIteracoes}$ , em que  $x_i$  é a aproximação para a raiz na  $i$ -ésima iteração.

3. `[r,n] = Secante(f,x0,x1,epsilon,maxIteracoes)`: determina um zero da função  $f(x)$  a partir dos chutes iniciais  $x_0$  e  $x_1$  utilizando o Método da Secante. O retorno da função é a aproximação  $r$  e o número de iterações  $n$  executadas. Considera-se para critério de parada a ocorrência de uma das duas situações:  $|f(x_i)| < \varepsilon$  ou  $i > \text{maxIteracoes}$ , em que  $x_i$  é a aproximação para a raiz na  $i$ -ésima iteração.

## 1.2 Análise

Análise os comportamentos dos métodos (fornecidos e implementados) para os seguintes casos de teste:

1. Raiz da função  $f(x) = x^3 - x^2 + 10x - 5$  no intervalo  $[0, 1]$ . Usar a função de iteração  $g(x) = (5 - x^3 + x^2)/10$  no caso do Método do Ponto Fixo.
2. Raiz da função  $f(x) = e^{-x^2} - \cos(x)$  no intervalo  $[1, 2]$ . Usar a função de iteração  $g(x) = \cos(x) - e^{-x^2} + x$  no caso do Método do Ponto Fixo.

Em todos os casos, utilize  $\varepsilon = 10^{-4}$  e `maxIteracoes` = 1000. Além disso, configure os métodos da seguinte forma:

- Bissecção e Posição Falsa: utilize  $a$  e  $b$  dados no caso de teste.
- Ponto Fixo: utilize  $x_0 = (a + b)/2$ .
- Newton-Raphson: utilize  $x_0 = (a + b)/2$ .
- Secante: utilize  $x_0 = a$  e  $x_1 = b$ .

Construa uma tabela para cada caso de teste conforme o modelo mostrado na Tabela 1 e discuta os resultados obtidos.

	Bissecção	Posição Falsa	Ponto Fixo	Newton-Raphson	Secante
$n$					
$r$					
$f(r)$					

Tabela 1: Modelo de tabela para comparação entre os métodos.

## 2 Instruções

- A primeira etapa do processo de correção consistirá em submeter as funções implementadas a vários casos de teste de forma automatizada. Assim, os cabeçalhos das funções devem ser seguidos **rigorosamente**. Arquivos .m com os nomes destas

funções e os cabeçalhos já implementados foram fornecidos juntamente com este roteiro. Dê preferência a implementar seu laboratório a partir destes arquivos .m fornecidos para evitar erros.

- **Não** é permitido o uso de funções ou comandos prontos do MATLAB que realizem toda a funcionalidade atribuída a uma certa função: `r = fzero(f,x0)`, `r = roots(p)` etc. Entretanto, o uso destas funções para verificação das implementações realizadas é encorajado. Em caso de dúvida quanto à permissão de uso de alguma função ou comando, recomenda-se consultar o professor.
- Não é necessário se preocupar com verificação dos dados de entrada: assuma que há uma raiz no intervalo  $[a, b]$  passado como argumento, que  $g(x)$  seja uma função de iteração para  $f(x)$ , que  $df(x)$  seja a função derivada de  $f(x)$  etc.
- Os arquivos .m implementados devem ser entregues juntamente com um relatório.
- No relatório, não é necessário demonstrar que as funções implementadas funcionam corretamente (isto será verificado separadamente). Basta incluir resultados e conclusões relativa a **Análise**.

### 3 Dicas:

- Para definir uma função no MATLAB, utilize o operador @, por exemplo: `f = @(x) (x^3 - x^2 + 10*x - 5)`.
- A implementação do Método da Posição Falsa é muito semelhante à do Método da Bissecção, que é fornecido.
- Analogamente, as implementações dos métodos de Newton-Raphson e da Secante são parecidas com a do Método do Ponto Fixo.